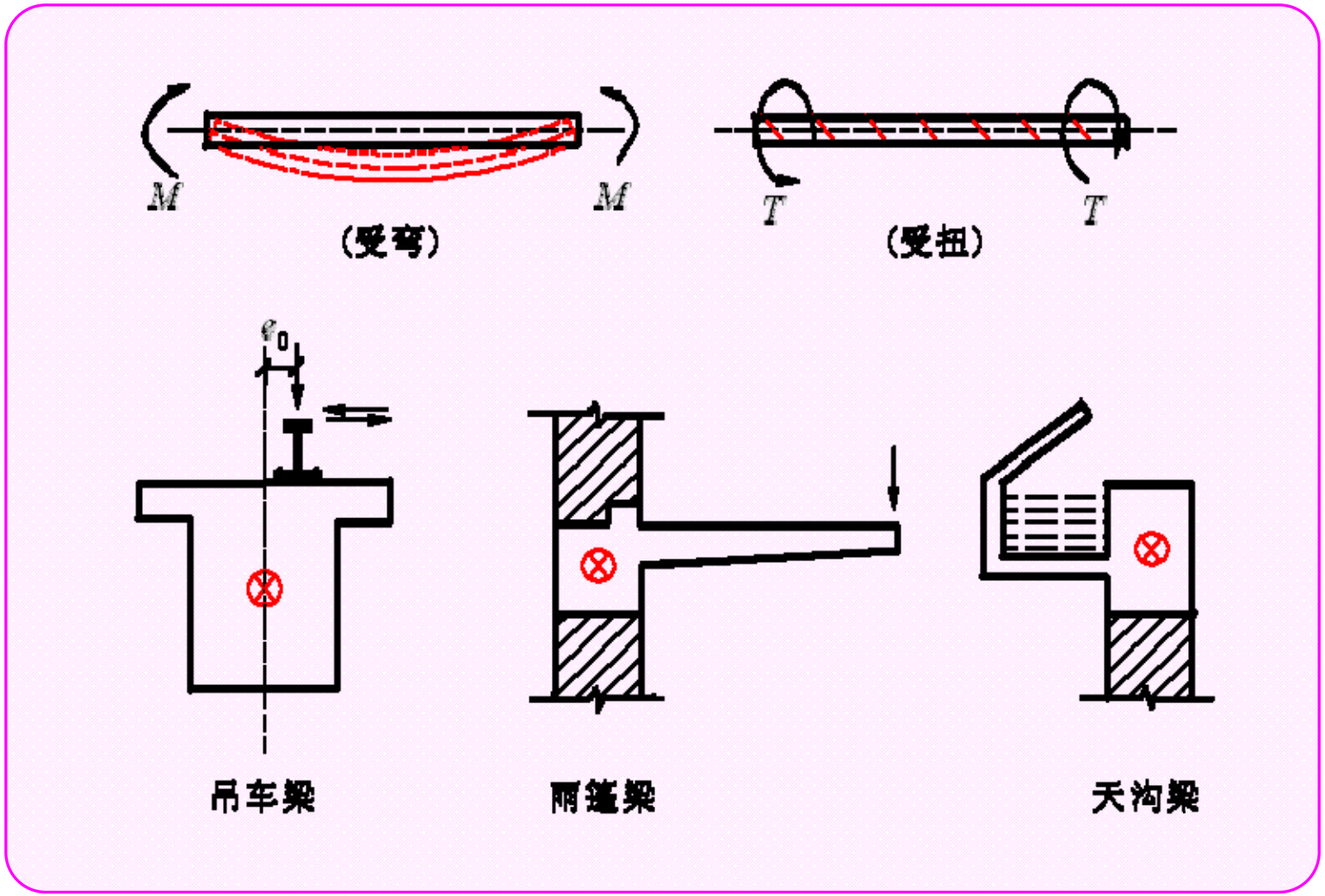
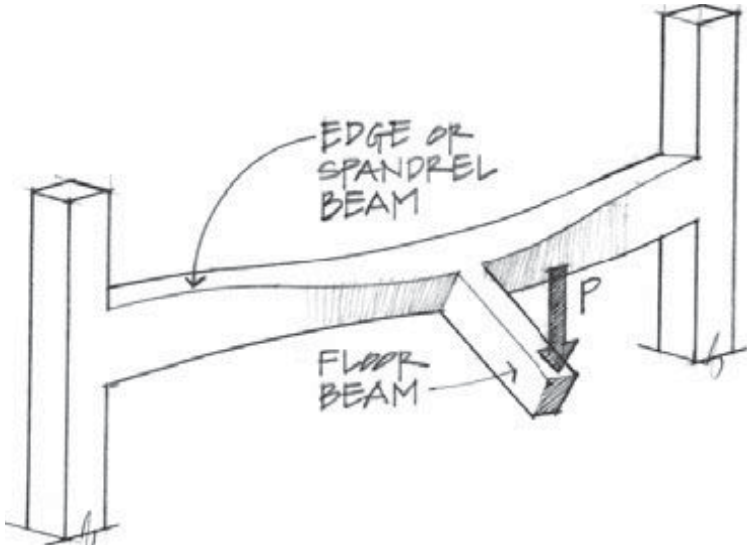
混凝土力学与构件设计原理

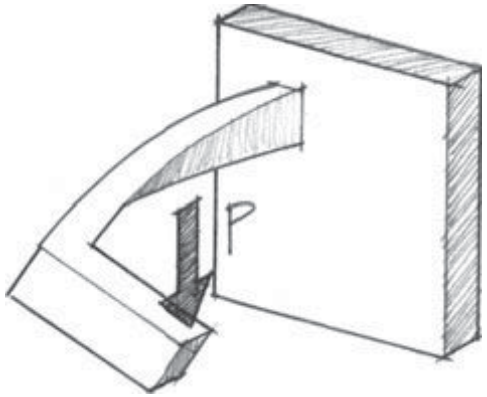
第八章
受扭构件承载力的计算

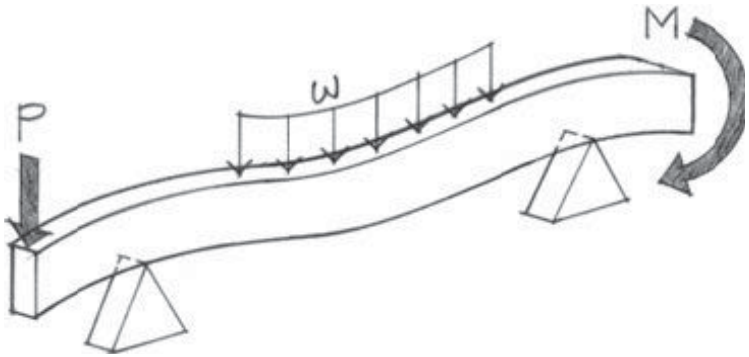
西安交通大学土木工程系
杨 政

土木工程中常见的受扭构件

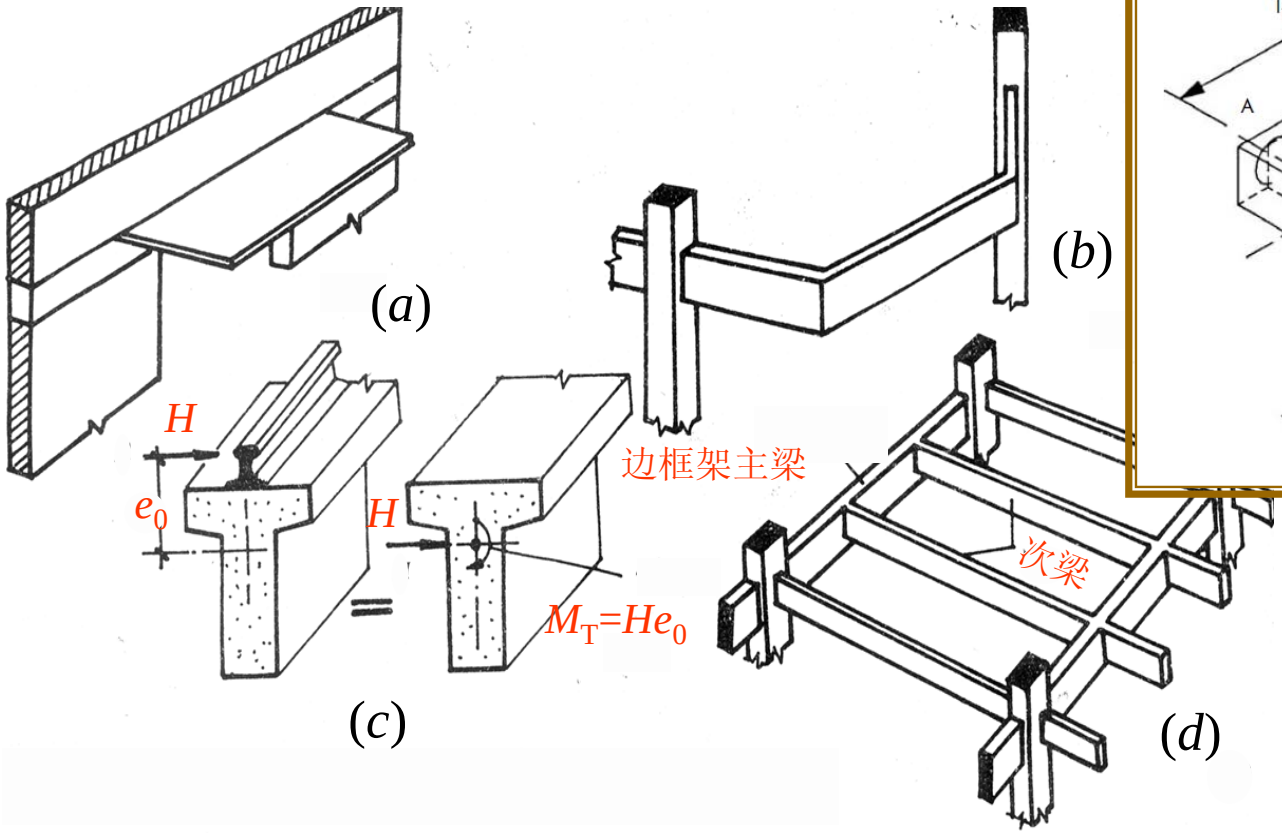


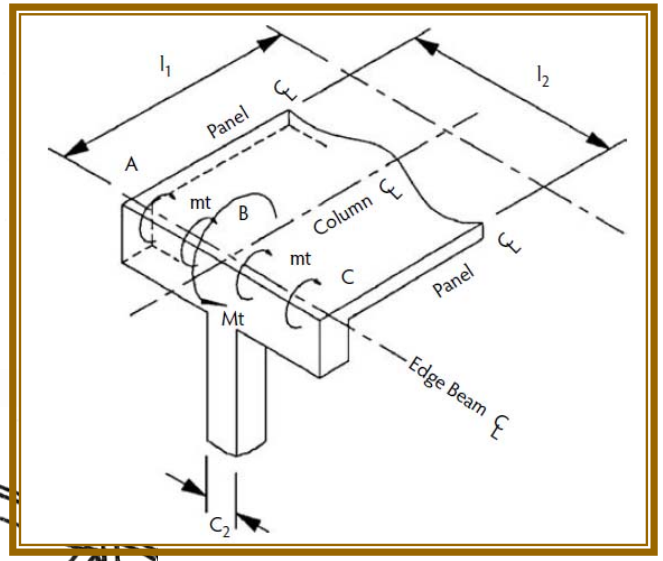

EDGE OR
SPANDREL
BEAM
P
FLOOR
BEAM


P


M
w
P

扭转是结构构件受力的基本形式之一，构件受到扭矩作用，其应力状态是三维。而在建筑结构中，受到扭矩作用的构件很多，但处于纯扭作用的很少，常有其他内力同时作用。





Torsional beam element in two-way action

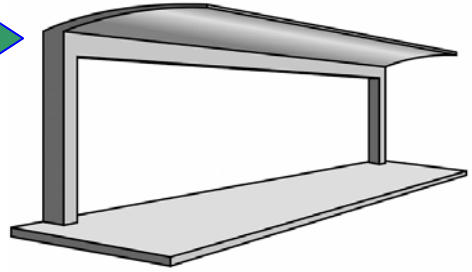
8.1 平衡扭转与协调扭转

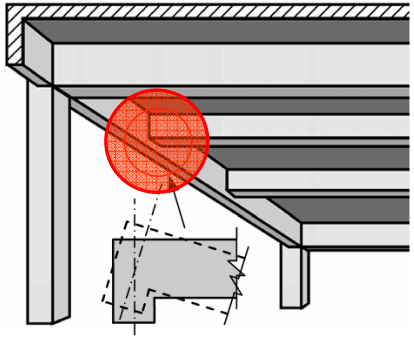
扭转的类型

平衡扭转 → 静定结构

协调扭转 → 超静定结构

构件中的扭矩由荷载直接引起，其值可由平衡条件直接求出，此类扭转称为平衡扭转。



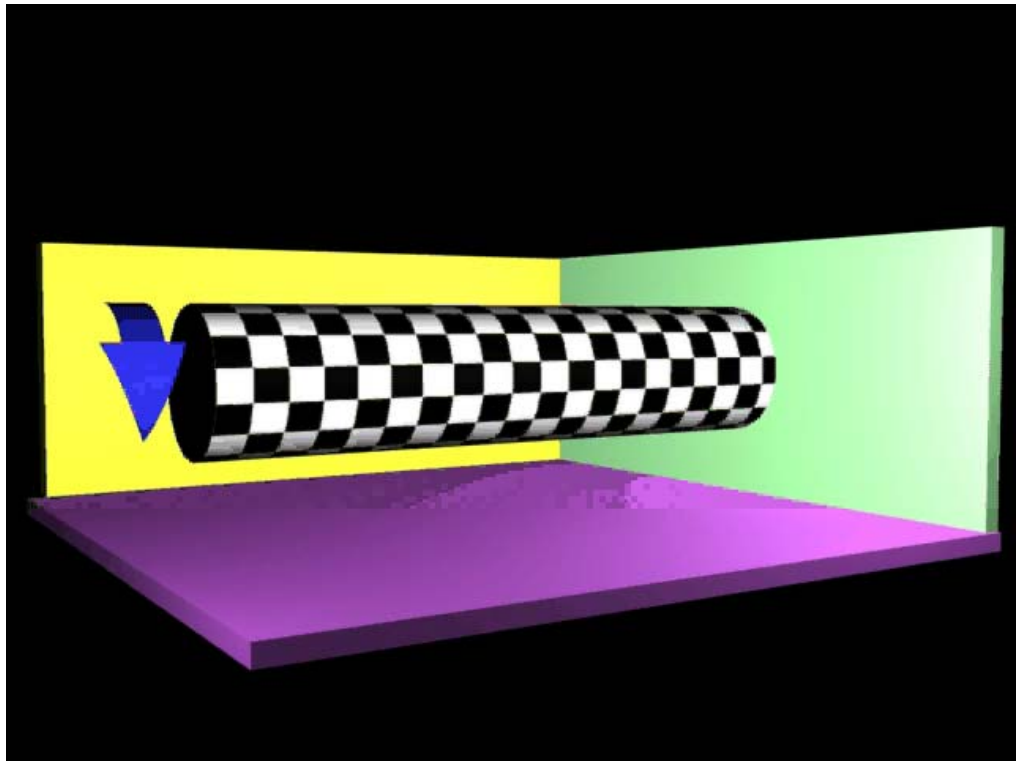


扭矩由相邻构件的位移受到该构件约束而引起，其扭矩值需结合变形协调条件才能求得，这类扭转称为协调扭转，也称为附加扭转。

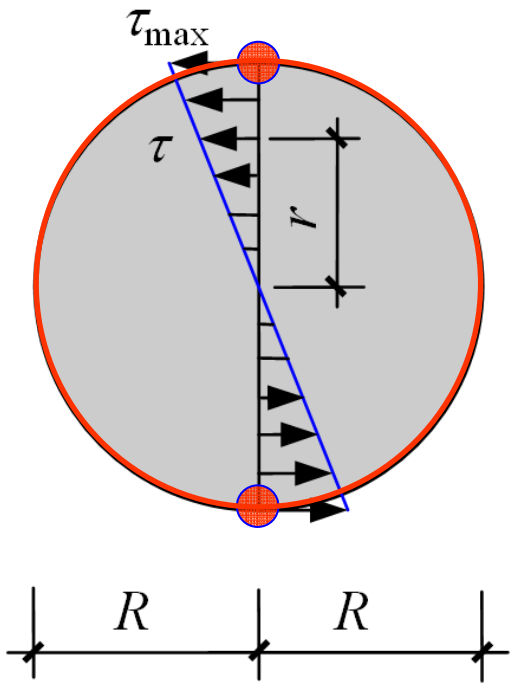
8.2 受扭构件的弹性解和塑性解

弹性圆形截面受扭

理想弹性圆形截面构件承受纯扭矩T_e（其他内力为零）是最简单的受扭状态。

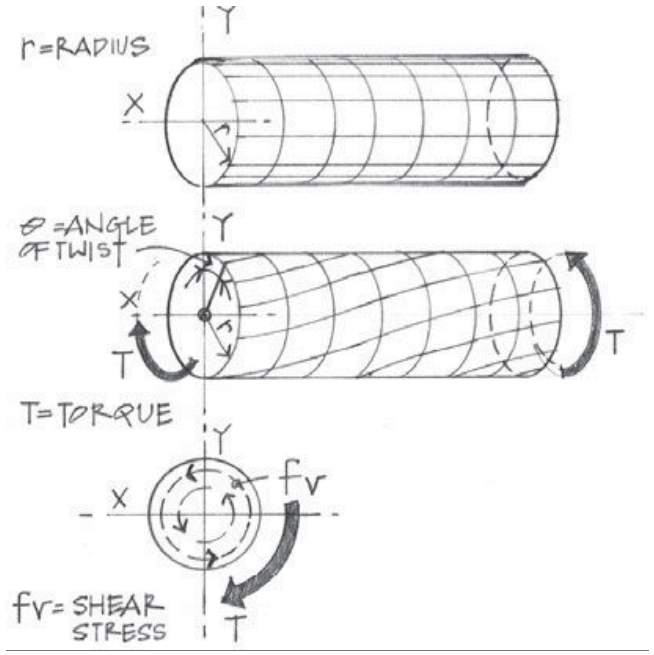


构件受扭后，截面仍保持平面，正应力（σ）为零，剪应力在圆心为零，其值沿半径线性分布，即剪应力大小和圆心的距离成正比。



$$\tau = \frac{T_e r}{I_0}$$

$$\tau_{max} = \frac{T_e R}{I_0} = \frac{2T_e}{\pi R^3}$$

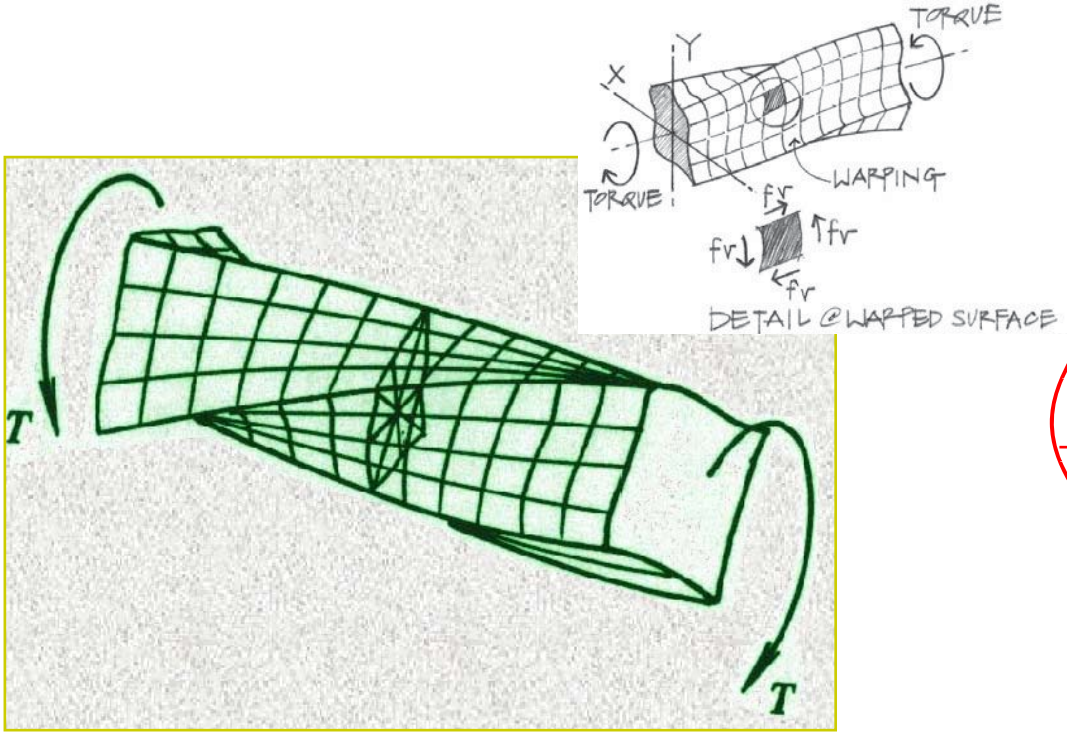


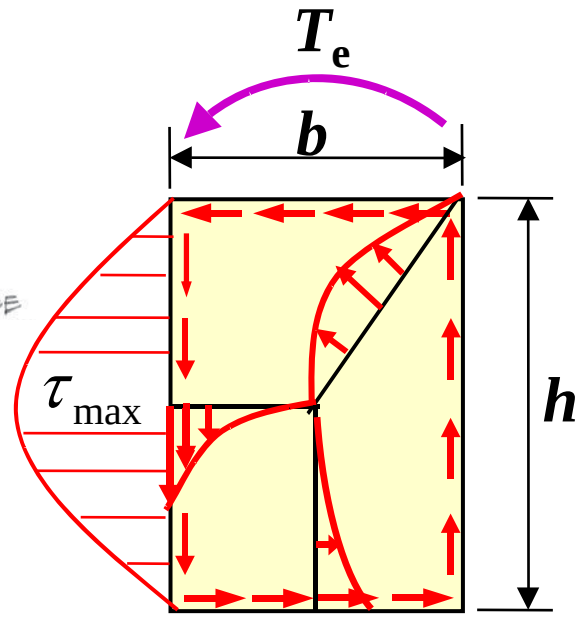
$$T_e = \frac{\pi R^3}{2}\tau_{max} = W_{te}\tau_{max}$$

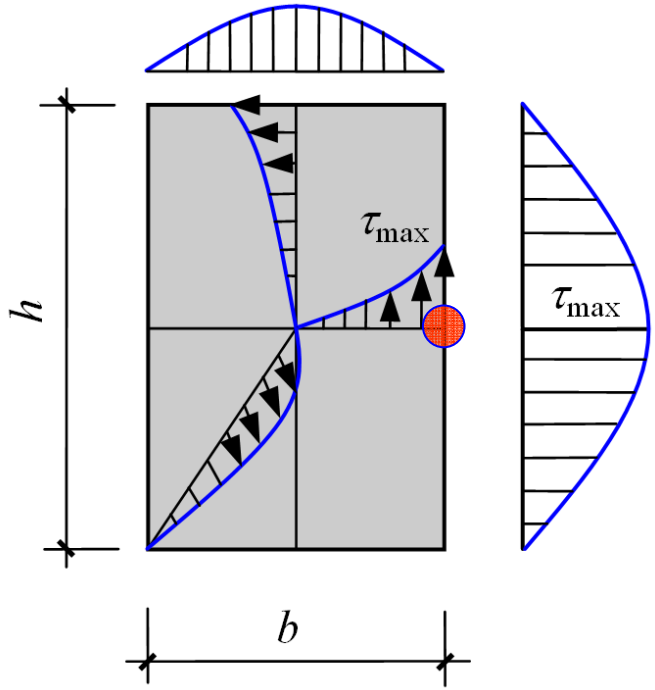
$$W_{te} = \frac{\pi R^3}{2}$$

弹性矩形截面受扭

理想弹性矩形截面构件在纯扭矩T_e作用下，截面发生翘曲，不再保持平面。若受有约束，截面上还存在正应力。截面的剪应力也不是线性分布，形心和四角处剪应力为零，最大剪应力发生在长边的中点。







$$\tau_{max} = \frac{T_e}{\alpha_e b^2 h} = \frac{T_e}{W_{te}}$$

$$T_e = \alpha_e b^2 h \tau_{max} = W_{te} \tau_{max}$$

$$W_{te} = \alpha_e b^2 h$$

α_e——矩形截面抗扭弹性抵抗矩系数，取决于截面的边长比（***h/b***）。

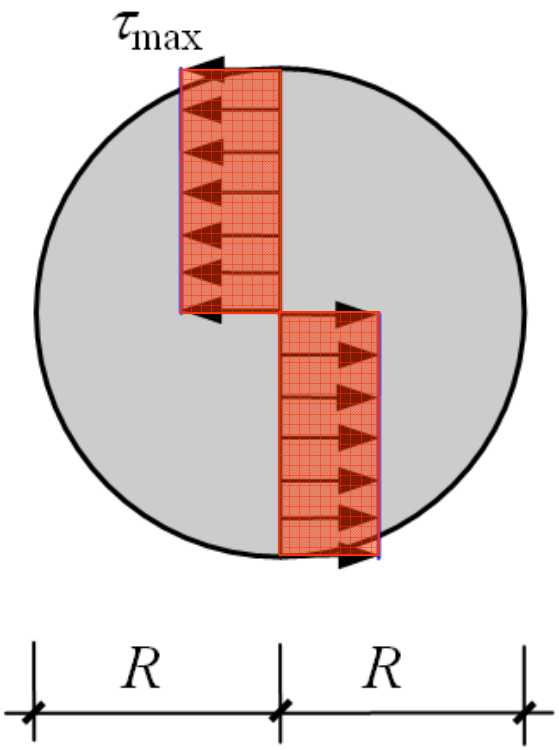
1、横截面上角点处，剪应力为零

2、横截面边缘各点处，剪应力平行于截面周边

3、横截面周边长边中点处，剪应力最大

理想塑性受扭构件

理想塑性材料受扭构件，只有当截面上的应力全部达到材料的极限强度（其值与表面最大剪应力相等）时，才达到构件的极限扭矩T_p。



圆形截面

$$T_p = \frac{2}{3}\pi R^3 \tau_{max} = W_t \tau_{max}$$

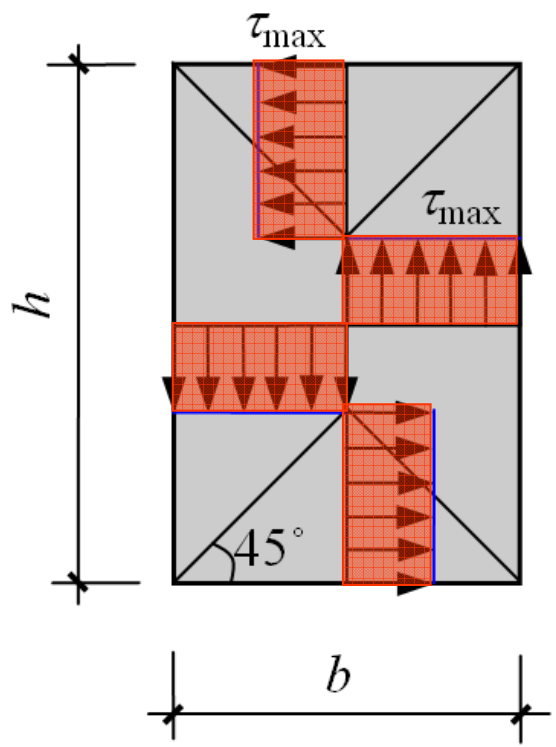
$$W_t = \frac{2}{3}\pi R^3$$

矩形截面

$$T_p = \frac{1}{6} b^2 (3h - b) \tau_{max} = W_t \tau_{max}$$

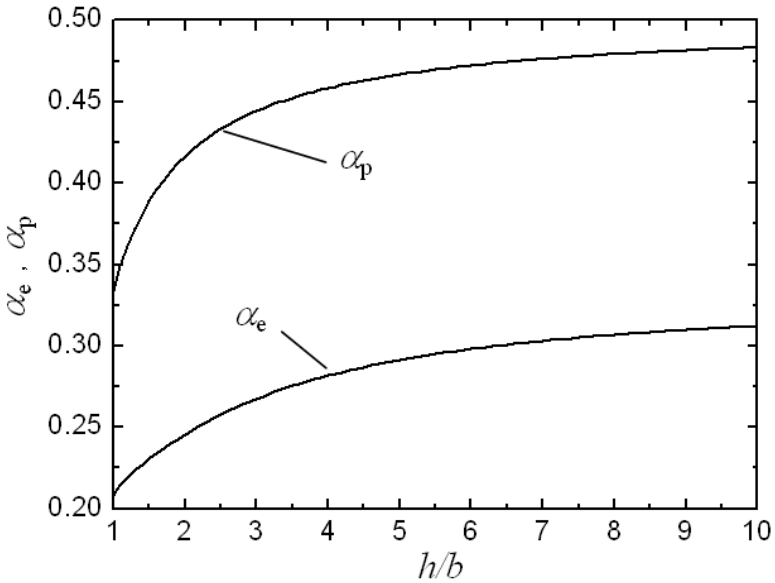
$$W_t = \frac{1}{6} b^2 (3h - b) = \alpha_p b^2 h$$

$$\alpha_p = \frac{1}{6}\left(3 - \frac{b}{h}\right) = \frac{1}{2} - \frac{b}{6h}$$

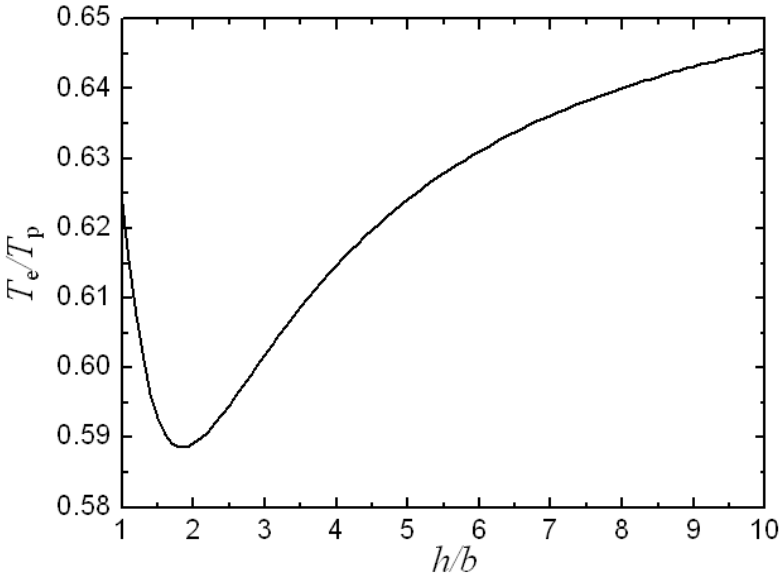


α_p——矩形截面抗扭塑性抵抗矩系数，取决于截面的边长比（***h/b***）。

截面相同的构件，按照弹性和塑性理论计算，其极限扭矩或抗扭抵抗矩的比值（$T_e/T_p=\alpha_e/\alpha_p$），对于圆形截面为0.75；对于矩形截面则与边长比有关，最小值约为0.589，最大值为2/3；正方形截面为0.624。

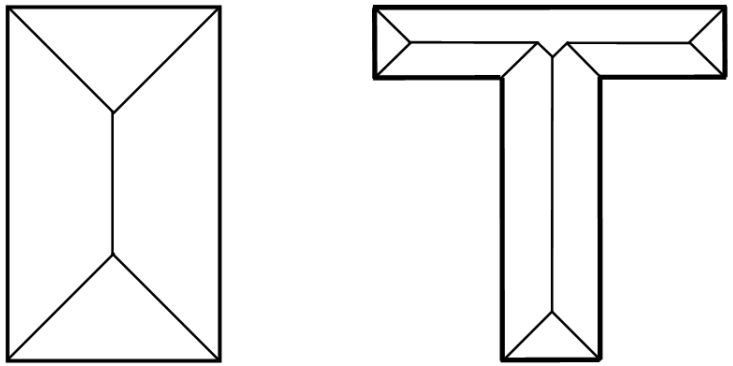


抗扭抵抗矩系数与边长比的关系



抗扭抵抗矩比与边长比的关系

塑性理论已给出理想塑性材料纯扭构件极限扭矩值的解析解，同时还建议，可采用简便、实用的堆砂模拟法确定其极限扭矩值。



（a）　　（b）

极限扭矩的堆砂模拟法求解

（a）矩形截面；（b）T 形截面

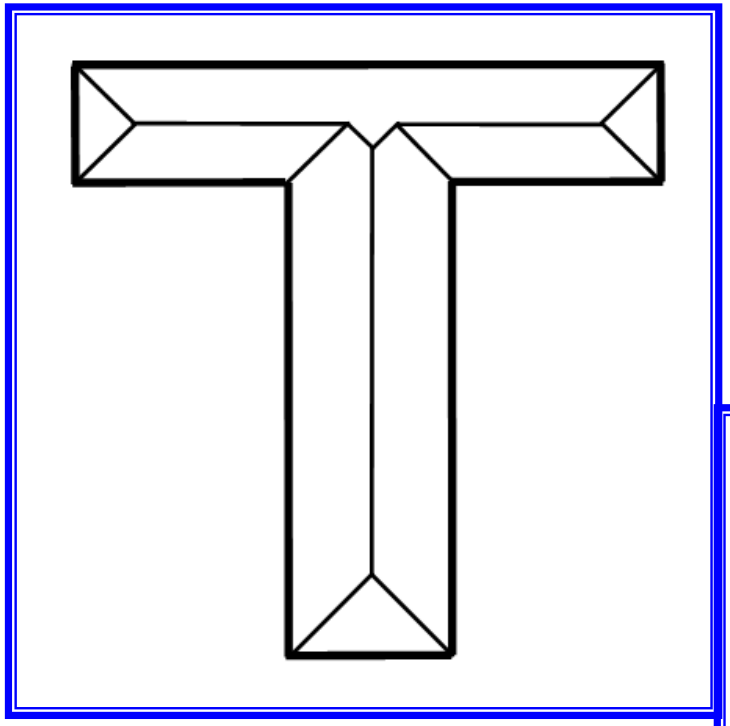
砂堆的倾斜率（$\tan\theta$）

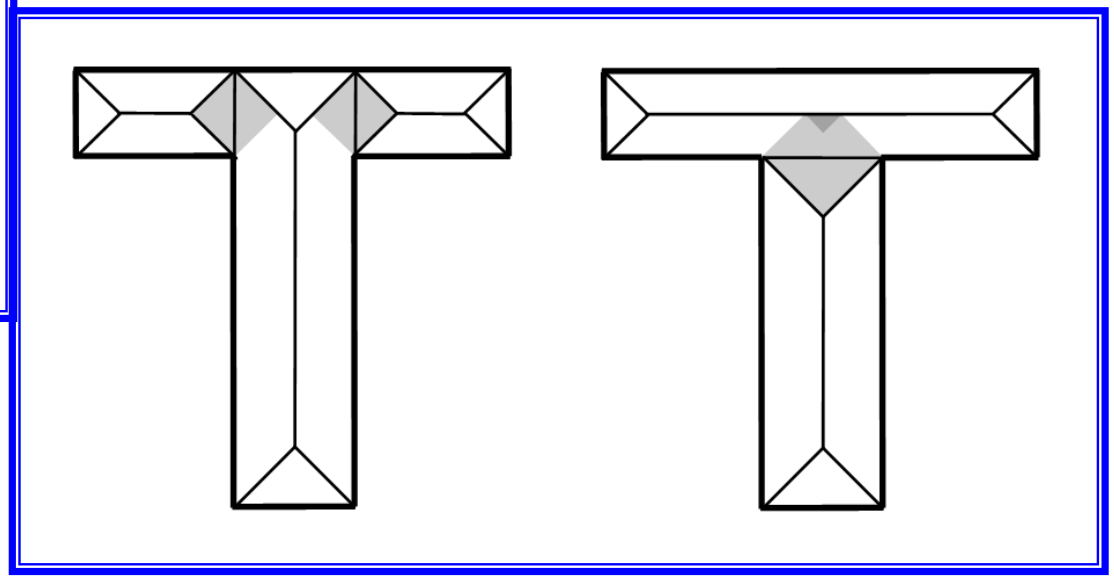
塑性极限剪应力（τ_{max}）

砂堆体积V的2倍

构件塑性极限扭矩

复杂形状截面的简化计算





$$T_{\mathrm{p}} = 2\sum_{i}^{n} V_i$$

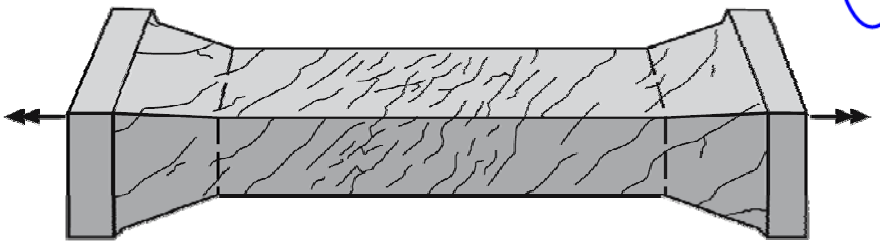
8.3 混凝土纯扭构件的承载力

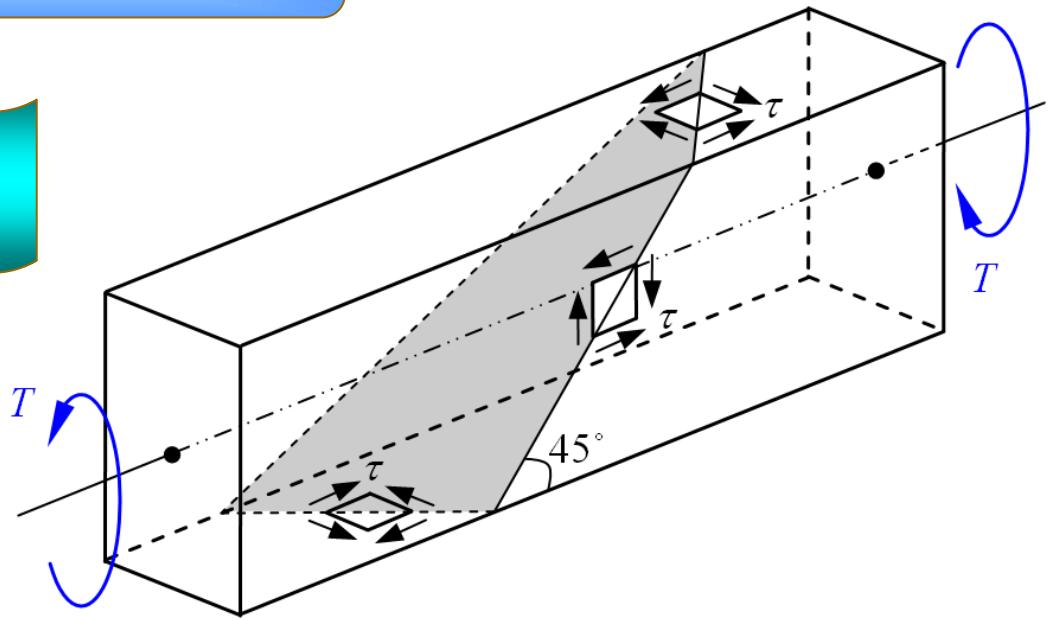
8.3.1 素混凝土构件

素混凝土矩形截面梁的极限扭矩T_u

等于或稍大于

开裂扭矩T_{cr}





素混凝土构件受扭

素混凝土矩形截面梁的极限扭矩

$T_u = (0.7 \sim 0.8) W_t f_t$

$T_u > T_e$

弹性计算值

$T_e = (0.589 \sim 0.667) W_t f_t$

$T_u < T_p$

塑性计算值

$T_p = W_t f_t$

系数（**0.7~0.8**）：

高强度等级系数取低值

强度等级较低混凝土系数取高值

配有钢筋的受扭构件开裂扭矩

$$T_{cr} \approx (0.7 \sim 0.8) W_t f_t$$

混凝土极限拉应变很小，混凝土出现裂缝时，混凝土内钢筋应力很小，钢筋对开裂扭矩影响不大，开裂扭矩计算时忽略钢筋的影响按素混凝土构件计算。

系数（0.7~0.8）：

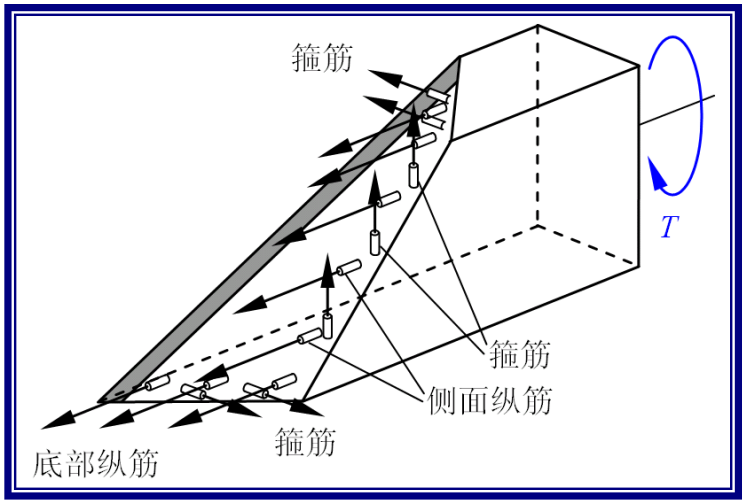
高强度等级系数取低值

强度等级较低混凝土系数取高值

统一取0.7

$$T_{cr} = 0.7 W_t f_t$$

8.3.2 有腹筋受扭构件



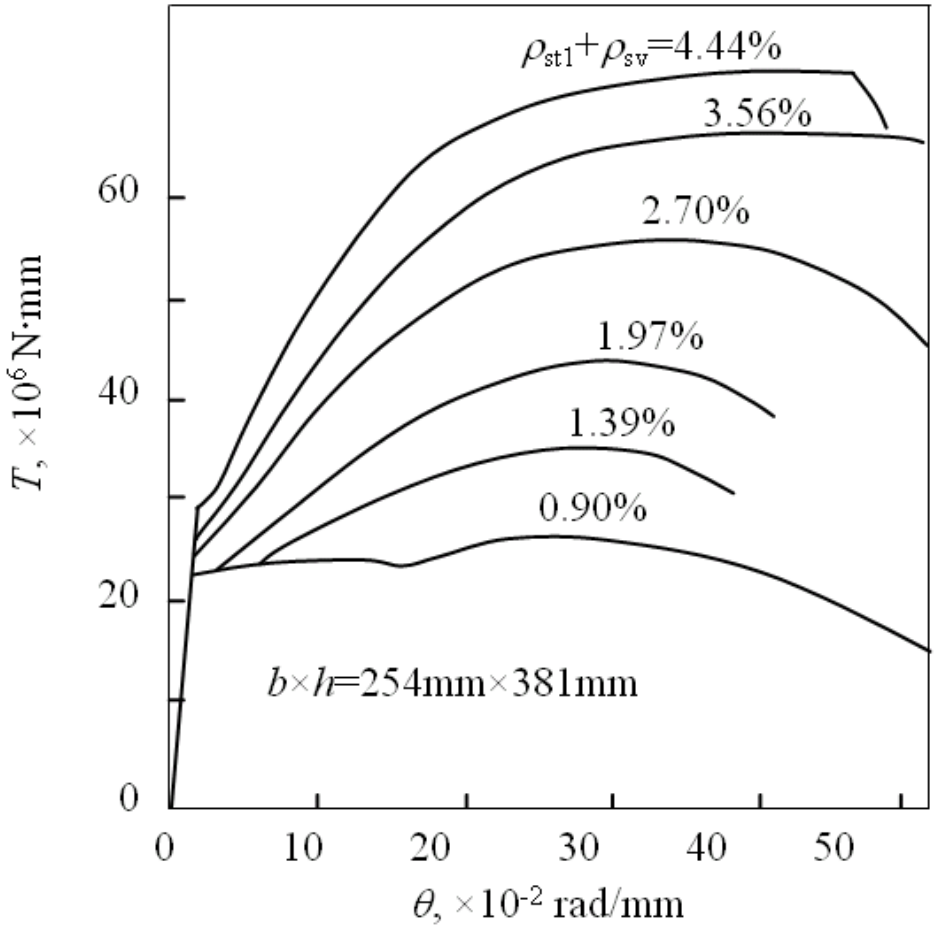
抗扭钢筋

- 抗扭箍筋
- 抗扭纵筋

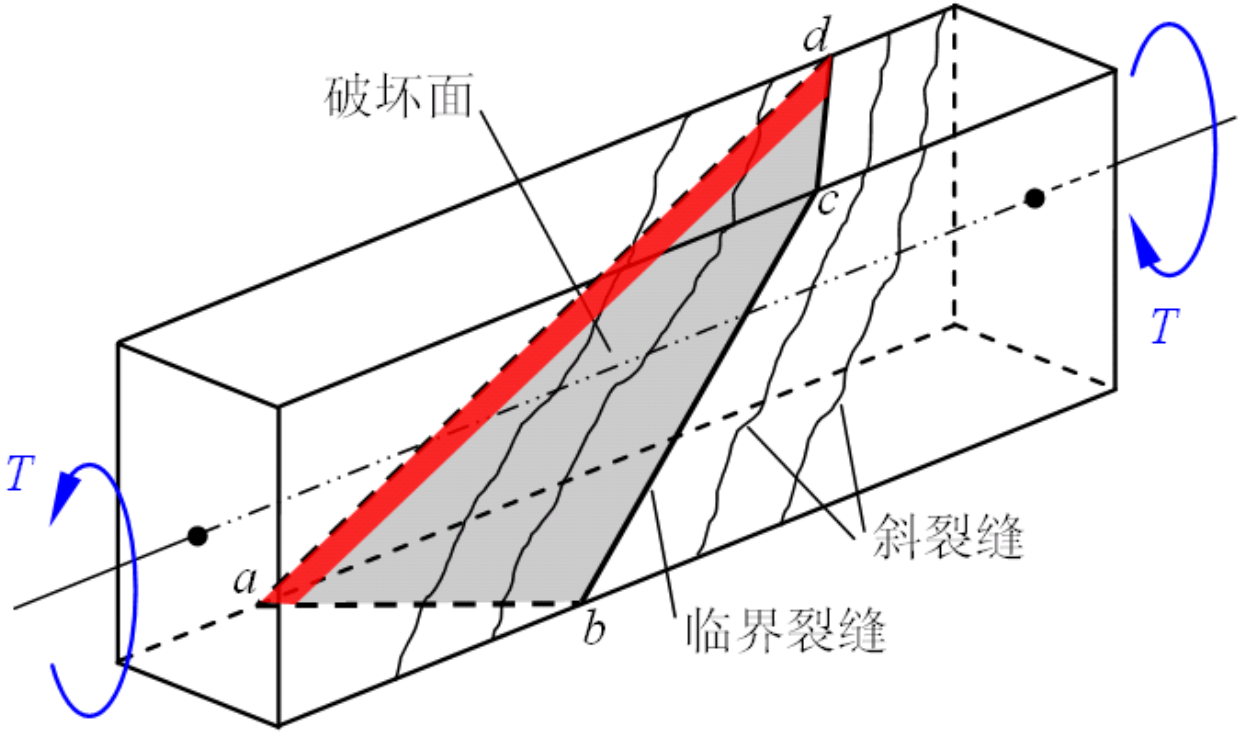
→ 有腹筋受扭构件

→ 抗扭腹筋作用

- 提高构件的抗扭承载力
- 提高构件的延性

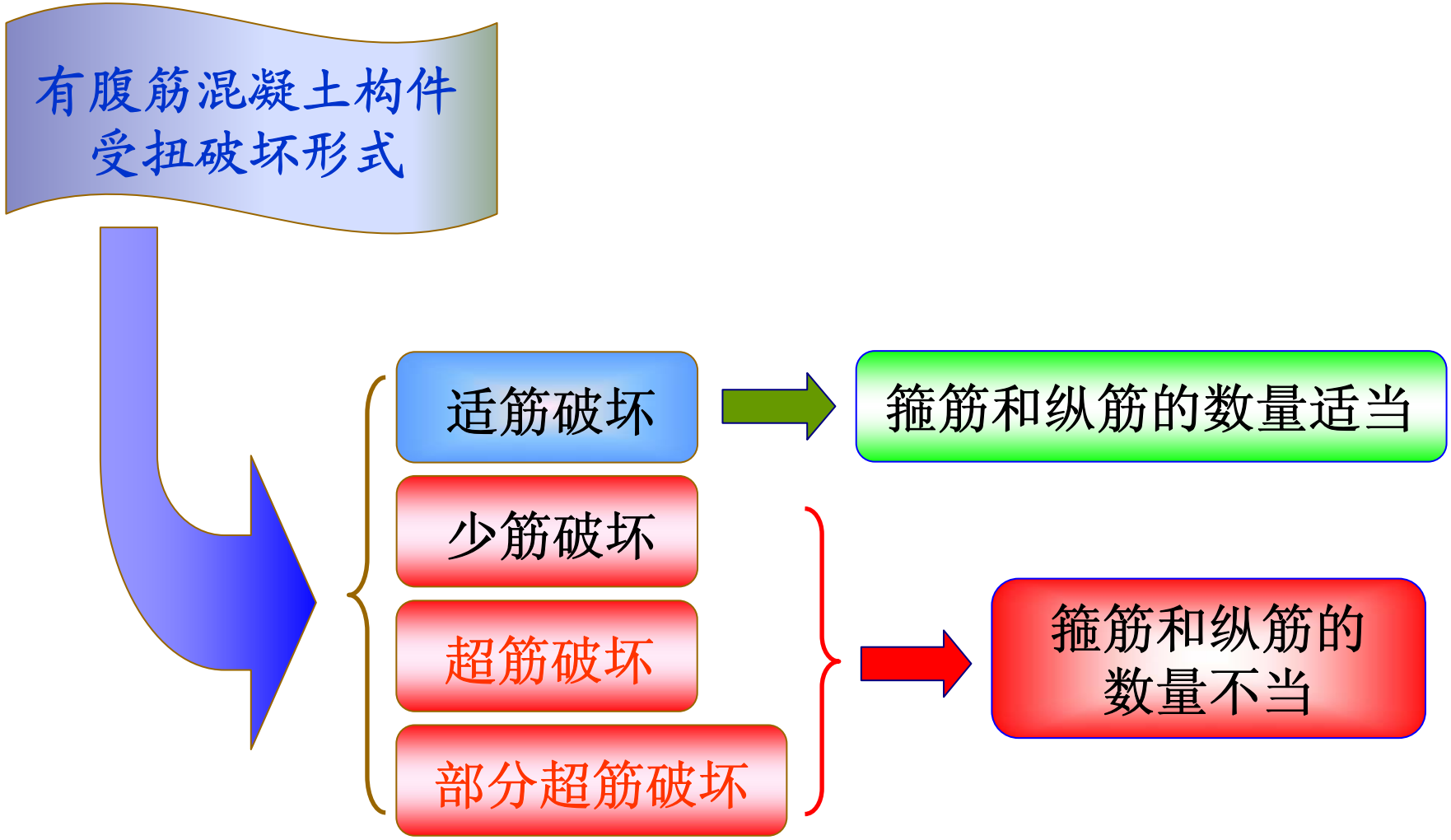


不同配筋量的 $T-\theta$曲线



有腹筋混凝土构件受扭破坏面

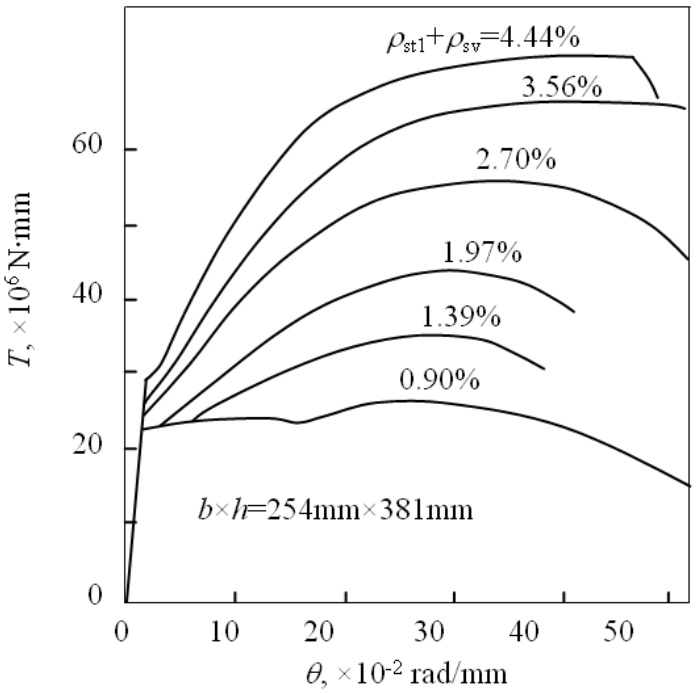
破坏面在正截面上的投影


有腹筋混凝土构件
受扭破坏形式
适筋破坏
少筋破坏
超筋破坏
部分超筋破坏
箍筋和纵筋的数量适当
箍筋和纵筋的
数量不当

适筋破坏 → 箍筋和纵筋的数量适当

破坏时

腹筋（包括纵筋和箍筋）均屈服后，受压混凝土破坏。



不同配筋量的 $T-\theta$曲线

少筋破坏

配置的箍筋和纵筋过少

构件在扭矩作用下形成斜裂缝后，混凝土退出工作，箍筋和纵筋也同时被拉断，构件发生脆性扭断破坏。

构件的极限扭矩T_u小于其开裂扭矩T_{cr}

少筋破坏的防止

一般设计规范都要求对受扭构件配置最低数量的抗扭钢筋，以防止构件发生少筋破坏。

超筋破坏

配置的箍筋和纵筋过多

随着扭矩增大，裂缝的开展和钢筋应力增长缓慢，受压混凝土的主压应力达到其抗压强度引起构件破坏时，箍筋和纵筋应力均低于钢筋的屈服强度。

超筋构件破坏时，扭转变形小，属脆性破坏。

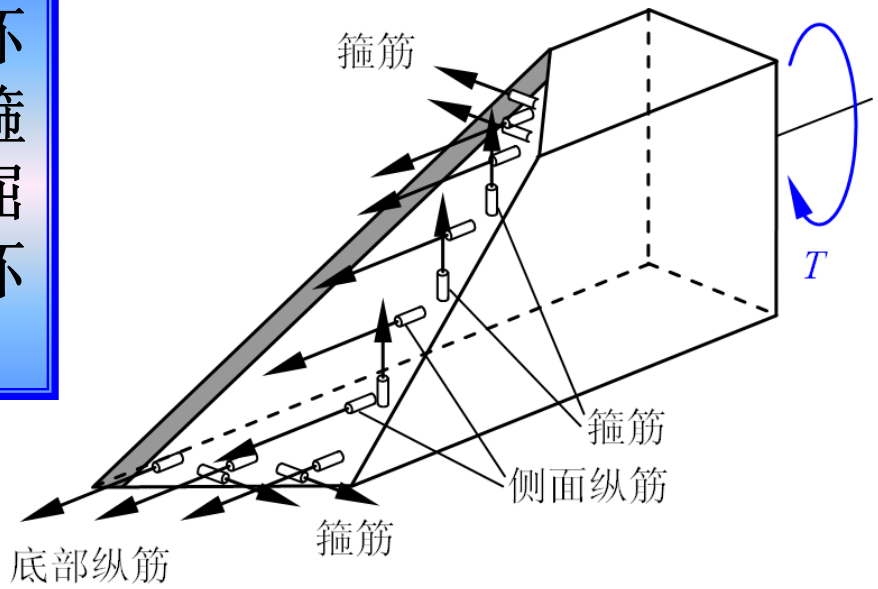
超筋破坏的防止

设计中应增大截面尺寸或提高混凝土强度，以防止构件发生超筋破坏。

部分超筋破坏

构件内部的抗扭拉力必须由纵筋和箍筋共同承担，缺一不可。

钢筋混凝土受扭构件破坏时，抗扭纵向钢筋屈服而抗扭箍筋不屈服，或抗扭纵向钢筋不屈服而抗扭箍筋屈服，这两种破坏形式统称为部分超筋破坏。

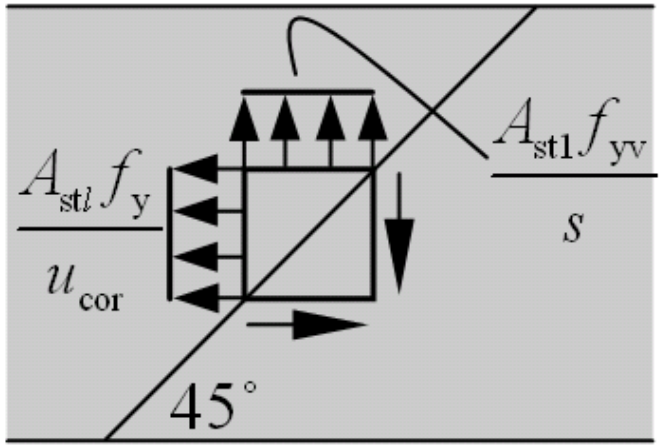


部分超筋破坏的防止

设计时应使纵筋和箍筋用量有恰当的比例，以防止构件发生部分超筋破坏。

构件内部的抗扭拉力必须由纵筋和箍筋共同承担，缺一不可。二者单位长度的强度比为

$$\zeta = \frac{A_{stl} f_y / u_{cor}}{A_{st1} f_{yv} / s} = \frac{A_{stl} f_y s}{A_{st1} f_{yv} u_{cor}}$$



试验表明

$0.6 \le \zeta \le 1.7$ → 适筋破坏

$\zeta < 0.6$ → 纵筋量太少，箍筋不能充分发挥作用；

$\zeta > 1.7$ → 箍筋量太少，纵筋不能充分利用

8.3.3 纯扭构件的抗扭承载力计算公式

构件在扭矩作用下处于三维应力状态，且平截面假定不再适用，准确的理论计算难度大。

工程中受扭构件的设计

- 主要采用基于试验结果的经验公式，
- 或者根据简化力学模型推导的近似计算式。

受扭计算的理论或模型很多，主要有：

空间桁架模型

斜弯破坏理论

在一定的假设条件下，按斜弯破坏理论得出的极限扭矩计算式与变角度空间桁架理论扭矩计算式完全相同。

变角度空间桁架模型

➢我国《混凝土结构设计规范》采用以变角度空间桁架模型为基础的钢筋混凝土抗扭承载力的计算方法，

空间桁架模型

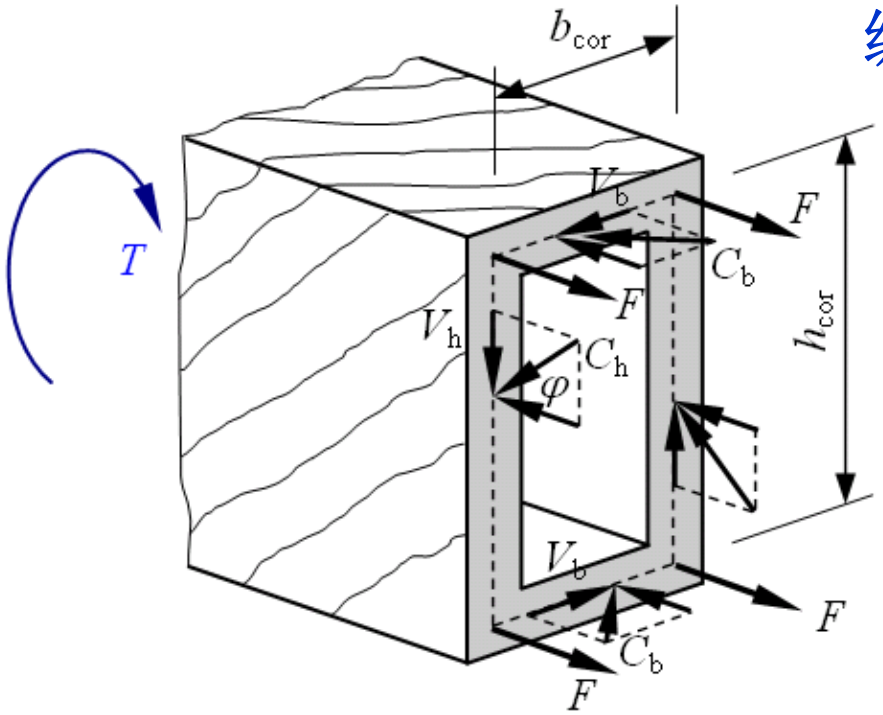
斜弯破坏理论

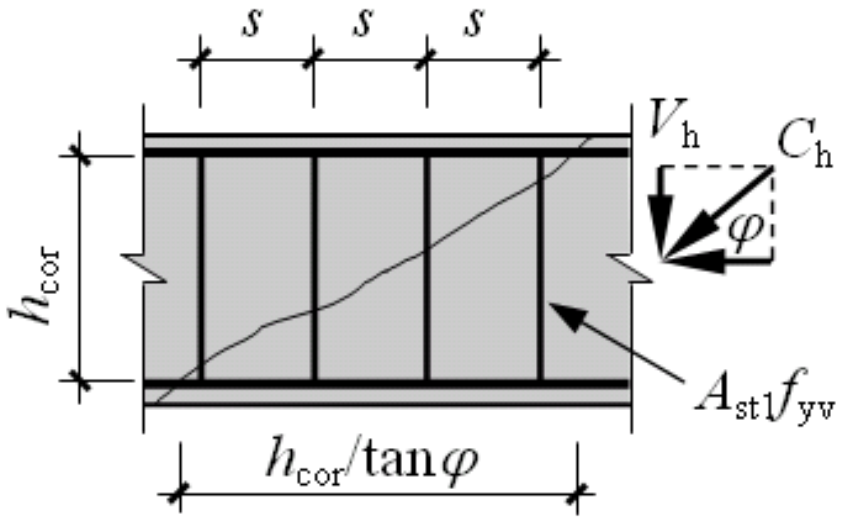
在一定的假设条件下，按斜弯破坏理论得出的极限扭矩计算式与变角度空间桁架理论扭矩计算式完全相同。

➢《公路桥梁规范》采用以斜弯破坏理论（扭曲破坏面极限平衡理论）为基础的计算方法。

变角度空间桁架模型

构件内配置箍筋和纵筋数量适当的适筋受扭构件，受扭破坏时，受拉裂缝充分发展且与裂缝相交的钢筋应力达到其屈服强度，形成一个由具有螺旋形裂缝的混凝土外壳、纵筋和箍筋共同组成的空间桁架。





变角度空间桁架模型

设作用在箱形截面长边和短边上的总压力分别为C_h和C_b，与构件轴线垂直的分量分别为剪力V_h及V_b

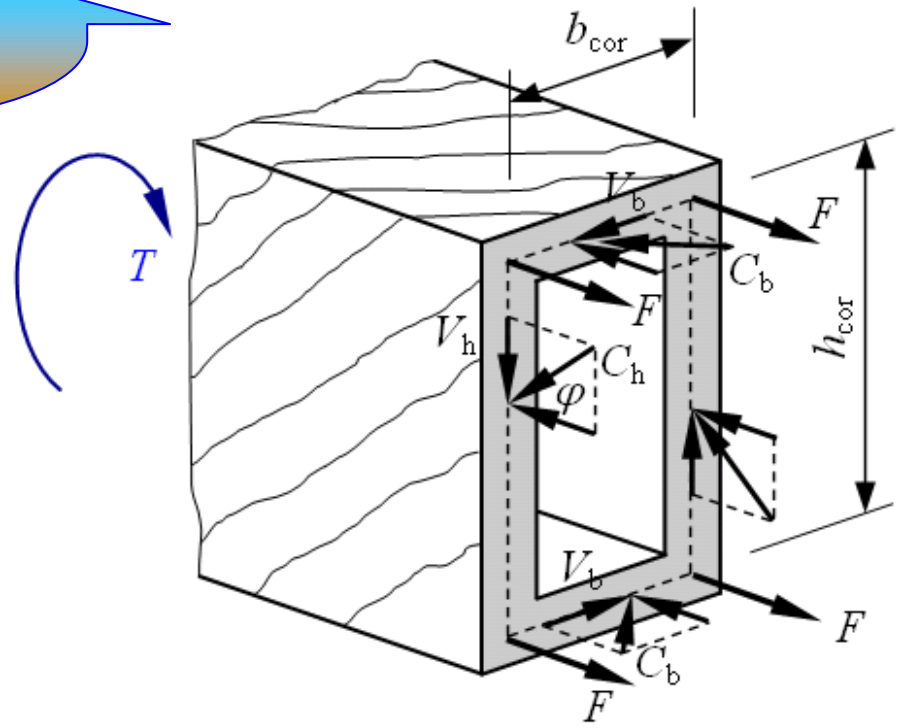
$$\begin{cases} V_h = C_h \sin\varphi \\ V_b = C_b \sin\varphi \end{cases}$$

$$4F = A_{stl} f_y = \frac{2(V_h + V_b)}{\tan\varphi}$$

轴向力平衡

对构件轴线取矩

$$T = V_h b_{cor} + V_b h_{cor}$$



节点平衡

$$V_h = C_h \sin\varphi = \frac{A_{stl}}{s}\frac{h_{cor}}{\tan\varphi} f_{yv}$$

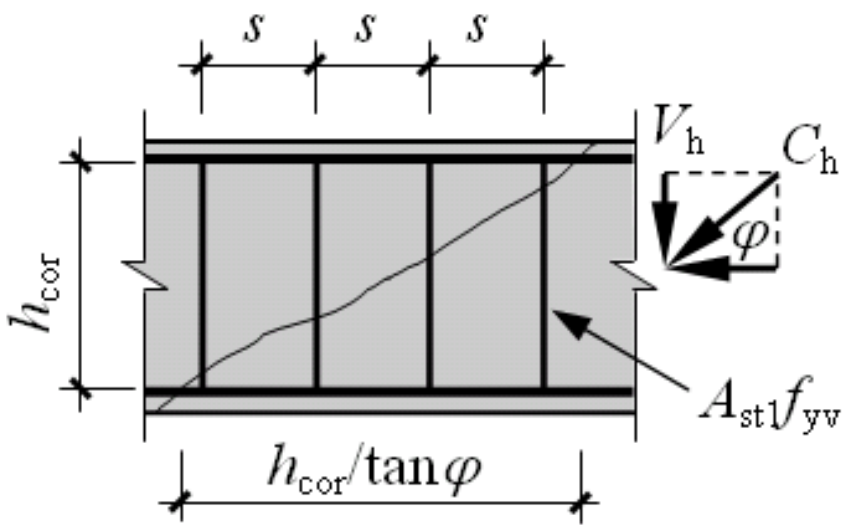
$$V_b = C_b \sin\varphi = \frac{A_{stl}}{s}\frac{b_{cor}}{\tan\varphi} f_{yv}$$

$$4F = A_{stl} f_y = \frac{2(V_h + V_b)}{\tan\varphi}$$

$$\zeta = \frac{A_{stl} f_y s}{A_{st1} f_{yv} u_{cor}}$$

消去V_h，V_b

$$\tan\varphi = \sqrt{\frac{f_{yv} A_{stl}}{f_y A_{stl}}\frac{u_{cor}}{s}} = \sqrt{\frac{1}{\zeta}}$$



$$V_h = C_h \sin\varphi = \frac{A_{stl}}{s}\frac{h_{cor}}{\tan\varphi} f_{yv}$$

$$V_b = C_b \sin\varphi = \frac{A_{stl}}{s}\frac{b_{cor}}{\tan\varphi} f_{yv}$$

$$T = V_h b_{cor} + V_b h_{cor}$$

$$\tan\varphi = \sqrt{\frac{f_{yv}A_{stl}}{f_y A_{stl}}\frac{u_{cor}}{s}} = \sqrt{\frac{1}{\zeta}}$$

$$T = 2\sqrt{\zeta}\frac{f_{yv}A_{stl}A_{cor}}{s}$$

在推导过程中，进行了大量的简化与假设，所以，它只能定性地说明抗扭承载力的本质。

我国《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2010）受扭构件极限承载力计算公式采用的就是半经验半理论二项叠加形式的公式。

$$T_u = T_c + T_s$$

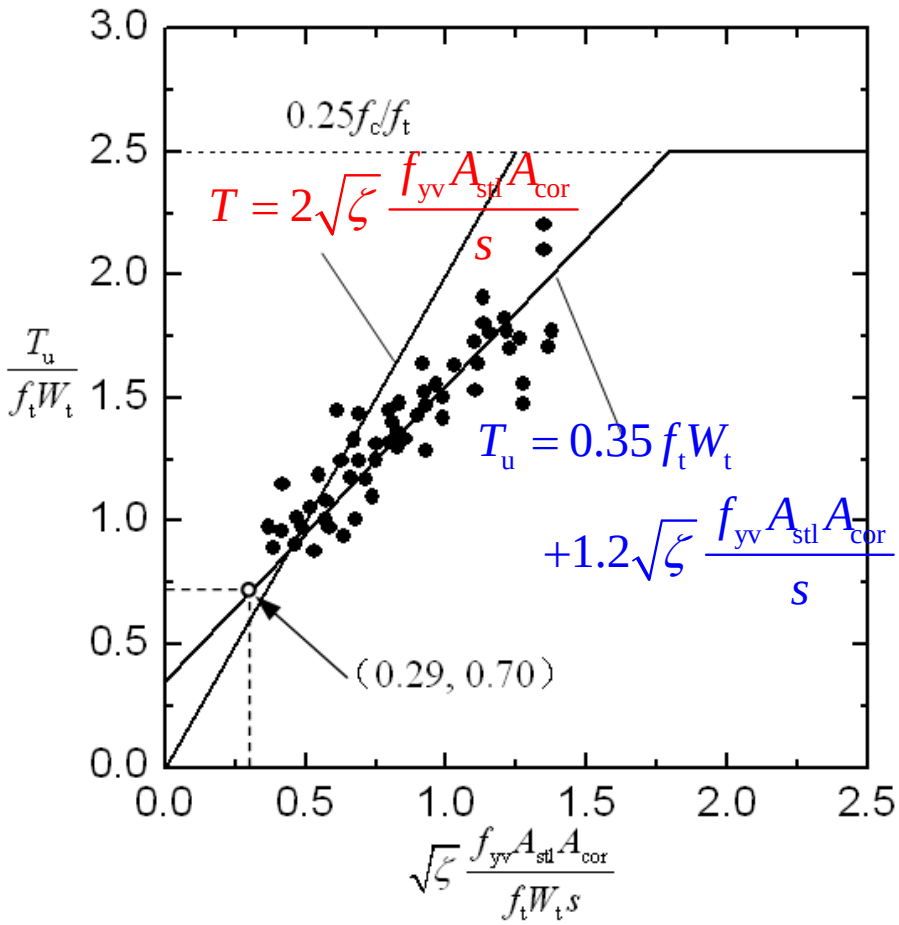
$$T_u = \alpha_1 f_t W_t + \alpha_2 \sqrt{\zeta} \frac{f_{yv} A_{stl} A_{cor}}{s}$$

混凝土的抗扭承载力T_c

基于变角度空间桁架模型

箍筋与纵筋的抗扭承载力T_s

$$T_u = \alpha_1 f_t W_t + \alpha_2 \sqrt{\zeta}\,\frac{f_{yv} A_{stl} A_{cor}}{s}$$



α_1和α_2由试验确定

$$\left.\begin{aligned}\alpha_1 &= 0.35\\ \alpha_2 &= 1.2\end{aligned}\right\}$$

$$T_u = 0.35 f_t W_t + 1.2\sqrt{\zeta}\,\frac{f_{yv} A_{stl} A_{cor}}{s}$$

$$\zeta = \frac{A_{stl} f_y s}{A_{st1} f_{yv} u_{cor}}$$

反映纵筋与箍筋的共同工作

$$\zeta = \frac{A_{stl} f_y s}{A_{st1} f_{yv} u_{cor}}$$

反映纵筋与箍筋的共同工作

当 0.5≤ζ≤2.0 时，纵筋与箍筋的应力在构件受扭破坏时基本上都能达到屈服强度。

由试验可知

为慎重起见

设计时应满足0.6≤ζ≤1.7

实际工程中，常取ζ=1.0~1.3

验算构件抗扭承载力时，若ζ超过1.7，也只能取ζ=1.7计算。

我国《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2010）矩形截面受扭构件极限承载力计算公式

$$T \le T_u = 0.35 f_t W_t + 1.2\sqrt{\zeta}\,\frac{f_{yv} A_{stl} A_{cor}}{s}$$

适用条件 → 构件受扭适筋破坏

- 应满足$0.6 \leqslant \zeta \leqslant 1.7$ — 避免出现部分超筋破坏
- 截面尺寸不能过小 — 防止超筋破坏
- 截面配筋率大于最小配筋率 — 防止少筋破坏

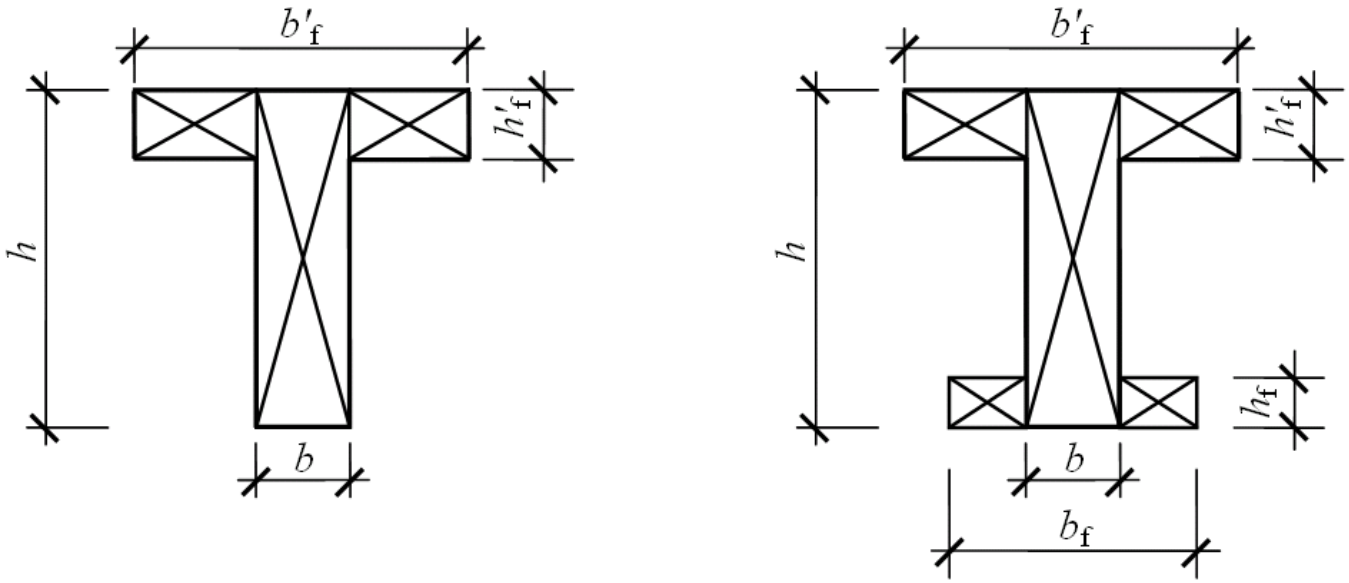
T形和工字形截面纯扭构件抗扭承载力计算

试验表明：

- T形和工字形截面钢筋混凝土纯扭构件，当截面腹板宽度大于翼缘厚度时，构件的第一条斜缝出现在腹板侧面中部，其破坏形态和规律性与矩形截面纯扭构件相似。
- T形及工字形截面配有封闭箍筋的翼缘，构件抗扭承载力随着翼缘的悬挑宽度增加而提高，当悬挑宽度太小时（一般小于翼缘厚度），其提高效果不显著；但当悬挑长度过大时，翼缘与腹板连接处整体刚度相对减弱，翼缘扭曲变形后易于开裂，不能承受扭矩作用。

《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2010）规定，悬挑计算宽度超出其厚度3倍部分，不计其抗扭作用。

T形和工字形截面纯扭构件，可将其截面划分为几个矩形块进行配筋计算。



T形和工字形截面矩形划分方法

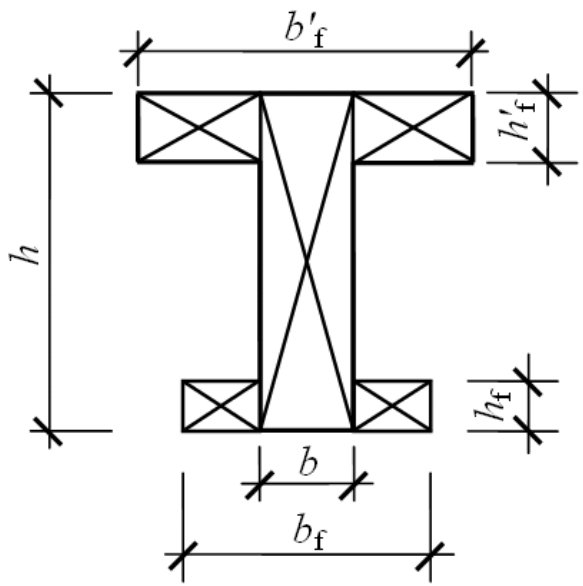
划分矩形块原则：

选取使其各部分抵抗矩之和最大的划分

简化

首先满足腹板截面的完整性，将截面划分为腹板、受压翼缘和受拉翼缘矩形块。

各矩形块所承担的扭矩值，按其受扭塑性抵抗矩与截面总的受扭塑性抵抗矩的比值进行分配确定。



腹板

$$T_w = \frac{W_{tw}}{W_t} T$$

受压翼缘

$$T_f' = \frac{W_{tf}'}{W_t} T$$

受拉翼缘

$$T_f = \frac{W_{tf}}{W_t} T$$

$$W_{tw} = \frac{b^2}{6}(3h - b) \qquad W_{tf}' = \frac{h_f'^2}{2}(b_f' - b) \qquad W_t = W_{tw} + W'_{tf} + W_{tf}$$

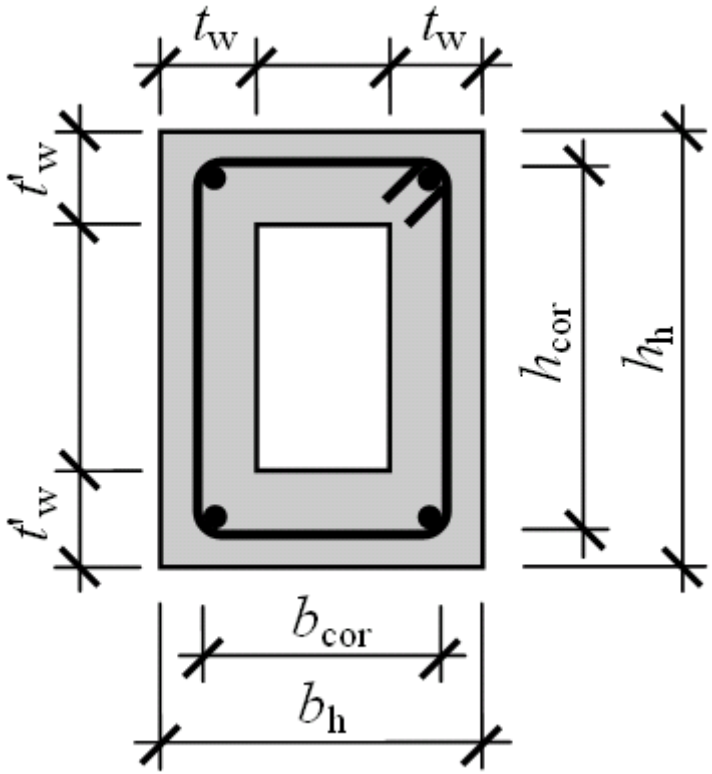
$$W_{tf} = \frac{h_f^2}{2}(b_f - b)$$

翼缘宽度尚应符合 $b_f' \le b + 6h_f'$ 及 $b_f \le b + 6h_f$ 的要求

箱形截面钢筋混凝土纯扭构件

试验和理论研究表明：

- 具有一定壁厚的箱形截面，其抗扭承载力与实心截面$b_h \times h_h$的抗扭承载力基本相同。
- 箱形截面抗扭承载力公式是在矩形截面抗扭承载力公式基础上，对T_c项乘以一个与壁厚有关的折减系数α_h得出的。



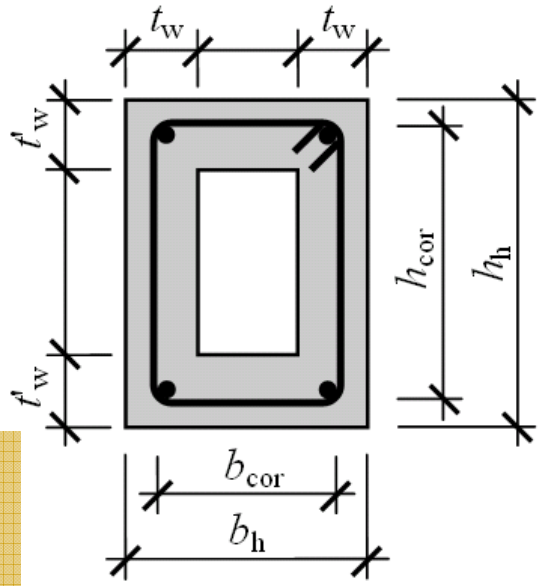
$$T \le 0.35\alpha_h f_t W_t + 1.2\sqrt{\zeta}\frac{f_{yv}A_{stl}A_{cor}}{s}$$

$$T \le 0.35\alpha_h f_t W_t + 1.2\sqrt{\zeta}\frac{f_{yv}A_{stl}A_{cor}}{s}$$

$$\alpha_h = \frac{2.5t_w}{b_h}$$

$$W_t = \frac{b_h^2}{6}(3h_h - b_h) - \frac{(b_h - 2t_w)^2}{6}\left[3h_w - (b_h - 2t_w)\right]$$

- α_h——箱形截面壁厚影响系数，当α_h＞1.0时，取α_h=1.0；
- t_w——箱形截面壁厚，其值不应小于b_h/7；
- h_h，b_h——箱形截面的长边和短边尺寸；
- h_w——箱形截面腹板高度。



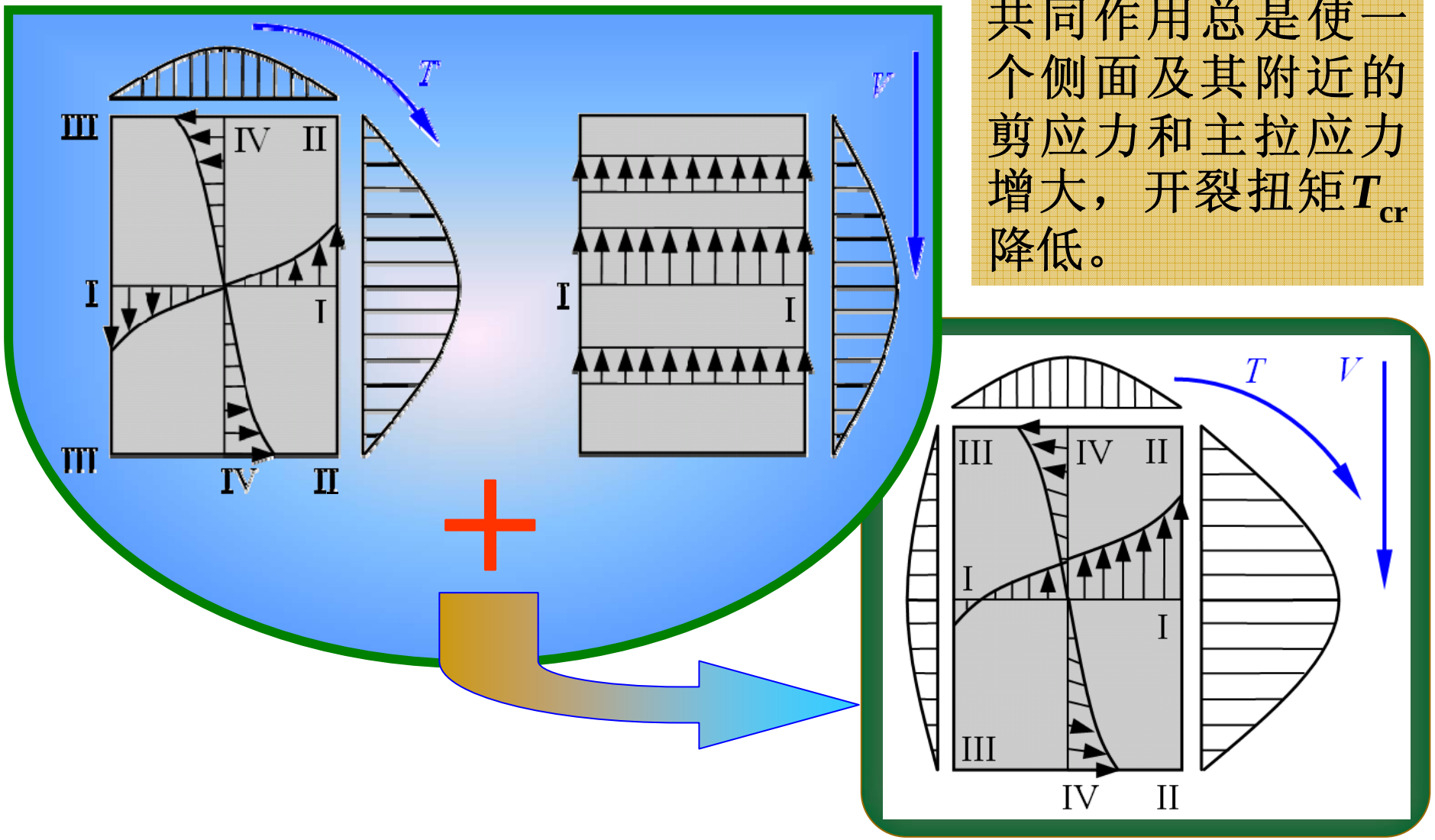
箱形截面抗扭计算公式中的ζ值仍应符合0.6≤ζ≤1.7的要求，当ζ＞1.7时取ζ＝1.7。

8.4 复合受扭构件的承载力计算

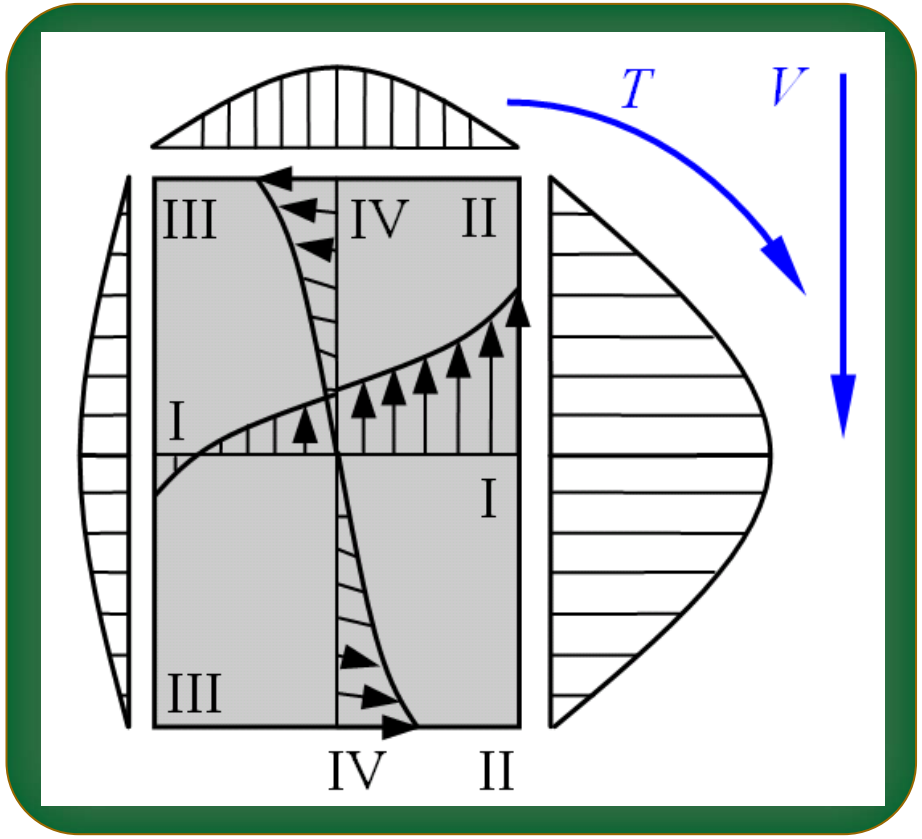
钢筋混凝土结构构件在弯矩、剪力和扭矩作用下，其受力状态及破坏形态十分复杂，结构的破坏形态及其承载力，既与构件所承受的荷载条件，即与扭弯比φ_m（$\varphi_m = T/M$）和扭剪比 φ_v（$\varphi_v = T/Vb$）有关；又与结构的内部条件，即与构件的截面形状、尺寸、配筋形式、数量和材料强度等因素有关。

8.4.1 剪-扭构件

剪力和扭矩的共同作用总是使一个侧面及其附近的剪应力和主拉应力增大，开裂扭矩T_{cr}降低。



开裂后，构件两个相对侧面的斜裂缝开展程度不同，极限扭矩T_u和极限剪力V_u均降低。

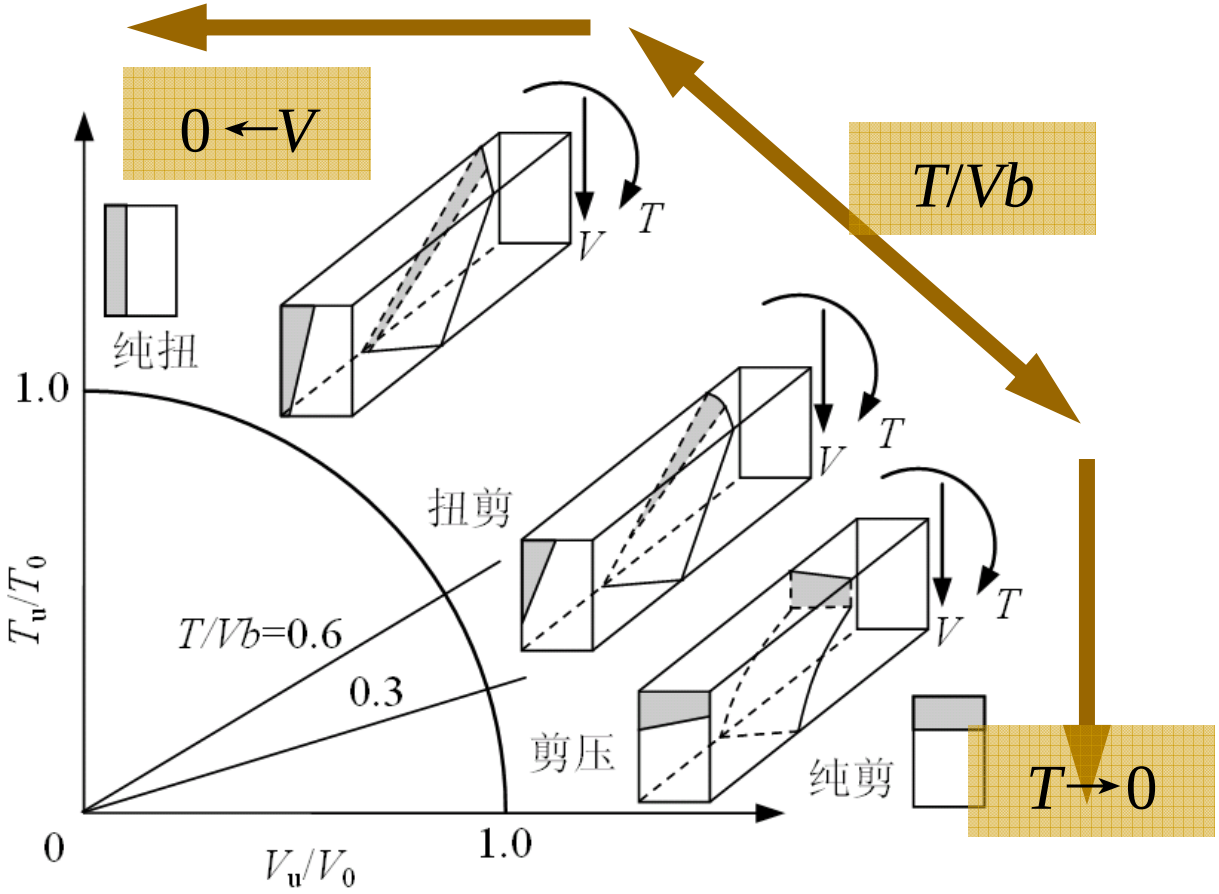


当扭矩和剪力的大小及它们的比值（T/Vb）变化时，截面剪应力分布不同，出现不同的破坏形态。

剪力为零时，构件为纯扭破坏；扭矩为零时，构件为纯剪破坏。其间随着扭剪比（*T/Vb*）增大，构件由受剪破坏逐渐向受扭破坏过渡。

无腹筋梁在剪力和扭矩共同作用下的包络线接近圆弧曲线，表达式为

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^2+\left(\frac{V}{V_0}\right)^2=1$$

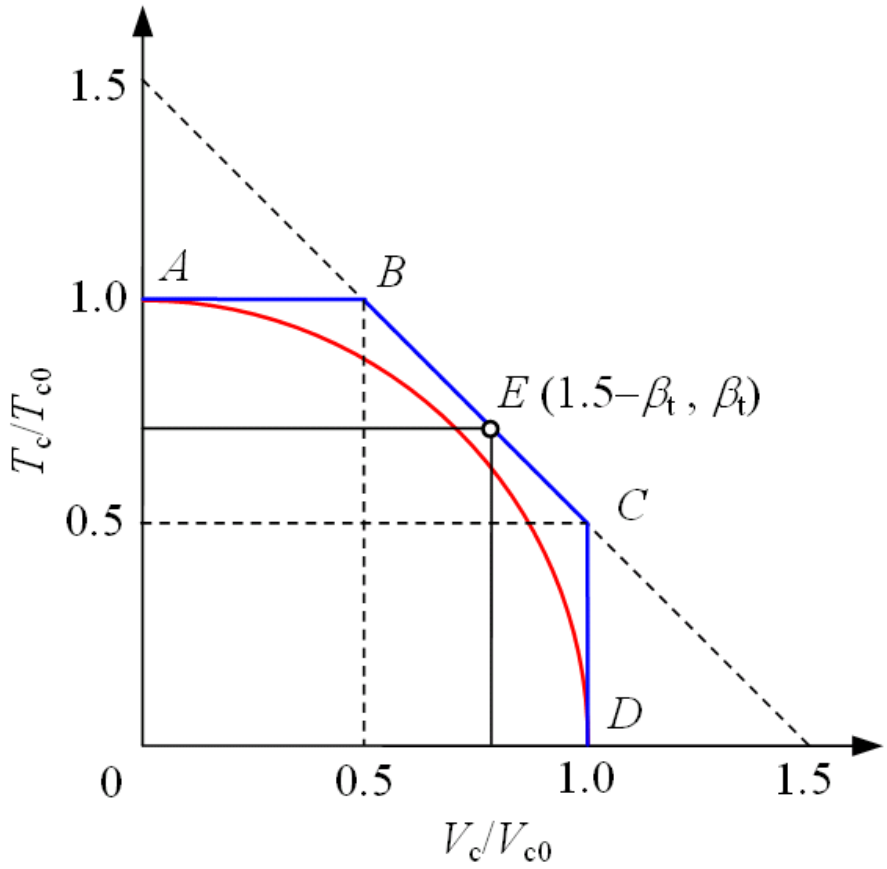


有腹筋的剪扭构件，其混凝土部分所提供的抗扭承载力T_c和抗剪承载力V_c之间，可认为也存在下图所示的1/4圆弧相关关系，

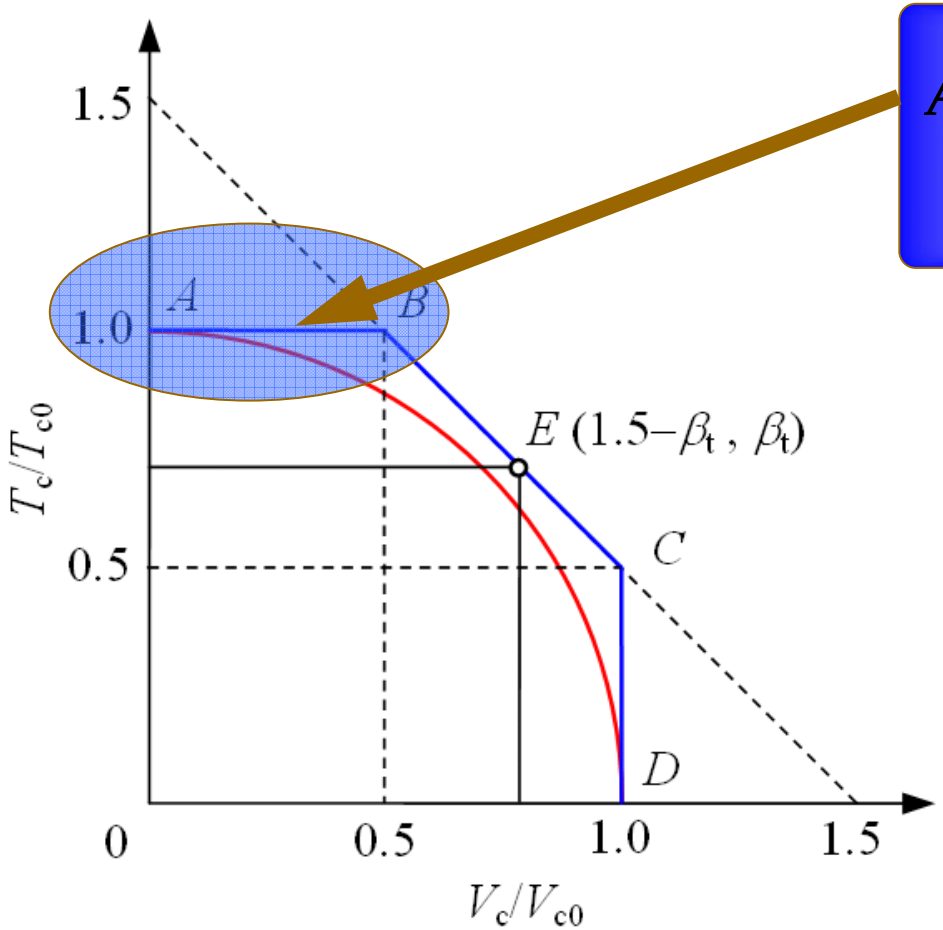
$$\left(\frac{T_c}{T_{c0}}\right)^2+\left(\frac{V_c}{V_{c0}}\right)^2=1$$

$$T_{c0}=0.35f_tW_t$$

$$V_{c0}=0.7f_tbh_0$$



在设计时，剪力和扭矩共同作用下的包络线若按圆周曲线计算比较麻烦，为了简化，《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2010）建议用三段直线，近似代替圆弧曲线。

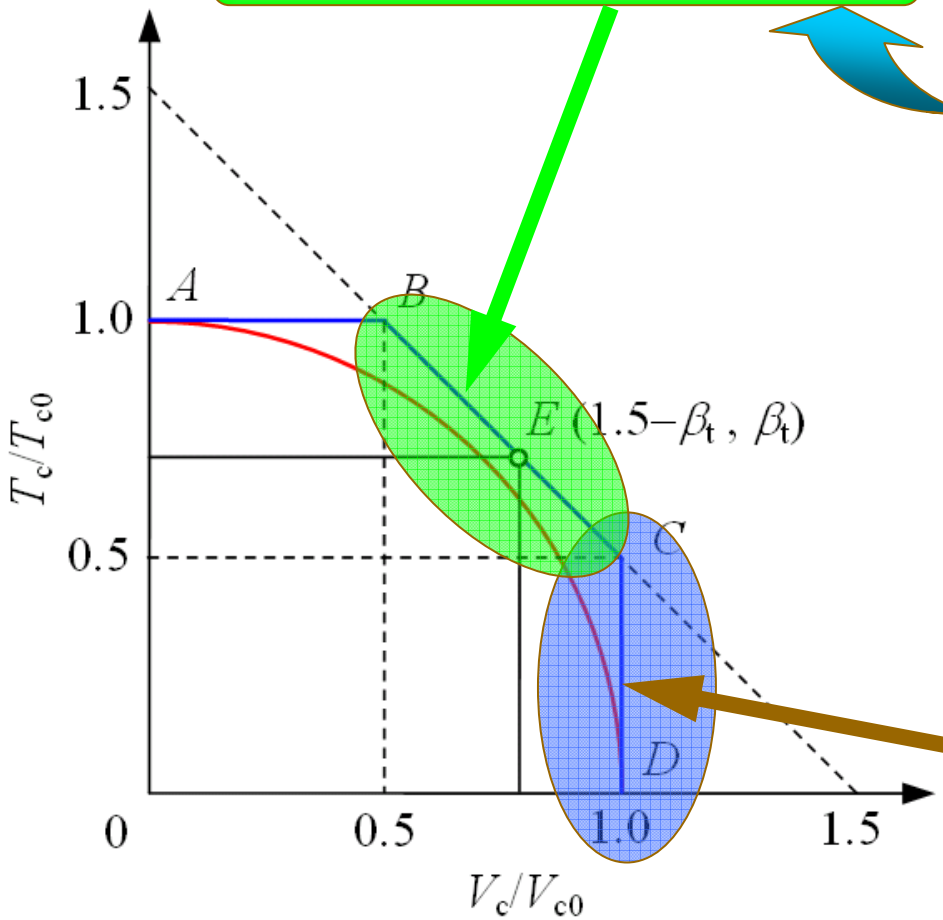


***AB*段，V_c/V_{c0}≤0.5，取T_c/T_{c0}＝1.0。**

***AB*段，剪力影响较小，忽略剪力对构件抗扭的影响，仅按纯扭构件的抗扭承载力公式进行计算。**

BC段，$\dfrac{T_c}{T_{c0}}+\dfrac{V_c}{V_{c0}}=1.5$

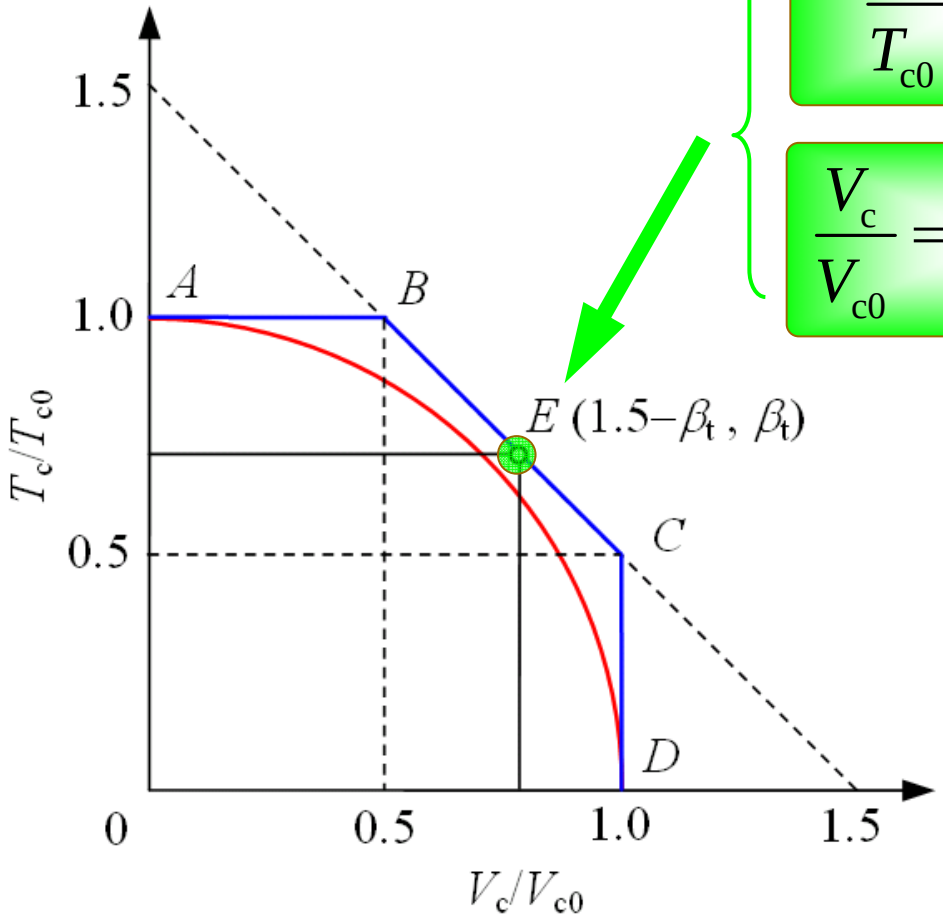
BC段，考虑构件中剪力和扭矩的相互影响，其关系为直线方程



CD段，扭矩影响较小，忽略扭矩对构件抗剪的影响，仅按受弯构件的斜截面抗剪承载力公式进行计算；

CD段，$T_c/T_{c0}\leqslant 0.5$，取$V_c/V_{c0}=1.0$。

现将BC上任意点E到横坐标轴的距离用β_t表示，即



$$\frac{T_c}{T_{c0}} = \beta_t$$

$$\frac{V_c}{V_{c0}} = 1.5 - \beta_t$$

$$\frac{T_c}{T_{c0}} + \frac{V_c}{V_{c0}} = 1.5$$

$$\beta_t = \frac{1.5}{1 + \dfrac{V_c/V_{c0}}{T_c/T_{c0}}}$$

若剪力的设计值和扭矩的设计值分别为V和T，并近似取

$$\frac{V_c}{T_c}=\frac{V}{T}$$

$$f_t=0.1f_c$$

$$\beta_t=\frac{1.5}{1+\dfrac{V_c/V_{c0}}{T_c/T_{c0}}}$$

$$T_{c0}=0.35f_tW_t$$

$$V_{c0}=0.7f_tbh_0$$

$$\beta_t=\frac{1.5}{1+\dfrac{V}{T}\dfrac{0.35\times0.1f_cW_t}{0.07f_cbh_0}}$$

简化

$$\beta_t=\frac{1.5}{1+0.5\dfrac{V}{T}\dfrac{W_t}{bh_0}}$$

当构件需要考虑剪力和扭矩的相互影响（$0.5 \leqslant \beta_t \leqslant 1.0$）时，应对构件的抗剪承载力公式和抗扭承载力公式分别按下述规定予以修正：

（1）剪扭构件的抗剪承载力按以下公式计算：

$$V_u = 0.7\left(1.5-\beta_t\right) f_t b h_0 + \square f_{yv} \frac{A_{sv}}{s} h_0$$

（2）剪扭构件的抗扭承载力按以下公式计算：

$$T_u = 0.35\beta_t f_t W_t + 1.2\sqrt{\zeta}\,\frac{f_{yv} A_{stl} A_{cor}}{s}$$

对集中荷载作用下独立的钢筋混凝土剪扭构件（包括作用有多种荷载，且其中集中荷载对支座截面所产生的剪力值占总剪力值的75％以上的情况），抗剪承载力计算应改为：

$$V_u = \frac{1.75}{\lambda+1}(1.5-\beta_t) f_t b h_0 + f_{yv}\frac{A_{sv}}{s}h_0$$

$$\beta_t = \frac{1.5}{1+0.2(\lambda+1)\frac{V}{T}\frac{W_t}{bh_0}}$$

式中，$1.5 \leqslant \lambda \leqslant 3.0$，当$\lambda < 1.5$时，取1.5；$\lambda > 3.0$时，取3.0。

由以上抗剪和抗扭计算分别确定所需的箍筋数量后，还要按照叠加原则计算总的箍筋需要量。

叠加原则是指将抗剪计算所需要的箍筋用量中的单侧箍筋用量A_{sv1}/s，（如采用双肢箍筋，A_{sv1}/s即为需要量A_{sv}/s中的一半；如采用四肢箍筋，A_{sv1}/s为需要量A_{sv}/s的1/4）与抗扭所需的单肢箍筋用量A_{stl}/s相加，从而得到每侧箍筋总的需要量为

$$\frac{A_{sv1}^{*}}{s}=\frac{A_{sv1}}{s}+\frac{A_{st1}}{s}$$

8.4.2 弯-扭构件

承受扭矩作用的钢筋混凝土构件，纵筋的位置不论在截面的上、下或侧面都是受拉。

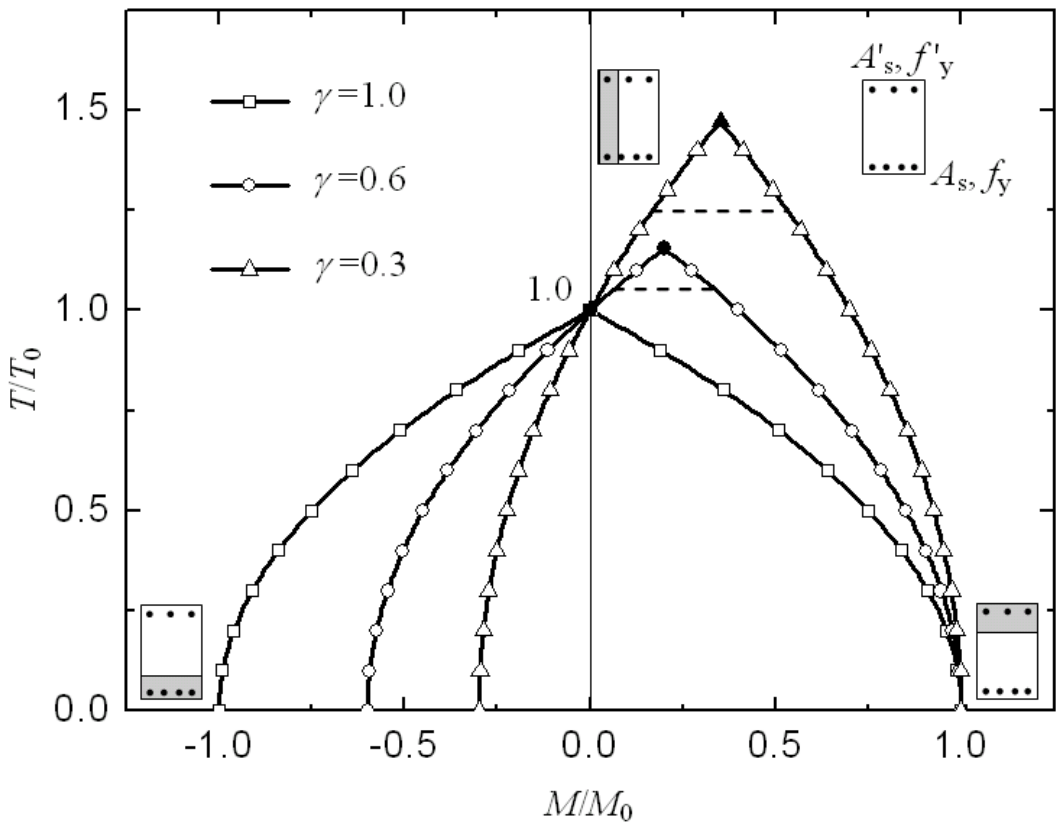
在弯矩作用下，构件截面上有受拉区和受压区，钢筋的应力有拉、有压。

+

弯矩的作用使受扭构件弯拉区钢筋（A_s）的拉应力增大，弯压区钢筋（A'_s）的拉应力减小或变为压应力。

因此，在弯矩和扭矩的共同作用下，构件破坏时，两者不一定都能达到相应的屈服强度（f_y和f'_y）。

令弯压区和弯拉区钢筋屈服时拉力的比值为



$$\gamma = \frac{A_s' f_y'}{A_s f_y}$$

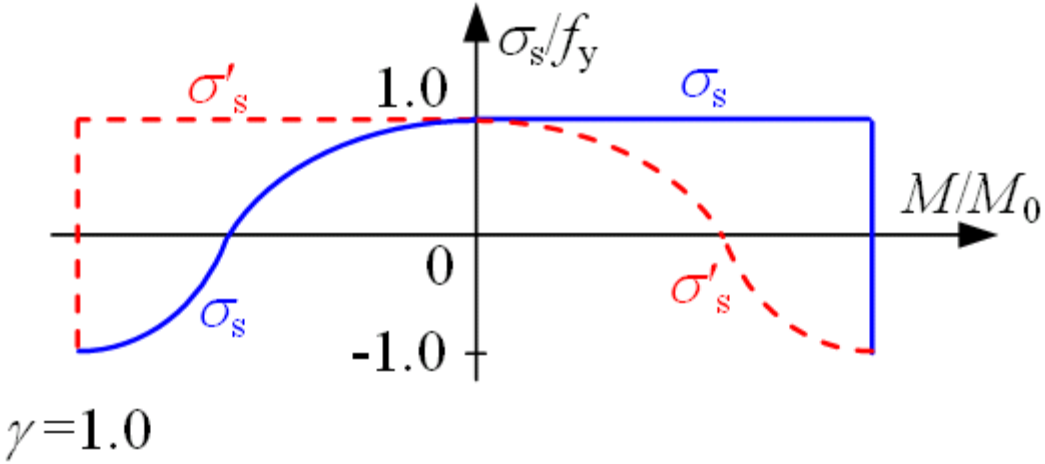
对称配筋构件（γ=1）

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^2 + \frac{M}{M_0} = 1$$

T_0：构件的纯扭极限承载力

M_0：构件的纯弯极限承载力

构件处于极限状态时，弯拉区和弯压区的钢筋应力（σ_s和σ'_s）随弯矩和扭矩的相对值不同而不同：

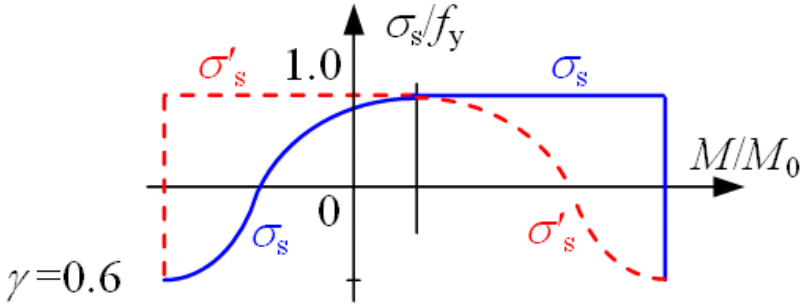


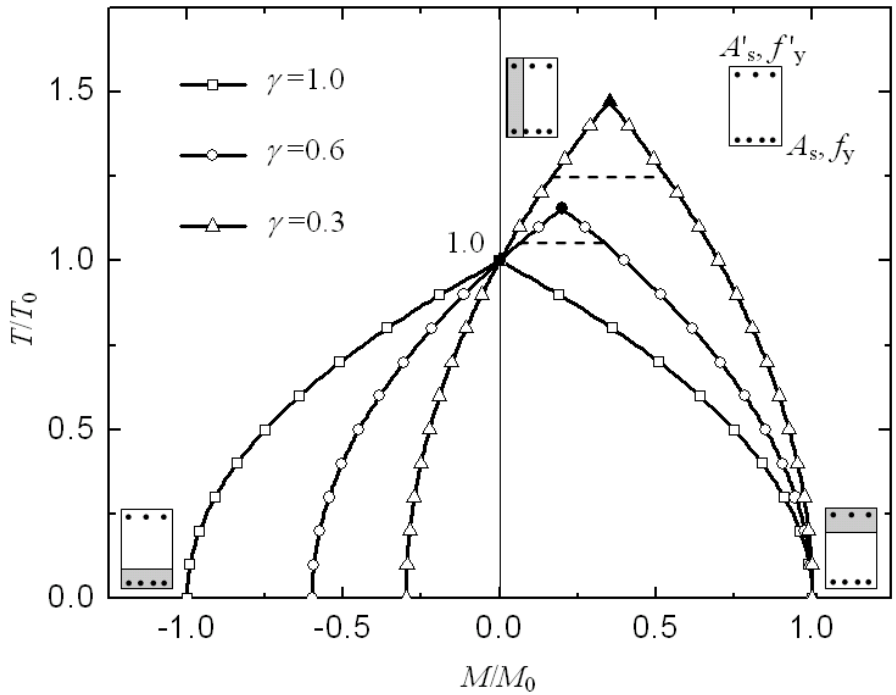
对称配筋构件（γ=1）

- 只有在纯扭状态（M=0）时，两者都达受拉屈服强度。

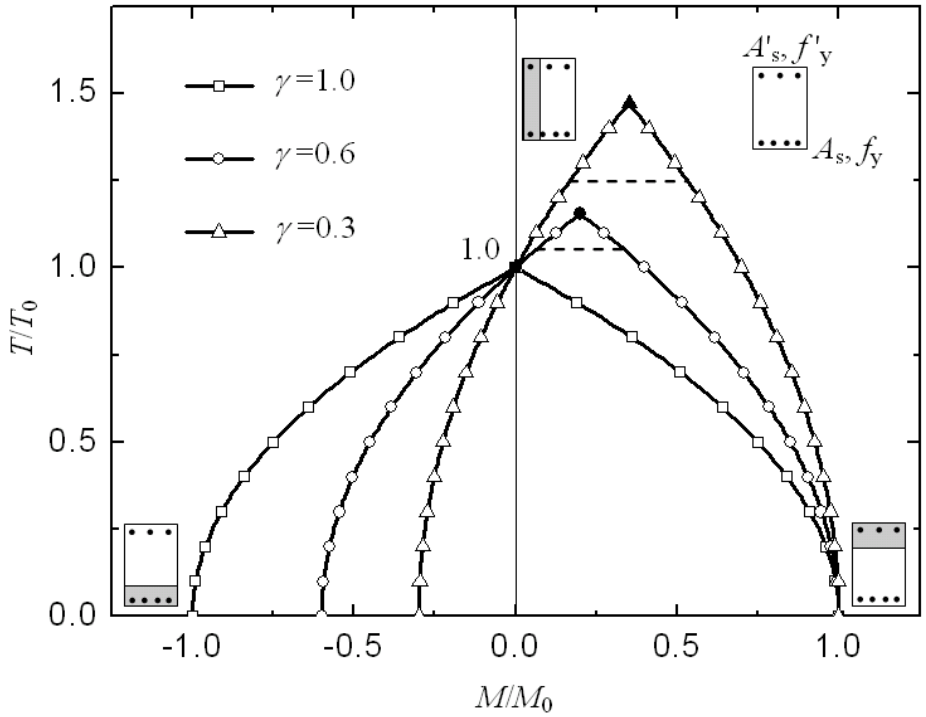
- 有正弯矩（M＞0）作用时，梁底钢筋总能达受拉屈服强度（$\sigma_s=f_y$），梁顶钢筋的应力（σ'_s）随弯矩增大而逐渐减小，应力由纯扭（M=0）时的$\sigma'_s=f_y$，减小至零，并转为受压，至纯弯状态（T=0）时应力$\sigma'_s=-f'_y$。
- 负弯矩作用（梁顶钢筋A'_s受拉）下，情况恰好相反。

非对称配筋的构件（$\gamma<1$）





- 在纯弯矩作用下，正负向弯矩的极限值不等，分别为M_0和$-\gamma M_0$。
- 在纯扭的极限状态（T_0，$M=0$）下，梁顶钢筋（A'_s）受拉屈服，底部钢筋（A_s）低于屈服强度。



➢ 再施加正弯矩，调整上下钢筋的应力，使之同时达屈服强度，可提高极限扭矩，并得最大极限扭矩值。

➢ 如果弯矩更大，将产生相反的情况，即构件极限状态时，底部钢筋受拉屈服，而顶部钢筋受拉不再屈服，甚至受压。

➢ 所以弯扭包络曲线不对称，与最大极限扭矩相应的峰点偏向正弯矩一侧，且随比值γ的减小，包络曲线偏移量增大。

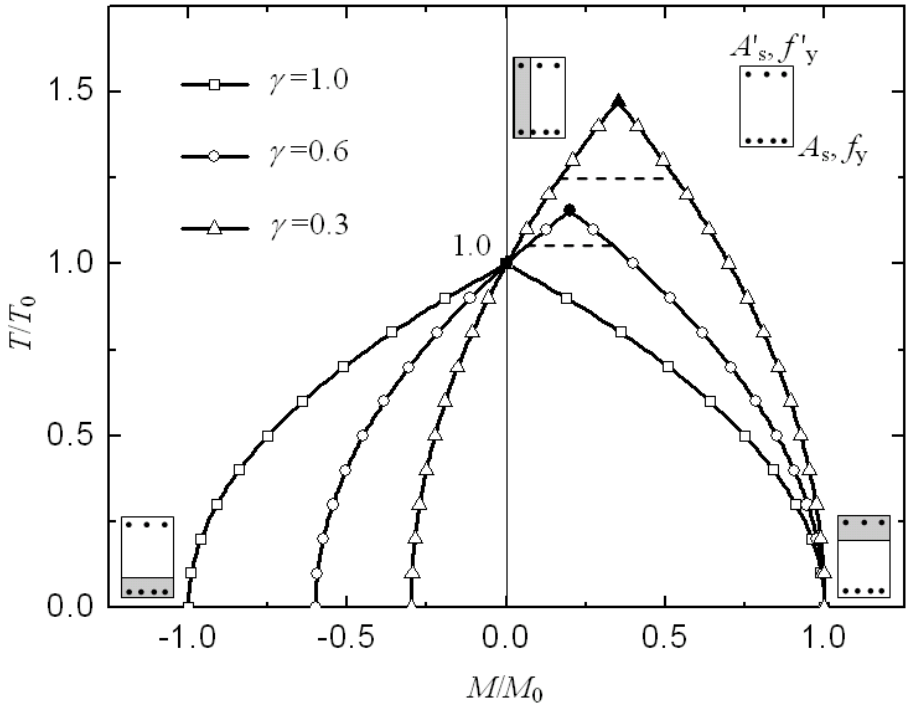
对于非对称配筋的构件，破坏包络曲线峰点的右、左两侧抛物线分别由梁底和顶部钢筋的抗拉控制，试验研究结果给出的计算式为

底部纵筋（A_s）控制

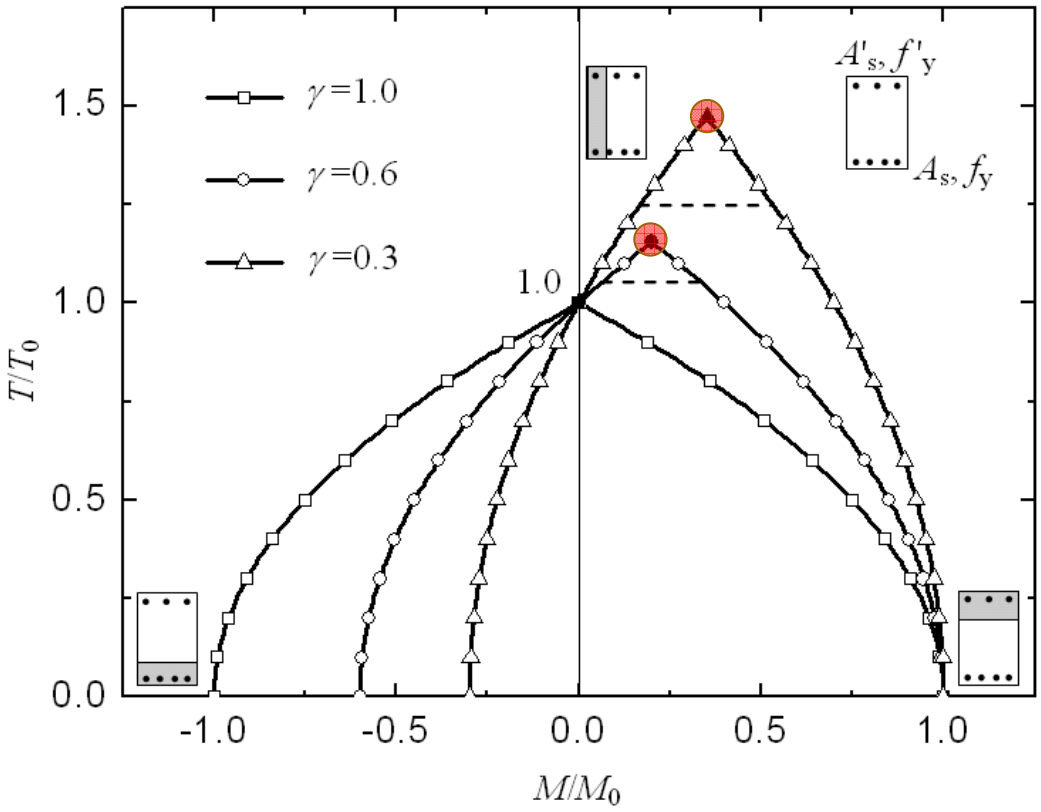
$$\gamma\left(\frac{T}{T_0}\right)^2+\frac{M}{M_0}=1$$

顶部纵筋（A'_s）控制

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^2-\frac{1}{\gamma}\frac{M}{M_0}=1$$

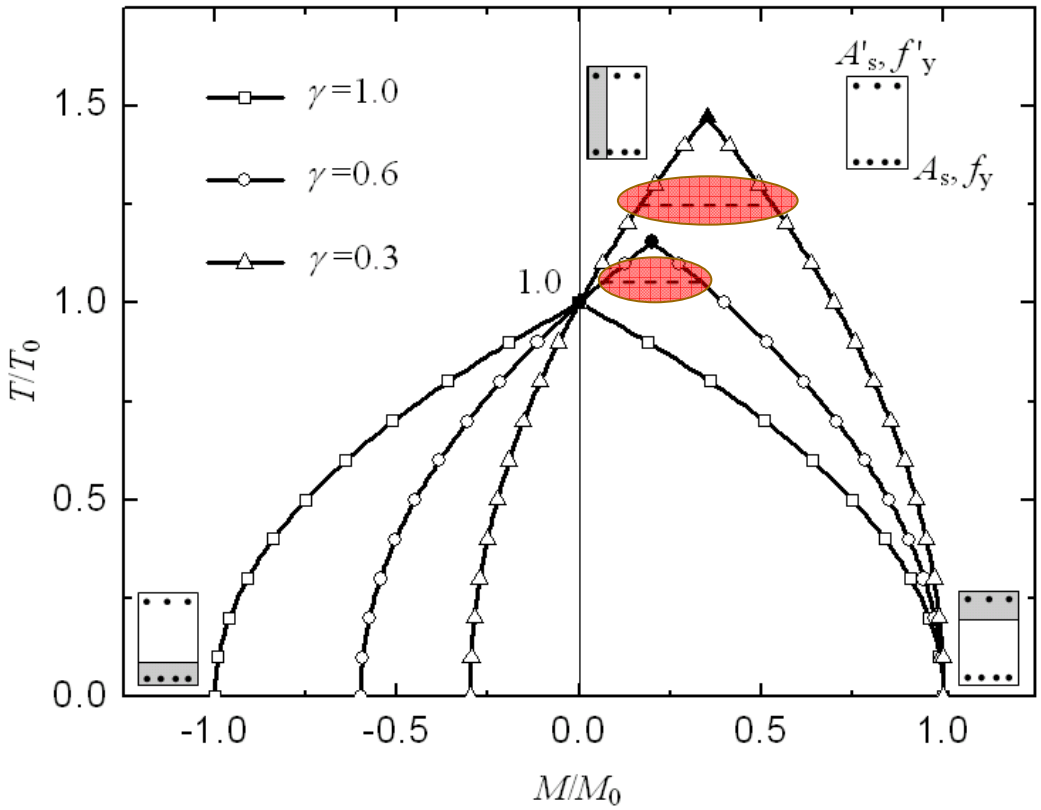


构件抗扭承载力的最大值位于两条抛物线的交点，其值为



$$\begin{cases} \dfrac{T_{\max}}{T_0} = \sqrt{\dfrac{1+\gamma}{2\gamma}} \\ \dfrac{M}{M_0} = \dfrac{1-\gamma}{2} \end{cases}$$

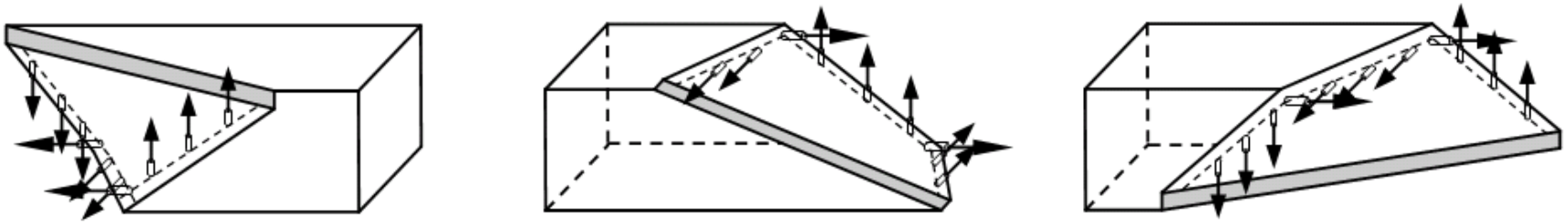
如果构件截面很窄（***h/b***比值大），或者侧边钢筋数量过少，在扭矩和弯矩的共同作用下，有可能截面长边中间的钢筋首先受拉屈服，并控制构件的破坏，其极限承载力主要取决于扭矩，而弯矩值对抗扭承载力的影响不大。



这种极限状态在弯扭包络曲线近似为一水平线，其最大极限扭矩小于底部和顶部钢筋控制的最大极限扭矩。

8.4.3 弯-剪-扭构件

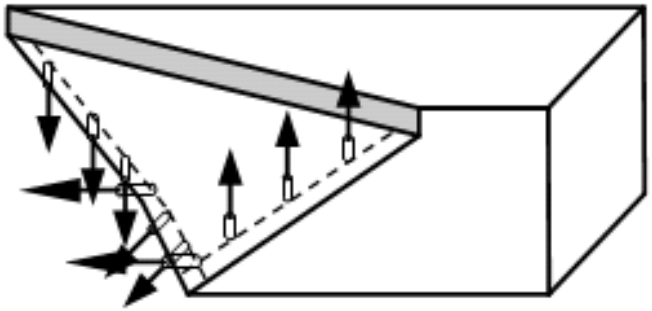
钢筋混凝土受扭构件根据弯矩、剪力、扭矩比值和配筋不同，主要有弯型、扭型和剪扭型三种破坏类型。



弯扭或弯剪扭共同作用下构件破坏类型

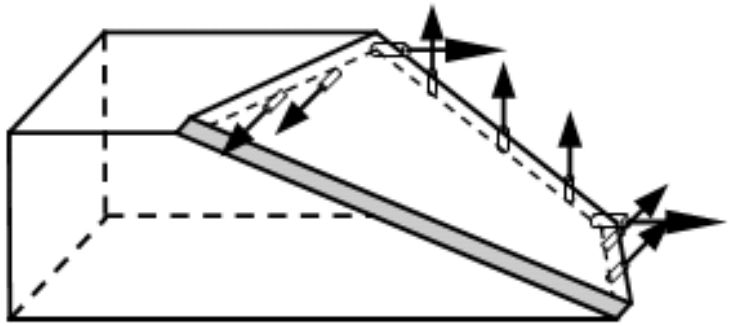
（a）弯型破坏；（b）剪扭型破坏（c）扭型破坏

弯型破坏：



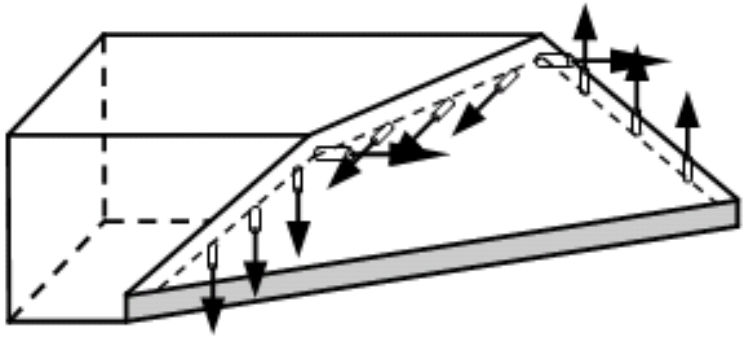
构件在弯剪扭共同作用下，当弯矩较大扭矩较小时（即扭弯比值较小），扭矩产生的拉应力减少了截面上部弯压区钢筋的压应力，构件破坏始自截面下部弯拉区受拉纵筋的首先屈服，其破坏形态通常称为“弯型”破坏。

剪扭型破坏：



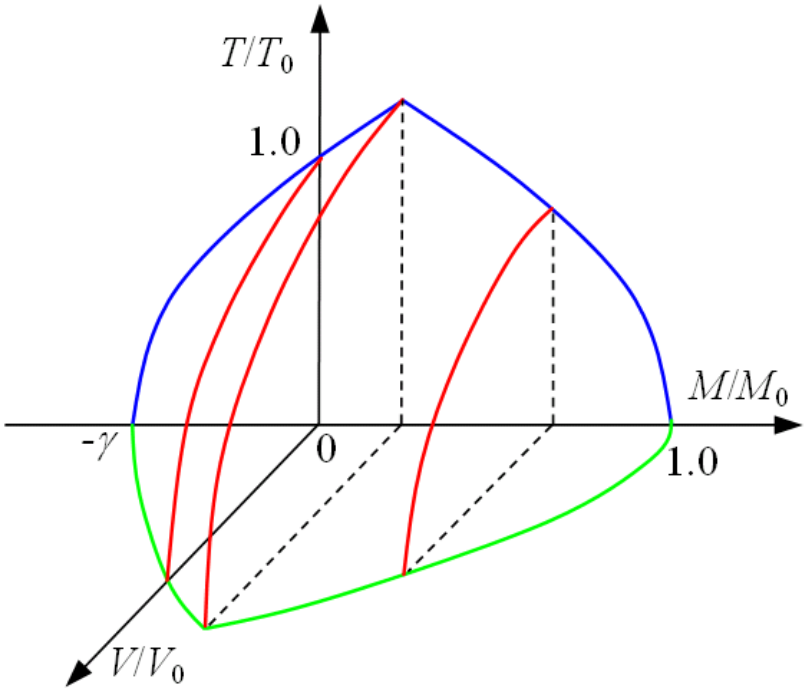
构件在弯剪扭共同作用下，当纵筋在截面的顶部及底部配置较多，两侧面配置较少，而截面宽高比（*b/h*）较小，或作用的剪力和扭矩较大时，构件破坏始自剪力和扭矩所产生主拉应力相叠加的侧面，而另一侧面处于受压状态，其破坏形态通常称为“剪扭型”破坏。

扭型破坏：



构件在弯剪扭共同作用下，当扭矩较大弯矩较小时（即扭弯比值较大），截面上部弯压区在较大的扭矩作用下，由受压转变为受拉状态，弯曲压应力减少了扭转拉应力，提高了构件抗扭承载力。构件破坏始纵筋面积较小的顶部，受压区在截面底部，其破坏形态通常称为“扭型”破坏。

钢筋混凝土构件在弯矩（***M***）、剪力（***V***）和扭矩（***T***）共同作用下的破坏包络面由两部分组成。



弯剪扭承载力相关关系

顶部纵筋控制（左边一半曲面）

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^2+\left(\frac{V}{V_0}\right)^2-\frac{1}{\gamma}\frac{M}{M_0}=1$$

底部纵筋控制（右边一半曲面）

$$\gamma\left(\frac{T}{T_0}\right)^2+\left(\frac{V}{V_0}\right)^2+\frac{M}{M_0}=1$$

8.5 轴力对弯剪扭作用构件承载力的影响

轴向压力使扭矩产生的混凝土主拉应力和纵筋拉应力减小，因而提高构件的开裂扭矩T_{cr}和极限扭矩T_u。

反之，轴向拉力使扭矩产生的混凝土主拉应力和纵筋拉应力增大，构件的开裂扭矩和极限扭矩必然降低。

设计规范中，一般采用简单的方式，如附加扭矩或修正系数考虑轴力对受扭构件的影响。

轴向压力、弯矩、剪力和扭矩共同作用下的钢筋混凝土矩形截面框架柱，其剪扭承载力按下列公式计算：

（1）抗剪承载力

$$V_u = (1.5-\beta_t)\left(\frac{1.75}{\lambda+1} f_t b h_0 + 0.07N\right) + f_{yv}\frac{A_{sv}}{s}h_0$$

（2）抗扭承载力

$$T_u = \beta_t\left(0.35 f_t + 0.07\frac{N}{A}\right)W_t + 1.2\sqrt{\zeta}\frac{f_{yv}A_{stl}A_{cor}}{s}$$

配筋

- 轴向压力、弯矩、剪力和扭矩共同作用下的钢筋混凝土矩形截面框架柱，纵向钢筋应按偏心受压构件正截面承载力和剪扭构件的抗扭承载力分别计算，并按所需的纵筋截面面积和相应的位置进行配置。
- 箍筋应按剪扭构件的抗剪承载力和抗扭承载力分别计算，并按所需的箍筋截面面积和相应位置进行配置。

轴向压力、弯矩、剪力和扭矩共同作用下的钢筋混凝土矩形截面框架柱，当$T \leqslant (0.175f_t + 0.035N/A)W_t$时，可仅按偏心受压构件的正截面承载力和框架柱斜截面抗剪承载力分别进行计算。

8.6 受扭构件计算公式的适用条件和构造要求

构件截面尺寸的要求

为了避免构件截面尺寸过小，弯剪扭构件在受力过程中发生超筋破坏，《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2010）对其截面尺寸进行了规定。在弯矩、剪力和扭矩共同作用下，$h_0/b \leqslant 6$的矩形截面、$h_w/b \leqslant 6$的T形和工字形截面以及$h_w/t_w \leqslant 6$的箱形截面构件，其构件截面尺寸应符合下列要求：

当h_w/b（或h_w/t_w）≤4时

$$\frac{V}{bh_0}+\frac{T}{0.8W_t}\leq 0.25\beta_c f_c$$

当h_w/b（或h_w/t_w）＝6时

$$\frac{V}{bh_0}+\frac{T}{0.8W_t}\leq 0.20\beta_c f_c$$

当$4< h_w/b$（或h_w/t_w）<6时，按线性内插法确定。

如果不满足，则需加大构件截面尺寸或提高混凝土强度等级。

另一方面，当截面尺寸符合下列要求时，

$$\frac{V}{bh_0}+\frac{T}{W_t}\le 0.7f_t+0.07\frac{N}{bh_0}$$

则可不进行构件截面抗扭承载力计算。但设计时，为了安全可靠，防止构件发生受扭脆性断裂，保证构件破坏时具有一定延性，应根据《混凝土结构设计规范》（**GB 50010-2010**）要求的最小配筋率配置纵向钢筋和箍筋。

最小配筋率

钢筋混凝土受扭构件的极限承载力与相应的素混凝土构件的极限承载力相等时，所对应的配筋率称为受扭构件钢筋的最小配筋率。

受扭构件的最小配筋率

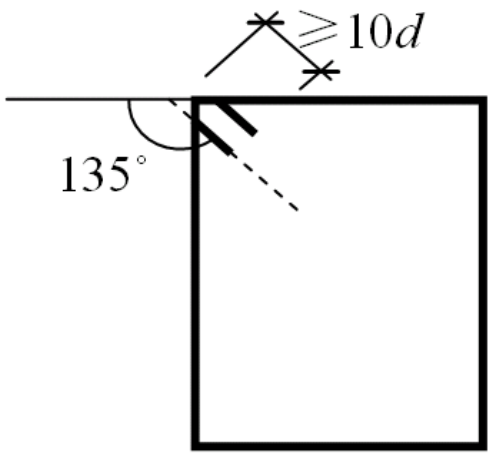
- 构件箍筋最小配筋率
- 构件纵筋最小配筋率

结构设计时，纵筋最小配筋率应取受弯及受扭纵筋最小配筋率叠加值。在弯剪扭构件中，弯曲受拉边纵向受拉钢筋的最小配筋量，不应小于按弯曲受拉钢筋最小配筋率计算出的钢筋截面面积与按受扭纵向受力钢筋最小配筋率计算并分配到弯曲受拉边钢筋截面面积之和。

《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）规定：弯剪扭共同作用下，结构受剪及受扭箍筋配筋率不应小于 $0.28f_t/f_{yv}$，即

$$\rho_{sv}=\frac{nA_{sv1}}{bs}\geq 0.28\frac{f_t}{f_{yv}}$$

箍筋必须做成封闭式，且应沿截面周边布置；当采用复合箍筋时，位于截面内部的箍筋不应计入；受扭所需箍筋的末端应做成135°弯钩，弯钩端头平直段长度不应小于10*d*（*d*为箍筋直径）。



结构在剪扭共同作用下，受扭纵筋的最小配筋率为

$$\rho_{stl,\min} = \frac{A_{stl,\min}}{bh} = 0.6\sqrt{\frac{T}{Vb}} \cdot \frac{f_t}{f_y}$$

当时 $\frac{T}{Vb} > 2$ ，取 $\frac{T}{Vb} = 2$ 。

- 受扭纵向受力钢筋的间距不应大于**200 mm**和梁的截面宽度；
- 截面四角必须设置受扭纵向受力钢筋，其余纵向钢筋沿截面周边均匀对称布置。
- 当支座边作用有较大扭矩时，受扭纵向钢筋应按受拉钢筋锚固在支座内。