

文章编号: 1000-6893(2009)10-1901-05

# Alford 力和滚动轴承对轴流压缩机转子系统动力特性和稳定性的影响

白长青, 许庆余, 李跃明

(西安交通大学 航天航空学院 强度与振动教育部重点实验室, 陕西 西安 710049)

## Effect of Alford Forces and Ball Bearings on Dynamic Characteristics and Stability of Axial Flow Compressor Rotor System

Bai Changqing, Xu Qingyu, Li Yueming

(Ministry of Education Key Laboratory for Strength and Vibration, School of Aerospace, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**摘要:** 研究叶尖气隙和滚动轴承共同作用下轴流压缩机的非线性动力特性及稳定性。采用有限元法和非线性滚动轴承模型, 建立压缩机转子系统动力学模型, 其中转子旋转时非均匀分布叶尖气隙引起的气动失稳力(即 Alford 力)根据已有实验数据和计算模型求得。通过计算分析发现叶尖气隙和滚动轴承分别激起系统的反进动和正进动共振频率, 其共同作用造成压缩机转子系统的失稳, 很好地解释了已有实验中出现的失稳现象。表明滚动轴承反力和 Alford 力的共同作用对压缩机转子系统的动力性能和稳定性有显著影响。

**关键词:** 压缩机; 转子; Alford 力; 滚动轴承; 稳定性; 非线性振动

中图分类号: O322; V235.1 文献标识码: A

**Abstract** This article investigates the nonlinear dynamic characteristics and stability of an axial flow compressor with tip clearance and ball bearings. The compressor rotor system is modeled with the aid of the finite element technique and a nonlinear ball bearing model. The aerodynamic destabilizing forces, i. e., the Alford forces, induced by the nonuniform tip clearance when the rotor is whirling, are acquired using known experimental data and a mathematic model. Simulation results show that the Alford forces and nonlinear bearing reactions provoke respectively the emergence of backward and forward resonance frequency components, and induce the system to lose stability. The experimental results are perfectly interpreted by the proposed analysis which indicates that the combined effect of tip clearance and ball bearings is significant on the dynamic characteristics and stability of the rotor system.

**Key words:** compressors; rotors; Alford forces; ball bearings; stability; nonlinear vibration

轴流压缩机是航空发动机中的核心关键部件之一。压缩机转子转动时如果转轴发生径向偏离就会造成叶轮各叶片顶端和外壳之间的间隙不再相等, 从而引起一个流体激振力。这个力为叶尖气隙效应所致, 是可能导致转子失稳的重要因素, 称为气动失稳力(即 Alford 力)。H. Thomas<sup>[1]</sup>最早发现蒸气轮机的偏心运转会导致非均匀的叶尖气隙产生失稳力。J. Alford<sup>[2]</sup>随后在分析航空燃气涡轮的稳定性问题时也提出了这个问题。J. Vance 等<sup>[3]</sup>实验证实了 Alford 的假设。J. Colting-Jorgensen<sup>[4]</sup>提出计算模型分析了轴流压缩机中的 Alford 力。考虑到运行状况和压缩性

能对气动力和系统稳定性的影响, 文献[5]~文献[7]中分别提出了3种计算 Alford 力的数学模型。F. Ehrich 等<sup>[8]</sup>用这3种模型预测轴流压缩机叶尖气隙力, 通过比较发现这3种模型的计算结果在方向和趋向上都和实验数据一致。A. Al-Nahwi 等<sup>[9]</sup>提出了一个流体激振力的模型, 随后研究了压缩机转子系统的稳定性<sup>[10]</sup>。H. Kim 等<sup>[11]</sup>进行了转子系统在气动力作用下的稳定性分析。晏砺堂等<sup>[12-13]</sup>从理论和实验上研究了轴流压缩机的转子动力学稳定性问题。

叶尖气隙对压缩机转子系统稳定性影响的研究工作已经进行很多, 但是很少有同时考虑叶尖气隙和轴承影响的研究工作报告。晏砺堂等<sup>[12-13]</sup>在滚动轴承支承的压缩机转子的实验研究中发现一些失稳现象无法用 Alford 力来解释, 他们猜测可能是滚动轴承的非线性特性造

收稿日期: 2008-09-16; 修订日期: 2009-01-31

基金项目: 国家自然科学基金(50275113); 陕西省自然科学基金研究计划(SJ08A19); 西安交通大学校长科研基金

通讯作者: 白长青, E-mail: baichq@mail.xjtu.edu.cn

成的。滚动轴承可靠性高、能耗低,是火箭发动机、航空燃气涡轮机等尖端设备上的重要部件。滚动轴承本身固有 Hertzian 接触力及滚珠和滚道间内间隙等非线性特性,吸引了许多人研究滚动轴承对转子系统动力特性和稳定性的影响。A. Liew 等<sup>[14]</sup>总结了滚动轴承的4种动力学模型。C. Q. Bai 等<sup>[15]</sup>提出了一个广义的滚动轴承动力学模型并分析了滚动轴承支承的转子系统的动力特性。M. Tiwari 等<sup>[16-17]</sup>采用两自由度滚动轴承模型研究了轴承内间隙影响造成的转子系统的非线性行为和稳定性。C. Q. Bai 等<sup>[18]</sup>采用 Floquet 理论研究了滚动轴承轴向预载对转子系统稳定性的影响。

综上所述,叶尖气隙和滚动轴承对转子动力学行为和稳定性有显著的影响。因此,本文的目的是在同时考虑叶尖气隙和滚动轴承的影响下,依据已有的实验结果研究轴流压缩机转子系统的动力特性和非线性稳定性。

### 1 转子系统动力学模型

#### 1.1 动力学方程

图1为滚动轴承支承的轴流压缩机转子系统,其右端轴承安装在一个弹性支承上。 $Oxyz$ 为惯性坐标系。定义  $u_x$  和  $u_y$  为沿  $Ox$  和  $Oy$  轴向的平动位移,  $\theta_x$  和  $\theta_y$  为  $Oxz$  和  $Oyz$  平面相应的转角位移。  $u_{1x}$  和  $u_{1y}$  及  $\theta_{1x}$  和  $\theta_{1y}$  为滚动轴承  $A$  所在位置的位移,可以用复变量  $u_1$  和  $\theta_1$  表示为

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= u_{1x} + i u_{1y} \\ \theta_1 &= \theta_{1x} + i \theta_{1y} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

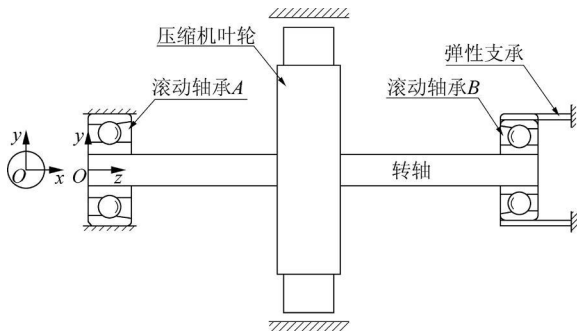


图1 轴流压缩机转子系统

Fig 1 Axial flow compressor rotor system

用  $u_2$  和  $\theta_2$  表示压缩机叶轮中心的位移,用  $u_3$  和  $\theta_3$  表示滚动轴承  $B$  所在位置的位移。采用有限元法可以写出轴流压缩机转子系统的动力学方程为

$$M\ddot{u} + (C - \omega G)\dot{u} + Ku = F_g + F_u(t) + F_l(u) + F_b(u, t) \quad (2)$$

式中:  $M$ ,  $C$ ,  $K$  和  $G$  分别为转子系统的质量矩阵、阻尼矩阵、刚度矩阵和陀螺矩阵;  $\omega$  为转速频率;  $u$  为位移矢量,且

$$u = [u_1 \quad \theta_1 \quad u_2 \quad \theta_2 \quad u_3 \quad \theta_3]^T \quad (3)$$

$F_g$  和  $F_u$  为系统所受的重力和不平衡力矢量;  $F_l$  和  $F_b$  分别为 Alford 力矢量和非线性滚动轴承回复力矢量,且

$$F_l = [0 \quad 0 \quad f_l(u_2) \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (4)$$

$$F_b = [f_{bA}(u, t) \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad f_{bB}(u_3 - u_4, t) \quad 0]^T \quad (5)$$

式(4)和式(5)中:  $f_l$  为偏心转子中非均匀分布叶尖气隙引起的气动力;  $f_{bA}$  和  $f_{bB}$  分别为滚动轴承  $A$  和  $B$  的非线性回复力;  $u_4$  为弹性支承中心的位移。  $f_{bB}$  和  $u_4$  之间的关系可表示为

$$m\ddot{u}_4 + c\dot{u}_4 + ku_4 = -f_{bB}(u_3 - u_4, t) \quad (6)$$

式中:  $m$  为弹性支承和滚动轴承  $B$  质量和的  $1/2$ ;  $c$  和  $k$  分别为弹性支承的阻尼和刚度系数。

#### 1.2 滚动轴承回复力

图2所示为  $Oxyz$  坐标系下滚动轴承的几何结构图。图中:  $c_i$  和  $c_o$  分别为内、外滚道和滚动物体之间沿接触方向的径向间隙;  $r_i$  和  $r_o$  分别为内外滚道曲率半径;  $D_p$  为滚动轴承节径;  $N$  为滚动物体数目;  $\omega_c$  为保持架角速度。

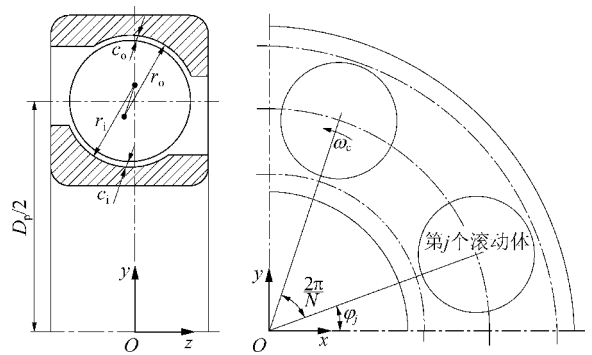


图2 滚动轴承几何结构

Fig 2 Geometry of ball bearing

第  $j$  个滚动体的动态接触变形为

$$\delta_j = u_{bx} \cos \varphi_j + u_{by} \sin \varphi_j - c_i - c_o \quad (7)$$

式中:  $u_{bx}$  和  $u_{by}$  分别为沿  $x$  和  $y$  方向内外滚道之间的相对位移。如图2所示,第  $j$  个滚动体的转角位置为

$$\varphi_j = 2\pi(j-1)/N + \omega_c t + \varphi_0 \quad (8)$$

式中:  $t$  和  $\varphi_0$  分别为时间和初始转角位置。

当接触变形  $\delta$  为正时,用 Hertzian 接触理论可以计算接触力;否则,负的接触变形值意味着相互不接触,没有载荷的传递。第  $j$  个滚动体和滚道间的接触力为

$$Q_j = \begin{cases} k_b \delta_j^{3/2} & \delta_j > 0 \\ 0 & \delta_j < 0 \end{cases} \quad (9)$$

式中: $k_b$  为动态接触刚度。对所有滚动体所受的接触力求和就能得到复数形式的总的轴承反力为

$$f_b = \sum_{j=1}^N Q_j (\cos \varphi_j + i \sin \varphi_j) \quad (10)$$

### 1.3 Alford 力

H. Thomas<sup>[1]</sup> 和 J. Alford<sup>[2]</sup> 指出偏心转子中非均匀分布叶尖气隙引起的气动力是一个可导致转子失稳的反作用力,其表达式为

$$f_1 = ik_1 u_2 \quad (11)$$

式中:交叉耦合刚度系数  $k_1$  为额定扭矩  $T$ 、平均叶片直径  $D$ 、叶片长度  $L$  和比例系数  $\beta$  的函数,即

$$k_1 = \beta T / (DL) \quad (12)$$

$\beta$  最初被认为是叶轮单位相对径向间隙变化引起的级热效率梯度。但是,实际上  $\beta$  和叶轮的运行条件有着很强的函数关系。因此, F. Ehrich<sup>[5]</sup> 基于平行压缩机理论提出一种解析模型,用于计算  $\beta$  并通过实验验证了计算结果,其表达式为

$$\beta = \frac{2(\tau_2 - \tau_1)}{(\tau_2 + \tau_1)[(C_L/L)_2 - (C_L/L)_1]} \quad (13)$$

式中:下标 1 和 2 分别表示最小和最大叶尖间隙位置; $C_L$  为径向叶尖间隙; $\tau$  为扭矩修正系数,且

$$\tau = T\theta / (\omega^2 \delta) \quad (14)$$

式中: $\theta$  和  $\delta$  分别为温度修正系数和压力修正系数。该计算模型中压缩机运行中的压力修正系数和扭矩修正系数需要实验数据来确定。

当叶轮特性相关的实验数据可以得到时,该模型可以应用于任何轴流压缩机<sup>[8]</sup>。

## 2 计算结果及与实验结果对比

晏砺堂等<sup>[12-13]</sup> 用于实验研究的轴流压缩机转子系统如图 1 所示。转子系统的质量为 4.75 kg;转轴的跨长为 120 mm;叶轮的内、外径分别为 130 mm 和 230 mm;叶片长度和叶尖气隙分别为 50 mm 和 2 mm;叶片数是 17 个。根据文献[12]和文献[13]中给出的实验数据,用 F. Ehrich 的方法可以计算得到  $\beta$ , 其值在  $-2.86 \sim +0.11$  范围内,这和 F. Ehrich<sup>[5]</sup> 的分析结果是一致的。滚动轴承 A 和 B 的参数列于表 1 中。弹性支承的刚度

系数  $k$  为  $1.5 \times 10^6$  N/m, 叶轮的质量偏心量为 0.018 mm。

表 1 滚动轴承参数

Table 1 Ball bearing parameters		
轴承参数	滚动轴承 A	滚动轴承 B
$N$ /个	8	7
$D_b$ /mm	5 953	6 350
$D_v$ /mm	25 5	23 5
$r_i$ /mm	3 215	3 429
$r_o$ /mm	3 096	3 302
$c_i$ /mm	0 003	0 002
$c_o$ /mm	0 003	0 002

注: $D_b$ —滚动体直径。

通过数值积分和 Newton-Raphson 迭代求解非线性微分方程组式(2)可以得到各转速频率下叶轮的振幅。图 3 绘出了数值分析结果和实验测试数据,对比可以发现两者是明显一致的。计算得到的系统首阶共振峰值,即线性理论中称之为正进动临界转速频率,其为  $\omega = 111.7$  Hz, 很符合实验结果  $\omega = 112.0$  Hz。

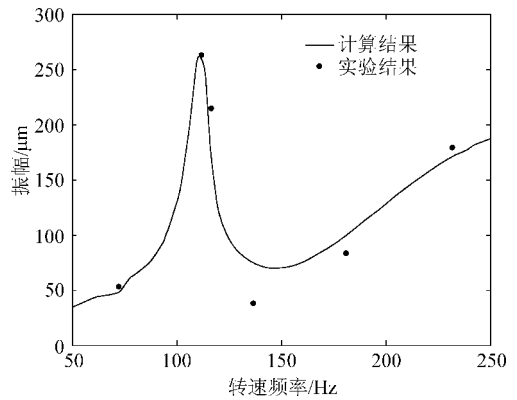


图 3 各转速频率下计算和实验所得振幅的对比  
Fig. 3 Comparison of amplitude vs rotational speed frequency for prediction and experiment

图 4 给出了当  $\omega = 136.0$  Hz 时计算和实验所得的频响曲线以及轴心的周期运动轨迹。从图 4(a)中可以看出,计算结果和实验结果是相似的,除了同步涡动转速频率  $\omega = 136.0$  Hz 外,频谱中还包含小振幅的  $56.0$  Hz,  $2\omega = 272.0$  Hz 和  $3\omega = 408.0$  Hz 这 3 个频率成分。 $56.0$  Hz 的频率成分和转子系统首阶反进动共振频率相同,是由叶尖气隙效应造成的气动力引起的。而  $2\omega$  和  $3\omega$  频率成分的出现明显是由于滚动轴承非线性特性的影响。不同转速频率下最大 Floquet 乘子及其模的值列于表 2 中。

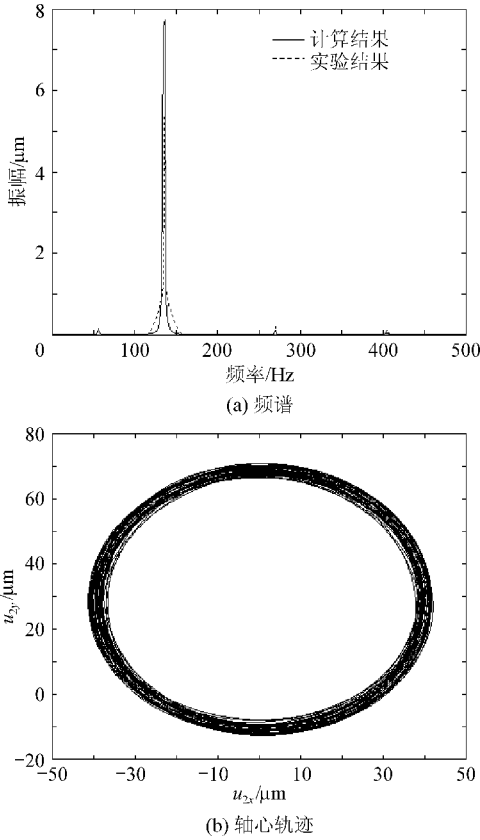


图4 在 $\omega=136.0$  Hz时计算和实验所得频谱和轴心轨迹  
Fig 4 Fourier spectra comparisons for prediction and experiment and orbit at  $\omega=136.0$  Hz

表2 转子系统各转速频率下 Floquet 乘子

Table 2 Floquet multiplier of rotor system vs rotational speed frequency

转速频率/Hz	最大 Floquet 乘子	最大 Floquet 乘子的模
136.0	$-0.7757 + i 0.6071$	0.9850
	$-0.7757 - i 0.6071$	0.9850
152.0	$-0.6408 + i 0.7797$	1.0092
	$-0.6408 - i 0.7797$	1.0092

当转速频率增加到 152.0 Hz 时, 一对模最大的 Floquet 乘子以虚部不为零的共轭复数方式穿出单位圆, 表明周期解发生二次 Hopf 分岔, 系统运动表现为拟周期运动。  $\omega=152.0$  Hz 时计算和实验所得的频谱和轴心轨图见图 5。 计算所得频谱和实验结果一致, 其中的频率组分有 53.9, 105.6, 152.0, 304.0 Hz。 152.0 Hz 和 304.0 Hz 是同步涡动频率和它的倍频; 53.9 Hz 的频率组分接近于反进动共振频率, 压缩机中 Alford 力趋向于激起反进动涡动, 所以 53.9 Hz 频率应该是由 Alford 力引起的。 其中需注意的 105.6 Hz 频率组分的出现, 该频率接近于系统的正进动共振频率, 而且用 Alford 力无法解释其产生机理, 从而说明该组分的出现是由于滚动轴承的影响。 考虑到 53.9 Hz 和

105.6 Hz 频率的振幅都很明显, 表明系统周期解失稳是叶尖气隙和滚动轴承共同影响的结果。

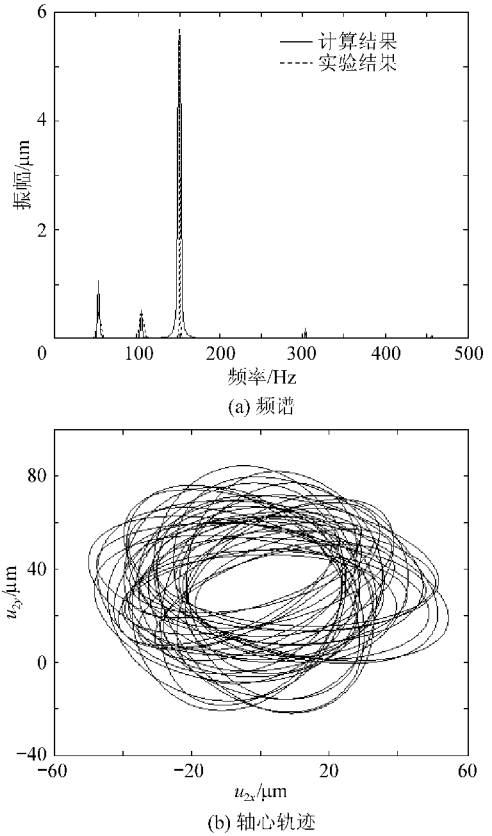
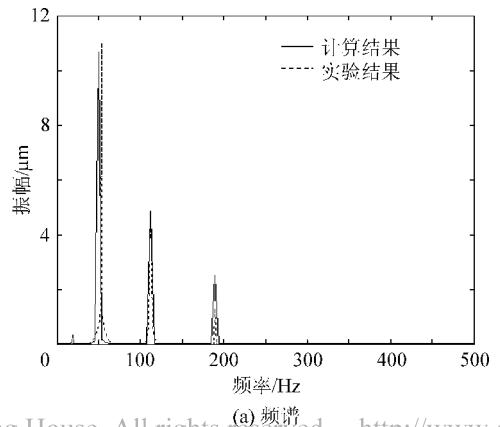


图5 在 $\omega=152.0$  Hz时计算和实验所得频谱和轴心轨迹  
Fig 5 Fourier spectra comparisons for prediction and experiment and orbit at  $\omega=152.0$  Hz

如图 3 所示, 当转速频率增加到 152.0 Hz 以上时, 振幅显著增大。 在  $\omega=190.0$  Hz 时, 计算和实验所得的频谱图以及拟周期运动的轴心轨迹见图 6。 可以发现计算结果和实验测试数据比较一致。 计算所得的接近于反进动共振频率的 50.0 Hz 频率组分和实验结果 53.0 Hz 略有偏差, 其振幅明显增大且超过了其他频率组分, 表明此时主要的失稳影响因素是 Alford 力。 但是, 由于非线性滚动轴承激起的频率组分 112.5 Hz 的影响也是可



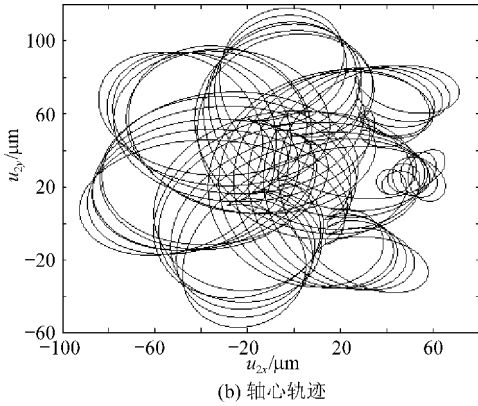


图 6 在  $\omega = 190.0 \text{ Hz}$  时计算和实验所得频谱和轴心轨迹  
Fig. 6 Fourier spectra comparisons for prediction and experiment and orbit at  $\omega = 190.0 \text{ Hz}$

观的, 必须引起注意。

### 3 结 论

Alford 力和滚动轴承反力的共同作用显著影响压缩机转子系统的稳定性。叶尖气隙引起的 Alford 力和非线性滚动轴承反力分别激起系统的反进动和正进动共振频率成分, 导致系统周期解发生二次 Hopf 分岔而失稳变为拟周期运动。当转速频率超过失稳临界转速频率后, Alford 力变成越来越重要的失稳因素。但是, 非线性滚动轴承反力对系统稳定性的影响依然是明显的, 必须加以考虑。计算结果和已有的实验数据是一致的, 可以很好地解释实验现象。

### 参 考 文 献

- [1] Thomas H. Instabile eigenschwingungen von turbinenläufern angefacht durch die spaltströmungen stopfbuschen und beschauflungen [J]. Bull de L' AIM, 1958, 71: 1039-1063.
- [2] Alford J. Protecting turbomachinery from self-excited rotor whirl [J]. Journal of Engineering for Power, 1965, 87(4): 333-344.
- [3] Vance J, Laudadio F. Experimental measurement of Alford's force in axial flow turbomachinery [J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1984, 106(3): 585-590.
- [4] Golding-Jorgensen J. Prediction of rotor dynamic destabilizing forces in axial flow compressors [J]. Journal of Fluids Engineering, 1992, 114(4): 621-625.
- [5] Ehrich F. Rotor whirl forces induced by the tip clearance effect in axial flow compressors [J]. Journal of Vibration and Acoustics, 1993, 115(5): 509-515.
- [6] Spakovszky Z. Analysis of aerodynamically induced whirling forces in axial flow compressors [J]. Journal of Turbomachinery, 2000, 122(4): 761-768.
- [7] Song S, Cho S. Nonuniform flow in a compressor due to asymmetric tip clearance [J]. Journal of Turbomachinery, 2000, 122(4): 751-760.
- [8] Ehrich F, Spakovszky Z, Martinez-Sanchez M, et al. Unsteady flow and whirl-inducing forces in axial-flow compressors: Part II—Analysis [J]. Journal of Turbomachinery, 2001, 123(3): 446-452.
- [9] Al-Nahwi A, Paduano J, Nayfeh S. Aerodynamic rotor-dynamic interaction in axial compression systems. Part I: Modeling and analysis of fluid-induced forces [J]. Journal of Turbomachinery, 2003, 125(3): 405-415.
- [10] Al-Nahwi A, Paduano J, Nayfeh S. Aerodynamic rotor-dynamic interaction in axial compression systems. Part II: Impact of interaction on overall system stability [J]. Journal of Turbomachinery, 2003, 125(3): 416-424.
- [11] Kim H, Cho M, Song S. Stability analysis of a turbine rotor system with Alford forces [J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 260(1): 167-182.
- [12] 晏砺堂, 洪杰, 李其汉, 等. 压气机叶轮偏心引起的自激力和稳定性的实验研究 [J]. 航空动力学报, 1994, 9(2): 161-164.  
Yan Litang, Hong Jie, Li Qihan, et al. Destabilizing blade tip forces and instability of an axial compressor rotor [J]. Journal of Aerospace Power, 1994, 9(2): 161-164. (in Chinese)
- [13] Yan L T, Hong J, Li Q H, et al. Blade tip destabilizing force and instability analyses for axial rotors of compressors [C] // 1st Asian-Pacific Conference on Aerospace Technology and Science, 1994: 973-978.
- [14] Liew A, Feng N, Hahn E. Transient rotor-dynamic modeling of rolling element bearing systems [J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2002, 124(4): 984-991.
- [15] Bai C Q, Xu Q Y. Dynamic model of ball bearing with internal clearance and waviness [J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 294(1/2): 23-48.
- [16] Tiwari M, Gupta K, Prakash O. Effect of radial internal clearance of a ball bearing on the dynamics of a balanced horizontal rotor [J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 238(5): 723-756.
- [17] Tiwari M, Gupta K, Prakash O. Dynamic response of an unbalanced rotor supported on ball bearings [J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 238(5): 757-779.
- [18] Bai C Q, Zhang H Y, Xu Q Y. Effects of axial preload of ball bearing on the nonlinear dynamic characteristics of a rotor-bearing system [J]. Nonlinear Dynamics, 2008, 53(3): 173-190.

作者简介:

白长青(1976—) 男, 博士, 讲师。主要研究方向: 非线性转子动力稳定性。

Tel: 029-82668753

E-mail: baichq@mail.xjtu.edu.cn

(编辑: 徐晓)