

多孔材料夹层结构声辐射特性的两尺度拓扑优化设计

李汪颖, 杨雄伟, 李跃明*

西安交通大学 航天航空学院 机械结构强度与振动国家重点实验室, 西安 710049

摘要: 基于均匀化计算理论结合结构构型设计和材料构型设计, 建立以声辐射功率为目标的两尺度材料/结构协同优化模型, 针对夹层结构声学设计问题, 开展了声辐射特性拓扑优化研究。分别给出了声辐射功率对宏观和微观设计变量的灵敏度, 结合移动渐近线法(MMA)实现了材料/结构两尺度设计。结果表明, 声辐射功率两尺度优化改变了夹层结构各阶主振型的形状和顺序, 同时也改变了被激发的振型。此外, 算例研究了激励频率和约束对优化结果的影响以及声辐射功率目标优化的特殊现象。

关键词: 多孔材料; 夹层结构; 两尺度; 拓扑优化; 声辐射

中图分类号: V214.8; O327 文献标识码: A 文章编号: 1000-6893(2016)04-1196-11

多孔材料夹层结构因其高比强度、比刚度及多功能性被广泛应用于航空航天等多个领域。针对微观材料构型的优化问题, 最早 Sigmund^[1-2] 采用逆均匀化方法设计了具有特定或极限性能的多孔材料。Fujii 等^[3] 在给定宏观构型及边界条件下结合逆均匀化方法以结构刚度最大化为目标对材料构型进行了设计, 研究了不同边界条件对结果的影响。

材料拓扑优化仅注重材料构型设计, 忽略了结构对其影响, 而实际工程中最优材料应依据当前最优结构来选择。因此, 为充分利用多孔材料效率以及结构性能, 对材料和结构同时进行拓扑优化的多尺度方法得到越来越多学者的关注。Rodrigues 等^[4] 综合结构拓扑设计和局部材料拓扑设计提出了分层的结构/材料设计方法并以刚

度最大化为目标进行优化设计。Coelho 等^[5] 发展了分层设计方法并实现了三维结构/材料分层设计。但分层设计结果使材料在宏观上各处不一致, 工程上难以实现。Liu 等^[6] 假设多孔材料在宏观上均匀分布, 并引入材料与结构的独立设计变量, 通过考虑材料与结构的相互影响提出了材料/结构两尺度优化方法, 实现协同设计。基于该方法, Yan 等^[7] 研究了热载荷与机械载荷共同作用下结构的两尺度优化问题, 讨论了相关因素对优化结果的影响; Niu 等^[8] 以结构基频最大化为目标开展了两尺度优化研究, 并比较了不同材料约束对结果的影响。Huang 等^[9-11] 基于双向渐进结构优化(BESO)法开展了两尺度优化研究, 实现了以结构刚度最大化和结构基频最大化为目标的优化研究。Kato 等^[12] 采用多尺度解耦分析方

收稿日期: 2015-04-13; 退修日期: 2015-05-11; 录用日期: 2015-05-19; 网络出版时间: 2015-06-29 13:49

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.1929.V.20150629.1350.003.html

基金项目: 国家自然科学基金(11472206, 11321062)

* 通讯作者. Tel.: 029-82668340 E-mail: liyueming@mail.xjtu.edu.cn

引用格式: 李汪颖, 杨雄伟, 李跃明. 多孔材料夹层结构声辐射特性的两尺度拓扑优化设计[J]. 航空学报, 2016, 37(4): 1196-1206. LI W Y, YANG X W, LI Y M. Two-scale topology optimization design of sandwich structures of a porous core with respect to sound radiation[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2016, 37(4): 1196-1206.

法对复合材料微观结构进行了拓扑优化。Zhang 和 Sun^[13]提出了尺度关联的两尺度拓扑优化方法并研究尺度效应对优化构型的影响。

在夹层结构的声学特性优化方面,Denli 和 Sun^[14]采用有限元法计算结构的振动及声辐射响应,研究表明优化能有效降低声辐射。Franco 等^[15-16]对点阵芯层夹层结构的声辐射性能进行优化设计,发现点阵结构可设计性强,可用于工程设计。但上述关于夹层结构的研究局限于尺寸优化和形状优化。近年来,越来越多学者基于拓扑优化方法开展结构声学设计研究^[17-20],但传统拓扑优化无法对夹层结构芯层材料和宏观结构进行协同优化。

基于上述工作,本文针对夹层结构声学特性的拓扑优化问题,采用材料/结构两尺度优化方法以声辐射功率为目标建立了声学的两尺度优化模型,充分考虑材料与结构的可设计性。利用有序多孔材料的周期性,在微观材料和宏观结构设计域分别引入变量,采用均匀化方法将两尺度设计统一到一个优化模型下;运用有限元法和瑞利积分计算结构振动响应和声辐射响应;结合伴随法进行灵敏度分析并基于移动渐近线法(MMA)对多孔材料夹层结构的声辐射特性进行优化研究。结果表明了不同激励频率和体积比对两尺度优化结果的影响以及声辐射两尺度优化的特殊现象。

1 两尺度优化方法

1.1 两尺度问题描述

两尺度优化旨在采用拓扑优化方法对微观材料和宏观结构的构型进行协同设计,为此假设材料周期分布,并采用均匀化方法建立两尺度间的联系。运用有限元法分别对结构和材料离散,以每个单元的相对密度作为设计变量,宏观变量为 $p_i (i=1, 2, \dots, m)$, 微观变量为 $\rho_j (j=1, 2, \dots, n)$, 密度的取值范围从 0 到 1。图 1 为有序多孔材料夹层结构示意图,宏观上,黑色为多孔材料区域,相对密度为 1,白色为无材料区域,密度为 0;微观上,黑色为材料区域,密度为 1,而白色为无材料区域,密度为 0;变量 p_i 和 ρ_j 的分布代表结构与材料的构型,微观构型决定了组成宏观结构的有序多孔材料。

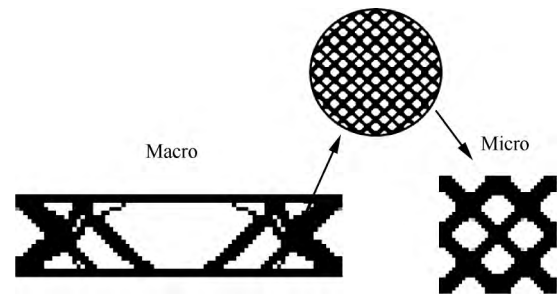


图 1 多孔材料夹层结构

Fig. 1 Sandwich structures of a porous core

1.2 均匀化方法

微观材料均匀周期分布构成宏观上有序多孔材料,可利用微观材料周期性边界条件采用均匀化方法^[21-23]建立多孔材料宏观等效性能与微观材料构型的关系。通过将位移和应力展开成单胞尺度的渐进级数得到

$$k u^{\text{MI}} = \int_Y b^{\text{T}} D^{\text{MI}} dY \quad (1)$$

$$D^{\text{HO}} = \frac{1}{|Y|} \int_Y D^{\text{MI}} (I - b u^{\text{MI}}) dY \quad (2)$$

式中: k 为微观材料的刚度矩阵; u^{MI} 为微观构型的位移; b 为几何矩阵; I 为单位矩阵; Y 为微观单胞的域; D^{MI} 为微观材料插值后的弹性模量,由式(3)定义; D^{HO} 为宏观等效弹性矩阵。

1.3 两尺度惩罚方法

在两尺度均采用固体各向同性材料惩罚(SIMP)模型插值,通过人为假定相对密度与材料弹性模量及质量间的对应关系对弹性矩阵和质量进行惩罚。微观相对密度为 ρ 的单元的弹性矩阵和密度计算公式为

$$D^{\text{MI}} = \rho^{\alpha_1} D^{\text{B}} \quad (3)$$

$$d^{\text{MI}} = \rho^{\beta_1} d^{\text{B}} \quad (4)$$

式中: D^{B} 和 d^{B} 分别为微观材料的弹性矩阵和密度; α_1 和 β_1 分别为惩罚指数。

宏观相对密度为 p 的单元的弹性矩阵和密度分别表示为

$$D^{\text{MA}} = p^{\alpha_2} D^{\text{HO}} \quad (5)$$

$$d^{\text{MA}} = p^{\beta_2} d^{\text{HO}} \quad (6)$$

式中: α_2 和 β_2 为惩罚指数; d^{HO} 为等效密度,由式(7)计算。

$$d^{\text{HO}} = \frac{\sum_{j=1}^n d_j^{\text{MI}}}{n} \quad (7)$$

通过惩罚指数对中间单元密度进行惩罚,使变量趋于 0 或 1,本文中取 $\alpha_1 = 4$ 、 $\beta_1 = 1$ 、 $\alpha_2 = 3$ 、 $\beta_2 = 3$ 。

2 声辐射响应分析

忽略声压对结构的作用以及结构阻尼的影响,结构动力学方程可写为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{U}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (8)$$

式中: \mathbf{M} 和 \mathbf{K} 分别为结构质量矩阵和刚度矩阵; $\mathbf{U}(t)$ 和 $\mathbf{F}(t)$ 分别为节点位移和节点激励。当外部激励为简谐激励时, $\mathbf{U}(t)$ 和 $\mathbf{F}(t)$ 可写为 $\mathbf{F}(t) = \mathbf{f}e^{i\omega t}$ 和 $\mathbf{U}(t) = \mathbf{u}e^{i\omega t}$ (\mathbf{u} 和 \mathbf{f} 分别为位移幅值和力幅值, ω 为激励的圆频率),这样动力方程可表示为

$$-\omega^2 \mathbf{M}\mathbf{u} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (9)$$

若在式(9)中引入阻尼项,并在此基础上进行灵敏度分析,便可处理考虑阻尼的结构声辐射两尺度优化问题。本文暂不对阻尼因素的影响进行探讨,因此接下来的优化分析中暂忽略结构阻尼。

无限大障板上结构一侧的辐射声压可由瑞利积分公式(式(10))计算得出。

$$p_s(\mathbf{x}, \omega) = \frac{i\omega\rho_a}{2\pi} \int_S v(\mathbf{y}, \omega) \frac{e^{-ik(\omega)R(\mathbf{x}, \mathbf{y})}}{R(\mathbf{x}, \mathbf{y})} dS(\mathbf{y}) \quad (10)$$

式中: p_s 为点声压; ρ_a 为空气密度; v 为结构表面法向速度; $k = \omega/c$ 为波数, c 为声波速度; R 为该点到振动点的距离。这样声辐射功率可表示为

$$W(\omega) = \frac{1}{2} \int_{S'} \int_S v(\mathbf{y}, \omega) \left(\frac{\omega\rho_a}{2\pi} \cdot \frac{\sin(kR)}{R} \right) \cdot v^*(\mathbf{x}, \omega) dS dS' \quad (11)$$

式中: $W(\omega)$ 为结构声辐射功率;*代表复共轭。采用单元离散形式将式(11)改写为如式(12)所示的矩阵形式。

$$W(\omega) = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N v_m C_{mn} v_n^* \quad (12)$$

式中: M 和 N 分别为接收面和振动面的单元数目; C_{mn} 为结构表面的阻抗,且

$$C_{mn} = \frac{\omega^2 \rho_a}{2\pi c} \cdot \frac{\sin(kR(\mathbf{x}, \mathbf{y}))}{kR(\mathbf{x}, \mathbf{y})} S_m S_n \quad (13)$$

S_m 和 S_n 分别为接收面和振动面的单元面积。

3 优化模型和灵敏度计算

3.1 两尺度优化数学模型

传统减振降噪的拓扑优化^[17,24-26]是以结构动柔度为目标,使结构固有频率远离激励频率从而降低结构振动幅值,间接达到降低结构振动噪声的目的。由式(12)可知,声辐射功率不仅与振动幅值相关,也与表面速度分布有关。以结构声辐射功率最小为目标的材料/结构两尺度优化数学模型为

$$\left\{ \begin{array}{l} \min W(\omega) \\ \left\{ \begin{array}{l} -\omega^2 \mathbf{M}\mathbf{u} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} \\ \nabla p_s + k^2 p_s = 0 \\ \frac{\sum_{j=1}^n \rho_j v_j^{\text{MI}}}{V^{\text{MI}}} = \rho^V \\ \sum_{i=1}^m p_i v_i^{\text{MA}} \\ \frac{\quad}{V^{\text{MA}}} = p^V \\ 0 < \underline{\rho} \leq \rho \leq \bar{\rho} \\ 0 < \underline{p} \leq p \leq \bar{p} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (14)$$

式中:第3个约束方程中 V^{MI} 为微观设计域体积, v_j^{MI} 为域内单元体积, ρ^V 为域内材料用量;第4个约束方程中 V^{MA} 为宏观设计域体积, v_i^{MA} 为域内单元体积, p^V 为域内多孔材料用量; $\rho^V p^V$ 为全部的材料用量。

采用MMA算法^[27]求解该问题,当满足收敛准则时,优化迭代停止,否则继续迭代直到满足最大迭代步。

3.2 灵敏度分析

基于灵敏度分析的优化方法具有高效性,对式(12)求偏导可得优化目标的灵敏度为

$$\frac{\partial W}{\partial x_i} = \mathbf{v}^T \mathbf{C} \frac{\partial \mathbf{v}^*}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \mathbf{v}^T \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial x_i} \mathbf{v}^* \quad (15)$$

式中: \mathbf{v} 和 \mathbf{C} 为式(12)中 v 和 C 的矩阵形式。注意到矩阵 \mathbf{C} 是有关振动表面形状和激励频率的函数,假设优化过程不改变振动表面形状,即 $\partial \mathbf{C} / \partial x_i = \mathbf{0}$ 。

对式(9)求偏导可得

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_i} = - \left(-\omega^2 \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i} + \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_i} \right) \mathbf{u} \quad (16)$$

联立式(15)和式(16)采用伴随法求解灵敏度。为进一步得到灵敏度的显式表达式,分别求解刚度和质量对宏观与微观变量的灵敏度为

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial p_i} = \beta_2 p_i^{\beta_2-1} \mathbf{M}_i^e \quad (17)$$

$$\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial p_i} = \alpha_2 p_i^{\alpha_2-1} \mathbf{K}_i^e \quad (18)$$

式中: \mathbf{M}^e 和 \mathbf{K}^e 分别为宏观上单元的刚度矩阵和质量矩阵。微观设计域内灵敏度为

$$\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \rho_j} = \frac{\partial \sum_{i=1}^n p_i^{\alpha_2} \mathbf{K}_i^e}{\partial \rho_j} = \sum_{i=1}^n p_i^{\alpha_2} \int \mathbf{B}^T \frac{\partial \mathbf{D}^H}{\partial \rho_j} \mathbf{B} d\Omega \quad (19)$$

$$\frac{\partial \mathbf{D}^H}{\partial \rho_j} = \int (\mathbf{I} - \mathbf{b} \mathbf{u}^{MI})^T \frac{\partial \mathbf{D}^{MI}}{\partial \rho_j} (\mathbf{I} - \mathbf{b} \mathbf{u}^{MI}) dY \quad (20)$$

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \rho_j} = \frac{\partial \sum_{i=1}^n p_i^{\beta_2} \mathbf{M}_i^e}{\partial \rho_j} = \sum_{i=1}^n p_i^{\beta_2} \frac{\partial \mathbf{M}_i^e}{\partial \rho_j} \quad (21)$$

4 数值算例和分析

4.1 方法验证

本文基于 MATLAB 编写声辐射功率最小为目标下的材料/结构两尺度优化程序,开展优化研究。为验证方法和程序的正确性,以静柔度为目标进行数值试验,并与文献[6]中静柔度两尺度优化结果进行对比验证。

MMB (Messerschmitt-Bölkow-Blohm) 梁在上表面中心受到一垂直向下的力 $P=1\ 000$,梁的下表面左端固支,右端简支。考虑到问题的对称性,仅以梁的右半部分作为优化对象,其结构尺寸、设计域、边界条件及外部载荷如图 2 所示。固体材料的弹性模量 $E=210$,泊松比为 $\mu=0.3$ 。由于只关心定性的优化构型,所有尺寸、属性及载荷均与文献中一致,采用无量纲化。两尺度的材

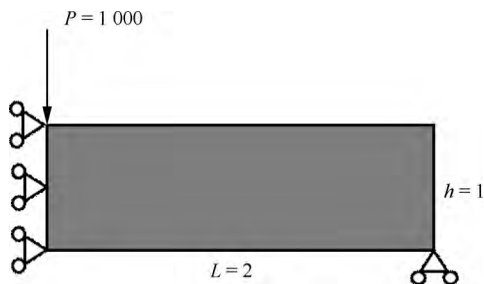


图 2 MMB 梁

Fig. 2 MMB beam

料体积约束分别为 $\rho^V=0.225$ 和 $p^V=0.4$,材料总用量为 0.09。宏观结构和微观材料分别采用 50×25 和 25×25 的 4 节点平面应力单元进行离散。

图 3 分别给出了静柔度最小为目标时,本文和文献[6]的优化结果对比,微观材料构型为 3×3 排列。两者的宏观构型基本类似,除了局部细节存在极小差异;微观构型单胞结果存在差异,但考虑到材料的周期排列形式,两者的结果实质是非常接近的。局部存在差异的主要原因是抑制棋盘格的方法不同;本文采用灵敏度过滤方法,而文献[6]中采用周长约束法,不同的灵敏度过滤半径和周长约束都会对最后结果造成影响。此外,本文采用的 4 节点单元, MMA 算法;文献[6]采用 8 节点单元,序列二次规划(SQP)算法,这都对优化结果造成微小偏差。

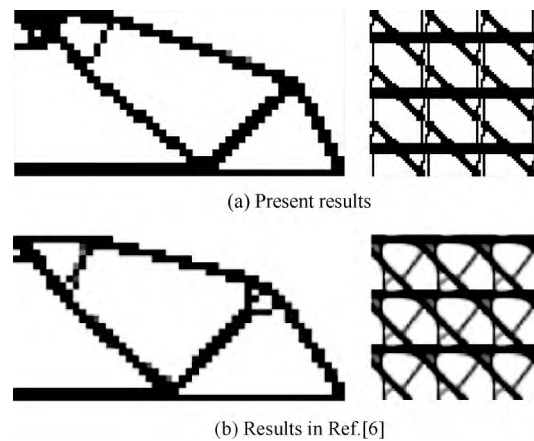


图 3 优化结果对比(左:宏观;右:微观 3×3)

Fig. 3 Comparison of optimization results (left: macro; right: micro 3×3)

4.2 不同频率下的两尺度优化

如图 4 所示夹层梁的尺寸为 $2.4\text{ m} \times 0.32\text{ m} \times 0.01\text{ m}$,上下面板厚度均为 0.02 m ,梁的两端被无限大障板固支,下表面受到 1 kN/m 的均布简谐激励,材料弹性模量为 $E=210\text{ GPa}$,泊松比为 $\mu=0.3$,密度为 $d^B=7\ 800\text{ kg/m}^3$,空气密度为 $\rho_a=1.29\text{ kg/m}^3$,声速为 $c=343.4\text{ m/s}$ 。结构和材料分别用 120×16 和 40×40 的平面应力单元离散。

宏观设计域为梁的芯层部分,如图 4 中梁中

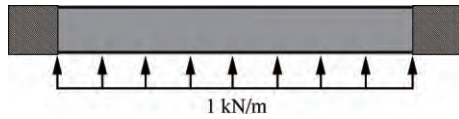


图 4 固支夹层梁

Fig. 4 Clamped-supported sandwich beam

间的灰色区域。优化目标为上下面板的声辐射功率最小,考虑到结构的真实服役情况,对结构施加垂直方向的对称条件。图 5 所示为两尺度的初始构型,宏观域内相对密度均匀分布,微观域内整体均匀分布但给定中心密度扰动。两尺度的材料体积约束分别为 $\rho^v=0.75$ 和 $p^v=0.4$,材料总用量为 0.3。

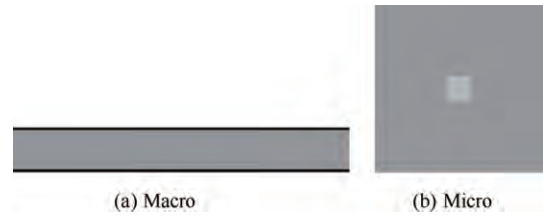


图 5 初始设计构型

Fig. 5 Initial design configuration

不同激励频率声辐射功率目标和静柔度目标优化结果如表 1 所示。从优化结果看,各激励频率声辐射功率目标和静柔度目标下两尺度均得到清晰构型;相对初始设计,优化后声辐射功率大幅

表 1 不同频率/目标优化结果

Table 1 Optimal results at different frequencies

Objective	Initial response/ dB	Optimal response/ dB	Macro configuration	Micro configuration	Micro configuration (2×2)	
Static compliance						
	100 Hz	89.31	76.25			
	200 Hz	119.99	89.06			
Sound radiation power	300 Hz	101.25	83.78			
	400 Hz	97.18	83.91			
	500 Hz	95.70	84.26			

降低,表明该优化方法的可行性和有效性。当激励频率为 200 Hz 时,声辐射功率降低达 30.93 dB,是因为该频率接近初始设计基频(207.2 Hz)。对比表 1 中声辐射功率和静柔度目标优化结果可以看到,频率为 100 Hz 和 200 Hz 的声辐射功率结果与静柔度结果两尺度构型相似,说明频率低于初始设计基频时,声辐射功率优化为降低噪声使结构刚度增大;文献[24,28]中以结构动柔度最小化为目标进行优化研究也发现低频时优化结果与静柔度结果相似。当频率逐渐升高,优化构型逐渐改变,说明最优构型对激励频率敏

感;此外高频时宏观构型中心有材料集中现象,这是由于频率升高,质量对振动的抑制作用增强。

不失一般性,图 6 和图 7 中对比了初始设计和 100 Hz 时优化设计的前 6 阶主振型和固有频率。图 6(a)和图 7(b)中振型均为一个弯曲半波,图 6(b)和图 7(a)中振型均为两个弯曲半波,优化交换了前两阶振型的顺序;与图 6 相比,图 7(a)、图 7(b)、图 7(d)和图 7(e)中的弯曲振型表现为局部性振动,集中于结构中部;图 7(c)和图 7(f)为横向压缩振型,图 6 中无该振型。

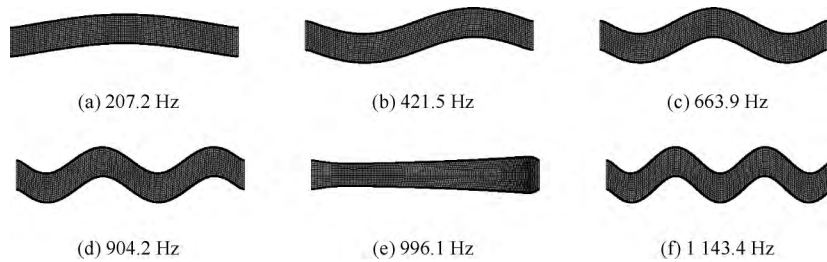


图 6 初始设计主振型和固有频率

Fig. 6 Principal modes and natural frequencies of initial design

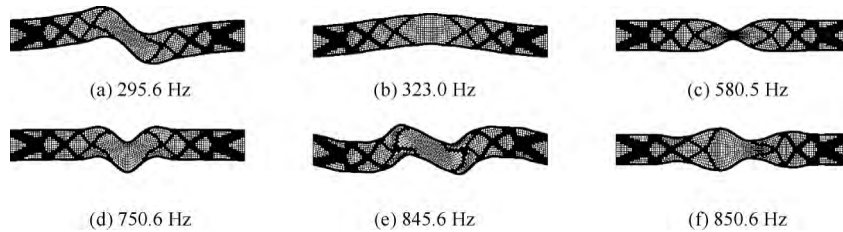


图 7 100 Hz 时优化设计主振型和固有频率

Fig. 7 Principal modes and natural frequencies of 100 Hz design

图 8 对比了初始设计、100 Hz 设计和 300 Hz 设计在 20~1 000 Hz 频段内的声辐射功率曲线,粗实线标出了对应的优化频率。初始设计曲线有两个峰值,分别对应 1、3 阶固有频率,100 Hz 设计曲线有 4 个峰值分别对应 2、3、4、6 阶固有频率,300 Hz 设计曲线有 5 个峰值,分别对应 1、3、6、10、13 阶固有频率,由于结构边界条件和外部激励关于水平方向对称,只有相关振型得到激发,而优化使得激励频率附近不存在被激发模态,因此此处声辐射功率响应较小(图 8 中 100 Hz 设计)或为曲线上的极小值(图 8 中 300 Hz 设计)。说明优化不仅改变了材料/结构构型,而且改变了

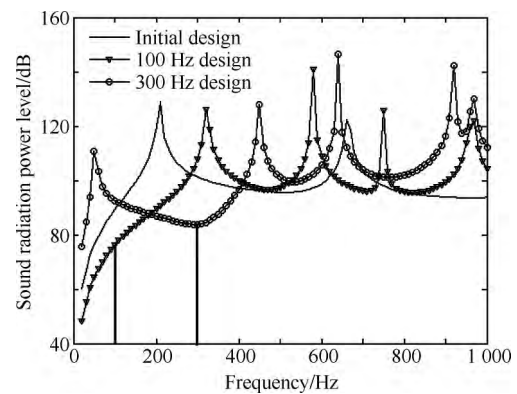


图 8 声辐射功率响应曲线

Fig. 8 Response curves of sound radiation power

各阶主振型的形状以及对应的顺序,同时引起被激发振型也发生改变,使得被激发模态的固有频率远离激励频率,从而降低该频率处的声学响应。

4.3 不同体积约束下的两尺度优化

当材料总量给定时,增大宏观体积约束,会随之减小微观体积约束,极端情况下,当宏观体积比为 100% 时,两尺度优化退化为微观优化,当微观体积比为 100% 时,则退化为宏观优化。

采用 4.2 节的优化问题,当激励频率为 100 Hz 时,不同体积约束下的优化结果如表 2 所示。随宏观体积比减小,构型逐渐改变但保持相似性,声辐射功率逐渐降低,当退化为宏观优化时,响应最小。由于该频率低于初始设计基频,优化主要通过增加结构刚度抑制噪声,文献[6]研究表明在给定材料下增加微观体积比可以增加结构刚度。

当频率为 500 Hz 时,该频率高于结构基频,

不同体积约束下的优化结果如表 3 中所示。当体积比为(0.6, 0.5)时,微观构型的等效弹性矩阵 D^{HO} 中仅有 y 向刚度,而 x 向刚度以及剪切刚度均为 0,该材料构成的芯层无法为夹芯梁提供抗弯和抗剪刚度,仅能保持上下面板距离和提供质量块的作用,该优化结果为柔性结构;图 9 进一步对比了(0.6, 0.5)和(0.3, 1.0)设计下结构上下表面的速度分布,(0.6, 0.5)设计下的最大速度 0.13 m/s 远大于(0.3, 1.0)设计下的最大速度 0.04 m/s,然而(0.6, 0.5)设计下的声辐射功率 76.25 dB 比(0.3, 1.0)设计下的低 7.85 dB。(0.6, 0.5)设计下的结构柔性以及振动速度幅值更大,但其声辐射功率更低,这是很特殊的现象。对于有限结构,当结构表面弯曲波长小于声波长时,结构不能有效辐射声波,因为此时部分结构振动排开的流体被传送到结构相邻但振动相位相反的区域,使流体不能被有效压缩,由于振动时存在抵消,因此声辐射效率较低^[29]。从图 9 中的速

表 2 100 Hz 时不同体积约束下的优化结果

Table 2 Optimization results at 100 Hz for various volume fractions

(ρ^v, ρ^v)	Response/ dB	Macro configuration	Micro configuration	Micro configuration (2×2)	$D^{HO}/(10^{10} \text{ Pa})$
(1.0, 0.3)	78.03				$\begin{bmatrix} 1.82 & 1.70 \\ 1.70 & 1.81 \\ & & 1.52 \end{bmatrix}$
(0.6, 0.5)	77.07				$\begin{bmatrix} 4.54 & 3.14 \\ 3.14 & 3.68 \\ & & 2.73 \end{bmatrix}$
(0.4, 0.75)	76.25				$\begin{bmatrix} 12.38 & 4.01 \\ 4.01 & 7.51 \\ & & 4.26 \end{bmatrix}$
(0.3, 1.0)	74.71				$\begin{bmatrix} 23.08 & 6.92 \\ 6.92 & 23.08 \\ & & 8.08 \end{bmatrix}$

表 3 500 Hz 时不同体积约束下的优化结果
Table 3 Optimization results at 500 Hz for various volume fractions

(ρ^V, ρ^V)	Response/dB	Macro configuration	Micro configuration	Micro configuration (2x2)	$D^{Ho}/(10^{10} \text{ Pa})$
(1.0, 0.3)	88.67				$\begin{bmatrix} -0.34 & 0.35 \\ 0.35 & 0.72 \\ & & 0.10 \end{bmatrix}$
(0.6, 0.5)	76.25				$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 6.74 \\ & & 0 \end{bmatrix}$
(0.4, 0.75)	84.26				$\begin{bmatrix} -8.60 & 3.74 \\ 3.74 & 12.60 \\ & & 3.99 \end{bmatrix}$
(0.3, 1.0)	84.10				$\begin{bmatrix} -23.08 & 6.92 \\ 6.92 & 23.08 \\ & & 8.08 \end{bmatrix}$

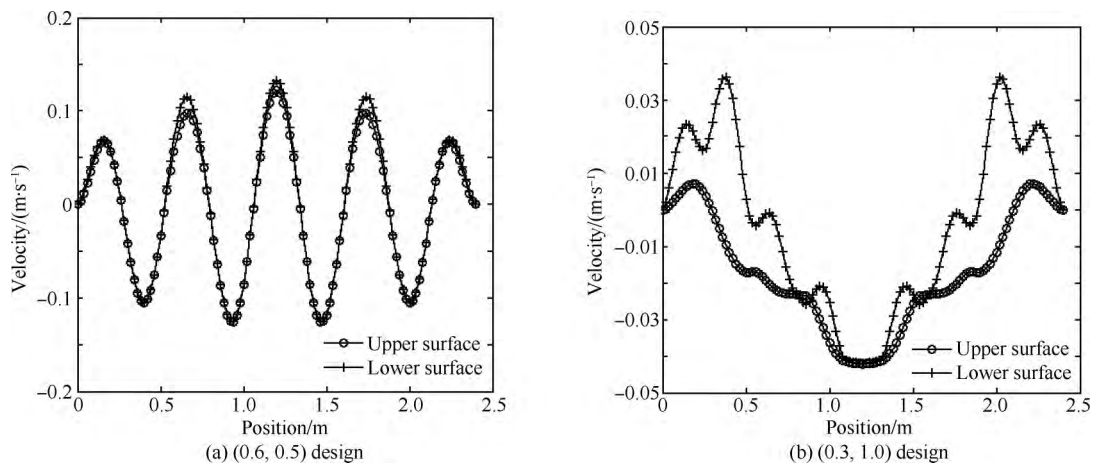


图 9 结构上下表面速度分布

Fig. 9 Velocity distribution of upper and lower surfaces of structure

度分布中看,两者差异较大且不是正弦波,考虑到振动方向相同的相邻结构表面对声辐射的贡献一致,可视为同一个半波,此时(0.6, 0.5)和(0.3, 1.0)设计下的速度分布可分别视为9个和3个半波,对应弯曲波长分别是0.53 m和1.6 m,前者小

于该频率下的声波波长0.69 m,这解释了(0.6, 0.5)设计下振动幅值大、声辐射功率更小的原因。

由于本文是以声辐射功率为目标建立优化模型的,因此优化不能完全避免得到(0.6, 0.5)设计下芯层材料无法提供抗弯和抗剪刚度的设计。

要对结构声学特性进行优化并保证结构的力学性能,则可采用归一化多目标设计方法优化声辐射特性同时保证结构的承载能力,使结构各性能达到均衡,此将在后文中详细叙述。

从结果可以看出,与表 2 相比,表 3 中改变体积比使得优化构型产生显著差异且不具有相似性,说明低频(相对基频)时,声辐射功率优化会增加结构刚度抑制振动(4.1 节已指出);高频时,由于结构表面振动速度分布复杂,抑制振动和改变振动分布形式均能降低噪声,使得优化问题变得更加复杂,此时改变体积约束不仅改变了优化问题的初始设计同时改变了设计域,从而得到了不同的局部最优解。

本算例中出现了部分中间密度单元,文献[18]认为以声辐射功率最小为目标的优化在高频下仅采用 SIMP 模型对动刚度矩阵进行惩罚不能保证消除优化结果的中间密度单元,同时对式(12)中的正定矩阵 C 进行惩罚或考虑结构阻尼更易于得到清晰的构型。

5 结论

1) 建立了以声辐射功率最小化作为目标的材料/结构两尺度拓扑优化模型,研究了多孔材料夹层结构的声辐射优化设计。

2) 两尺度优化方法通过在宏观和微观设计域内分别定义设计变量以及约束条件,能充分利用材料和结构可设计的特点;采用均匀化方法计算多孔材料的宏观等效性能,将两尺度问题统一到一个优化模型下进行优化。

3) 分别采用有限元法和瑞利积分计算结构响应及声辐射响应,运用伴随法推导灵敏度解析表达式,并结合 MMA 算法求解优化数学模型完成多孔材料夹层结构的两尺度设计。

4) 数值算例表明两尺度优化不仅改变了结构拓扑形式,而且改变了结构各阶主振型形状及对应顺序,同时改变了被激发振型;优化使得被激发振型的固有频率远离激励频率,从而降低该频率处的声学响应。此外,随激励频率增加优化结果发生明显改变;低频下声辐射功率优化通过增加结构刚度来抑制噪声;高频下会在结构中心出现材料集中,因为质量对噪声抑制的作用逐渐显著。研究发现在给定材料用量下,低频时随宏观

体积比减小,最优构型会逐渐发生改变但相似,优化响应逐渐降低;高频时随宏观体积比减小最优构型发生显著改变且不相似,此时抑制振动和改变振动分布形式均能降低噪声,采用不同的约束条件得到了不同的局部最优解,其中(0.6, 0.5)设计结果由于其振动形式不能高效辐射噪声因此声辐射功率最低。两尺度优化能充分利用结构性能和材料特性,可为轻质多孔材料夹层结构的工程设计提供参考。

参考文献

- [1] SIGMUND O. Materials with prescribed constitutive parameters; An inverse homogenization problem[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1994, 31(17): 2313-2329.
- [2] SIGMUND O. Tailoring materials with prescribed elastic properties[J]. *Mechanics of Materials*, 1995, 20(4): 351-368.
- [3] FUJII D, CHEN B C, KIKUCHI N. Composite material design of two-dimensional structures using the homogenization design method[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2001, 50(9): 2031-2051.
- [4] RODRIGUES H, GUEDES J M, BENDSOE M P. Hierarchical optimization of material and structure[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2002, 24(1): 1-10.
- [5] COELHO P G, FERNANDES P R, GUEDES J M, et al. A hierarchical model for concurrent material and topology optimization of three-dimensional structures[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2008, 35(2): 107-115.
- [6] LIU L, YAN J, CHENG G. Optimum structure with homogeneous optimum truss-like material[J]. *Computers & Structures*, 2008, 86(13): 1417-1425.
- [7] YAN J, CHENG G, LIU L. A uniform optimum material based model for concurrent optimization of thermoelastic structures and materials[J]. *International Journal for Simulation and Multidisciplinary Design Optimization*, 2008, 2(4): 259-266.
- [8] NIU B, YAN J, CHENG G. Optimum structure with homogeneous optimum cellular material for maximum fundamental frequency[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2009, 39(2): 115-132.
- [9] HUANG X, ZHOU S W, XIE Y M, et al. Topology optimization of microstructures of cellular materials and composites for macrostructures[J]. *Computational Materials Science*, 2013, 67: 397-407.
- [10] YAN X, HUANG X, ZHA Y, et al. Concurrent topology

- optimization of structures and their composite microstructures[J]. *Computers & Structures*, 2014, 133: 103-110.
- [11] ZUO Z H, HUANG X, RONG J H, et al. Multi-scale design of composite materials and structures for maximum natural frequencies[J]. *Materials & Design*, 2013, 51: 1023-1034.
- [12] KATO J, YACHI D, TERADA K, et al. Topology optimization of micro-structure for composites applying a decoupling multi-scale analysis[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2014, 49(4): 595-608.
- [13] ZHANG W, SUN S. Scale-related topology optimization of cellular materials and structures[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2006, 68(9): 993-1011.
- [14] DENLI H, SUN J Q. Structural-acoustic optimization of sandwich structures with cellular cores for minimum sound radiation[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, 301(1): 93-105.
- [15] FRANCO F, CUNEFARE K A, RUZZENE M. Structural-acoustic optimization of sandwich panels[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2007, 129(3): 330-340.
- [16] FRANCO F, DE ROSA S, POLITO T. Finite element investigations on the vibro-acoustic performance of plane plates with random stiffness[J]. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 2011, 18(7): 484-497.
- [17] DU J, OLHOFF N. Minimization of sound radiation from vibrating bi-material structures using topology optimization[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2007, 33(4-5): 305-321.
- [18] DU J, OLHOFF N. Topological design of vibrating structures with respect to optimum sound pressure characteristics in a surrounding acoustic medium[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2010, 42(1): 43-54.
- [19] YANG X W, LI Y M. Topology optimization to minimize the dynamic compliance of a bi-material plate in a thermal environment[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2013, 47(3): 399-408.
- [20] XU Z S, HUANG Q B, ZHAO Z G. Topology optimization of composite material plate with respect to sound radiation[J]. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2011, 35(1): 61-67.
- [21] HASSANI B, HINTON E. A review of homogenization and topology optimization I—Homogenization theory for media with periodic structure[J]. *Computers & Structures*, 1998, 69(6): 707-717.
- [22] HASSANI B, HINTON E. A review of homogenization and topology optimization II—Analytical and numerical solution of homogenization equations [J]. *Computers & Structures*, 1998, 69(6): 719-738.
- [23] HASSANI B, HINTON E. A review of homogenization and topology optimization III—Topology optimization using optimality criteria [J]. *Computers & Structures*, 1998, 69(6): 739-756.
- [24] JOG C S. Topology design of structures subjected to periodic loading[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2002, 253(3): 687-709.
- [25] LARSEN A A, LAKSAFOSS B, JENSEN J S, et al. Topological material layout in plates for vibration suppression and wave propagation control[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2009, 37(6): 585-594.
- [26] NANDY A K, JOG C S. Optimization of vibrating structures to reduce radiated noise[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2012, 45(5): 717-728.
- [27] SVANBERG K. The method of moving asymptotes—A new method for structural optimization[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1987, 24(2): 359-373.
- [28] YOON G H. Structural topology optimization for frequency response problem using model reduction schemes[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2010, 199: 1744-1763.
- [29] NORTON M P. *Fundamentals of noise and vibration analysis for engineers*[M]. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2003: 213-216.

作者简介:

李汪颖 男, 硕士研究生。主要研究方向: 结构声振优化。

Tel: 029-82668340

E-mail: lwy.sf@163.com

杨雄伟 男, 博士。主要研究方向: 结构拓扑优化及降阶分析。

Tel: 029-82668340

E-mail: xiongwei@stu.xjtu.edu.cn

李跃明 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 结构多场耦合动力学响应分析及优化设计。

Tel: 029-82668340

E-mail: liyueming@mail.xjtu.edu.cn

Two-scale topology optimization design of sandwich structures of a porous core with respect to sound radiation

LI Wangying, YANG Xiongwei, LI Yueming*

State Key Laboratory for Strength and Vibration of Mechanical Structures, School of Aerospace, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China

Abstract: A concurrent optimization model with respect to sound power is proposed to find optimal configurations of structure and material based on the homogenization method. A two-scale topology optimization study for minimum sound radiation power is presented to deal with the problem of structural-acoustic optimization of sandwich structures. The sensitivities of radiated acoustic power with respect to design variables for macrostructure and material microstructure are obtained and an optimization of sandwich structures of a porous core is realized by method of moving asymptote (MMA) optimization scheme. Numerical results validate the optimization model and demonstrate that optimization not only change principal mode shapes and natural frequencies' sequence of initial structure but also change the excited mode of vibrations. In addition, the influences of excitation frequency and volume fraction on the optimal configurations are investigated and a particular phenomenon is discussed.

Key words: porous material; sandwich structures; two-scale; topology optimization; sound radiation

Received: 2015-04-13; Revised: 2015-05-11; Accepted: 2015-05-19; Published online: 2015-06-29 13:49

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.1929.V.20150629.1350.003.html

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (11472206, 11321062)

* Corresponding author. Tel.: 029-82668340 E-mail: liyueming@mail.xjtu.edu.cn