第4章 钢筋混凝土轴心受力构件

一幢房屋或一个工程结构由许多承重构件有机组合而成，承重构件的种类很多，根据它们的受力不同，可分为受压、受拉、受弯、受剪、受扭等构件；或复合受力构件，如压弯、弯剪、扭弯剪等构件。纵向拉力合力方向与构件截面形心重合的构件，称为轴心受拉构件；纵向压力合力方向与构件截面形心重合的构件，称为轴心受压构件。轴心受拉构件和轴心受压构件统称为轴心受力构件。在实际工程中，由于荷载不可避免的偏心、构件制作误差及材料的不均匀性，轴心受力构件几乎是不存在的。但是轴心受力构件设计计算简单，在设计拱、屋架下弦拉杆、圆形水池的池壁以及多层多跨房屋的内柱、屋架上弦受压腹杆等构件时，往往因弯矩和剪力很小，将其近似地简化为轴心受力构件计算。另一方面，由于轴心受力构件是钢筋混凝土结构中最简单、最基本的受力单元，涉及的一些基本概念具有典型性，掌握其受力性能的一般规律，是了解其他种类构件受力性能的基础。为更好地阐明各种构件受力和变形特点及其设计计算方法，本章首先讨论轴心受力构件的受力性能、变形特点及设计计算方法。

为便于制作模板，轴心受力构件截面一般采用正方形或矩形，有时也采用圆形或多边形。为了弥补混凝土抗拉强度的不足，轴心受拉构件必须沿受力方向配置纵筋，与混凝土共同承担施加于其上的拉力。实际工程中，除纵筋外，往往还配置箍筋，如图4.1。箍筋的主要作用是固定纵向钢筋的位置，便于施工，它基本不受力，计算时不予考虑。轴心受压构件同样配置有纵筋和箍筋。按照箍筋的作用及配置方式不同，一般将钢筋混凝土轴心受压构件分为两种：配有纵向钢筋和普通箍筋的轴心受压构件，简称普通箍筋轴心受压构件；配有纵筋和间距较密的螺旋式（或焊接环式）箍筋的轴心受压构件，简称约束箍筋轴心受压构件。轴心受压构件的纵筋除与混凝土共同承担施加于其上的轴向压力外，还能承担由于初始偏心或其他偶然因素引起的附加弯矩在构件中产生的拉应力。普通箍筋轴心受压构件中配置的箍筋主要作用是固定纵筋的位置，防止纵筋在混凝土压碎前屈曲，保证纵筋与混凝土共同受力直至构件破坏；约束箍筋轴心受压构件配置的箍筋除固定纵筋的位置外，箍筋对其包围的核芯混凝土有较强的环向约束，而能够提高构件的承载力和延性。

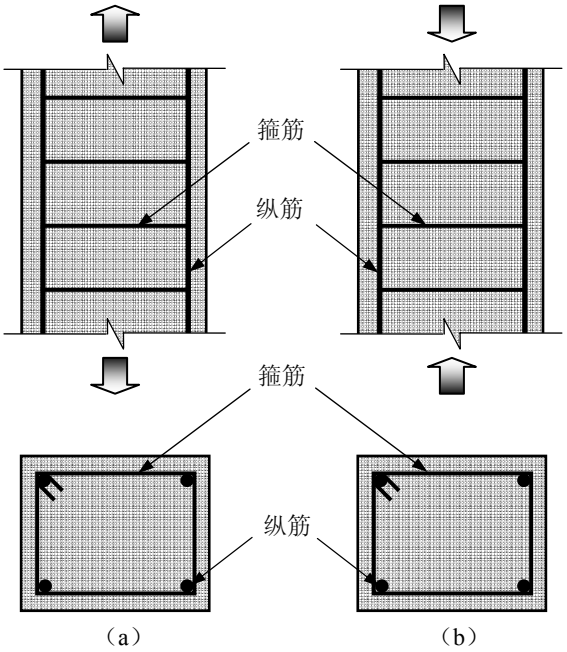

图 4.1 轴心受力构件
（a）轴心受拉构件；（b）轴心受压构件

4.1 普通箍筋轴心受压构件的试验分析

普通箍筋轴心受压构件配有纵向钢筋和箍筋。纵向钢筋的作用是提高柱的承载力，减小构件的截面尺寸，防止因偶然偏心产生的破坏，并能改善破坏时构件的延性和减小混凝土的

徐变变形。而箍筋能与纵筋形成骨架，并防止纵筋受力后外凸。根据构件的长细比（构件的计算长度l_0与构件的截面回转半径i或宽度b之比）不同，钢筋混凝土轴心受压构件分为短柱（对一般截面$l_0/i \leqslant 28$，i为截面的回转半径；对矩形截面$l_0/b \leqslant 8$，b为截面宽度）和长柱。

配有纵筋和箍筋的短柱，在轴心荷载作用下，整个截面的应变基本均匀分布，钢筋和混凝土的应变相同。荷载较小时，钢筋处于弹性阶段，混凝土也可以认为处于弹性状态，短柱压缩变形、纵筋和混凝土压应力的增加与荷载的增加基本成正比。荷载较大时，由于混凝土塑性变形的发展，短柱压缩变形增加的速度快于荷载增加速度，纵筋配筋率越小，这个现象越明显。尽管此时纵向钢筋还处于弹性阶段，但在相同荷载增量下，钢筋的压应力比混凝土的压应力增加快。随着荷载的继续增加，钢筋和混凝土的压应力继续增加，柱中开始出现微细裂缝。若钢筋的屈服应变小于混凝土破坏时的压应变，则钢筋首先屈服，随后钢筋承担的压力保持不变，而继续增加的荷载全部由混凝土承担。在临近破坏荷载时，柱四周出现明显的纵向裂缝，箍筋间的纵筋压屈，向外凸出，混凝土被压碎，柱子即告破坏，如图4.2。

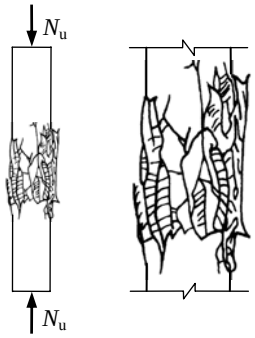

图 4.2 短柱的破坏

试验表明，素混凝土棱柱体试件的峰值压应力所对应的压应变值约为0.0015～0.002，钢筋混凝土柱由于纵向钢筋的存在，调整了纵向钢筋和混凝土间的应力分配，使得混凝土的塑性性能得到较好发展。钢筋混凝土短柱达到应力峰值时的压应变一般在0.0025～0.0035之间，改善了混凝土受压破坏的脆性性质。随着载荷增加，钢筋混凝土短柱在破坏时，一般是纵向钢筋先达到屈服强度，随后混凝土达到峰值压应变值后构件破坏。但当纵向钢筋的屈服强度较高，钢筋的屈服压应变大于混凝土的峰值压应变时，可能会出现钢筋没有达到屈服强度而混凝土首先达到了峰值压应变值而被压碎的情况。在轴心受压短柱中，不论受压钢筋在构件破坏时是否达到屈服，构件的承载力最终都是由混凝土压碎控制。一般采用中等强度钢筋的混凝土短柱破坏时，钢筋均能达到其抗压屈服强度，混凝土能达到轴心抗压强度，钢筋和混凝土都得到充分利用。若采用高强度钢筋，混凝土短柱破坏时钢筋应力可能达不到屈服强度，钢筋强度不能被充分利用。

在计算时，以构件的压应变达到0.002为控制条件，认为此时混凝土达到了其棱柱体抗压强度f_c，即棱柱体应力-应变曲线的峰值，其相应的纵筋应变值也为0.002，对于HRB400级、HRB335级、HPB235级和RRB400级热轧钢筋已达到屈服强度，而对于屈服强度或条件屈服强度大于400 N/mm^{2}的钢筋，相应的屈服应变大于0.002（钢筋的弹性模量近似取2×10^5 N/mm^2），在计算时钢筋的强度只能取400 N/mm^2。

上述所讲是短柱的受力分析和破坏形态。对于长细比较大的柱子，试验表明，由各种偶然因素造成的初始偏心距的影响不可忽略。加载后，初始偏心距产生附加弯矩和相应的侧向挠度，而侧向挠度又使附加弯矩进一步增大，附加弯矩和侧向挠度相互影响；随着荷载增加，附加弯矩和侧向挠度不断增大，长柱在轴力和弯矩耦合作用下发生破坏。破坏时，首先在凹侧出现纵向裂缝，随后混凝土被压碎，纵筋被压屈向外凸出；凸侧混凝土出现垂直于纵轴方向的横向裂缝，侧向挠度急剧增大，柱子破坏，如图4.3。

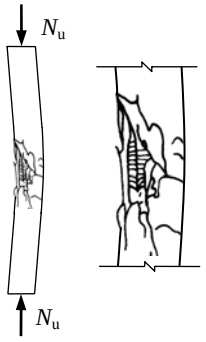

图 4.3 长柱的破坏

试验表明，长柱的破坏荷载低于相同截面短柱的破坏荷载。长细比越大，由各种偶然因素所产生的附加弯矩和相应的侧向挠度也越大，承载能力降低越多。长细比很大的细长柱还可能发生失稳破坏现象。此外，在长期荷载作用下，由于混凝土的徐变，将产生更大的侧向挠度，从而使长柱的承载力降低得更多，长期荷载在全部荷载中所占的比例越多，其承载力降低越多。

4.2 普通箍筋轴心受压构件受力分析

普通箍筋轴心受压构件内配有纵筋和箍筋，但箍筋的主要作用是固定纵筋，防止纵筋在混凝土压碎前屈曲，保证纵筋与混凝土共同受力直至构件破坏。在分析其受力时，认为纵筋和混凝土共同变形，纵筋不发生屈曲。构成钢筋混凝土轴心受压构件的钢筋和混凝土具有不同的力学性能，它们结合在一起，形成一个超静定的组合体，共同受力，共同变形。下面主要针对钢筋混凝土轴心受压构件中的混凝土和钢筋，研究两者共同工作的特点，对其受力分别进行弹性分析、弹塑性分析和全塑性分析。

4.2.1 轴心受压截面的弹性分析

假设钢筋混凝土轴心受压构件的钢筋和混凝土均为弹性材料，在截面中心轴向压力N的作用下，纵筋和混凝土共同变形，构件压缩缩短（图4.1b）。设构件长度为l，缩短值或压缩变形值为Δ，则压应变为ε（$=\Delta/l$）。构件的混凝土截面积为A_c，纵向钢筋截面积为A_s，两者的压应力分别为σ_c和σ_s。

轴心受压构件截面必须满足下面三个基本条件，即：

（1）平衡条件

$$N = \sigma_c A_c + \sigma_s A_s \tag{4-1}$$

上式就是力的平衡条件，$\Sigma Y=0$，反映了内力N与两种材料的截面积A_c、A_s以及所受压应力σ_c和σ_s之间的关系。

（2）变形条件

$$\varepsilon_c = \varepsilon_s = \varepsilon \tag{4-2}$$

上式就是平截面变形的数学表达式，或称变形协调条件。它表示构件内任一平截面变形后仍为一平面。由于钢筋和混凝土结合在一起，两者共同变形，混凝土的压应变和钢筋的压应变相等，该应变就是整个构件的压应变。

（3）物理条件

$$\sigma_c = E_c \varepsilon_c \tag{4-3}$$

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \tag{4-4}$$

公式（4-3）和（4-4）分别就是混凝土和钢筋两种材料应力应变关系的数学表达式，可用图4.4表示。虽然两种材料都具有弹性性能，应力应变关系都呈线形，但弹性模量不同，钢筋的弹性模量大，混凝土的弹性模量小。

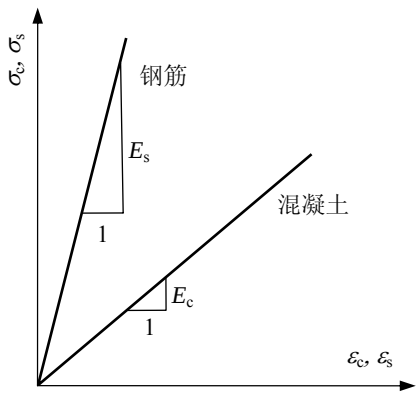

图 4.4 钢筋和混凝土的应力-应变关系

事实上，正如第二章所述，混凝土并非弹性材料，钢筋也要屈服和硬化。但当构件受力较小时，两种材料所受的压应力都较小，可近似按弹性考虑。

以上三个条件是分析问题的基本依据，表达这三个条件的基本方程共有5个，涉及的变量有10个，即N、σ_c、σ_s、ε_c、ε_s、ε、A_c、A_s、E_c、E_s。已知其中的任意5个，即可由这5个方程解出其余5个未知

量。

下面对这三个基本条件进一步分析研究，以深刻理解这10个变量之间的内在联系。

1. 内力与变形的关系

根据以上三个基本条件，可以得到轴心受压截面内力与变形的关系如下：

将式（4-3）、（4-4）代入式（4-1），得：

$$N = E_c\varepsilon_c A_c + E_s\varepsilon_s A_s \qquad (4\text{-}5)$$

将式（4-2）代入上式，得：

$$N = E_c\varepsilon A_c + E_s\varepsilon A_s = \left(E_c A_c + E_s A_s\right)\varepsilon \qquad (4\text{-}6)$$

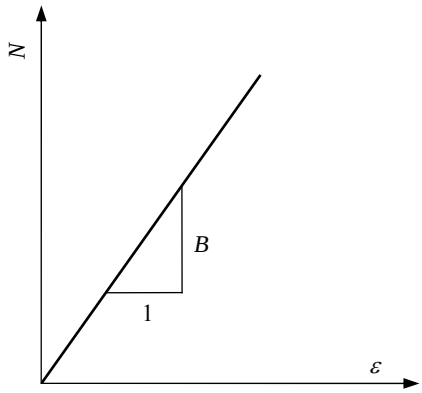

图 4.5 轴力与应变的关系

上式就是轴心受压构件的轴力（即总压力N）与变形（即压应变ε）的关系式。由于截面积A_c、A_s和弹性模量E_c、E_s都是常数，所以N与ε成正比，两者呈线性关系，如图4.5。这说明，如果两种材料都是理想弹性体，则由它们组成的组合体，作为一个整体来看，也具有弹性性能。

2. 换算截面积

令α_E为钢筋和混凝土两种材料弹性模量的比值，即：

$$\alpha_E = \frac{E_s}{E_c} \qquad (4\text{-}7)$$

又令ρ为截面的配筋率，即：

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} \qquad (4\text{-}8)$$

则式（4-6）可写成：

$$N = \left(E_c A_c + \alpha_E E_c \rho A_c\right)\varepsilon = E_c A_c\left(1 + \alpha_E \rho\right)\varepsilon \qquad (4\text{-}9)$$

令A_0为构件的换算截面积，即：

$$A_0 = A_c + \alpha_E A_s = A_c\left(1 + \alpha_E \rho\right) \qquad (4\text{-}10)$$

于是式（4-9）可写成：

$$N = E_c A_0 \varepsilon \qquad (4\text{-}11)$$

所谓换算截面积就是将钢筋换算成相当的混凝土，使整个截面成为一个截面积为A_0的素混凝土截面，然后作为匀质弹性体来分析。换算的方法是将钢筋的面积A_s增加到α_E倍，成为$\alpha_E A_s$，再与混凝土面积A_c相加，即得换算截面积A_0。引入换算截面积的概念将使分析计算简化，物理意义清楚。

3. 抗压刚度

构件所受的内力与其变形的比值称为刚度，也就是使构件发生单位变形所需的内力。显然，对于轴心受压构件，轴向压力N与压应变ε的比值称为它的抗压刚度B。或者说，使轴心受压构件发生单位压应变所需的轴向压力就是它的抗压刚度。根据弹性体材料力学，匀质弹性材料的抗压刚度可由下式得到：

$$B=\frac{N}{\varepsilon}=EA \tag{4-12}$$

对于钢筋混凝土截面，如按弹性假设，抗压刚度可由式（4-11）得：

$$B=\frac{N}{\varepsilon}=\frac{E_c A_0 \varepsilon}{\varepsilon}=E_c A_0 \tag{4-13}$$

上式与式（4-12）相似，它表明，如按弹性假设，钢筋混凝土轴压构件的抗压刚度与压力大小无关，是一个常数，等于混凝土的弹性模量E_c与换算截面积A_0的乘积，如图4.6。

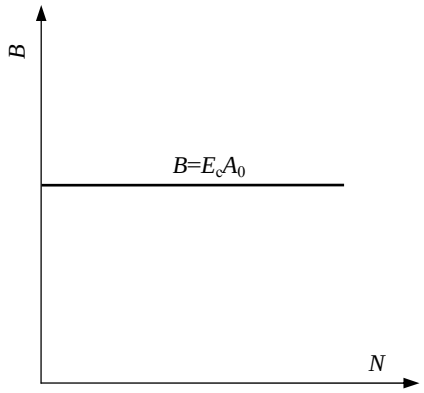

图 4.6 刚度与轴力的关系

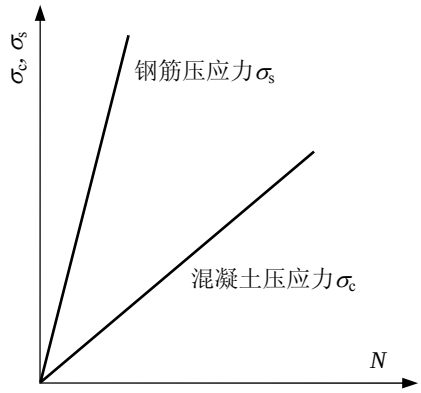

图 4.7 应力与轴力的关系

4. 内力与应力的关系

在截面中心轴向压力N的作用下，混凝土和钢筋所受到的压应力可由下式求得：

$$\sigma_c=E_c\varepsilon_c=E_c\frac{N}{E_c A_0}=\frac{N}{A_0} \tag{4-14}$$

$$\sigma_s=E_s\varepsilon_s=E_s\varepsilon_c=E_s\frac{N}{E_c A_0}=\frac{E_s}{E_c}\frac{N}{A_0}=\alpha_E\sigma_c \tag{4-15}$$

上面两式说明，在钢筋混凝土轴心受压构件中，如按弹性假设，混凝土和钢筋所受的压应力均与内力N成正比，钢筋的压应力等于混凝土压应力的α_E倍，如图4.7。

4.2.2 轴心受压截面的弹塑性分析

当荷载较小时，钢筋处于弹性阶段，混凝土也可以近似地作为弹性材料来分析，纵筋和混凝土压应力的增加也与荷载的增加成正比，柱子压缩变形的增加与荷载的增加成正比，轴心受压截面的弹性分析结果与实测值尚能相符。但当荷载较大时，柱子压缩变形的增加与荷载的增加不再成正比，变形的增加比荷载的增加快，钢筋的应力增加较快，而混凝土应力增加较慢，最后还会减小。这些都表明，弹性分析理论与此时的实际不符，因而，需要进行弹塑性分析。

1. 基本方程

轴心受压短柱的弹塑性分析是假设钢筋和混凝土均为弹塑性材料。与弹性分析相同，所需满足的基本条件仍为平衡条件、物理条件和变形条件三个。但其中的物理条件改用钢筋和混凝土的非线性应力应变关系的计算模式。

对于软钢，钢筋在屈服台阶后进入强化段的应变（$\varepsilon_{s,h}\approx30\times10^{-3}$）已大大超过混凝土的极限压应变值，模拟钢筋的强化段曲线已没必要。因此，钢筋的应力应变关系计算模式采用适

用于流幅较长的低强度钢筋弹塑性的双直线模型。该模型将钢筋的应力-应变曲线简化为两段直线，不计其屈服强度上限的变化和强化段的作用，如图2.43a或图4.8a。*OA*段为完全弹性阶段，*AB*段为完全塑性阶段，*B*点为应力强化的起点。其数学表达式如下：

当 $\varepsilon_s \le \varepsilon_y$ 时，　　$\sigma_s = E_s \varepsilon_s$　　同（2-29）

当 $\varepsilon_y < \varepsilon_s \le \varepsilon_{s,h}$ 时，　　$\sigma_s = f_y$　　同（2-30）

式中，ε_y为钢筋屈服时所对应的应变值；$\varepsilon_{s,h}$为应力强化起点对应的应变值；f_y为钢筋的屈服强度；$E_s = \dfrac{f_y}{\varepsilon_y}$ 为钢筋的弹性模量。

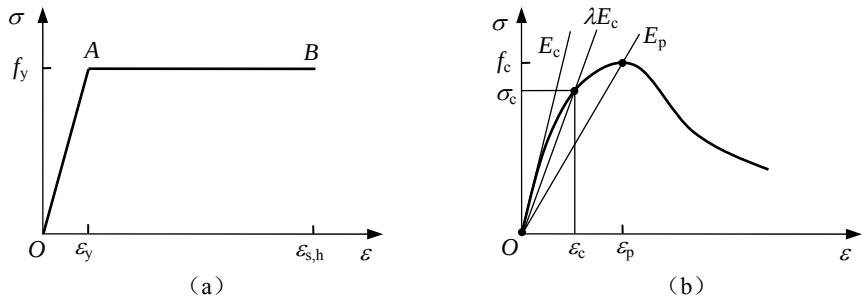

图 4.8 轴心受压柱弹塑性分析时材料的应力-应变关系
（a）钢筋；（b）混凝土

混凝土受压应力-应变全曲线，可根据其力学性能和强度等级选取合理的方程和参数值。非线性的应力-应变关系可表达成一般形式（图4.8b）：

$$\sigma_c = \lambda E_c \varepsilon_c \tag{4-16}$$

式中，$E_c = \mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}\varepsilon\big|_{\varepsilon=0}$ 为混凝土的初始弹性模量；λ为混凝土的受压变形塑性系数，定义为任一应变（应力）时的割线弹性模量（λE_c）与初始弹性模量（E_c）的比值。也是弹性应变（$\lambda\varepsilon_c$）与总应变（ε_c）的比值，由应力-应变曲线方程计算确定。其数值随应变增大而单调减小：

$\varepsilon_c=0$，$\sigma_c=0$ 时，　　$\lambda=1.0$

$\varepsilon_c=\varepsilon_p$，$\sigma_c=f_c$ 时，　　$\lambda=E_p/E_c=1/\alpha_a$

$\varepsilon_c>\varepsilon_p$（下降段），　　$\lambda<1/\alpha_a$

$\varepsilon_c\to\infty$，　　$\lambda\to 0$

式中，α_a为上升段曲线参数。

根据变形条件，钢筋和混凝土的应变相等，即$\varepsilon_s=\varepsilon_c=\varepsilon$，此时，两者的应力比值为：

$$\frac{\sigma_s}{\sigma_c} = \frac{E_s\varepsilon_s}{\lambda E_c \varepsilon_c} = \frac{\alpha_E}{\lambda} \quad 或 \quad \sigma_s = \frac{\alpha_E}{\lambda}\sigma_c \tag{4-17}$$

式中，$\alpha_E=E_s/E_c$为钢筋和混凝土弹性模量之比，是一个与应变（应力）无关的材料常数。但λ随混凝土应变增大而逐渐减小，因此，在钢筋的弹性范围内，钢筋和混凝土的应力比值随应变的增大逐渐增大。

由平衡条件可以得到轴心受压构件的内力

$$N = N_c + N_s = \sigma_c A_c + \sigma_s A_s \tag{4-18}$$

式中，N_c和N_s分别为混凝土和钢筋承担的压力。

将式（4-17）代入式（4-18），可得：

$$\sigma_c = \frac{N}{A_c + \frac{\alpha_E}{\lambda} A_s} = \frac{N}{A_{0p}} \tag{4-19}$$

式中，A_{0p}称为混凝土受压弹塑性变形换算截面面积，其表达式为

$$A_{0p} = A_c + \frac{\alpha_E}{\lambda} A_s \tag{4-20}$$

混凝土弹塑性变形受压换算截面面积A_{0p}由混凝土的截面积A_c和钢筋的换算面积$\alpha_E A_s/\lambda$两部分组成。其物理意义是将两种不同材料组合截面变换成同一种材料的计算截面积，实际上就是把钢筋的面积增大α_E/λ倍后与混凝土面积相加。这里值得注意的是，由于λ随应变增大而减小，故此换算面积不是常数，而是随应变增大而增大。

轴心受压构件的抗压刚度定义为轴向压力N与应变ε的比值，按弹塑性分析，其抗压刚度为：

$$B_p = \frac{N}{\varepsilon} = \frac{\sigma_c A_{0p}}{\varepsilon_c} = \frac{\lambda E_c \varepsilon_c A_{0p}}{\varepsilon_c} = \lambda E_c A_{0p} = E_c\left(\lambda A_c + \alpha_E A_s\right) \tag{4-21}$$

显然，弹塑性状态下，轴心受压截面的刚度不是常数，随着内力的逐渐增加，而逐渐减小，这与弹性状态下的结果不同。

2. 应力和变形分析

短柱在承受轴向压力后，混凝土和钢筋的应力和应变反应以及柱子的极限承载力等都可以运用上述基本方程，分阶段地进行分析。钢筋和混凝土的应力应变关系各分为两个阶段表达，分别以钢筋屈服应变（ε_y）和混凝土峰值应变（ε_p）作为两个阶段的分界点。由图4.9看到，ε_y和ε_p值不相等，所以在进行分析时，需要划分为三个阶段来考虑。根据ε_y和ε_p值的相对大小，钢筋混凝土短柱的受力过程又有两种不同的情况。

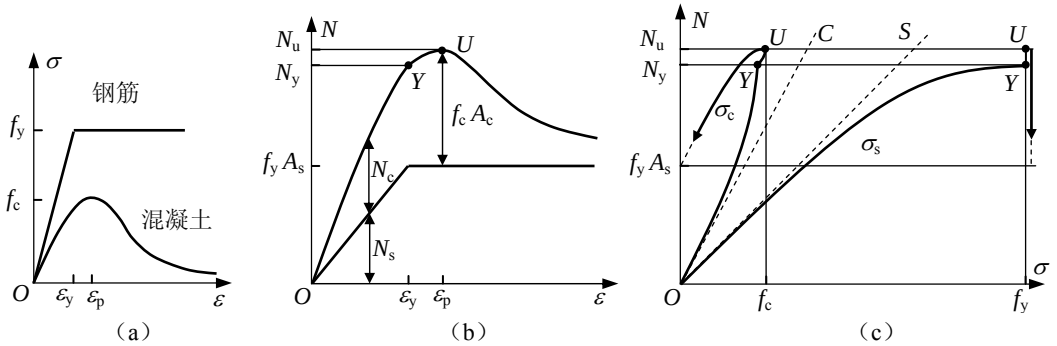

图 4.9 轴心受压构件的应力和变形（$\varepsilon_y<\varepsilon_p$）

（a）材料的应力-应变关系；（b）构件的轴力-应变关系；（c）钢筋和混凝土的应力

（1）钢筋屈服应变小于混凝土峰值应变（$\varepsilon_y<\varepsilon_p$）

第Ⅰ阶段，钢筋屈服前（$\varepsilon<\varepsilon_y$）：

对柱子施加轴压力后，应变ε逐渐增加，钢筋和混凝土的应力也逐渐增大。钢筋的应力σ_s和承受的压力N_s分别为：

$$\begin{cases} \sigma_s = E_s \varepsilon_s \\ N_s = E_s \varepsilon_s A_s \end{cases} \tag{4-22}$$

它们均与应变成正比增大。混凝土的应力σ_c和承受的压力N_c分别为：

$$\begin{cases} \sigma_c = \lambda E_c \varepsilon_c \\ N_c = \lambda E_c \varepsilon_c A_c \end{cases} \tag{4-23}$$

但混凝土因为出现塑性变形，弹性模量渐减，即λ逐渐减小，其应力σ_c和所承受压力N_c的增长幅度逐渐减小。

钢筋和混凝土承担的轴力分别为：

$$\begin{cases} \dfrac{N_s}{N} = \dfrac{\sigma_s A_s}{\sigma_c A_{0p}} = \dfrac{\alpha_E A_s}{\lambda A_{0p}} = \dfrac{\alpha_E \rho}{\lambda + \alpha_E \rho} \\ \dfrac{N_c}{N} = \dfrac{\sigma_c A_c}{\sigma_c A_{0p}} = \dfrac{A_c}{A_{0p}} = \dfrac{1}{1 + \dfrac{\alpha_E}{\lambda}\rho} \end{cases} \tag{4-24}$$

式中，$\rho = A_s/A_c$，为截面的配筋率。

由式（4-24）可以看出，轴力增大后，因混凝土出现塑性变形，λ逐渐减小，钢筋承担轴力的比例（N_s/N）增大，混凝土承担轴力的比例（N_c/N）逐渐减小。

轴力与钢筋和混凝土应力的关系分别为：

$$\begin{cases} \dfrac{N}{\sigma_s} = \dfrac{\lambda}{\alpha_E} A_c + A_s \\ \dfrac{N}{\sigma_c} = A_c + \dfrac{\alpha_E}{\lambda} A_s \end{cases} \tag{4-25}$$

则钢筋应力与混凝土应力比为

$$\frac{\sigma_s}{\sigma_c} = \frac{1 + \dfrac{\alpha_E}{\lambda}\rho}{\dfrac{\lambda}{\alpha_E} + \rho} = \frac{\alpha_E}{\lambda} \tag{4-25a}$$

在轴力-应力图上，若两种材料均为弹性，则弹性模量比为常值，两者的应力都与轴力成正比增加，如图4.9c中的虚线OS和OC。但现在混凝土是弹塑性材料，混凝土受压塑性系数λ随着应变的增加而逐渐减小。混凝土出现塑性变形后，混凝土的应力增加率减缓，钢筋的应力增长率必然加快，二者的应力比（σ_s/σ_c）逐渐加大（式（4-25a））。由式（4-25）可知，随着轴力增大，应变逐渐增大，λ逐渐减小，轴力-钢筋应力曲线的斜率逐渐减小，而轴力-混凝土应力曲线的斜率逐渐增大，如图中实线所示。

根据平衡条件，这一阶段的轴力和应变的关系为：

$$N = \sigma_c A_{0p} = \lambda E_c \varepsilon \left(A_c + \frac{\alpha_E}{\lambda} A_s \right) \tag{4-26}$$

轴力-应变曲线的斜率随应变的增加逐渐减小，如图4.9b的OY段。

第Ⅰ阶段末，钢筋屈服（$\varepsilon = \varepsilon_y$）：

$$N_y = \lambda E_c \varepsilon_y A_c + f_y A_s \tag{4-27a}$$

$$\sigma_s = f_y \tag{4-27b}$$

$$\sigma_c = \frac{\lambda}{\alpha_E} f_y = \lambda E_c \varepsilon_y \tag{4-27c}$$

式中，N_y为钢筋屈服对应的轴力。

第Ⅱ阶段，钢筋已屈服，混凝土达到峰值应变前（$\varepsilon_y < \varepsilon \leqslant \varepsilon_p$）：

当钢筋达到屈服（$\varepsilon=\varepsilon_y$）时，柱的轴压力为：

$$N_y = \lambda E_c \varepsilon_y A_c + f_y A_s \tag{4-28}$$

钢筋屈服后，混凝土达到峰值应变前（$\varepsilon_y < \varepsilon \leqslant \varepsilon_p$），随着应变增加，钢筋应力维持（$\sigma_s=f_y$）不变，钢筋承担的轴力不变；而混凝土的压应力继续增加，轴力的增量全部由混凝土承担。柱的轴力、钢筋的应力和混凝土的应力分别为：

$$\begin{cases} N = \lambda E_c \varepsilon A_c + f_y A_s \\ \sigma_s = f_y \\ \sigma_c = \lambda E_c \varepsilon \end{cases} \tag{4-29}$$

这一阶段柱的N−ε曲线斜率减小加剧，在N_y处（第Ⅰ阶段末）曲线连续但不光滑，为一尖点。钢筋和混凝土承担的轴力分别为：

$$\begin{cases} \dfrac{N_s}{N} = \dfrac{f_y A_s}{\sigma_c A_c + f_y A_s} \\ \dfrac{N_c}{N} = \dfrac{1}{1 + \dfrac{f_y A_s}{\sigma_c A_c}} \end{cases} \tag{4-30}$$

由于应变小于混凝土的峰值应变ε_p，σ_c值随应变增加而增大。因而，由钢筋承担的轴力在总轴力中所占比例逐渐减小，混凝土承担的轴力在总轴力中所占比例逐渐增大。由这一阶段的轴力和应变的关系式（4-29）知，轴力−应变曲线的斜率小于第Ⅰ阶段的斜率，且随应变增加逐渐减小，如图4.9b中的YU段。这一阶段混凝土的压应力加速增长，直到其应力的峰值f_c，达到第Ⅱ阶段末。此时柱的轴力为：

$$N = f_c A_c + f_y A_s \tag{4-31}$$

混凝土和钢筋均达到了各自的抗压强度，柱的N−ε曲线在该点斜率为零，轴力有极大值，该轴力极大值即为柱的极限轴力N_u。

第Ⅲ阶段，混凝土达到峰值应变后（$\varepsilon > \varepsilon_p$）：

在第Ⅲ阶段，随着应变增加，钢筋应力维持（$\sigma_s=f_y$）不变，钢筋承担的轴力不变；混凝土的压应力（即残余应力）逐渐减小，柱能承受的轴力逐渐减小。柱的轴力、钢筋的应力和混凝土的应力分别为：

$$\begin{cases} N = \lambda E_c \varepsilon A_c + f_y A_s \\ \sigma_s = f_y \\ \sigma_c = \lambda E_c \varepsilon \end{cases} \tag{4-32}$$

此表达式与第Ⅱ阶段的表达式（4-29）相同，所以，钢筋和混凝土各自承担轴力的表达式也与式（4-30）相同，但λ值取混凝土应力−应变关系曲线下降段的λ值。这一阶段柱的N−ε曲线

随着应变增加而降低，如图4.9b中U点之后的下降段。由于应变大于混凝土的峰值应变ε_p，σ_c值随应变增加而减小。因此，由（4-30）知，钢筋承担的轴力在总轴力中所占比例逐渐增大，混凝土承担的轴力在总轴力中所占比例逐渐减小。当应变值很大时，混凝土残余强度接近零，柱的残存承载力由钢筋控制，其值大小为：

$$N = f_y A_s \tag{4-33}$$

（2）钢筋屈服应变大于混凝土峰值应变（$\varepsilon_y > \varepsilon_p$）

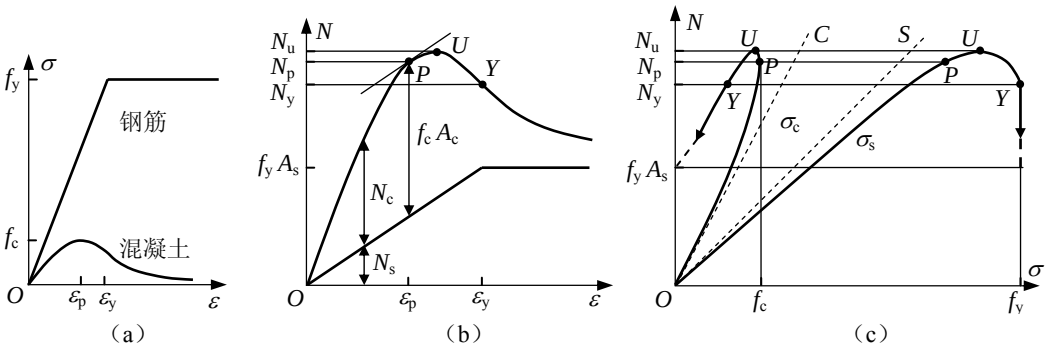

图 4.10 轴心受压构件的应力和变形（$\varepsilon_y > \varepsilon_p$）

（a）材料的应力-应变关系；（b）构件的轴力-应变关系；（c）钢筋和混凝土的应力

如果柱内配置强度等级较高的钢筋，屈服应变大于混凝土的峰值应变（$\varepsilon_y > \varepsilon_p$），柱的受力阶段和变形过程与钢筋屈服应变小于混凝土峰值应变情况有很大的区别，如图4.10。

第Ⅰ阶段，混凝土达到峰值应变前（$\varepsilon_c < \varepsilon_p$）：

对柱子施加轴压力后，应变ε逐渐增加，钢筋的应力σ_s和承受的压力N_s均与应变成正比增大；混凝土的应力σ_c和承受的压力N_c也随应变的增加而增大，但因为混凝土出现塑性变形，弹性模量逐渐减小，λ逐渐减小，其应力σ_c和承受的压力N_c的增长幅度逐渐减小。在第Ⅰ阶段的受力和变形过程的初始阶段，钢筋屈服应变大于混凝土峰值应变柱与钢筋屈服应变小于混凝土峰值应变柱完全相同。对于钢筋屈服应变大于混凝土峰值应变柱，钢筋达到屈服应变前，混凝土首先达到其峰值应变，而达到柱受力的第Ⅰ阶段末。

第Ⅰ阶段末，压应变等于混凝土峰值压应变（$\varepsilon = \varepsilon_p$）：

$$\begin{cases} N_p = f_c A_{0p} = \lambda_p E_c \varepsilon_p A_{0p} \\ \sigma_s = \dfrac{\alpha_E}{\lambda_p} f_c = E_s \varepsilon_p \\ \sigma_c = f_c \end{cases} \tag{4-34}$$

式中，N_p为混凝土峰值对应的轴力，λ_p为混凝土峰值对应的混凝土受压塑性系数。

第Ⅱ阶段，应变超过混凝土峰值应变，钢筋屈服前（$\varepsilon_p < \varepsilon \leqslant \varepsilon_y$）：

应变超过混凝土峰值应变后，混凝土的应力随着应变增加而逐渐减小，而钢筋应力（$\sigma_s < f_y$）没有达到其屈服应力，钢筋的应力值与应变成正比增加。混凝土承担的压力逐渐减小，轴力的增量以及混凝土减小的压力全部由钢筋承担，钢筋的应力随轴力增加而急剧增大。柱的轴力、钢筋的应力和混凝土的应力分别为：

$$\begin{cases} N = \lambda E_c \varepsilon A_c + E_s \varepsilon A_s = \lambda E_c \varepsilon A_{0p} \\ \sigma_s = E_s \varepsilon \\ \sigma_c = \lambda E_c \varepsilon \end{cases} \tag{4-35}$$

此表达式与第Ⅰ阶段的表达式相同，但λ值为混凝土应力-应变关系曲线下降段的值。

第Ⅱ阶段，随着应变增加，混凝土的应力逐渐降低，混凝土承担的轴力逐渐减少，钢筋承担的轴力逐渐增加。假设构件有一应变增量$\Delta\varepsilon$，则钢筋承担轴力的增量为：

$$\Delta N_{\mathrm{s}} = E_{\mathrm{s}}\Delta\varepsilon A_{\mathrm{s}} \tag{4-36}$$

混凝土承担轴力的减小量为:

$$\Delta N_{\mathrm{c}} = \lambda E_{\mathrm{c}}\Delta\varepsilon A_{\mathrm{c}} \tag{4-37}$$

当钢筋承担轴力的增量小于混凝土承担轴力的减小量，即$\Delta N_{\mathrm{s}} < \Delta N_{\mathrm{c}}$或$\rho < \dfrac{\lambda}{\alpha_{\mathrm{E}}}$时，柱的轴力随着应变增加而逐渐减小。反之，即$\Delta N_{\mathrm{s}} \geq \Delta N_{\mathrm{c}}$或$\rho \geq \dfrac{\lambda}{\alpha_{\mathrm{E}}}$时，柱的轴力随着应变增加仍然逐渐增加。需要注意，$\lambda$不是定值，它随应变增加而逐渐减小。从上述的这些关系可以得出，构件在第Ⅱ阶段的轴力应变（N-ε）关系与混凝土的应力-应变关系和构件的配筋率有密切关系。

当配筋率较小，满足$\rho < \dfrac{\lambda}{\alpha_{\mathrm{E}}}$时，在第Ⅱ阶段，柱的轴力先增后减，出现的轴力峰值即为柱的极限承载力N_{u}。这一阶段柱的N-ε曲线的斜率由正值转变为负值，斜率为零处对应于柱的轴力峰值。该曲线在N_{p}处（第Ⅰ阶段末）光滑连续，其斜率与钢筋承载力曲线（N_{s}-ε）的斜率相等。柱的极限承载力值必大于混凝土峰值应变时的轴力，而必小于混凝土的最大承载力和钢筋最大承载力之和，即：

$$N_{\mathrm{p}} < N_{\mathrm{u}} < f_{\mathrm{c}}A_{\mathrm{c}} + f_{\mathrm{y}}A_{\mathrm{s}} \tag{4-38}$$

确定柱的极限承载力和相应的应变值，需要已知混凝土具体的应力-应变曲线和钢筋的弹性模量。将它们代入式（4-35）后，通过解析方法或数值方法求N的极大值，就可以得到柱的极限承载力和相应的应变值。柱的极限承载力取决于钢筋的配筋率和混凝土应力-应变关系下降段的性能。钢筋的弹性模量越大、配筋率越高、混凝土应力-应变曲线下降段越平缓，柱的极限承载力越高、其相应的应变值越大。

配筋率较大，满足$\rho \geq \dfrac{\lambda}{\alpha_{\mathrm{E}}}$时，第Ⅱ阶段柱$N$-$\varepsilon$曲线的峰值点消失，构件的内力随应变单调增加。当钢筋屈服时，达到轴力的最大值。该值即为柱的极限承载力值。

钢筋达到屈服应变（ε=ε_{y}），即为第Ⅱ阶段末，柱的轴力为：

$$N_{\mathrm{y}} = \lambda\varepsilon_{\mathrm{y}}E_{\mathrm{c}}A_{\mathrm{c}} + f_{\mathrm{y}}A_{\mathrm{s}} \tag{4-39}$$

第Ⅲ阶段，钢筋达到屈服应变后（ε>ε_{y}）：

在第Ⅲ阶段，随着应变增加，钢筋应力维持（σ_{s}=f_{y}）不变，钢筋承担的轴力不变；而混凝土的压应力（即残余应力）逐渐减小，因而，柱所能承受的轴力也逐渐减小。该阶段柱的轴力-应变关系和钢筋、混凝土的应力变化与钢筋屈服应变小于混凝土峰值应变柱的第Ⅲ阶段完全相同。

需要注意的是，钢筋屈服应变小于混凝土峰值应变（ε_{y}<ε_{p}）的柱，轴力的最大值发生

在第Ⅱ阶段末，极限承载力N_u为混凝土的最大承载力与钢筋的最大承载力之和；钢筋屈服应变大于混凝土峰值应变（$\varepsilon_y > \varepsilon_p$）的柱，轴力的最大值发生在第Ⅱ阶段中。这个最大值就是轴压构件所能承担的最大内力，即极限承载力N_u，该极限承载力N_u小于混凝土的最大承载力与钢筋的最大承载力之和。

如果这个轴压截面是静定结构的一部分，则当N增加到N_u而不卸除时，截面破坏，整个结构也丧失承载能力。这时截面的第Ⅲ阶段不起作用或不存在。如果这个截面是一个超静定结构的一部分，则第Ⅲ阶段可以存在，压应变将继续增加，这个截面所承担的轴向压力将减小，其减小的压力将由超静定结构中的其他构件承担，只要其他构件不破坏，能继续承担所增加的荷载，则整个超静定结构仍能继续承载。这种现象称为超静定结构的内力重分布。

4.2.3 轴心受压截面的塑性分析

从以上讨论可知，柱截面的弹性分析比较简单，而对钢筋混凝土柱截面从受力开始直到破坏的受力和变形进行全过程弹塑性分析比较复杂。但是，就确定截面的破坏内力而言，按弹塑性分析有时比按弹性分析还简单。例如，对于钢筋屈服应变小于混凝土峰值应变（$\varepsilon_y < \varepsilon_p$）的柱，因为在第Ⅱ阶段，钢筋已屈服，其应力为其受压屈服应力f_y。这时，钢筋能继续变形，但应力始终保持受压屈服应力f_y不变。混凝土的最大压应力为f_c，发生在第Ⅱ阶段末，对应的压应变为ε_p，可以同钢筋的应变相协调，即可以满足柱变形的协调条件。从而只需根据平衡条件，就可以求得第Ⅱ阶段末的破坏内力，即：

$$N_u = f_c A_c + f_y A_s \tag{4-40}$$

这个过程称为钢筋混凝土轴心受压截面的塑性分析，也称为全塑性分析或刚塑性分析。公式非常简单，也容易理解，但蕴涵着重要的物理意义。需要注意的是此公式只在一定条件下才能成立，即：钢筋和混凝土两种材料之一（一般是钢筋），应力-应变曲线必须具备水平段（即流幅），使其应变能继续增长，从而达到另一材料（一般为混凝土）承受最大应力时对应的应变值，于是整个截面的承载力等于两种材料各自承担最大轴力之和。

塑性分析的计算公式虽然简单，但仅能求得构件的破坏内力N_u值，而无法求得破坏时的应变值，更无法反映从开始加载到破坏全过程的应力和变形变化的规律。

4.2.4 长期荷载作用下混凝土徐变对轴心受压构件的影响

轴心受压构件加载后，在不变的荷载长期作用下，混凝土将产生徐变变形，构件的压缩变形将随时间的增加而增大。由于混凝土和钢筋共同工作，而钢筋受压的徐变变形比混凝土的徐变变形小得多，因此，混凝土的徐变将使钢筋的应变增加，从而使钢筋的应力增加，钢筋分担的荷载比例增大。由平衡条件可知，混凝土的应力将减小，混凝土分担的荷载比例减少。混凝土徐变使受压构件内钢筋和混凝土之间产生了应力重分布，这种由混凝土徐变引起的应力重分布一开始变化较快，经过一段时间后，趋于稳定。

当轴心受压构件受到轴心压力时，加载瞬时应变为$\varepsilon_s = \varepsilon_c$，此时混凝土和钢筋的应力，可根据弹塑性分析，由式（4-19）和式（4-17）求得，即为

$$\sigma_c = \frac{N}{A_{0p}} \tag{4-41}$$

$$\sigma_s = \frac{\alpha_E}{\lambda}\sigma_c = \frac{\alpha_E}{\lambda}\frac{N}{A_{0p}} \tag{4-42}$$

由于混凝土的徐变，混凝土的应变随时间增加而增大。设经过时间t后，混凝土的徐变

量为$\varepsilon_{ct}(t)$，则

$$\varepsilon_{ct}(t)=C_t(t)\cdot\varepsilon_c \tag{4-43}$$

式中，$C_t(t)$为混凝土的徐变系数，是一个与混凝土品种和应力大小等有关的时间函数，其值随时间增加而增大。混凝土和钢筋的应力分别由原来的σ_c和σ_s变为$\sigma_{ct}(t)$和$\sigma_{st}(t)$，它们均为时间的函数。根据变形协调条件，钢筋和混凝土的应变相等，其t时刻的瞬时应变为

$$\varepsilon_{st}(t)=\varepsilon_{ct}(t)=\varepsilon_c\left[1+C_t(t)\right]=\varepsilon_s\left[1+C_t(t)\right] \tag{4-44}$$

则钢筋的瞬时应力为

$$\begin{aligned}\sigma_{st}(t)&=E_s\varepsilon\left[1+C_t(t)\right]\\&=\sigma_s\left[1+C_t(t)\right]\end{aligned} \tag{4-45}$$

根据平衡条件，此时

$$N=\sigma_{st}(t)A_s+\sigma_{ct}(t)A_c \tag{4-46}$$

将式（4-45）代入（4-46），则徐变后混凝土的应力为

$$\sigma_{ct}(t)=\frac{N-\sigma_s\left[1+C_t(t)\right]A_s}{A_c} \tag{4-47}$$

随着时间增加，徐变系数$C_t(t)$增大，由式（4-45）和式（4-47）可知，钢筋的压应力将增大，而混凝土的压应力将减小，如图4.11a和b。

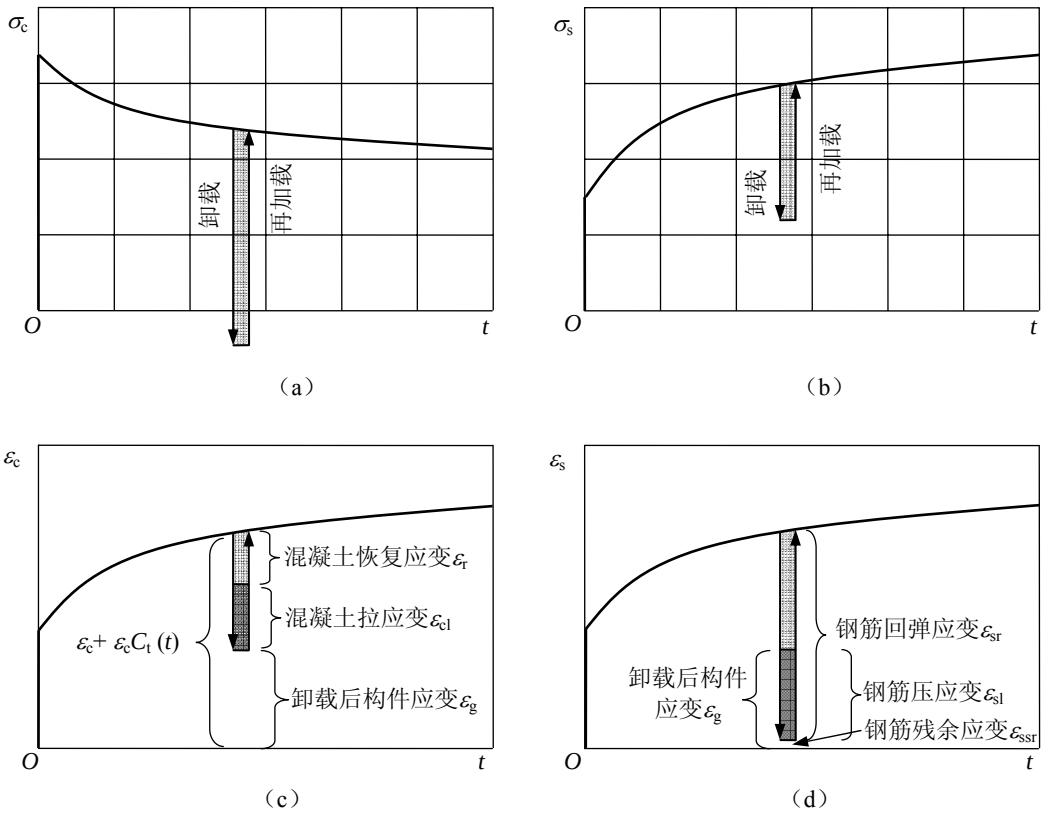

图 4.11 长期荷载作用下轴心受压构件钢筋和混凝土的应力重分布

（a）混凝土的应力变化；（b）钢筋的应力变化；（c）混凝土的应变变化；（d）钢筋的应变变化

若荷载突然卸载，构件回弹，由于混凝土徐变变形的大部分不可恢复，而钢筋变形的恢复量比混凝土的恢复量大得多，钢筋的弹性恢复受到其周围混凝土的约束，如图4.11c和d中阴影所示。在荷载为零的平衡状态下，钢筋受压，混凝土受拉，如图4.11a和b中阴影所示。设在无约束条件下混凝土和钢筋的瞬时恢复（回弹）应变分别为ε_r和ε_{sr}，则钢筋在无约束条件下的残余应变$\varepsilon_{ssr}=\varepsilon_c+\varepsilon_c C_t(t)-\varepsilon_{sr}$，如图4.11d中箭头所指。设卸载后构件的应变为$\varepsilon_g$，根据变形的几何条件，混凝土的拉应变

$$\varepsilon_{cl}=\varepsilon_c\left(1+C_t(t)\right)-\varepsilon_g-\varepsilon_r \tag{4-48}$$

钢筋的压应变

$$\varepsilon_{sl}=\varepsilon_g-\varepsilon_{ssr} \tag{4-49}$$

根据卸载后的平衡条件，得

$$\sigma_{sl}A_s-\sigma_{cl}A_c=0 \tag{4-50}$$

根据混凝土受拉的应力-应变全曲线关系一般形式的表达式（详见下节式（4-70）），此时，混凝土的拉应力和拉应变之间的关系可表达为

$$\sigma_{cl}=\lambda_t E_c\varepsilon_{cl}$$

式（4-50）的平衡条件可表达为

$$E_s\left(\varepsilon_g-\varepsilon_{ssr}\right)A_s=\lambda_t E_c\left[\varepsilon_c\left(1+C_t(t)\right)-\varepsilon_g-\varepsilon_r\right]A_c \tag{4-51}$$

由式（4-51）可得

$$\varepsilon_g=\frac{1}{1+\dfrac{\alpha_E\rho}{\lambda_t}}\left[\varepsilon_c\left(1+C_t(t)\right)-\varepsilon_r+\frac{\alpha_E\rho}{\lambda_t}\varepsilon_{ssr}\right] \tag{4-52}$$

由式（4-50）可得

$$\begin{aligned}\sigma_{cl}&=\frac{A_s}{A_c}\sigma_{sl}=\rho E_s\left[\varepsilon_g-\varepsilon_{ssr}\right]\\&=\frac{E_s}{\dfrac{1}{\rho}+\dfrac{\alpha_E}{\lambda_t}}\left[\varepsilon_c\left(1+C_t(t)\right)-\varepsilon_r-\varepsilon_{ssr}\right]\end{aligned} \tag{4-53}$$

式中，λ_t为混凝土的受拉变形塑性系数；$\alpha_E=E_s/E_c$为弹性模量比；$\rho=A_s/A_c$为截面的配筋率。

由试验可知，钢筋无约束时的残余应变σ_{ssr}很小，可以忽略不计。式（4-53）混凝土拉应力表达式中的参数，除配筋率ρ外均与材料的力学性能有关。由式（4-53）可知，混凝土的拉应力随配筋率增大而增大。如果构件纵筋配筋率过大，可能使混凝土的拉应力超过其抗拉强度而开裂，产生与构件轴线垂直的横向裂缝。若柱中纵筋和混凝土之间有很强粘应力，往往还会同时产生纵向裂缝，这种裂缝更加危险。为防止这种情况发生，需对柱中的纵筋配筋率进行控制，要求全部纵筋配筋率不宜超过5%。

【例4-1】有一钢筋混凝土短柱，已知柱长2000mm，承受轴心压力N=1000×10^{3}N。截面尺寸300mm×300mm，配有4根直径为25mm（A'_s=1963mm^2）的纵筋，实测混凝土棱柱体抗压强度f_c=25N/mm^2，其弹性模量E_c=25000N/mm^2；钢筋的屈服强度f_y=357N/mm^2，其弹性模量E_s=196000N/mm^2。

（1）若钢筋和混凝土的应力-应变关系均采用如图4.4的线性关系式，分别求钢筋和混凝土的应力、钢筋和混凝土各自承担的外荷载及构件的压缩变形Δl。

（2）混凝土若采用式（2-10）和（2-11）所表示的非线性应力-应变关系时，分别求钢筋和混凝土的应力、钢筋和混凝土各自承担的外荷载及构件的压缩变形Δl。

（3）求柱的极限承载力。

（4）在上述压力下，经若干年后产生$\varepsilon_{ct}(t)$=0.001的徐变，求此时柱中钢筋和混凝土各承受的压力。

〖解〗（1）求弹性状态下钢筋和混凝土的应力、钢筋和混凝土各自承担的外荷载及构件的压缩变形Δl。

$$\rho=\frac{A_s}{A_c}=\frac{1963}{300\times300}=0.0218\text{，}\quad \alpha_E=\frac{E_s}{E_c}=\frac{196000}{25000}=7.84$$

由式（4-11）得

$$\varepsilon=\frac{N}{E_cA_0}=\frac{N}{E_cA_c\left(1+\alpha_E\rho\right)}=\frac{1000\times10^3}{25000\times300\times300\left(1+7.84\times0.0218\right)}$$
$$=0.3795\times10^{-3}$$

构件的压缩变形为 $\Delta l=\varepsilon l=0.3796\times10^{-3}\times2000=0.759\text{mm}$

钢筋的压应力 $\sigma_s=E_s\varepsilon=196000\times0.3795\times10^{-3}=74.39\ \text{N/mm}^2$

混凝土的压应力 $\sigma_c=E_c\varepsilon=25000\times0.3795\times10^{-3}=9.49\ \text{N/mm}^2$

由钢筋承受的轴压力 $N_s=\sigma_sA_s=74.39\times1963=146.028\times10^3\ \text{N}$

由混凝土承受的轴压力 $N_c=\sigma_cA_c=9.49\times300\times300=853.972\times10^3\ \text{N}$

（2）求弹塑性状态下钢筋和混凝土的应力、钢筋和混凝土各自承担的外荷载及构件的压缩变形Δl。

当应变小于混凝土应力-应变关系曲线峰值应力对应的应变ε_p（ε_p=0.002）时，混凝土的应力-应变关系为

$$\sigma_c=f_c\left[2\frac{\varepsilon}{\varepsilon_p}-\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_p}\right)^2\right]\tag{a}$$

钢筋的应力-应变关系仍为 $\sigma_s=E_s\varepsilon$ （b）

由截面的平衡条件得

$$N=\sigma_cA_c+\sigma_sA_s=f_c\left[2\frac{\varepsilon}{\varepsilon_p}-\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_p}\right)^2\right]A_c+E_s\varepsilon A_s\tag{c}$$

将具体数值代入式（c）得方程

$$1000\times10^3=25\left[2\frac{\varepsilon}{0.002}-\left(\frac{\varepsilon}{0.002}\right)^2\right]300\times300+196000\times1963\varepsilon \qquad \text{（d）}$$

解式（d）可得构件的应变　　$\varepsilon=0.4166\times10^{-3}$

构件的压缩变形为　$\Delta l=\varepsilon l=0.4166\times10^{-3}\times2000=0.833\text{mm}$

钢筋的压应力　　$\sigma_s=E_s\varepsilon=196000\times0.4166\times10^{-3}=81.65\,\text{N/mm}^2$

混凝土的压应力

$$\sigma_c=f_c\left[2\frac{\varepsilon}{\varepsilon_p}-\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_p}\right)^2\right]=25\left[2\frac{0.4166\times10^{-3}}{0.002}-\left(\frac{0.4166\times10^{-3}}{0.002}\right)^2\right]=9.33\,\text{N/mm}^2$$

由钢筋承受的轴压力　$N_s=\sigma_sA_s=81.65\times1963=160.279\times10^3\,\text{N}$

由混凝土承受的轴压力　$N_c=\sigma_cA_c=9.33\times300\times300=839.700\times10^3\,\text{N}$

（3）求柱的极限承载力。

由于是短柱，可不考虑长细比对柱承载力的影响。

钢筋的屈服应变　　$\varepsilon_y=\dfrac{f_y}{E_s}=\dfrac{357}{196000}=0.00182$

混凝土应力-应变关系的峰值应变　$\varepsilon_p=0.002$

由于$\varepsilon_p>\varepsilon_y$，混凝土达到其峰值应力之前钢筋已屈服，所以，柱的极限承载力N_u为混凝土的最大承载力与钢筋的最大承载力之和，即

$$N_u=f_yA_s+f_cA_c=357\times1963+25\times300\times300=2950.791\times10^3\,\text{N}$$

（4）求徐变发生后柱中钢筋和混凝土各承受的压力。

在分析徐变影响时，取构件的初始应变为弹塑性状态下求出的压应变，其值为：

$$\varepsilon_c=0.4166\times10^{-3}$$

由式（4-43）得徐变系数　　$C_t(t)=\dfrac{\varepsilon_{ct}(t)}{\varepsilon_c}=\dfrac{0.001}{0.4166\times10^{-3}}=2.40$

由式（4-45）钢筋的应力为　$\sigma_{st}(t)=\sigma_s\left[1+C_t(t)\right]=81.65\left[1+2.40\right]=277.61\,\text{N/mm}^2$

由钢筋承受的轴压力　$N_{st}(t)=\sigma_{st}(t)A_s=277.61\times1963=544.948\times10^3\,\text{N}$

由平衡条件，混凝土承受的轴压力

$$N_{ct}(t)=N-\sigma_{st}(t)A_s=1000\times10^3-544.948=455.052\times10^3\,\text{N}$$

4.2.5 轴心受压构件设计

1. 轴心受压构件承载力计算方法

前面已经指出，在轴心受压构件中，轴力的偏心实际上是不可避免的。短粗柱中，由各种偶然因素造成的偏心的影响很小，可忽略不计。但随着柱的计算长度增加，长细比（l_0/b或l_0/i）增大，这种偶然小偏心的影响逐渐增大，而且柱破坏形态也会发生变化。随着长细比增加，配有普通箍筋的轴心受压钢筋混凝土柱的破坏模式，从小长细比的受压破坏（$l_0/b \leqslant 8$或$l_0/i \leqslant 28$）、中等长细比的受压与屈曲兼有的破坏，到大长细比的屈曲破坏（$l_0/b > 35$）。构件的承载力也随着长细比增加而急剧降低。

我国《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）采用构件的稳定系数φ表示长细比对构件承载力的降低程度，即：

$$\varphi = \frac{N_{\mathrm{u}}^{l}}{N_{\mathrm{u}}^{s}} \tag{4-54}$$

式中，N_{u}^{l}和N_{u}^{s}分别为长柱和短柱的承载力。

稳定系数φ值主要和构件的长细比有关，l_0/b或l_0/i越大，φ越小。试验研究表明：当$l_0/b < 8$时，长细比对柱的承载力没有影响或影响很小，φ值可取为1。对于具有相同长细比的柱，由于混凝土强度等级和钢筋的种类以及配筋率的不同，φ值的大小还略有变化。根据对试验结果的统计分析，得下列经验公式：

当$l_0/b = 8\sim34$时：

$$\varphi = 1.177 - 0.021\frac{l_0}{b} \tag{4-55}$$

当$l_0/b = 35\sim50$时：

$$\varphi = 0.87 - 0.012\frac{l_0}{b} \tag{4-56}$$

《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）中，对于长细比较大的构件，考虑到荷载初始偏心和长期荷载作用对构件承载力的不利影响较大，φ的取值比按经验公式所得到的φ值还要降低一些，以保证安全。对于长细比l_0/b小于20的构件，考虑到过去的使用经验，φ的取值略有升高，如图4.12和表4-1。

表4-1 钢筋混凝土轴心受压构件的稳定系数φ

$\frac{l_0}{b}$	$\frac{l_0}{D}$	$\frac{l_0}{i}$	φ	$\frac{l_0}{b}$	$\frac{l_0}{D}$	$\frac{l_0}{i}$	φ
≤8	≤7	≤28	1.0	30	26.0	104	0.52
10	8.5	35	0.98	32	28.0	111	0.48
12	10.5	42	0.95	34	29.5	118	0.44
14	12.0	48	0.92	36	31.0	125	0.40
16	14.0	55	0.87	38	33.0	132	0.36
18	15.5	62	0.81	40	34.5	139	0.32
20	17.0	69	0.75	42	36.5	146	0.29
22	19.0	76	0.70	44	38.0	153	0.26
24	21.0	83	0.65	46	40.0	160	0.23
26	22.5	90	0.60	48	41.5	167	0.21
28	24.0	97	0.56	50	43.0	174	0.19

注: 1. 表中l_0为构件的计算长度；b为矩形截面的短边尺寸；D为圆形截面的直径；i为截面的最小回转半径。

2. 构件计算长度l_0与构件两端支承情况有关，当两端铰支时，取$l_0=l$（l为构件实际长度）；当两端固定时，取$l_0=0.5l$；当一端固定，一端铰支时，取$l_0=0.7l$；当一端固定，一端自由时取$l_0=2l$。对钢筋混凝土柱可按《混凝土结构设计规范》（GB 50010−2002）第7.3.11条的规定取用。

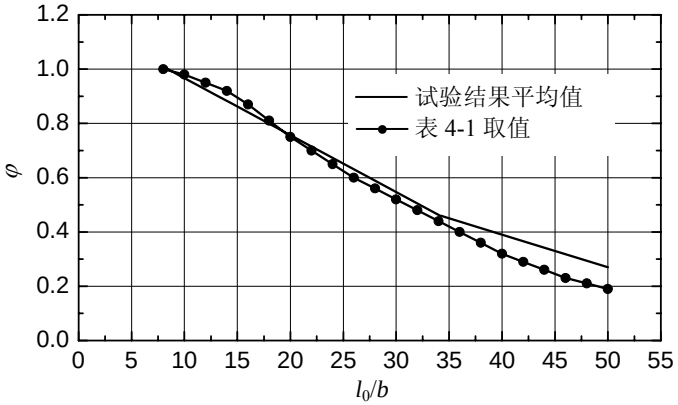

图 4.12 φ值的试验结果平均值及表 4-1 取值

轴心受压构件正截面承载力的计算，是以钢筋屈服应变小于混凝土峰值应变（$\varepsilon_y<\varepsilon_p$）柱的第Ⅱ阶段末的受力状况为基础。在承载力极限状态时，纵向钢筋已屈服，混凝土达到其抗压强度。在考虑长柱承载力的降低和可靠度的调整因素后，《混凝土结构设计规范》（GB 50010−2002）给出的轴心受压构件承载力计算公式为：

$$N \le N_u = 0.9\varphi\left(f_c A + f_y' A_s'\right) \tag{4-57}$$

式中，N——轴向压力设计值；

N_u——构件轴向极限抗压承载力；

0.9——可靠度调整系数；

φ——钢筋混凝土轴心受压构件的稳定系数，见图4.12或表4.1；

f_c——混凝土的轴心抗压强度设计值；

A——构件截面面积；

f'_y——纵向钢筋的抗压强度设计值；

A'_s——全部纵向钢筋的截面面积。

当纵向钢筋配筋率大于3％时，式中A应改用（$A-A_s'$）。

2. 构造要求

受压构件除满足承载力计算要求外，还应满足相应的构造要求。构造要求内容多而复杂，这里只介绍一些基本构造要求，这些基本构造要求也适用于第7章的偏心受压构件。本节所未涉及的构造规定可参阅《混凝土结构设计规范》（GB 50010−2002）。

（1）截面形式

为便于支模和施工方便，轴心受压构件截面以方形为主，根据需要也可采用矩形、圆形或正多边形，方形或矩形截面最小边长不宜小于250mm。为了避免矩形截面轴心受压构件长细比过大，承载力降低过多，构件长细比常取$l_0/b\leqslant30$和$l_0/h\leqslant25$。此处l_0为柱的计算长度，b和h分别为矩形截面短边和长边边长。

（2）混凝土强度要求

混凝土强度对受压构件的承载力影响较大。为减小构件的截面尺寸，节省钢材，宜采用

较高强度等级的混凝土，如C30、C40、C50等。高层建筑和重要结构，必要时可采用强度等级更高的混凝土。

（3）纵向钢筋

纵向钢筋一般采用HRB400级、HRB335级和RRB400级。若钢筋强度过高，钢筋与混凝土共同受压时，不能充分发挥其高强度的作用，故不宜采用。同时，也不得采用冷拉钢筋作为纵向受压钢筋。

轴心受压构件全部纵筋的配筋率ρ不应小于0.6%，但从经济、施工以及受力性能等方面来考虑，全部纵向钢筋的配筋率不宜超过5%。

纵向受力钢筋直径d不宜小于12mm，通常在16～32mm范围内选用。为减少钢筋施工时可能产生的纵向弯曲，并防止构件临近破坏时钢筋过早压屈，宜选用较大直径的钢筋。纵向钢筋应沿截面周边均匀布置，钢筋净距不应小于50mm，钢筋中距亦不应大于300mm；圆形截面柱中纵向钢筋的根数不宜少于8根。

钢筋的接头可采用机械连接接头，也可采用焊接接头和搭接接头，但接头位置应设在受力较小处。直径大于32mm的受压钢筋，不宜采用绑扎的搭接接头。

混凝土保护层厚度应满足《混凝土结构耐久性设计规范》（GB/T 50476-2008）的规定，柱的最小保护层厚度c=20～70mm，它与结构所处的环境类别、作用等级、设计使用年限、混凝土的强度等级和水胶比有关。

（4）箍筋的要求

箍筋一般采用HPB235级、HRB335级钢筋，也可采用HRB400级钢筋。

为保证钢筋骨架的整体刚度，并保证构件在破坏阶段，箍筋对混凝土和纵向钢筋的侧向约束作用，防止纵筋压屈，柱中箍筋应采用封闭式箍筋。箍筋的间距s不应大于15d（焊接骨架中则不应大于20d）（d为纵向钢筋的最小直径），同时，不应大于构件横截面的短边尺寸和400mm。

箍筋采用热轧钢筋时，直径不应小于6mm，且不应小于d/4。

当柱截面短边尺寸大于400mm，且纵筋多于3根时，或柱截面短边尺寸不大于400mm，但各边纵筋多于4根时，应设置复合箍筋（图4.13）。

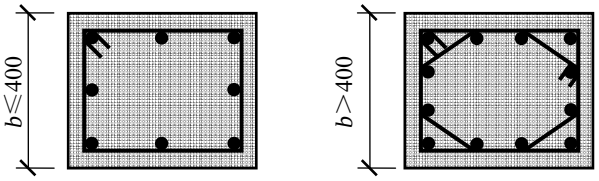

图 4.13 矩形截面箍筋形式

柱中全部纵向受力钢筋配筋率超过3%时，箍筋直径不应小于8mm，间距不应大于10d（d为纵向钢筋的最小直径），且不应大于200mm。箍筋末端应做成135°弯钩，且弯钩末端平直段长度不应小于箍筋直径的10倍，也可焊成封闭环式。

在受压纵向钢筋搭接长度范围内，箍筋应加密，箍筋直径不应小于搭接钢筋较大直径的0.25倍，间距不应大于10d，且不应大于200mm（d为受力钢筋最小直径）。当搭接受压钢筋直径大于25mm时，应在搭接接头两个端面外100mm范围内，各设置两根箍筋。

对于截面形状复杂的构件，不可采用具有内折角的箍筋，避免产生向外的拉力，致使折角处的混凝土破损。

【4-2】根据建筑的要求，某轴心受压柱截面尺寸定为450mm×450mm。由层高和两端支承情况决定其计算高度为l_0=6200mm，柱内配有8根直径为20mm的HRB400钢筋作为纵筋，

构件所用混凝土强度等级为C30。柱子的轴向力设计值N=3000×10^{3}N。验算该截面是否安全。

〖解〗由附录2附表2-1和附表2-3查得，混凝土强度等级C30的f_c=14.3N/mm^2，HRB400钢筋的f'_y=360N/mm^2。

$$\frac{l_0}{b}=\frac{6200}{450}=13.78\text{，查表4-1，得}\varphi=0.923$$

$$\text{配筋率}\rho=\frac{A_s}{A}=\frac{8\times\frac{\pi\times20^2}{4}}{450\times450}=0.0124<0.03$$

由式（4-57）得

$$N_u=0.9\varphi\left(f_cA+f'_yA'_s\right)$$

$$=0.9\times0.923\left(14.3\times450\times450+360\times8\times\frac{\pi\times20^2}{4}\right)$$

$$=3157.099\times10^3\text{N}$$

所以，$N_u>N=3000\times10^3\text{N}$，截面安全。

4.3 配置约束箍筋混凝土柱的正截面承载力分析

受压柱内配置连续的螺旋形箍筋或者单独的焊接圆形箍筋，且箍筋沿柱轴线的间距较小，可对其包围的核芯混凝土构成有效约束，使其受力性能有较大的改善。当柱承受很大轴心压力，且柱截面尺寸由于建筑及使用的要求受到限制，若设计成普通箍筋柱，即使提高了混凝土强度等级和增加了纵筋配筋量，也不足以承受该轴心压力时，可考虑采用螺旋箍筋或焊接圆环箍筋以提高柱的承载力，如图4.14。

4.3.1 受力机理和破坏过程

混凝土三轴试验研究表明，侧向压力的存在，可有效地阻止混凝土在轴向压力作用下产生的侧向变形以及内部裂缝的产生和发展，从而使混凝土的轴向抗压强度和变形能力提高。当柱中混凝土的轴向压力较大时，混凝土纵向裂缝开始迅速发展，导致混凝土侧向变形明显增加。若在混凝土柱中配置足够的螺旋箍筋或焊接环向箍筋，箍筋所包围混凝土的侧向变形受到箍筋约束，混凝土受到箍筋的侧向压力，混凝土的侧向作用使箍筋内产生环向拉力。所以，箍筋所包围的核芯混凝土处于三轴受压状态，其轴向抗压强度与侧向压力有关。侧向压力越大，轴向抗压强度越高，构件的承载力也越高。而混凝土受到的侧向压力取决于箍筋的应力和数量。箍筋的应力越高、面积越

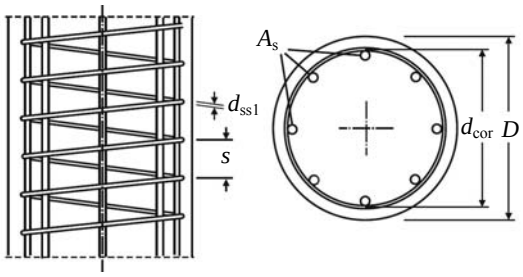

图 4.14 螺旋箍筋柱

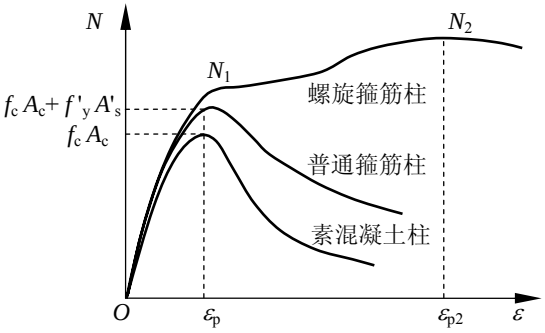

图 4.15 不同箍筋柱载荷-应变关系比较

大，核芯混凝土受到的侧向压力越大。

螺旋箍筋钢筋混凝土柱、普通箍筋钢筋混凝土柱和素混凝土柱的受压轴力-应变曲线如图4.15。素混凝土柱受轴压力后的轴力-应变曲线和破坏过程与混凝土棱柱体试件受压试验的相同。普通箍筋钢筋混凝土柱受轴向压力后的轴力-应变曲线和截面应力状态如前述，柱内的纵向钢筋与混凝土共同工作，可以在一定程度上增强柱的抗压承载力和延性，柱内箍筋主要作用是固定纵向钢筋的位置，对混凝土的约束很小。与素混凝土柱相比，普通箍筋钢筋混凝土柱的纵筋和箍筋，对峰值应变和下降段曲线的影响很小。

当轴向压力较低时，配置螺旋箍筋或焊接环向箍筋柱混凝土的横向膨胀变形很小，箍筋沿圆周的拉应力不大，对核芯混凝土的约束作用不明显，轴力-应变曲线与普通箍筋柱的曲线接近。即使柱的应变接近素混凝土的峰值应变时，螺旋箍筋柱的轴力（N_1）仍与普通箍筋柱的极限轴力接近。说明混凝土达到峰值应变前，横向变形小，箍筋的约束作用有限。当柱的应变大于混凝土峰值应变后，箍筋外围的混凝土进入应力-应变曲线下降段，开始形成纵向裂缝，并逐渐扩展，横向变形增加速度加快。表层开始剥落，箍筋外围混凝土逐步退出工作，这部分混凝土所承担的轴力逐渐减小。同时，核芯混凝土的纵向裂缝开始形成并逐渐扩展，使其横向变形迅速增加，但该横向变形受到箍筋的有效约束后，核芯混凝土对箍筋施加径向压力，在箍筋内产生拉应力。反之，箍筋对核芯混凝土施加相反方向的压力，使混凝土处于三轴受压应力状态。混凝土在三轴受压应力状态下的轴向应力-应变曲线与单轴受压的应力-应变曲线不再相似，破坏形态也不同。在三轴受压应力状态下，随着侧向压应力加大，曲线的峰值逐渐提高，峰值所对应的应变也逐渐增大。曲线变得平缓丰满，峰值点演变成近于一平台（称为峰部）。混凝土的轴向抗压强度随侧向压力的增加而成倍增长，峰值应变的增长幅度更大。

随着柱子应变继续增大，核芯混凝土的横向变形和箍筋应力不断增大，核芯混凝土受到的横向压应力也逐渐增大。核芯混凝土的应力随着应变的逐渐增加逐渐提高，从而使柱所承担的总轴力在箍筋外围混凝土退出工作后，仍能缓缓上升。当箍筋应力达到屈服强度时，它对混凝土的约束应力也达到最大值。此时，核芯混凝土的纵向应力尚未达三轴抗压强度，柱的承载力还能增加。此后，继续增大柱的应变，箍筋应力保持其屈服应力不变，核芯混凝土在定值横向约束应力下，继续横向膨胀，直至混凝土轴向应力达到混凝土的三轴抗压强度，或称约束混凝土抗压强度时，柱达极限承载力N_2。

最后，在三轴受压应力状态下，柱芯混凝土发生挤压流动，纵向应变加大，柱子明显缩短，横向膨胀，柱子的局部成为鼓形外凸，箍筋外露并被拉断，形成轴力-应变曲线的下降段。从图4.15可以看出，配置足够的螺旋箍筋或焊接圆环箍筋不仅可以提高柱的承载力，还能很大程度地改善柱的变形性能。

4.3.2 极限承载力

从螺旋箍筋钢筋混凝土柱的受力和破坏过程分析可知，当达到其承载力极限状态时，核芯混凝土达到其三轴抗压强度。此时，柱的应变很大，外围混凝土已退出工作，纵向钢筋和箍筋均已屈服。柱的极限承载力为：

$$N_{\mathrm{u}} = f_{\mathrm{ccc}} A_{\mathrm{cor}} + f_{\mathrm{y}}' A_{\mathrm{s}}' \tag{4-58}$$

式中，f_{ccc}——核芯混凝土的三轴抗压强度；

A_{cor}——核芯混凝土的截面积，取箍筋内皮直径d_{cor}计算；

f'_{y}——纵向钢筋的抗压强度设计值；

A'_{s}——全部纵向钢筋面积。

核芯混凝土的三轴抗压强度取决于箍筋约束的大小，其强度可以用圆柱体混凝土周围加

液压所得的近似关系式计算：

$$f_{ccc} = f_c + \beta\sigma_r \tag{4-59}$$

式中，f_c——混凝土单轴抗压强度；

σ_r——核芯混凝土受到的横向压应力。

在承载力极限状态，箍筋屈服，其应力保持箍筋的屈服应力不变，横向压应力的大小取决于箍筋数量。如图4.16，核芯混凝土受到的横向压应力可由横向力的平衡条件得出：

$$\sigma_r = \frac{2f_{ys}A_{ss1}}{sd_{cor}} = \frac{f_{ys}A_{ss0}}{2A_{cor}} \tag{4-60}$$

式中，A_{ss1}——单根箍筋的截面面积；

f_{ys}——箍筋的抗拉强度设计值；

s——箍筋间距；

d_{cor}——核芯混凝土直径，按箍筋内皮确定；

A_{ss0}——箍筋的换算截面面积；

$$A_{ss0} = \frac{\pi d_{cor}A_{ss1}}{s} \tag{4-61}$$

A_{cor}——核芯混凝土截面面积。

将式（4-59）和（4-60）代入式（4-58）的轴向力平衡方程，得

$$N_u = f_cA_{cor} + \frac{\beta}{2}f_{ys}A_{ss0} + f_y^{'}A_s^{'} \tag{4-62}$$

上式中右边的第2项显然是箍筋对轴心受压柱极限承载力的贡献。根据对试验结果的分析，此项前系数（$\beta/2$）的实测值为1.7~2.9，平均值约为2.0。这表明，同样的钢材体积（截面积×s）和强度情况下，箍筋比纵筋的承载效率高出1倍。

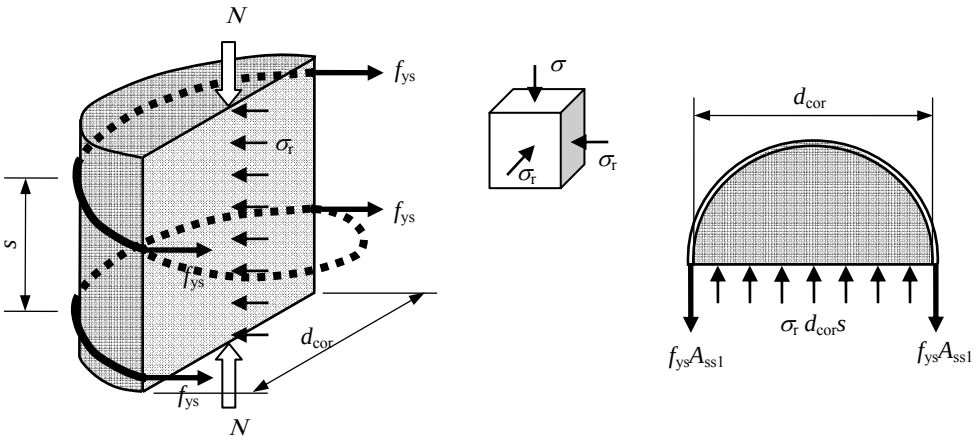

图 4.16 螺旋箍筋对核芯混凝土的约束

需要说明，螺旋箍筋提高了柱的极限承载力N_u，只适合于轴心受压的短柱（H/D≤12，H为柱的计算高度，D为柱外径）。长柱和偏心受压柱的破坏形态与短柱不同，它们达到极限状态时，箍筋应力较低，对混凝土的约束能力有限，不应考虑箍筋对柱轴向承载力提高的影响。

从螺旋箍筋柱的受力过程看到，其极限承载力有两个控制值：

① 纵筋受压屈服，全截面混凝土达到其棱柱体抗压强度f_c，柱承受的轴向压力为N_1。此时，混凝土的横向应变尚小，可忽略箍筋约束对核芯混凝土强度提高的作用，建立的计算

式同式（4-40）：

$$N_1 = f_c A_c + f_y' A_s' \tag{4-63}$$

式中，A_c为柱的全截面积。

② 箍筋屈服后，核芯混凝土达到其三轴抗压强度f_{ccc}，柱所承受的轴向压力为N_u。此时，柱的应变很大，外围混凝土剥落已退出工作，纵向钢筋仍维持屈服应力不变，承载力计算公式为式（4-62）。

螺旋箍筋柱的这两个特征承载力的差值（N_u-N_1）取决于约束箍筋的数量和屈服强度。若配箍量过少，出现$N_u<N_1$的情况，表明箍筋约束作用对柱承载力的提高，还不足以补偿外围混凝土剥落承载力的损失。故在设计螺旋箍筋柱时，要求$N_u \geqslant N_1$。以式（4-62）和式（4-63）代入后得

$$A_{ss0} \geq \frac{2 f_c \left(A_c - A_{cor}\right)}{\beta f_{ys}} \tag{4-64}$$

另一方面，若（N_u-N_1）差值过大，按N_u设计的柱子在使用荷载作用下，外围混凝土已经接近或超过其应力峰值，可能发生纵向裂缝，甚至剥落，不符合使用要求，同时也降低结构的耐久性。为使外围的保护层混凝土在使用期间对产生纵向裂缝或剥落有足够的抵抗能力，设计时一般要求$N_u \leqslant 1.5N_1$，故

$$A_{ss0} \leq \frac{f_c \left(3A_c - 2A_{cor}\right) + f_y' A_s'}{\beta f_{ys}} \tag{4-65}$$

式（4-65）和式（4-64）给出了螺旋箍筋柱箍筋换算截面面积上、下限的理论值。

4.3.3 配置约束混凝土箍筋柱的设计

为保证结构安全，各国的设计规范对配置约束混凝土箍筋柱的设计都有具体规定，但不同的规范又有所不同。

令$\beta/2=2\alpha$代入式（4-62），同时考虑可靠度的调整系数0.9后，我国《混凝土结构设计规范》（GB 50010−2002）规定的螺旋式或焊接环式箍筋柱承载力计算公式为：

$$N_u = 0.9\left(f_c A_{cor} + 2\alpha f_{ys} A_{ss0} + f_y' A_s'\right) \tag{4-66}$$

式中，α称为箍筋对混凝土约束的折减系数。混凝土强度等级不超过C50时，取$\alpha=1.0$；混凝土强度等级为C80时，取$\alpha=0.85$；混凝土强度等级在C50与C80之间时，α按直线内插法确定。

箍筋间距不应大于80mm及$d_{cor}/5$，且不应小于40mm；箍筋的直径不应小于$d/4$（d为纵向钢筋的最大直径），且不应小于6mm。

为使间接钢筋外面的混凝土保护层对抵抗脱落有足够的能力，按式（4-66）计算得到的构件承载力不应比按式（4-57）计算得到的大50%，即应满足式（4-65）。

凡属下列情况之一者，不考虑箍筋的影响而按式（4-57）计算构件的承载力：

（1）当$l_0/D>12$时；

（2）当按式（4-66）计算得到的抗压承载力小于按式（4-57）计算得到的抗压承载力时；

（3）当间接钢筋换算截面面积A_{ss0}小于纵筋全部截面面积的25%时，可以认为箍筋配置过少，对核芯混凝土的约束效果不明显。

【例4-3】 某宾馆门厅钢筋混凝土圆形截面柱承受轴向压力作用，从基础顶面到二层楼

面的高度H=3600mm，截面直径D=400mm，构件稳定系数取为φ=1.0。截面内配有8根直径为22mm的HRB400的纵向钢筋，纵向钢筋至截面边缘的混凝土保护层厚度c=30mm，采用C30级混凝土。试问：

（1）按普通箍筋柱计算，该柱的轴心抗压承载力为多少？

（2）当配有ϕ8@50mm的HRB335级螺旋箍筋时，该柱的轴心抗压承载力为多少？

（3）如果将ϕ8的螺旋箍筋间距改为80mm时，该柱的轴心抗压承载力为多少？

〖解〗（1）按普通箍筋柱计算，柱的轴心抗压承载力：

$$A_s^{'}=8\times\frac{\pi d^2}{4}=3041\,\text{mm}^2,\quad A=\frac{\pi D^2}{4}=125664\,\text{mm}^2$$

由附录2附表2-1和附表2-3得，C30混凝土的f_c=14.3N/mm^2，HRB400钢筋的f'_y=360 N/mm^2。

由式（4-57），得

$$\begin{aligned}N_u&=0.9\varphi\left(f_cA+f_y^{'}A_s^{'}\right)\\&=0.9\times1.0\times\left(14.3\times125664+360\times3041\right)=2602.580\times10^3\,\text{N}\end{aligned}$$

（2）按约束箍筋柱计算时

由于柱的长细比$l_0/D=H/D$=3600/400=9＜12，可以按约束箍筋柱计算柱的轴心抗压承载力。

由附录2附表2-3得，HRB335钢筋的f_{ys}=300N/mm^2。

$$d_{cor}=400-2\times30=340\,\text{mm},\quad A_{cor}=\frac{\pi d_{cor}^2}{4}=90792\,\text{mm}^2,\quad A_{ss1}=\frac{\pi\times8^2}{4}=50.3\,\text{mm}^2$$

$$A_{ss0}=\frac{\pi d_{cor}A_{ss1}}{s}=\frac{\pi\times340\times50.3}{50}=1075\,\text{mm}^2$$

因混凝土强度等级为C30＜C50，取α=1.0，由式（4-66），得

$$\begin{aligned}N_u&=0.9\times\left(f_cA_{cor}+2\alpha f_{ys}A_{ss0}+f_y^{'}A_s^{'}\right)\\&=0.9\times\left(14.3\times90792+2\times1\times300\times1075+360\times3041\right)\\&=2734.277\times10^3\,\text{N}\end{aligned}$$

此值大于按普通箍筋柱计算的承载力2602.580×10^{3}N，说明该柱由于螺旋箍筋的约束作用，使柱的承载力提高，柱的实际承载力为2734.277×10^{3}N。

（3）当螺旋箍筋间距改为80mm时

$$A_{ss0}=\frac{\pi d_{cor}A_{ss1}}{s}=\frac{\pi\times340\times50.3}{80}=672\,\text{mm}^2$$

$$\begin{aligned}N_u&=0.9\left(f_cA_{cor}+2\alpha f_{ys}A_{ss0}+f_y^{'}A_s^{'}\right)\\&=0.9\left(14.3\times90792+2\times1\times300\times672+360\times3041\right)\\&=2516.657\times10^3\,\text{N}\end{aligned}$$

此值小于按普通箍筋柱计算的承载力2602.580×10^{3}N，这是由于螺旋箍筋的间距偏大，对核芯混凝土的约束作用不明显，核芯混凝土承载力的提高不足以补偿因混凝土保护层剥落退出工作使承载力的减小。所以该柱的承载力仍取按普通箍筋柱计算的承载力2602.580×10^{3}N。

4.4 轴心受拉构件

4.4.1 轴心受拉截面的弹性分析

轴心受拉构件与轴心受压构件的弹性分析有相似之处，也有不同之点。两者的横截面都受到轴力的作用，但一拉一压。由于混凝土的抗拉强度非常低，所以钢筋混凝土构件受到不大的拉力时，混凝土截面就被拉断而开裂，开裂后拉力全部由钢筋承担。根据这些特点，钢筋混凝土构件在轴心拉力作用下的应力和应变状态也必须进行分阶段分析。

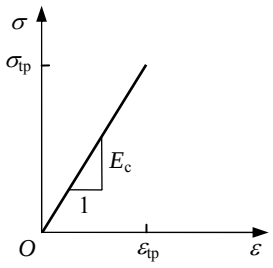

图 4.17 弹性分析时混凝土受拉应力-应变关系

第Ⅰ阶段（混凝土开裂前）

拉力不大时，混凝土未开裂，钢筋和混凝土共同工作，如按弹性分析，轴压截面的所有计算公式（见4.2节）完全适用，仅需将式中的N理解为拉力、σ_c和σ_s为拉应力、ε_c和ε_s为拉应变、B（E_cA_0）为抗拉刚度。

混凝土受拉时的应力-应变关系按图4.17取用，当混凝土拉应力达到其抗拉强度，即$\sigma=\sigma_{pt}$，$\varepsilon=\varepsilon_{pt}$时，混凝土开裂，标志着第Ⅰ阶段的结束。

第Ⅱ阶段（混凝土开裂后）

荷载继续增加，裂缝出现，截面进入第Ⅱ阶段。混凝土不再参与工作，拉力全部由钢筋承担。

于是，引入钢筋物理条件后的平衡条件为：

$$N = E_s\varepsilon_s A_s \tag{4-67}$$

构件开裂截面的变形就是钢筋的变形，构件开裂截面的受力与纯钢结构受力相同。

第Ⅱ阶段末，钢筋拉应力达到其屈服应力，即$\sigma_s=f_y$，$\varepsilon_s=\varepsilon_y$时，钢筋屈服，整个截面认为达到破坏。所以，破坏时的极限内力为：

$$N = f_y A_s \tag{4-68}$$

4.4.2 轴心受拉截面的弹塑性分析

与轴压截面一样，按弹性分析不能很好反映轴拉截面的力学性能，需要进行弹塑性分析。首先引入能反映混凝土弹塑性性能的受拉应力-应变关系，代替弹性分析时的应力-应变关

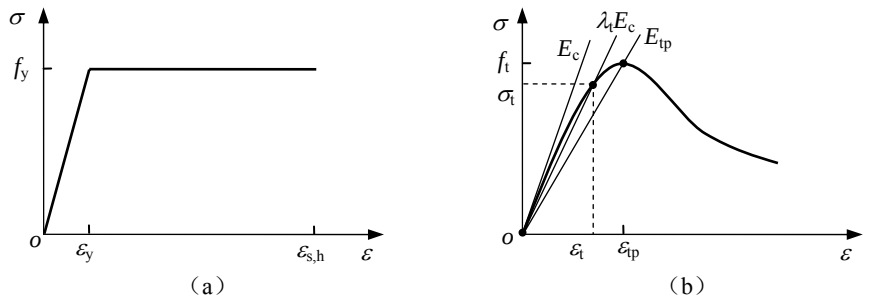

图 4.18 轴心受拉构件弹塑性分析时材料的应力-应变关系
（a）钢筋；（b）混凝土

系。混凝土受拉的应力-应变全曲线关系仍可表达成一般形式：

$$\sigma_t = \lambda_t E_c \varepsilon_t \tag{4-69}$$

式中，E_c为混凝土受拉初始弹性模量。试验结果表明，混凝土受拉初始弹性模量与其受压初始弹性模量相近，一般取同值。λ_t为混凝土的受拉变形塑性系数，其值由混凝土受拉应力-应变方程确定。λ_t与混凝土的应变存在一一对应关系，随着应变增加，λ_t值由1逐渐减小至零，如图4.18b。钢筋的本构关系仍采用弹塑性双直线模型，如图4.18a。

截面开裂前，钢筋和混凝土的粘结良好时，两者的应变相等。截面开裂前的变形条件为：

$$\varepsilon = \varepsilon_s = \varepsilon_t \tag{4-70}$$

钢筋和混凝土的应变相等时，两者应力的关系为：

$$\sigma_s = \frac{\alpha_E}{\lambda_t}\sigma_t \tag{4-71}$$

式中，$\alpha_E = E_s/E_c$为弹性模量比，与受压柱相同。

由力的平衡条件，混凝土开裂前，钢筋混凝土受拉构件的内力为：

$$N = N_t + N_s = \sigma_t\left(A_c + \frac{\alpha_E}{\lambda_t}A_s\right) = \sigma_t A_{0t} \tag{4-72}$$

式中，

$$A_{0t} = A_c + \frac{\alpha_E}{\lambda_t}A_s \tag{4-73}$$

A_{0t}称为混凝土受拉弹塑性变形换算截面面积。与受压截面类似，λ_t不是常数，随应变的增大而减小，所以，此换算面积也不是常数，随应变增大而增大。

轴心受拉构件的抗拉刚度定义为轴向拉力N与应变ε的比值。混凝土开裂前，按弹塑性分析的抗拉刚度为：

$$B_{tp} = \frac{N}{\varepsilon} = \frac{\sigma_t A_{0t}}{\varepsilon} = \frac{\lambda_t E_c \varepsilon_t A_{0t}}{\varepsilon} = \lambda_t E_c A_{0t} = E_c\left(\lambda_t A_c + \alpha_E A_s\right) \tag{4-74}$$

显然，弹塑性状态下，轴心受拉截面的刚度也不是常数，随着内力增加，构件截面的抗拉刚度逐渐减小。

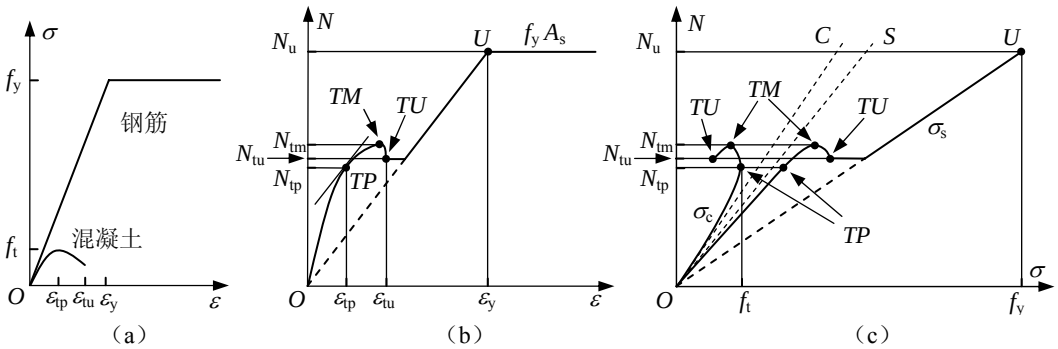

图 4.19 轴心受拉构件的应力和变形

（a）材料的应力-应变关系；（b）构件的轴力-应变关系；（c）钢筋和混凝土的应力

混凝土的抗拉强度很低，抗拉极限应变也非常小，混凝土的极限拉应变通常远小于钢筋的屈服应变，如图4.19a。混凝土开裂时，钢筋的应力小于其屈服强度。加载过程中，根

据钢筋和混凝土受力情况，轴心受拉构件的受力过程分为三个阶段。下面对各阶段的应力和变形进行分析。

第Ⅰ阶段，混凝土应变小于其峰值应变（$\varepsilon<\varepsilon_{tp}$）：

拉应变小于混凝土的受拉峰值应变时，混凝土的应力σ_c随着应变增加而增加；钢筋应力σ_s也随应变增加而增加。将钢筋和混凝土的本构关系、截面的变形条件代入平衡条件，可得到轴力与应变的关系：

$$N=\lambda_t\varepsilon_t E_c\left(A_c+\frac{\alpha_E}{\lambda_t}A_s\right)=\lambda_t\varepsilon_t E_c A_{0t} \tag{4-75}$$

钢筋和混凝土的应力分别为：

$$\begin{cases}\sigma_s=E_s\varepsilon=\dfrac{\alpha_E}{\lambda_t}\sigma_t=\alpha_E E_c\varepsilon\\ \sigma_t=\lambda_t E_c\varepsilon\end{cases} \tag{4-76}$$

钢筋和混凝土承担的轴力部分分别为：

$$\begin{cases}\dfrac{N_s}{N}=\dfrac{\sigma_s A_s}{\sigma_t A_{0t}}=\dfrac{\alpha_E A_s}{\lambda_t A_{0t}}=\dfrac{\alpha_E A_s}{\lambda_t A_c+\alpha_E A_s}=\dfrac{\alpha_E\rho}{\lambda_t+\alpha_E\rho}\\ \dfrac{N_t}{N}=\dfrac{\sigma_t A_c}{\sigma_t A_{0t}}=\dfrac{A_c}{A_{0t}}=\dfrac{1}{1+\dfrac{\alpha_E}{\lambda_t}\rho}\end{cases} \tag{4-77}$$

式中，ρ为截面的配筋率。

对构件施加轴向拉力后，应变ε逐渐增加，钢筋的应力σ_s和承受的拉力N_s均与应变成正比增大；混凝土的应力σ_c和承受的拉力N_c随应变增加而增大。但因为混凝土出现塑性变形，λ_t渐减，其应力σ_c和承受拉力N_c的增长幅度逐渐减小。故混凝土承担轴力的比例（N_c/N）逐渐减小，钢筋承担轴力的比例（N_s/N）加大。由于混凝土抗拉的峰值应变远小于钢筋的屈服应变，因此，随着应变增加，首先达到混凝土的峰值应变（ε_{tp}），而达到柱受力的第Ⅰ阶段末。

第Ⅰ阶段末，拉应变等于混凝土峰值拉应变（$\varepsilon=\varepsilon_{tp}$）：

$$\begin{cases}N_{tp}=f_t A_{0t}=\lambda_{tp}E_c\varepsilon_{tp}A_{0t}=f_t A_c+E_s\varepsilon_{tp}A_s\\ \sigma_s=\dfrac{\alpha_E}{\lambda_{tp}}f_t=E_s\varepsilon_{tp}\\ \sigma_t=f_t\end{cases} \tag{4-78}$$

式中，N_{tp}为混凝土峰值拉应变所对应的轴力，λ_{tp}混凝土峰值拉应变所对应的混凝土受拉塑性系数，f_t为混凝土的抗拉强度。

第Ⅱ阶段，应变超过混凝土峰值拉应变，钢筋屈服前（$\varepsilon_{tp}<\varepsilon\leqslant\varepsilon_y$）：

应变超过混凝土峰值拉应变后，混凝土的应力随着应变增加而逐渐减小，钢筋并没有达到其屈服应力（$\sigma_s<f_y$），钢筋的应力值与应变成正比增加。混凝土承担的拉力逐渐减小，而钢筋承担的拉力逐渐增加。轴向拉力的增量以及混凝土减小的拉力全部由钢筋承担，钢筋的应力随轴力增加而增大。构件的轴力、钢筋的应力和混凝土的应力分别为：

$$\begin{cases} N=\lambda_t\varepsilon_t E_c\left(A_c+\dfrac{\alpha_E}{\lambda_t}A_s\right)=\lambda_t\varepsilon_t E_c A_{0t} \\ \sigma_s=E_s\varepsilon=\dfrac{\alpha_E}{\lambda_t}\sigma_t=\alpha_E E_c\varepsilon \\ \sigma_t=\lambda_t E_c\varepsilon \end{cases} \tag{4-79}$$

其表达式与第Ⅰ阶段的表达式相同，但λ_t值取混凝土应力-应变关系曲线下降段的λ_t值。当配筋率较小时，钢筋所承担轴力的增加量不足以弥补混凝土承担轴力的减少量时，构件的内力随着应变增加而逐渐减小。因此，受拉构件的轴力先增后减，出现的轴力峰值即为钢筋和混凝土共同工作时构件承载力的极大值N_{tm}。极大值点的切线斜率为零，其值的大小和相应的应变值取决于钢筋的配筋率和混凝土应力-应变关系下降段的性能。钢筋的弹性模量越大、配筋率越高、混凝土应力-应变曲线下降段越平缓，该轴力峰值越大、相应的应变值也越大。若已知混凝土的受拉应力-应变曲线和钢筋的弹性模量，将它们代入式（4-79）后，通过解析方法或数值方法可以得到该极大值的大小和相应的应变值。这一阶段受拉构件的N-ε曲线斜率由正值转变为负值，斜率为零处对应于构件的极限承载力N_{tm}。该曲线在N_{tp}处（第Ⅰ阶段末）连续，其斜率与钢筋承载力曲线（N_s-ε）的斜率相等。配筋率较大，满足$\rho>\dfrac{\lambda_t}{\alpha_E}$时，第Ⅱ阶段构件$N$-$\varepsilon$曲线的峰值点消失，构件的内力随应变单调增加。

当构件的应变达到混凝土的极限拉应变时（$\varepsilon=\varepsilon_{tu}$），混凝土即将开裂，达到构件受力的第Ⅱ阶段末。此时，钢筋还没有达到屈服应变，构件的内力为：

$$N=\lambda_t\varepsilon_{tu}E_cA_c+E_s\varepsilon_{tu}A_s=\lambda_t\varepsilon_{tu}E_cA_{0t} \tag{4-80}$$

第Ⅲ阶段，混凝土开裂后（$\varepsilon>\varepsilon_{tu}$）：

第Ⅲ阶段开始时，混凝土退出工作，钢筋的应力和应变突然增加。构件从钢筋和混凝土共同受拉，变为钢筋单独受拉，全部轴力由钢筋承担。构件的轴力为：

$$N=E_s\varepsilon A_s \tag{4-81}$$

其值随应变线性增加。

随着应变继续增加钢筋应力增大，当钢筋屈服时，达到第Ⅲ阶段末。如果不考虑钢筋的强化段，钢筋的屈服就成为受拉构件的承载力极限状态，其承载力为：

$$N_u=N_y=f_yA_s \tag{4-82}$$

图4.19b和c表示了轴心受拉构件中轴心拉力与钢筋和混凝土的应力以及应变的关系。

上述对受拉构件混凝土开裂后的分析都是针对受拉构件的裂缝截面，非裂缝截面的钢筋和混凝土的应力和变形分析见第9章。

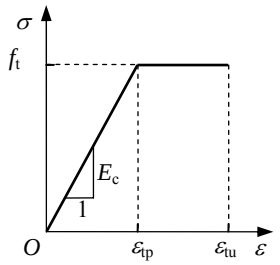

图 4.20 混凝土受拉应力-应变关系简化模式

4.4.3 轴心受拉截面的弹塑性简化分析

从混凝土受拉应力-应变关系可知，混凝土受拉有一定塑性变形能力，在拉应力达到最大值以后，并不马上破坏，变

形仍能增加。虽然混凝土受拉时，应力与应变并不呈线性关系，但由于混凝土的抗拉强度非常低，因此，在进行轴心受拉构件分析时，也常常将混凝土受拉应力-应变关系简化成二段折线，如图4.20。当混凝土应变小于其最大拉应力对应的拉应变ε_{tp}时，应力-应变曲线假定为一斜直线，直线斜率为混凝土的弹性模量E_c；当应变值大于ε_{tp}时，应力保持为最大拉应力f_t，而当混凝土拉应变超过其极限拉应变ε_{tu}时，混凝土开裂，退出工作。为简化计算，可取极限拉应变ε_{tu}为混凝土刚达到最大拉应力时应变的二倍，即$\varepsilon_{tu}=2\varepsilon_{tp}$。

构件的应力状态分为三个阶段，即$\varepsilon\leqslant\varepsilon_{tp}$的弹性阶段、$\varepsilon_{tp}<\varepsilon\leqslant\varepsilon_{tu}$的混凝土塑性阶段和$\varepsilon>\varepsilon_{tu}$混凝土开裂退出工作后的阶段，下面分别对各阶段进行分析。

第Ⅰ阶段（$\varepsilon\leqslant\varepsilon_{tp}$）和第Ⅲ阶段（$\varepsilon>\varepsilon_{tu}$）分别与4.4.1中讨论的弹性分析的混凝土开裂前阶段和混凝土开裂后阶段的应力状态情况完全相同，其分析过程参阅4.4.1节。

对于$\varepsilon_{tp}<\varepsilon\leqslant\varepsilon_{tu}$的混凝土进入塑性阶段，混凝土的应力维持$f_t$不变，而钢筋的应力随着应变增加线性增加。根据平衡条件，该阶段的轴向拉力为

$$N = E_s\varepsilon A_s + f_t A_c \tag{4-83}$$

随着应变增加，当达到$\varepsilon=\varepsilon_{tu}$时，达到该阶段末。此时，混凝土即将开裂，其应力为$f_t$，钢筋的应力为$E_s\varepsilon_{tu}=2E_s\varepsilon_{tp}$。根据平衡条件，此时的轴向拉力为

$$N_{cr} = 2E_s\varepsilon_{tp}A_s + f_t A_c \tag{4-84}$$

下面用一个例题对轴心受拉截面的弹塑性简化分析进行说明。

【例4-4】 有一钢筋混凝土轴心受拉构件，构件的长度、截面尺寸以及配筋与【例4-1】相同。钢筋受拉采用图4.18a所示的应力-应变关系，其屈服强度为f_y=357N/mm^2、弹性模量为E_s=196000N/mm^2；混凝土受拉采用的应力-应变关系如图4.20所示，其抗拉强度f_t=2.2N/mm^2、弹性模量为E_c=22000N/mm^2、混凝土刚达到最大拉应力时的应变ε_{tp}=0.0001、混凝土的极限拉应变ε_{tu}=0.0002。

（1）整个构件拉伸量为Δl=0.1mm时，求构件承受的拉力，此时截面中钢筋和混凝土的拉应力各为多少？

（2）分别求出构件弹性阶段末、即将开裂时和破坏时的拉力及对应的钢筋和混凝土的拉应力。

（3）画出构件的轴心拉力-应变关系。

〖解〗（1）拉伸量为Δl=0.1mm时构件的拉应变为

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta l}{l} = \frac{0.1}{2000} = 0.00005，\quad \varepsilon_t < \varepsilon_{tp} = 0.0001$$

构件受力处于弹性工作阶段

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} = \frac{1963}{300\times300} = 0.0218，\quad \alpha_E = \frac{E_s}{E_c} = \frac{196000}{22000} = 8.91$$

$$A_0 = A_c\left(1+\alpha_E\rho\right) = 300\times300\left(1+8.91\times0.0218\right) = 107488\,\text{mm}^2$$

此时构件受到的拉力

$$N = E_c\varepsilon_t A_0 = 22000\times0.00005\times107488 = 118.237\times10^3\,\text{N}$$

混凝土的拉应力 $\sigma_t = E_c\varepsilon_t = 22000\times0.00005 = 1.1\,\text{N/mm}^2$

钢筋的拉应力　　$\sigma_s = E_s\varepsilon_t = 196000\times 0.00005 = 9.8\ \text{N/mm}^2$

（2）（a）构件弹性阶段末，构件的应变为$\varepsilon=\varepsilon_{tp}$，则此时

构件的拉力

$$N_{tp} = E_c\varepsilon_{tp}A_0 = 22000\times 0.0001\times 107488 = 236.474\times 10^3\ \text{N}$$

混凝土的拉应力　　$\sigma_t = E_c\varepsilon_t = 22000\times 0.0001 = 2.2\ \text{N/mm}^2$

钢筋的拉应力　　$\sigma_s = E_s\varepsilon_t = 196000\times 0.0001 = 19.6\ \text{N/mm}^2$

（b）构件即将开裂时，构件的应变为$\varepsilon=\varepsilon_{tu}$，则此时

混凝土的拉应力　　$\sigma_t = f_t = 2.2\ \text{N/mm}^2$

钢筋的拉应力　　$\sigma_s = E_s\varepsilon_{tu} = 196000\times 0.0002 = 39.2\ \text{N/mm}^2$

构件受到的拉力

$$N_{cr} = f_tA_c + E_s\varepsilon_{tu}A_s = 2.2\times 300\times 300 + 196000\times 0.0002\times 1963 = 274.950\times 10^3\ \text{N}$$

（c）构件破坏时，混凝土已退出工作，其应力为零，即σ_t=0；钢筋屈服，达到其屈服强度，即$\sigma_s=f_y$=357 N/mm^2。

构件破坏时受到的拉力　　$N_{tu} = f_yA_s = 357\times 1963 = 700.791\times 10^3\ \text{N}$

（3）当$\varepsilon\leqslant\varepsilon_{tp}$时，

$$N = E_c\varepsilon_tA_0$$

当$\varepsilon_{tp}<\varepsilon\leqslant\varepsilon_{tu}$时，混凝土的应力维持$f_t$不变，而钢筋的应力随着应变的增加线性增加。根据平衡条件，该阶段的轴向拉力为

$$N = E_s\varepsilon A_s + f_tA_c$$

当$\varepsilon>\varepsilon_{tu}$时，混凝土已开裂退出工作，拉力全部由钢筋负担。根据平衡条件，该阶段的轴向拉力为

$$N = E_s\varepsilon A_s$$

上述三个受力阶段，构件的轴力均与应变成线性关系。所以，该构件受拉的拉力应变关

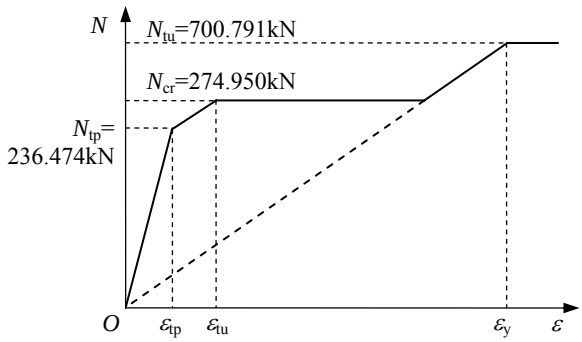

图 4.21 【例 4-4】混凝土受拉构件轴力-应变关系

系由不同的直线段组成，如图4.21（注意，由于构件混凝土开裂应变过小，开裂荷载也很小，图中的荷载值和应变值未全部按比例绘制）。

4.4.4 轴心受拉构件设计

轴心受拉构件正截面承载力的计算，是以第III阶段末的受力状况为基础。此时，裂缝截面上的混凝土轴向应力为零，全部拉力由纵向钢筋承担。不考虑钢筋的强化段，纵向钢筋屈服即达到整个构件的极限承载力。由式（4-82）并考虑可靠度的要求，可得

$$N \le N_u = f_y A_s \qquad (4\text{-}85)$$

式中，N——轴向拉力设计值；

N_u——构件轴向极限抗拉承载力；

f_y——钢筋抗拉强度设计值，按附录2附表2-3取用，为防止构件在正常使用阶段变形过大，裂缝过宽，f_y取值应不大于300N/mm^2；

A_s——纵向钢筋截面面积。

轴心受拉构件的纵向受力钢筋不得采用绑扎的搭接接头；为避免配筋过少引起构件的脆性破坏，轴心受拉构件一侧的受拉钢筋的配筋率应不小于0.2％和0.45f_t/f_y中的较大值（f_t为混凝土的抗拉强度设计值）；受力钢筋沿截面周边均匀对称布置，并宜优先选择直径较小的钢筋。箍筋直径不小于6mm，间距一般不宜大于200mm（屋架的腹杆不宜超过150mm）。

【例4-5】某钢筋混凝土屋架下弦的拉力设计值N=500×10^{3}N，采用HRB335级纵向钢筋，混凝土的强度等级为C30，构件截面尺寸为$b\times h$=250mm×200mm。求截面纵向钢筋的截面面积。

〖解〗 由附录2附表2-1和附表2-3得，C30混凝土的f_t=1.43N/mm^2，HRB335钢筋的f_y=300N/mm^2。

由式（4-85）可得纵向钢筋截面面积为

$$A_s = \frac{N_u}{f_y} > \frac{N}{f_y} = \frac{500\times10^3}{300} = 1667\,\text{mm}^2$$

选用4根直径为25mm的钢筋，布置于构件截面四角，实际配筋A_s=1963mm^2。

为避免配筋过少引起的脆性破坏，轴心受拉构件一侧的受拉钢筋的配筋率应不小于0.2％和0.45f_t/f_y的较大值。

$$0.45f_t/f_y=0.45\times1.43/300=0.2145\%$$

因此，该截面一侧受拉钢筋的最小配筋率为ρ_{min}=0.2145%。

构件一侧的配筋率

$$\rho = \frac{1963/2}{250\times200} = 0.0196 = 1.96\% > \rho_{min} = 0.2145\%$$

截面的配筋也符合最小配筋率的构造要求。

思 考 题

4.1 普通箍筋钢筋混凝土轴心受压短柱与长柱的破坏形态有何不同？计算中如何考虑柱高度的影响？

4.2 什么是轴心受压柱的稳定系数？它是如何确定的？

4.3 在轴心受压构件中，配置纵向钢筋的作用是什么？为什么要控制纵向钢筋的最小配筋率？

4.4 分析混凝土徐变对轴心受压构件纵向钢筋与混凝土应力的影响。

4.5 在计算轴心受压构件的极限承载力时，应如何考虑钢筋和混凝土的应力-应变关系影响？

4.6 试简述并分析普通箍筋钢筋混凝土柱和约束箍筋钢筋混凝土柱的箍筋各有什么作用？

4.7 轴心受压普通箍筋钢筋混凝土短柱与约束箍筋钢筋混凝土短柱的破坏机理有什么不同？它们的抗压承载力计算又有什么不同？

4.8 约束箍筋钢筋混凝土柱承载力计算公式的适用条件是什么？为何限制这些条件？

4.9 写出轴心受拉构件的极限承载力的计算公式，并说明为什么钢筋抗拉强度设计值f_y取值应不大于300N/mm^2。

习 题

4.1 有一钢筋混凝土短柱，已知柱长2000mm，承受轴心压力N=1200×10^{3}N。截面尺寸400mm×400mm，配有4根直径为25mm（A'_s=1963mm^2）的纵筋，实测混凝土棱柱体抗压强度f_c=19N/mm^2，其弹性模量E_c=25480N/mm^2；钢筋的屈服强度f_y=415N/mm^2，其弹性模量E_s=196000N/mm^2。

（1）若钢筋和混凝土的应力-应变关系均采用如图4.4的线性关系式，分别求钢筋和混凝土的应力、钢筋和混凝土各自承担的外荷载及构件的压缩变形Δl。

（2）混凝土若采用式（2-10）和（2-11）所表示的非线性应力-应变关系时，分别求钢筋和混凝土的应力、钢筋和混凝土各自承担的外荷载及构件的压缩变形Δl。

（3）求柱的极限承载力。

（4）在上述压力下，经若干年后产生$\varepsilon_{ct}(t)$=0.001的徐变，求此时柱中钢筋和混凝土各自承担的压力。

4.2 已知柱截面尺寸300mm×300mm，柱的计算长度l_0=5000mm，轴向力设计值N=1500×10^3 N，混凝土采用C30，纵向钢筋采用HRB335级钢筋，计算其配筋A'_s。

4.3 某多层房屋现浇钢筋混凝土框架的底层中柱，采用方形截面，其尺寸为400mm×400mm，配有4根直径为25mm的HRB335级钢筋。混凝土采用C30，柱的计算长度l_0=7000mm，试计算该柱能承担的轴向力N_u？

4.4 一直径为450mm的现浇圆形截面柱，其计算长度l_0=4300mm，承受设计轴向力N=3000×10^{3}N，混凝土采用C30，纵筋采用8根直径为20mm的HRB335级钢筋，螺旋箍筋采用HPB235级钢筋。试设计该柱的螺旋箍筋。

4.5 有一钢筋混凝土轴心受拉构件，构件的长度、截面尺寸以及配筋与题4.1相同。钢筋受拉采用图4.18a所示的应力-应变关系，其屈服强度为f_y=357N/mm^2、弹性模量为E_s=196000N/mm^2；混凝土受拉采用的应力-应变关系如图4.20所示，其抗拉强度f_t=2.2N/mm^2、弹性模量为E_c=22000N/mm^2、混凝土刚达到最大拉应力时的应变ε_{tp} =0.0001、混凝土的极限拉应变ε_{tu}=0.0002。

（1）整个构件拉伸量为Δl=0.1mm时，求构件承受的拉力，此时截面中钢筋和混凝土的拉应力各为多少？

（2）分别求出构件弹性阶段末、即将开裂时和破坏时的拉力及对应的钢筋和混凝土的拉应力。

（3）分别画出该受拉构件的拉力-应变、拉力-钢筋应力关系。

4.6 某工业厂房屋架下弦，截面尺寸$b\times h$=250mm×250mm，混凝土保护层厚度c=30mm，计算长度为8000mm；混凝土的强度等级为C30，采用HRB335级纵向钢筋；构件承受的轴向拉力设计值$N=1000\times10^3$N。试为该截面配置纵向受力钢筋，并求该构件的开裂荷载。

4.7 分别绘出轴心受拉钢筋混凝土构件、轴心受压钢筋混凝土构件以及螺旋箍筋轴心受压钢筋混凝土构件配筋计算的计算框图。