第7章 偏心受力构件承载力的计算

结构构件的截面受到轴力N和弯矩M共同作用，只在截面上产生正应力，可以等效为一个偏心（偏心距$e_0=M/N$）作用的轴力N。因此，截面上受到轴力和弯矩共同作用的结构构件称为偏心受力构件。显然，轴心受力（$e_0=0$）和受弯（$e_0=\infty$）构件为其特例。当轴向力为压力时，称为偏心受压；当轴向力为拉力时，称为偏心受拉。偏心受压构件多采用矩形截面，工业建筑中尺寸较大的预制柱也采用工字形和箱形截面，桥墩、桩及公共建筑中的柱多采用圆形截面；而偏心受拉构件多采用矩形截面。

7.1 偏心受压构件正截面承载力计算

7.1.1 偏心受压构件的破坏形态

1. 破坏类型

偏心受压构件是工程中使用量最大的结构构件，其受力性能随偏心距、配筋率和长细比（l_0/h）等主要因素而变化。与轴心受压构件类似，根据构件的长细比，偏心受压柱也有长柱和短柱之分。此外，其他一些因素，例如混凝土和钢筋材料的种类和强度等级、构件的截面形状、钢筋的构造、荷载的施加途径等，都对构件的受力性能和破坏形态产生影响。

现以工程中常用的两侧纵向受力钢筋对称配置的偏心受压矩形截面短柱为例，介绍其受力性能和破坏形态。随轴向力N在截面上的偏心距e_0大小的不同和纵向钢筋配筋率的不同，钢筋混凝土偏心受压构件的受力性能、破坏形态不同，偏心受压构件的受力性能和破坏形态介于轴心受压构件和受弯构件之间，如图7.1。偏心受压构件依据其破坏特征可以分为受压破坏和受拉破坏两种类型。

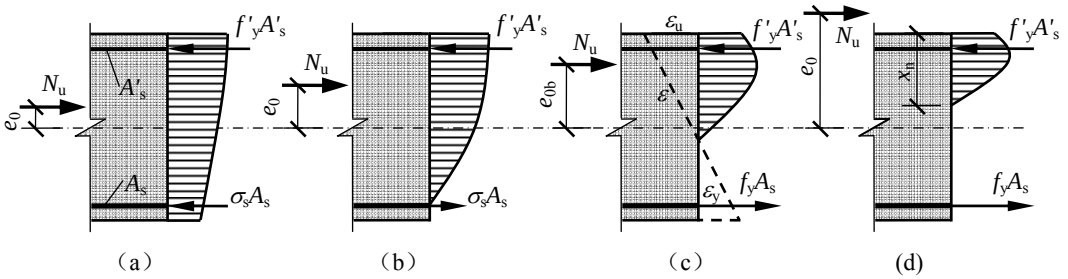

图7.1 偏心受压构件的截面极限状态

（a）$e_0<e_{cor}$；（b）$e_{cor}<e_0<e_{0b}$；（c）$e_0=e_{0b}$；（d）$e_0>e_{0b}$

（1）受压破坏形态

轴向压力的偏心距为零（$e_0=0$）时，柱为轴心受压，破坏时混凝土全截面均匀受压，出现众多纵向裂缝，发展为保护层片状剥落，钢筋受压屈服，部分钢筋在箍筋之间屈曲。偏心距很小（$e_0<e_{cor}$，e_{cor}称为截面核心距。当$e_0=e_{cor}$时，荷载一侧边缘混凝土受压破坏的同时，远离荷载一侧边缘，混凝土应力正好为零）的柱，全截面受压，但应力不均匀，破坏时荷载一侧最大应变处混凝土首先达到其抗压强度，并出现纵向裂缝和钢筋屈服，裂缝逐渐往截面中心扩展，外侧保护层开始剥落，钢筋屈曲，最终形成三角形破裂区；另一侧的钢筋和混凝土承受的压应力均小于相应的强度值。偏心距稍大（$e_{cor}<e_0<e_{0b}$，e_{0b}称为界限偏心距。当$e_0=e_{0b}$时，荷载一侧边缘混凝土受压破坏的同时，远离荷载一侧的钢筋受拉屈服）的柱，在

轴向压力作用下截面上出现受拉区，破坏时，受压区同样形成三角形破裂区，但面积较小；另一侧受拉区出现横向裂缝，混凝土退出工作，但钢筋拉应力未达屈服强度（$\sigma_s<f_y$）。总之，构件偏心距$e_0<e_{0b}$（界限偏心距）时，破坏由混凝土受压控制，称为受压破坏。受压破坏一般发生在偏心距较小的构件中，因此又称为小偏心受压破坏。但如果配置过多的受拉钢筋，虽然偏心距较大，构件破坏时也可能受拉钢筋不屈服而发生受压破坏。

这种偏心受压构件破坏的特征是，受压应力较大一侧的应变首先达到混凝土的极限压应变而破坏，同侧的纵向钢筋也受压屈服；而另一侧纵向钢筋可能受压也可能受拉，如果受压可能达到受压屈服，但如果受拉，则不可能达到受拉屈服。构件的承载力主要取决于受压混凝土和受压纵向钢筋。构件破坏前，横向裂缝开展不明显或根本不出现横向裂缝，横向变形很小，破坏无明显预兆，因此属脆性破坏类型。混凝土强度越高，破坏越突然。

（2）受拉破坏形态

偏心距大（$e_0>e_{0b}$）的柱，截面受拉区面积和拉应变增大，轴向压力作用下，首先在受拉一侧（远离轴向压力一侧）出现横向裂缝，钢筋拉应力突增。随着轴向压力增大，受拉钢筋首先屈服，拉应变加大，压区面积进一步减小，混凝土压应力增大，达其抗压强度而构件破坏。其破坏过程和纯弯构件的破坏过程相同，只是由于轴向压力的存在而使混凝土受压区面积较大，钢筋屈服弯矩M_y更接近于极限弯矩M_u。这类构件的破坏也是由受压混凝土的破坏引起的，但其极限弯矩由受拉钢筋控制，称为受拉破坏。受拉破坏均发生在偏心距较大，且受拉纵向钢筋配筋率不高的构件中，所以又称为大偏心受压破坏。

这种偏心受压构件破坏的特征是，受拉钢筋首先屈服，而后受压区钢筋屈服、混凝土受压破坏，其承载力主要取决于受拉钢筋。构件破坏前，横向裂缝开展显著、横向变形大，破坏有明显预兆，属延性破坏类型。其破坏形态与受压区配置钢筋的适筋梁类似，但由于轴向压力的存在，其受压区高度比相应适筋梁的受压区高度大。

2. 大小偏心受压破坏的界限

随着偏心距增大，构件的破坏由受压破坏（小偏心受压破坏）形态，逐渐过渡到受拉破坏（大偏心受压破坏）形态。其间，当构件的受拉钢筋屈服和受压混凝土破坏同时发生时为区分两类破坏形态的界限，相应的偏心距称为界限偏心距（e_{0b}）。从偏心受压构件破坏的特征可以看出，大偏心受压破坏和小偏心受压破坏的本质区别在于受压混凝土破坏时，受拉纵筋能否屈服。因此，大、小偏心受压破坏的界限应该是受压混凝土的压应变达到混凝土的极限压应变的同时，受拉纵向钢筋的拉应变也达到钢筋的屈服应变。从截面的变形特征看，大、小偏心受压的界限与钢筋混凝土受弯构件的适筋、超筋破坏的界限完全相同。大、小偏心受压界限受压区相对计算高度ξ_b的计算公式与受弯构件适筋、超筋破坏界限受压区相对计算高度ξ_b的计算公式也完全相同。因而，大、小偏心受压界限受压区相对计算高度ξ_b值与受弯构件相同，也可采用表5-2的数值。对于偏心受压构件，当$\xi\leqslant\xi_b$，混凝土压碎构件破坏时，受拉钢筋已经屈服，构件受拉破坏，为大偏心受压破坏；否则构件受压破坏，为小偏心受压破坏。

3. 附加偏心距e_a

由于荷载作用位置的偏差、混凝土的不均匀性、配筋的不均匀性及施工偏差等原因，荷载作用的实际偏心距往往与按$e_0=M/N$计算所得的值存在差异。在偏心受压构件的正截面承载力计算中，此差异用附加偏心距e_a来考虑。附加偏心距e_a的值取20mm和偏心方向截面尺寸的1/30两者中的较大值。截面的初始偏心距e_i等于e_0加上附加偏心距e_a，即

$$e_i = e_0 + e_a \tag{7-1}$$

从上式可以看出，偏心距越小，附加偏心距的影响越大。

4. 偏心距增大系数η

偏心受压构件在弯矩和轴向压力的作用下，将产生横向变形。截面弯矩越大，产生的横向变形越大。而由于轴向压力的存在，横向变形的增大，又使得截面的弯矩进一步增大。柱子达到极限状态（N_u）时，临界截面的挠度f（图7.2），称为附加偏心距。此截面上的实际弯矩值应为$N_u e_i + N_u f$，其中，$N_u f$为轴力引起的附加弯矩，或称二阶弯矩、二阶效应。

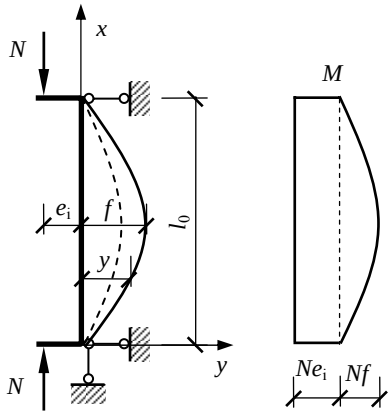

图 7.2 铰支柱的弯矩和附加弯矩

前面介绍的偏心受压短柱，加载过程中，产生的横向变形很小，轴力N对截面的偏心距自开始加载直至试件破坏，基本保持常值，在轴力-弯矩包络图上的加载路径接近为一直线，即图7.3中的OA线。长柱的加载路径在轴力-弯矩（N-M）包络图上为曲线OB_1，达到包络线上的交点B_1时，即为相应的极限状态。柱的长细比越大，附加偏心距和附加弯矩越大，偏离OA直线越远，在N-M包络图上形成不同的加载路径和相应的极限状态（图7.3中的OB_1、OB_2线）。图中加载途径OB_3对应于长细比很大的偏心受压构件（细长柱），它偏离OA线更远。当轴力达到极值N_{max}时，构件失稳破坏，破坏时，混凝土和钢筋均未达到强度值。上述分析表明：构件长细比的加大，会降低构件的正截面抗压承载力。当长细比较大时，偏心受压构件的横向位移引起的附加弯矩或二阶弯矩不可忽视。

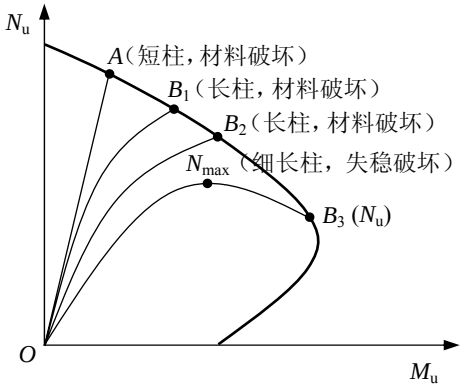

图 7.3 不同长细比柱从加荷到破坏的 N-M 关系

两端简支的偏心受压构件的计算简图如图7.2所示。构件在Ne_i的作用下，产生如图7.2虚线所示的弯曲变形，使轴心压力N又有了新的偏心距，构件上任意点的弯矩将增加一个数值，并引起附加挠度。如图7.2中的实线是Ne_i和Ny共同作用下达到平衡时的挠度曲线，图中y表示任一点的挠度。因此，构件上任一点的弯矩

$$M = Ne_i + Ny \tag{7-2}$$

式中，Ne_i称为一阶弯矩，Ny称为由构件横向变形引起的二阶弯矩。若令f为最大弯矩M_{max}点的挠度，则有

$$M_{max} = Ne_i + Nf \tag{7-3}$$

显然，Nf是偏心受压构件上由横向位移引起的最大的二阶弯矩。承受N和M_{max}作用的截面是构件上的最危险截面，称为临界截面。设计时，一般取临界截面上的内力为内力控制值。

最大二阶弯矩的出现和增长，是偏心受压构件横向位移的结果，所有影响偏心受压构件横向位移的因素都将影响其二阶弯矩和极限承载力。主要影响因素有：构件的长细比和载荷作用的偏心距；构件端部的支撑条件和对变形的约束程度（包括端部的位移、构件的弯矩分布等）；材料的本构关系和配筋构造；长期荷载作用下混凝土的徐变等。偏心受压构件考虑二阶弯矩影响的分析，是一个需要考虑材料非线性和几何非线性的复杂过程，对其进行准确

分析涉及的参数众多，费时费事。因此，对工程中的一般构件，采用的计算方法通常是基于试验结果的方法，所采用的计算公式简便直观，又具有足够的准确性。我国《混凝土结构设计规范》（GB 50010−2002）近似地采用把初始偏心距e_i乘以一个偏心距增大系数η的方法，来考虑二阶弯矩对偏心距增大的影响，即：

$$e_i + f = \left(1 + \frac{f}{e_i}\right) e_i = \eta e_i \tag{7-4}$$

式中，f——偏心受压构件产生的横向位移最大值；

η——考虑二阶弯矩影响的偏心距增大系数；

e_i——初始偏心距，按式（7-1）取用。

偏心距增大系数η考虑了构件的长细比、载荷作用的偏心距、构件端部的支撑条件及其对变形约束程度和构件的弯矩分布等对偏心距增大的影响。它的表达式可以由下述的理论分析和试验结果得到。

若一柱高l_0，两端铰支，如图7.2所示。试验表明，其侧向挠度曲线近似符合下列公式表示的正弦曲线：

$$y = f \sin \frac{\pi x}{l_0} \tag{7-5}$$

则挠度曲线的曲率为

$$\phi = -\frac{d^2 y}{dx^2} = f \frac{\pi^2}{l_0^2} \sin \frac{\pi x}{l_0} = y \frac{\pi^2}{l_0^2} \tag{7-6}$$

在极限状态时，柱高中点截面的曲率为ϕ_u，则柱中点最大横向挠度为

$$f = \phi_u \frac{l_0^2}{\pi^2} \tag{7-7}$$

根据平截面假定，可得构件截面的界限曲率为

$$\phi_b = \frac{\varepsilon_c + \varepsilon_s}{h_0} \tag{7-8}$$

对于界限破坏情况，混凝土受压区边缘应变值$\varepsilon_c=\varepsilon_u=0.0033$，并考虑长期荷载作用下混凝土徐变应变增大后，乘以增大系数1.25，钢筋应变值$\varepsilon_s=\varepsilon_y=f_y/E_s=0.0017$。则可求得界限破坏时的曲率$\phi_b$为

$$\phi_b = \frac{0.0033 \times 1.25 + 0.0017}{h_0} = \frac{1}{171.7}\left(\frac{1}{h_0}\right) \tag{7-8a}$$

柱中点最大横向位移值

$$f = \phi_b \frac{l_0^2}{\pi^2} = \frac{1}{171.7}\left(\frac{1}{h_0}\right)\frac{l_0^2}{\pi^2} \tag{7-9}$$

对于小偏心受压构件，离轴向力较远一侧的纵向钢筋，可能受拉不屈服或受压，且受压区边缘混凝土的受压极限应变也小于0.0033，截面破坏时的曲率小于界限破坏时的曲率ϕ_b值。试验研究还表明，构件破坏时截面受压区混凝土的压应变和受拉区钢筋的拉应变随构件长细比增加而减小，使得控制截面的极限曲率随长细比增加而减小。因此，计算破坏曲率时，

分别引入截面曲率修正系数ζ_1和长细比对截面曲率影响系数ζ_2，来考虑偏心距和长细比对截面破坏曲率的影响。考虑偏心距和长细比对截面曲率影响后的横向最大位移

$$f=\frac{1}{171.7}\left(\frac{1}{h_0}\right)\frac{l_0^2}{\pi^2}\zeta_1\zeta_2 \tag{7-9a}$$

由式（7-4）得

$$\eta=\frac{e_{\mathrm{i}}+f}{e_{\mathrm{i}}}=1+\frac{f}{e_{\mathrm{i}}} \tag{7-10}$$

将式（7-9a）代入式（7-10）并取h=1.1h_0，整理后得

$$\eta=1+\frac{1}{1400\dfrac{e_{\mathrm{i}}}{h_0}}\left(\frac{l_0}{h}\right)^2\zeta_1\zeta_2 \tag{7-11}$$

式中，l_0——构件的计算长度，构件计算长度与构件两端支承情况有关。对无侧移结构的偏心受压构件，可取两端不动支点之间的轴线长度；两端铰支时，取l_0＝l（l是构件实际长度）；两端固定时，取l_0＝0.5l；一端固定，一端铰支时，取l_0＝0.7l；一端固定，一端自由时，取l_0＝2l。钢筋混凝土柱可按《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）第7.3.11条的规定取用。

h——截面高度；

h_0——截面有效高度；

ζ_1——偏心受压构件偏心距对截面曲率影响的修正系数；

ζ_2——偏心受压构件长细比对截面曲率影响的修正系数。

式（7-11）就是《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）给出的偏心距增大系数的计算公式。为了简化计算，《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）规定：

$$\zeta_1=\frac{0.5f_{\mathrm{c}}A}{N} \tag{7-12}$$

式中，A为构件的截面面积。ζ_1≤1，当ζ_1>1时，取ζ_1=1；

$$\zeta_2=1.15-0.01\frac{l_0}{h} \tag{7-13}$$

当l_0/h＜15时，取ζ_2＝1.0。

式（7-11）是根据两端简支且两端作用有相等弯矩的条件下得出的，此时一阶弯矩的最大值与二阶弯矩的最大值在同一截面。对于其他受力情况的偏心受压构件，若一阶弯矩的最大值与二阶弯矩的最大值不在同一截面，二阶弯矩的影响有所降低，采用式（7-11）时，显然是偏于安全的。另外，尚应考虑结构侧移对二阶弯矩分布规律的影响。为设计方便，我国《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）是通过柱的计算长度l_0的取值来考虑此影响，以反映不同类型结构中，偏心受压构件二阶弯矩分布规律的差异。

《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）规定的偏心距增大系数η的计算公式不仅适用于矩形截面、圆形截面和环形截面，也适用于T形截面和工字形截面偏心受压构件。

当柱的长细比较小（即为短柱）时，侧向挠度f与初始偏心距e_{i}相比很小，可略去不计。《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）规定，当构件长细比l_0/i≤17.5（相当于l_0/h≤5或l_0/D≤5）时（l_0为构件计算长度，i为截面的回转半径，h为截面高度，D为圆形截面直径），可不考虑挠度对偏心距的影响，直接取η=1.0。

7.1.2 矩形截面偏心受压构件正截面承载力计算公式

偏心受压构件正截面承载力计算的基本假定与受弯构件相同（见第 5 章）。偏心受压构件承载力极限状态时的轴向力为 N_u、弯矩为 $\eta N_u e_i$，根据基本假定和平衡条件就可以建立钢筋混凝土偏心受压构件的极限承载力计算公式。

1. 矩形截面大偏心（$\xi \leqslant \xi_b$）受压构件正截面承载力计算公式

大偏心受压构件破坏时，临界截面受拉钢筋屈服，其应力 $\sigma_s=f_y$；受压区混凝土破坏，其边缘的应变等于混凝土的抗压极限应变；受压钢筋屈服，其应力 $\sigma_s=f'_y$。与受弯构件的处理方法类似，把受压区混凝土的曲线压应力图用等效矩形图形替代，其应力值取为 $\alpha_1 f_c$，受压区计算高度取为 x，如图 7.4 所示。

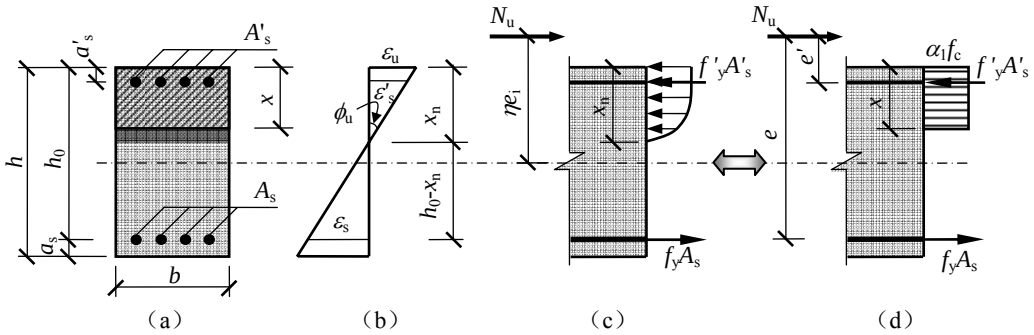

图7.4 大偏心截面应变、应力分布及等效应力分布
（a）截面；（b）应变；（c）应力分布；（d）等效应力分布

（1）计算公式

由轴向力的平衡条件，得

$$N_u = \alpha_1 f_c bx + f'_y A'_s - f_y A_s \tag{7-14}$$

由对受拉钢筋合力中心取矩的平衡条件，得

$$N_u e = \alpha_1 f_c bx\left(h_0 - \frac{x}{2}\right) + f'_y A'_s\left(h_0 - a'_s\right) \tag{7-15}$$

$$e = e_i + \frac{h}{2} - a_s \tag{7-16}$$

或由对受压钢筋合力中心取矩的平衡条件，得

$$N_u e' = f_y A_s\left(h_0 - a'_s\right) - \alpha_1 f_c bx\left(\frac{x}{2} - a'_s\right) \tag{7-17}$$

$$e' = e_i - \frac{h}{2} + a'_s \tag{7-18}$$

式中，N_u——承载力极限状态时的轴向力；

x ——混凝土受压区计算高度；

e ——轴向压力作用点至纵向受拉钢筋合力中心的距离；

e'——轴向压力作用点至纵向受压钢筋合力中心的距离。

（2）适用条件

为了保证构件破坏时，受拉钢筋应力达到其抗拉强度设计值 f_y 及受压钢筋应力达到其抗压强度设计值 f_y'，式（7-14）、（7-15）和（7-17）必须满足:

$$x \le x_b = \xi_b h_0 \qquad 7\text{-}19)$$

$$x \geq 2a_s^{'} \tag{7-20}$$

式中，x_b——界限受压区计算高度；

ξ_b——界限受压区相对计算高度；

a'_s——纵向受压钢筋合力中心至混凝土受压边缘的距离。

2. 矩形截面小偏心（$\xi > \xi_b$）受压构件正截面承载力计算公式

小偏心受压构件破坏时，临界截面混凝土应力可能部分受压和部分受拉（图7.5），也可能全截面都受压（图7.6）。一般情况下，靠近轴向力作用一侧的应变达到混凝土的极限压应变，混凝土被压碎，同侧纵向受压钢筋的应力也达到其屈服应力。而另一侧的纵向钢筋可能受拉也可能受压，但应力往往达不到相应的受拉或受压屈服强度，其应力用σ_s表示。

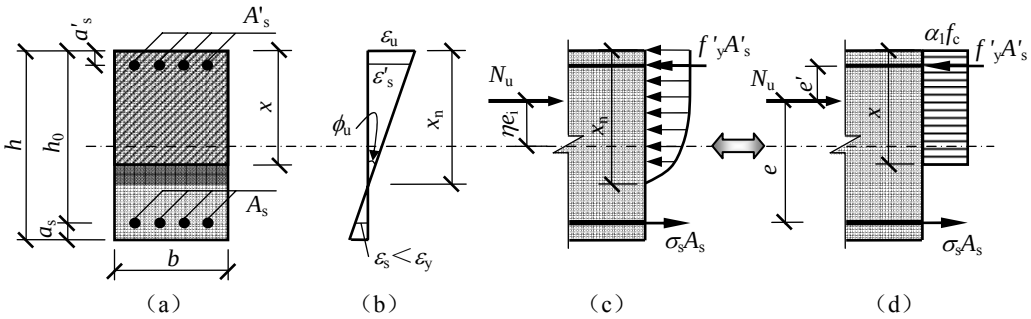

图7.5 小偏心截面应变、应力分布及等效应力分布（A_s受拉不屈服）
（a）截面；（b）应变；（c）应力分布；（d）等效应力分布

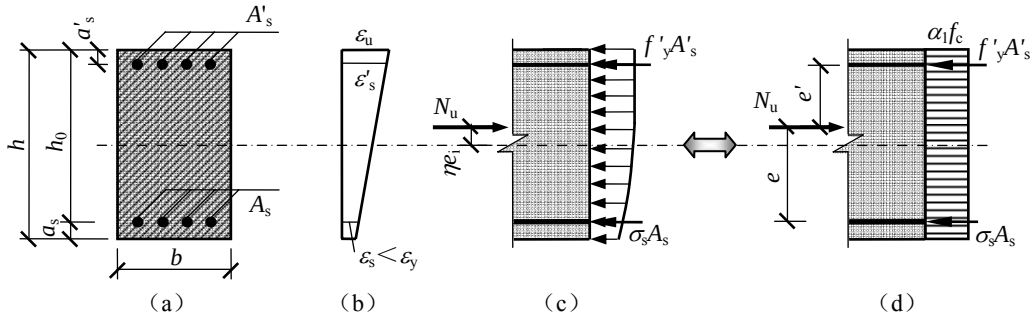

图7.6 小偏心截面应变、应力分布及等效应力分布（A_s受压不屈服）
（a）截面；（b）应变；（c）应力分布；（d）等效应力分布

由轴向力的平衡条件，得

$$N_u = \alpha_1 f_c bx + f_y^{'} A_s^{'} - \sigma_s A_s \tag{7-21}$$

由对离轴向力较远钢筋合力中心取矩的平衡条件，得

$$N_u e = \alpha_1 f_c bx\left(h_0 - \frac{x}{2}\right) + f_y^{'} A_s^{'}\left(h_0 - a_s^{'}\right) \tag{7-22}$$

$$e = e_i + \frac{h}{2} - a_s \tag{7-23}$$

或由对离轴向力较近钢筋合力中心取矩的平衡条件，得

$$N_u e^{'} = \alpha_1 f_c bx\left(\frac{x}{2} - a_s^{'}\right) - \sigma_s A_s\left(h_0 - a_s^{'}\right) \tag{7-24}$$

$$e' = \frac{h}{2} - \eta e_{\mathrm{i}} - a_{\mathrm{s}}' \qquad (7\text{-}25)$$

式中，N_{u}——承载力极限状态时的轴向力；

x——混凝土受压区计算高度，当$x>h$时，取$x=h$；

e——轴向压力作用点至离其较远纵向钢筋合力中心的距离；

e'——轴向压力作用点至离其较近纵向钢筋合力中心的距离；

σ_{s}——钢筋A_{s}的应力，$-f_{\mathrm{y}}' \le \sigma_{\mathrm{s}} \le f_{\mathrm{y}}$。

式（7-21）和（7-24）中的临界截面离轴向力较远钢筋的应力σ_{s}，从理论上讲，可以根据平截面假定确定截面破坏时钢筋的应变，再由$\sigma_{\mathrm{s}}=\varepsilon_{\mathrm{s}}E_{\mathrm{s}}$求得，即

$$\frac{\sigma_{\mathrm{s}}}{f_{\mathrm{y}}} = \frac{\varepsilon_{\mathrm{u}}}{\varepsilon_{\mathrm{y}}}\left(\frac{\beta_1}{\xi} - 1\right) \qquad (7\text{-}26)$$

式中β_1是计算受压区计算高度x和受压区高度x_{n}的比值系数（即$x=\beta_1 x_{\mathrm{n}}$）。但将式（7-26）的钢筋应力代入式（7-21）和式（7-24）求x时，需要求解x的三次方程，不便应用。另外该公式在$\xi>1$时，偏离试验值较大，见图7.7。

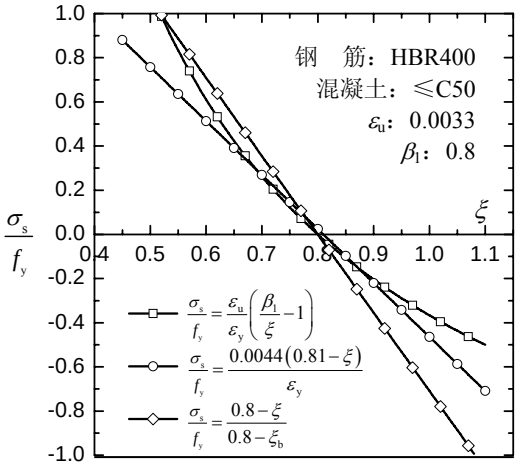

图 7.7 钢筋应力σ_{s}与ξ关系曲线

由分析可知，离轴向力较远钢筋的应变ε_{s}与混凝土受压区相对计算高度有关，根据对我国试验资料分析，实测的钢筋应变ε_{s}与ξ接近直线关系，经线性回归，其应力σ_{s}和ξ的关系可表示为

$$\frac{\sigma_{\mathrm{s}}}{f_{\mathrm{y}}} = \frac{0.0044(0.81-\xi)}{\varepsilon_{\mathrm{y}}} \qquad (7\text{-}27)$$

由于σ_{s}对构件的小偏心受压极限承载力影响较小，并考虑到界限条件$\xi=\xi_{\mathrm{b}}$时，$\varepsilon_{\mathrm{s}}=\varepsilon_{\mathrm{y}}$（$\varepsilon_{\mathrm{y}}$为钢筋的屈服应变）；$x_{\mathrm{n}}=h_0$，即$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{\beta_1 x_{\mathrm{n}}}{h_0} = \beta_1$时，$\varepsilon_{\mathrm{s}}=0$，对式（7-27）的回归公式进行调整后，离轴向力较远钢筋应力的近似计算公式采用

$$\frac{\sigma_{\mathrm{s}}}{f_{\mathrm{y}}} = \frac{\xi - \beta_1}{\xi_{\mathrm{b}} - \beta_1} \qquad (7\text{-}28)$$

式中，ξ_{b}为截面的界限受压区相对计算高度，取值见表5-2。

按式（7-28）计算得到的钢筋应力应满足

$$-f_{\mathrm{y}}' \le \sigma_{\mathrm{s}} \le f_{\mathrm{y}} \qquad (7\text{-}29)$$

若求出的离轴向力较远钢筋的应力$\sigma_{\mathrm{s}}<-f'_{\mathrm{y}}$时，取$\sigma_{\mathrm{s}}=-f'_{\mathrm{y}}$。说明该钢筋已受压屈服，其应力值取其抗压屈服强度。若求出的离轴向力较远钢筋的应力$\sigma_{\mathrm{s}}>f_{\mathrm{y}}$时，应取$\sigma_{\mathrm{s}}=f_{\mathrm{y}}$。说明该钢筋已受拉屈服，其应力值取其抗拉屈服强度。不过，该截面的破坏形式为大偏心受压破坏，而

不是这里所研究的小偏心受压破坏，因此，这里求出的离轴向力较远钢筋的应力σ_s，一般不会出现大于钢筋抗拉屈服强度的情况。

对于轴向力 N 较大，而荷载偏心距 e_0 较小的全截面受压的情况，若离轴向力较近一侧钢筋配置较多，使得截面实际的形心向 A'_s 偏移（实际形心位置如图 7.8d 中的虚线所示）。构件破坏时，有可能出现离轴向力较远一侧的应变达到混凝土的极限压应变，混凝土被压碎，而该侧的纵向钢筋（A_s）的应力也达到其抗压屈服应力 f'_y，另一侧的纵向钢筋（A'_s）受压不屈服，这种破坏称为反向破坏，如图 7.8。这时，附加偏心距 e_a 与荷载偏心距 e_0 有可能方向相反，即有可能 e_a 使 e_0 减小。为了避免这种反向破坏的发生，我国《混凝土结构设计规范》(GB 50010-2002)规定，当 $N>f_cA$ 时，A 为截面面积，小偏心受压构件除按上述式(7-21)和式（7-22）或式（7-24）计算外，还应满足下列条件：

$$N_u\left[\frac{h}{2}-a_s^{'}-\left(e_0-e_a\right)\right]\le f_c bh\left(h_0^{'}-\frac{h}{2}\right)+f_y^{'}A_s\left(h_0^{'}-a_s\right) \qquad (7\text{-}30)$$

式中，h'_0——钢筋 A_s'合力点至离轴向力较远一侧边缘的距离，即 $h'_0=h-a'_s$。

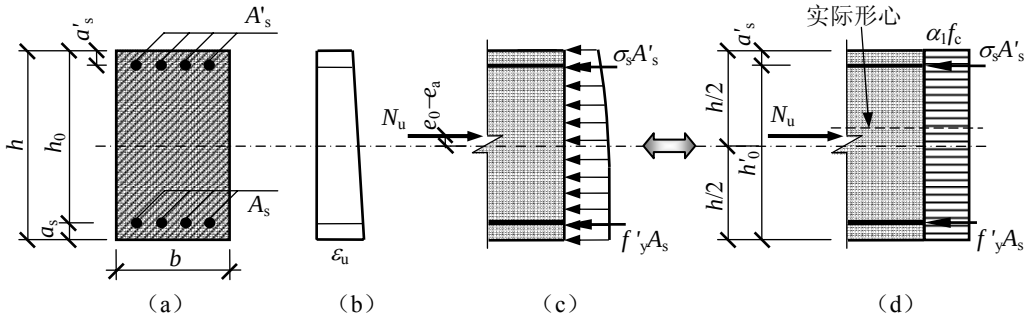

图7.8 小偏心截面应变、应力分布及等效应力分布（A_s受压屈服）
（a）截面；（b）应变；（c）应力分布；（d）等效应力分布

7.1.3 工字形截面偏心受压构件正截面承载力计算公式

为了节省混凝土和减轻构件的自重，较大尺寸的偏心受压构件往往采用工字形截面。工字形截面偏心受压构件的破坏特性，计算方法与矩形截面相似，区别只在于增加了受压区翼缘参与受力。而 T 形截面可作为工字形截面的特殊情况处理，下面主要对工字形截面进行分析。

工字形截面偏心受压计算同样可分为$\xi\leqslant\xi_b$ 的大偏心受压和$\xi>\xi_b$ 的小偏心受压两种情况进行。

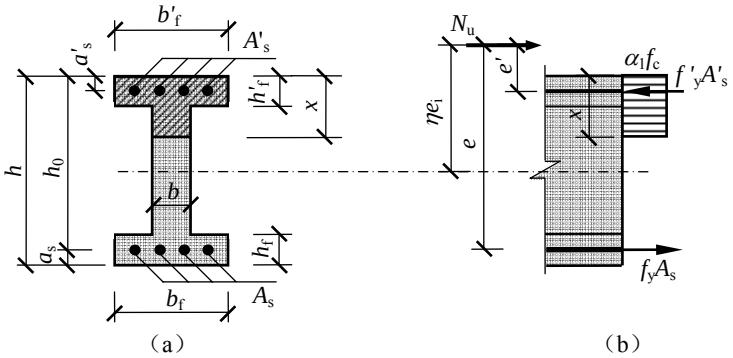

图7.9 工字形截面大偏心截面尺寸及等效应力分布（$x>h'_f$）
（a）截面尺寸；（b）等效应力分布

1. 大偏心受压情况（$\xi \leqslant \xi_b$）

与 T 形截面受弯构件相同，按受压区计算高度 x 不同，大偏心受压截面分为两类（如图 7.9 和 7.10 所示）。

（1）当$x>h'_f$时，中和轴位于腹板，受压区为T形，见图7.9。

由轴向力的平衡条件，得

$$N_u = \alpha_1 f_c \left[bx + \left(b_f^{'} - b \right) h_f^{'} \right] + f_y^{'} A_s^{'} - f_y A_s \tag{7-31}$$

由对受拉钢筋合力中心取矩的平衡条件，得

$$N_u e = \alpha_1 f_c \left[bx \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + \left(b_f^{'} - b \right) h_f^{'} \left(h_0 - \frac{h_f^{'}}{2} \right) \right] + f_y^{'} A_s^{'} \left(h_0 - a_s^{'} \right) \tag{7-32}$$

$$e = e_i + \frac{h}{2} - a_s \tag{7-33}$$

（2）当$x \leqslant h'_f$时，中和轴位于翼缘内，按宽度为b'_f的矩形截面计算，见图7.10。

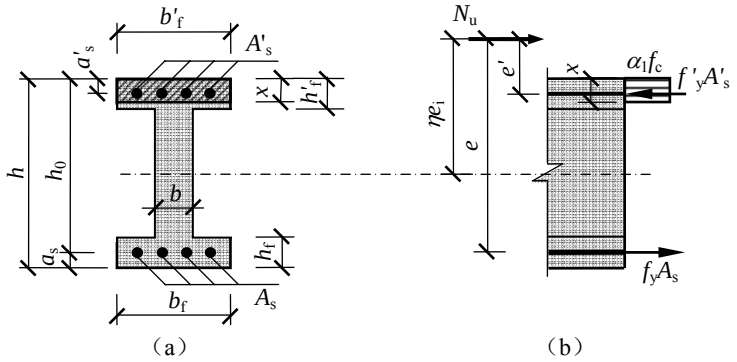

图7.10 工字形截面大偏心截面尺寸及等效应力分布（$x \leqslant h'_f$）
（a）截面尺寸；（b）等效应力分布

$$N_u = \alpha_1 f_c b_f^{'} x + f_y^{'} A_s^{'} - f_y A_s \tag{7-34}$$

$$N_u e = \alpha_1 f_c b_f^{'} x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + f_y^{'} A_s^{'} \left(h_0 - a_s^{'} \right) \tag{7-35}$$

式中，b'_f——工字形截面受压翼缘宽度；

h'_f——工字形截面受压翼缘高度。

为保证上述计算公式中的受拉钢筋A_s及受压钢筋A'_s屈服，要求满足：

$$x \leqslant x_b \text{及} x > 2a'_s$$

式中，x_b——界限破坏时受压区计算高度。

2. 小偏心受压情况（$\xi > \xi_b$）

小偏心受压工字形截面，一般不会发生$x<h'_f$的情况。

当$x>h'_f$且$x<h-h_f$时，如图7.11所示，由平衡条件可得：

$$N_u = \alpha_1 f_c \left[bx + \left(b_f^{'} - b \right) h_f^{'} \right] + f_y^{'} A_s^{'} - \sigma_s A_s \tag{7-36}$$

$$N_u e = \alpha_1 f_c \left[bx \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + \left(b_f^{'} - b \right) h_f^{'} \left(h_0 - \frac{h_f^{'}}{2} \right) \right] + f_y^{'} A_s^{'} \left(h_0 - a_s^{'} \right) \tag{7-37}$$

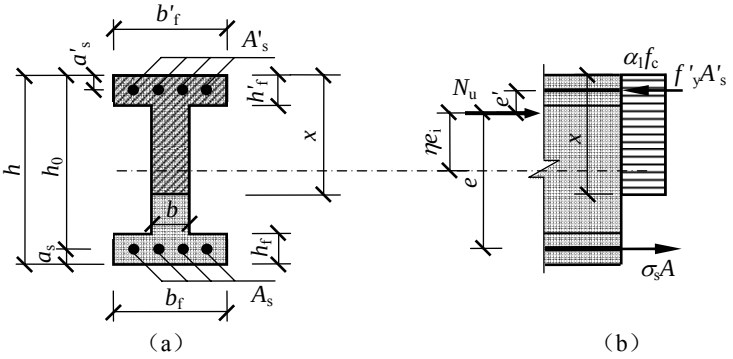

图7.11 工字形截面小偏心截面尺寸及等效应力分布（$x<h-h_f$）
（a）截面尺寸；（b）等效应力分布

式中，x——受压区计算高度。

当$x\geqslant h-h_f$时，如图7.12所示，计算中应考虑翼缘h_f的作用，由平衡条件可得：

$$N_u=\alpha_1 f_c\left[bx+\left(b_f^{'}-b\right)h_f^{'}+\left(b_f-b\right)\left(h_f+x-h\right)\right]+f_y^{'}A_s^{'}-\sigma_s A_s \tag{7-38}$$

$$\begin{aligned}N_u e=&\alpha_1 f_c bx\left(h_0-\frac{x}{2}\right)+\alpha_1 f_c\left(b_f^{'}-b\right)h_f^{'}\left(h_0-\frac{h_f^{'}}{2}\right)\\&+\alpha_1 f_c\left(b_f-b\right)\left(h_f+x-h\right)\left(h_f-\frac{h_f+x-h}{2}-a_s\right)+f_y^{'}A_s^{'}\left(h_0-a_s^{'}\right)\end{aligned} \tag{7-39}$$

式中x值大于h时，取$x=h$计算。σ_s仍可近似用式（7-28）计算。

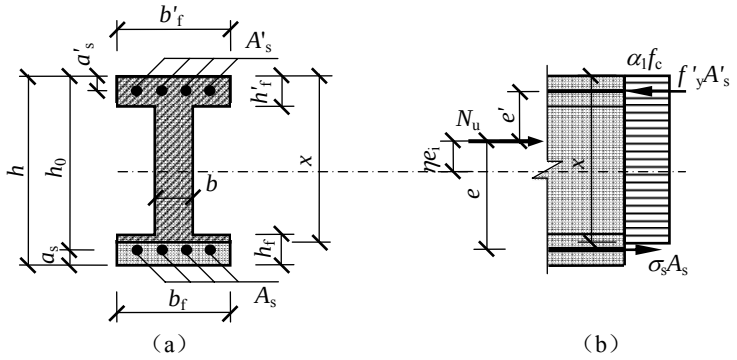

图7.12 工字形截面小偏心截面尺寸及等效应力分布（$x>h-h_f$）
（a）截面尺寸；（b）等效应力分布

对于轴向力N较大，而荷载偏心距e_0较小的全截面受压的情况（图7.13），为避免反向破坏的发生，工字形小偏心受压构件，尚应满足下列条件。

$$\begin{aligned}N_u\left[\frac{h}{2}-a_s^{'}-\left(e_0-e_a\right)\right]\leq&f_c bh\left(h_0^{'}-\frac{h}{2}\right)+\alpha_1 f_c\left(b_f-b\right)h_f\left(h_0^{'}-\frac{h_f}{2}\right)\\&+f_c\left(b_f^{'}-b\right)h_f^{'}\left(\frac{h_f^{'}}{2}-a_s^{'}\right)+f_y^{'}A_s\left(h_0^{'}-a_s\right)\end{aligned} \tag{7-40}$$

式中，h'_0——钢筋A_s'合力点至离轴向力较远一侧边缘的距离，即$h'_0=h-a'_s$。

以上工字形截面小偏心受压公式的适用条件是：

$$x>x_b \tag{7-41}$$

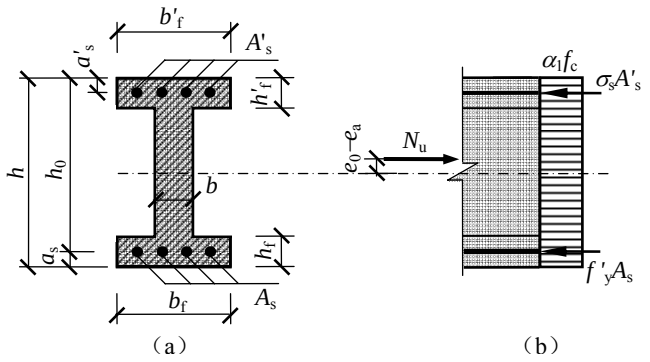

图7.13 工字形截面小偏心截面的反向破坏
（a）截面尺寸；（b）等效应力分布

7.1.4 偏心受压构件正截面承载力计算方法

建筑工程中的偏心受压构件常用的截面形式有矩形截面和工字形截面两种，其截面的配筋方式有对称配筋和非对称配筋两种，截面受力的破坏形式有受拉破坏（大偏心破坏）和受压破坏（小偏心）两种类型。与受弯构件正截面抗弯承载力计算一样，偏心受压构件正截面抗压承载力的计算也分为截面设计（配筋计算）和截面复核两种情况。

1. 不对称配筋矩形截面偏心受压构件正截面承载力计算方法

（1）截面设计

截面设计时构件截面尺寸、材料强度及荷载产生的内力设计值N和M已知，欲求需要配置的纵向钢筋A_s及A'_s。这时需要首先判断构件受压的大小偏心类型，才能选用相应的公式进行计算。

① 大小偏心受压的类型判断

判断大小偏心受压类型的基本条件是：$\xi \leqslant \xi_b$为大偏心受压；$\xi > \xi_b$为小偏心受压。但因为截面的配筋A_s和A'_s未知，无法计算出截面混凝土受压区相对计算高度。因此，需先根据偏心距的大小，初步判断构件的大小偏心受压类型。具体判别步骤为：先算出偏心距增大系数η，当$\eta e_i > 0.3h_0$时，可先按大偏心受压情况计算；当$\eta e_i \leqslant 0.3h_0$时，则先按小偏心受压情况计算。然后，应用相关计算公式求钢筋截面面积A_s及A'_s。求出A_s及A'_s后，再计算ξ，通过比较ξ和ξ_b检查原先对构件大小偏心的假定是否正确，如果不正确需要重新计算。在所有情况下，A_s和A'_s还要分别满足最小配筋率的规定，同时，（$A_s+A'_s$）不宜大于$0.05bh$。

② 大偏心受压情况的计算

A．已知：截面尺寸$b\times h$，混凝土强度等级，钢筋级别（一般情况，A_s和A'_s取同一种钢筋）轴向力设计值N及弯矩设计值M，长细比l_0/h，求钢筋截面面积A_s和A'_s。

令$N=N_u$，$e_0=M_u/N_u=M/N$，共有x、A_s和A'_s 三个未知数，而只有两个方程，不能得出唯一解。为了使配筋的总截面面积（$A_s+A'_s$）最小，与矩形截面双筋受弯构件类似，取$x=\xi_s h_0$，这里ξ_s为截面钢筋面积最小时所对应的混凝土受压区相对计算高度，这样既可保证偏心受压构件延性破坏，又能保证钢筋用量最小。大偏心受压构件的ξ_s取值与矩形截面双筋受弯构件相同，即取ξ_ρ（式（5-115）或式（5-116））和ξ_b中的较小值。将$x=\xi_s h_0$代入式（7-15），可得计算钢筋A'_s的公式：

$$A_s^{'}=\frac{Ne-\alpha_1 f_c b h_0^2 \xi_s\left(1-0.5\xi_s\right)}{f_y^{'}\left(h_0-a_s^{'}\right)} \tag{7-42}$$

按式（7-42）求得的A'_s应不小于$\rho'_{min}bh$；如果小于$\rho'_{min}bh$，取$A'_s=\rho'_{min}bh$后，按A'_s为已知

的情况计算。此处$\rho'_{\min}$ =0.002。

将求得的A'_s和$x=\xi_s h_0$代入式（7-14），计算钢筋A_s的面积

$$A_s=\frac{\alpha_1 f_c b h_0 \xi_s + f_y' A_s' - N}{f_y} \tag{7-43}$$

按上式计算得到的A_s应不小于$\rho_{\min}bh$，否则应取$A_s=\rho_{\min}bh$。

按上述计算配筋，可以保证偏心受压构件在弯矩作用平面内，具有足够的承载力。最后，还需按轴心受压构件验算垂直于弯矩作用平面构件的抗压承载力：其值不小于N值时，构件满足垂直于弯矩作用平面的抗压承载力要求；否则需重新设计构件。

B．已知：截面尺寸$b\times h$，混凝土的强度等级，钢筋级别（一般情况下A_s和A'_s取同一种钢筋）轴向力设计值N及弯矩设计值M，长细比l_0/h。受压钢筋截面面积A'_s已知，求受拉钢筋截面面积A_s。

令 $N=N_u$，$e_0=M_u/N_u=M/N$，当 A'_s 为已知时，方程（7-14）和（7-15）中只有 x 和 A_s 两个未知数，可直接求解 x 和 A_s。由式（7-15）经整理后，可以写出关于受压区相对计算高度ξ的表达式如下：

$$\xi^2-2\xi+2\frac{Ne-A_s' f_y'\left(h_0-a_s'\right)}{\alpha_1 f_c b h_0^2}=0 \tag{7-44a}$$

由上式解出ξ有两个根，但只有一个根是真实的ξ值。一般情况下，大偏心受压构件$\xi<1$，故ξ的真实解为

$$\xi=1-\sqrt{1-2\frac{Ne-A_s' f_y'\left(h_0-a_s'\right)}{\alpha_1 f_c b h_0^2}} \tag{7-44b}$$

为了避免求解ξ的二次方程，也可采用下述方法求ξ。由力矩平衡方程，式（7-15）可得：

$$Ne-A_s' f_y'\left(h_0-a_s'\right)=\alpha_1 f_c b h_0^2 \xi\left(1-0.5\xi\right) \tag{7-45a}$$

$$\alpha_s=\xi\left(1-0.5\xi\right)=\frac{Ne-A_s' f_y'\left(h_0-a_s'\right)}{\alpha_1 f_c b h_0^2} \tag{7-45b}$$

由 α_s 按 $\xi=1-\sqrt{1-2\alpha_s}$ 或查附4表4-1得 ξ。

若$2a'_s/h_0\leqslant\xi\leqslant\xi_b$，则由轴向力平衡方程（7-14）可得受拉钢筋的面积为

$$A_s=\frac{\alpha_1 f_c b \xi h_0 + f_y' A_s' - N}{f_y} \tag{7-46}$$

但若求得$\xi>\xi_b$，则需要按小偏心受压情况重新计算。

若$\xi<2a'_s/h_0$时，说明受压钢筋的压应变ε'_s很小，受压钢筋的应力达不到f'_y，而成为未知数。仿照双筋受弯构件的做法，近似地取$x=2a'_s$，并将各力对受压钢筋A'_s的合力中心取矩（图7.14），由平衡条件可得

$$A_s=\frac{N\left(\eta e_i-0.5h+a_s'\right)}{f_y\left(h_0-a_s'\right)} \tag{7-47}$$

另外，再按不考虑受压钢筋A'_s的作用，即取$A'_s=0$，利用式（7-14）和式（7-15）求解A_s值，然后，与用式（7-47）求得的A_s值比较，取其中较小值配筋。

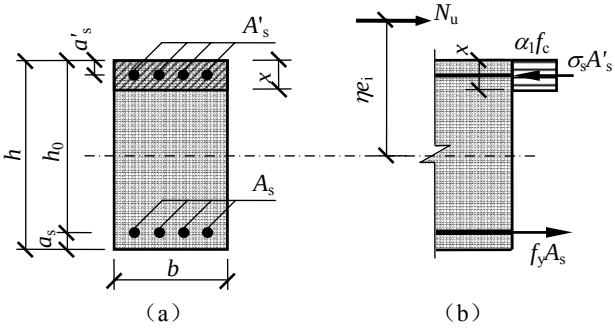

图7.14 大偏心截面尺寸及等效应力分布（$\xi<2a'_s/h_0$）
（a）截面尺寸；（b）等效应力分布

最后，也需要验算垂直于弯矩作用平面构件的轴心抗压承载力。

③ 小偏心受压情况的计算

对于小偏心受压构件，离轴向力较远一侧的纵向钢筋可能受压，也可能受拉，其应力一般达不到屈服强度，可近似用式（7-28）计算。令$N=N_u$，$e_0=M_u/N_u=M/N$，将式（7-28）代入小偏心受压构件的平衡方程式（7-21）和式（7-22），并用ξh_0代替其中的x，则得

$$N=\alpha_1 f_c \xi b h_0 + f_y' A_s' - f_y \frac{\xi-\beta_1}{\xi_b-\beta_1} A_s \tag{7-48}$$

$$Ne=\alpha_1 f_c b h_0^2 \xi\left(1-0.5\xi\right)+f_y' A_s'\left(h_0-a_s'\right) \tag{7-49}$$

式（7-48）和式（7-49）中，有ξ、A'_s及A_s三个未知数，故不能得出唯一解，需要补充条件才能求解。

小偏心受压时，远离轴向力一侧的钢筋A_s的应力可能是拉应力，也可能是压应力，但无论A_s配置的数量多少，其应力都达不到屈服应力。为了使钢筋用量最小，故可取构造要求的最小用量。但考虑到在N较大，而e_0较小的全截面受压情况下，如附加偏心距e_a与荷载偏心距e_0方向相反，即e_a使e_0减小，可能发生反向破坏，对距轴力较远一侧受压钢筋A_s不利（图7.8），该钢筋可能屈服。为防止发生反向破坏，对A'_s合力中心取矩，还应满足式（7-30）要求。故可取

$$A_s=\frac{N_u\left[\frac{h}{2}-a_s'-\left(e_0-e_a\right)\right]-\alpha_1 f_c b h\left(h_0'-\frac{h}{2}\right)}{f_y'\left(h_0'-a_s\right)} \tag{7-50}$$

按式（7-50）求得的A_s应不小于$\rho_{min}bh$，否则应取$A_s=\rho_{min}bh$。

如上所述，小偏心受压情况下，A_s直接由式（7-50）或$\rho_{min}bh$中的较大值确定，与ξ及A'_s的大小无关。A_s确定后，由式（7-48）和式（7-49），可以求解ξ和A'_s。

小偏心受压应满足$\xi>\xi_b$及$-f'_y\leqslant\sigma_s\leqslant f_y$的条件。设纵筋$A_s$的应力恰好达到其受压屈服应力（$\sigma_s=-f'_y$）时的受压区相对计算高度为$\xi_{cy}$，根据式（7-28），可得

$$\xi_{cy}=2\beta_1-\xi_b \tag{7-51}$$

由式（7-48）和式（7-49）解得的ξ可能会出现下列情况：

A．当$\xi_b<\xi<\xi_{cy}$时，由式（7-28）可求得纵筋A_s的应力σ_s。若$-f_y<\sigma_s<0$（即受压），则取A_s为$\rho'_{min}bh$和式（7-50）计算值中的较大值，由式（7-48）和式（7-49）重新求ξ；若$0<\sigma_s<f_y$（即受拉），则与式（7-48）的假设相符，可按式（7-48）求得A'_s，当然求得的A'_s应大于$\rho'_{min}bh$，否则取$A_s=\rho'_{min}bh$。

这里的ρ'_{min}和ρ_{min}分别为受压钢筋和受拉钢筋的最小配筋率，其值按附录 3 附表 3-3 取用。

B．当$\xi \leqslant \xi_b$时，按大偏心受压计算。

C．当$\xi_{cy} < \xi < h/h_0$时，此时σ_s达到$-f_y$，计算时可取$\sigma_s = -f_y$，通过式（7-21）和式（7-22）求A_s和A'_s值。

D．当$\xi > h/h_0$时，则取$\sigma_s = -f_y$，$x = h$，通过式（7-21）和式（7-22）求A_s和A'_s值。

对于 C 和 D 两种情况，均应再复核反向破坏的承载力，即需要满足式（7-30）的要求。

对于$\sigma_s < 0$的情况，A_s和A'_s均应满足$A_s \geqslant \rho'_{min}bh$的要求。

最后也需要验算垂直于弯矩作用平面构件的轴心抗压承载力。

（2）截面承载力复核

进行承载力复核时，一般已知截面尺寸$b \times h$，钢筋的截面面积A_s和A'_s，混凝土强度等级及钢筋级别，构件计算长度l_0，轴向力设计值N和偏心距e_0，验算截面是否能承受该轴向力N值，或已知轴向力设计值N值，求能承受的弯矩设计值M。一般情况下，偏心受压构件应进行弯矩作用平面内的承载力验算和垂直于弯矩作用平面的承载力验算。

① 弯矩作用平面内的承载力复核

A．已知轴向力设计值N，求弯矩设计值M

截面尺寸、配筋及材料强度和轴向力均已知，故可先假设$x = x_b = \xi_b h_0$，由式（7-14）计算出构件大小偏心受压界限情况下的轴向力N_b值。

如果$N \leqslant N_b$，则为大偏心受压，可按式（7-14）求x，按式（7-11）求η，将x和η代入式（7-15）和式（7-16）求e_0，则得弯矩设计值$M = Ne_0$。这里，$e_0 = e_i - e_a$，e_a取20mm和$h/30$二者的大者。

如果$N > N_b$，为小偏心受压。按式（7-11）求η，应按式（7-48）求ξ，再将ξ及η代入式（7-49）求e_0及M。

B．已知偏心距e_0求轴向力设计值N

截面尺寸、配筋及材料强度和轴向力偏心距均已知，轴向力设计值N为所求。因N未知，偏心距增大系数公式（7-11）中的小偏心受压构件截面曲率修正系数ζ_1与N有关而无法求出。因此，采用近似公式$\zeta_1 = 0.2 + 2.7e_i/h_0$。由式（7-13）根据构件的长细比可求出$\zeta_2$。将$\zeta_1$和$\zeta_2$代入式（7-11）计算偏心距增大系数$\eta$。

如果$\eta e_i > 0.3h_0$，则按大偏心受压计算。将已知数据和$e = \eta\left(e_0 + e_a\right) + h/2 - a_s$代入式（7-14）和式（7-15），联立求解$x$和$N$。然后比较$x$和$\xi_b h_0$，若$x \leqslant \xi_b h_0$，则$N$为所求；若$x > \xi_b h_0$，则需按小偏心受压计算。

如果$\eta e_i \leqslant 0.3h_0$，则按小偏心受压计算。将已知数据和$e = \eta\left(e_0 + e_a\right) + h/2 - a_s$代入式（7-21）和式（7-22），联立求解$x$和$N$。然后比较$x$和$\xi_b h_0$，若$x \leqslant \xi_b h_0$，则需按大偏心受压计算；若$\xi_b h_0 < x \leqslant h$，则$N$为所求构件的承载力；若$x > h$，尚需按式（7-30）求轴向力$N$，并与按式（7-21）和式（7-22）联立求解得的N比较，较小者为所求构件的承载力。

② 垂直于弯矩作用平面的承载力复核

无论是大偏心受压还是小偏心受压，除了在弯矩作用平面内依照偏心受压进行验算外，还要验算垂直于弯矩作用平面的轴心受压承载力。此时，构件的宽度b作为截面高度，构件长细比为l_0/b，应考虑稳定系数φ的影响，按式（4-57）计算轴心抗压承载力。

【例7-1】轴向力和弯矩作用下柱的轴向力设计值$N = 300 \times 10^3$N，弯矩设计值$M = 180 \times 10^6$N·mm，截面尺寸$b \times h = 300\text{mm} \times 400\text{mm}$，$a_s = a'_s = 40$mm；混凝土强度等级为C30，纵向受力钢筋采用HRB335级钢筋；$l_0/h = 6$。

求：钢筋截面面积A_s及A'_s。

〖解〗由附录2附表2-1和附表2-3得，C30混凝土的f_c=14.3N/mm^2，f_t=1.43N/mm^2，HRB335钢筋的f_y= f'_y=300N/mm^2。

由表5-1知：对于C30的混凝土α_1=1.0，β_1=0.8，由表5-2知：对于C30的混凝土和HRB335钢筋ξ_b=0.550。

由已知条件可得

$$h_0 = h - a_s = 400 - 40 = 360\,\text{mm}，\quad h_0^{'} = h - a_s^{'} = 400 - 40 = 360\,\text{mm}$$

$$e_0 = \frac{M}{N} = \frac{180\times10^6}{300\times10^3} = 600\,\text{mm}$$

$$\frac{h}{30} = \frac{400}{30} = 13.33\,\text{mm}，因此，取\, e_a = 20\,\text{mm}$$

则 $$e_i = e_0 + e_a = 600 + 20 = 620\,\text{mm}$$

$$\zeta_1 = \frac{0.5 f_c A}{N} = \frac{0.5\times14.3\times300\times400}{300\times10^3} = 2.86 > 1，取\,\zeta_1 = 1$$

$$\frac{l_0}{h} = 6 < 15，取\,\zeta_2 = 1$$

由式（7-11）

$$\eta = 1 + \frac{1}{1400\dfrac{e_i}{h_0}}\left(\frac{l_0}{h}\right)^2 \zeta_1\zeta_2 = 1 + \frac{1}{1400\times\dfrac{620}{360}}\times6^2\times1\times1 = 1.015$$

因 $\eta e_i = 1.015\times620 = 629\text{mm} > 0.3h_0 = 0.3\times360 = 108\text{mm}$，可先按大偏心受压情况计算。

$$e = \eta e_i + \frac{h}{2} - a_s = 1.015\times620 + \frac{400}{2} - 40 = 789\,\text{mm}$$

由式（5-118）得

$$\xi_\rho = \frac{1}{2} + \frac{a_s^{'}}{2h_0} = \frac{1}{2} + \frac{40}{2\times360} = 0.5556 > \xi_b，取\,\xi_s=\xi_b=0.550$$

为了使配筋的总截面面积（A_s＋A'_s）为最小，取ξ=ξ_s，既可保证偏心受压构件延性破坏，又能保证钢筋用量最小。由式（7-42）得

$$A_s^{'} = \frac{Ne - \alpha_1 f_c b h_0^2 \xi_s\left(1 - 0.5\xi_s\right)}{f_y^{'}\left(h_0 - a_s^{'}\right)}$$

$$= \frac{300\times10^3\times789 - 1\times14.3\times300\times360^2\times0.550\times\left(1 - 0.5\times0.550\right)}{300\times\left(360 - 40\right)}$$

$$= 156\text{mm}^2 < \rho_{\min}^{'} bh = 0.002\times300\times400 = 240\text{mm}^2$$

则取 $A_s^{'} = \rho_{\min}^{'} bh = 0.002\times300\times400 = 240\text{mm}^2$，选用2根直径为14mm的HRB335级钢筋

（A'_s=308mm^2），按A'_s为已知求A_s。

由式（7-44b）

$$\xi = 1-\sqrt{1-2\frac{Ne-A_s^{'}f_y^{'}\left(h_0-a_s^{'}\right)}{\alpha_1 f_c b h_0^2}}$$

$$=1-\sqrt{1-2\frac{300\times10^3\times789-240\times300\times\left(360-40\right)}{1\times14.3\times300\times360^2}}=0.4951<\xi_b=0.550$$

与前面的假设大偏心相符。

由式（7-46）

$$A_s=\frac{\alpha_1 f_c b\xi h_0+f_y^{'}A_s^{'}-N}{f_y}$$

$$=\frac{1\times14.3\times300\times0.4951\times360+300\times308-300\times10^3}{300}=1857\ \text{mm}^2$$

受拉钢筋A_s选用4根直径为25mm的HRB335级钢筋（A_s=1963mm^2），受压钢筋A'_s选用2根直径为14mm的HRB335级钢筋（A'_s=308mm^2）。

垂直于弯矩作用平面的承载力经验算满足要求，此处从略。

【例7-2】已知，N=150×10^{3}N，M=210×10^{6}N·mm，b=300mm，h=500mm，a_s=a'_s=40mm，受压钢筋采用4根直径为22mm的HRB335级钢筋（A'_s=1520mm^2），混凝土强度等级为C30，构件的计算长度l_0=6000mm。

求：受拉钢筋截面面积A_s。

〖解〗由附录2附表2-1和附表2-3得，C30混凝土的f_c=14.3N/mm^2，f_t=1.43N/mm^2，HRB335钢筋的f_y=f'_y=300N/mm^2。

由表5-1知：对于C30的混凝土α_1=1.0，β_1=0.8，由表5-2知：对于C30的混凝土和HRB335钢筋ξ_b=0.550。

由已知条件可得

$$h_0=h-a_s=500-40=460\ \text{mm}，\ h_0^{'}=h-a_s^{'}=500-40=460\ \text{mm}$$

$$e_0=\frac{M}{N}=\frac{210\times10^6}{150\times10^3}=1400\ \text{mm}$$

$$\frac{h}{30}=\frac{500}{30}=16.67\ \text{mm}，取\ e_a=20\ \text{mm}$$

则 $$e_i=e_0+e_a=1400+20=1420\ \text{mm}$$

$$\zeta_1=\frac{0.5f_cA}{N}=\frac{0.5\times14.3\times300\times500}{150\times10^3}=7.15>1，取\ \zeta_1=1$$

$$\frac{l_0}{h}=\frac{6000}{500}=12<15，取\ \zeta_2=1$$

由式（7-11）

$$\eta=1+\frac{1}{1400\frac{e_{\mathrm{i}}}{h_0}}\left(\frac{l_0}{h}\right)^2\zeta_1\zeta_2=1+\frac{1}{1400\times\frac{1420}{460}}\times12^2\times1\times1=1.033$$

因$\eta e_{\mathrm{i}}=1.033\times1420=1467\mathrm{mm}>0.3h_0=0.3\times460=138\mathrm{mm}$，可先按大偏心受压情况计算。

$$e=\eta e_{\mathrm{i}}+\frac{h}{2}-a_{\mathrm{s}}=1.033\times1420+\frac{500}{2}-40=1677\ \mathrm{mm}$$

由式（7-44b）

$$\xi=1-\sqrt{1-2\frac{Ne-A_{\mathrm{s}}^{'}f_{\mathrm{y}}^{'}\left(h_0-a_{\mathrm{s}}^{'}\right)}{\alpha_1 f_{\mathrm{c}}bh_0^2}}$$

$$=1-\sqrt{1-2\frac{150\times10^3\times1677-1520\times300\times\left(460-40\right)}{1\times14.3\times300\times460^2}}=0.0685<\xi_{\mathrm{b}}=0.550$$

与前面的假设大偏心相符，但$x=\xi h_0=0.0685\times460=32\mathrm{mm}<2a_{\mathrm{s}}^{'}=2\times40=80\mathrm{mm}$。

近似取$x=2a'_{\mathrm{s}}$，并将各力对受压钢筋A'_{s}的合力中心取矩，由式（7-47）得：

$$A_{\mathrm{s}}=\frac{N\left(\eta e_{\mathrm{i}}-0.5h+a_{\mathrm{s}}^{'}\right)}{f_{\mathrm{y}}\left(h_0-a_{\mathrm{s}}^{'}\right)}=\frac{150\times10^3\times\left(1.033\times1420-0.5\times500+40\right)}{300\times\left(460-40\right)}$$

$$=1496\mathrm{mm}^2$$

另外，再按不考虑受压钢筋A'_{s}的作用，即取$A'_{\mathrm{s}}=0$，由式（7-44b）

$$\xi=1-\sqrt{1-2\frac{Ne}{\alpha_1 f_{\mathrm{c}}bh_0^2}}=1-\sqrt{1-2\frac{150\times10^3\times1677}{1\times14.3\times300\times460^2}}=0.3323<\xi_{\mathrm{b}}=0.550$$

由式（7-46）

$$A_{\mathrm{s}}=\frac{\alpha_1 f_{\mathrm{c}}b\xi h_0+f_{\mathrm{y}}^{'}A_{\mathrm{s}}^{'}-N}{f_{\mathrm{y}}}=\frac{1\times14.3\times300\times0.3323\times460+0-150\times10^3}{300}$$

$$=1686\mathrm{mm}^2$$

说明本题不考虑受压钢筋A'_{s}后计算得到的受拉钢筋A_{s}比考虑受压钢筋A'_{s}计算的得到的A_{s}大，因此，本题取$A_{\mathrm{s}}=1496\mathrm{mm}^2$来配筋，选用4根直径22mm的HRB335级钢筋（$A_{\mathrm{s}}=1520\mathrm{mm}^2$）。

【例7-3】已知：$N=1200\times10^3$N，$b=400$mm，$h=600$mm，$a_{\mathrm{s}}=a'_{\mathrm{s}}=45$mm，混凝土强度等级为C30，纵向受力钢筋为HRB400级，A_{s}选用4根直径为20mm钢筋（$A_{\mathrm{s}}=1256\mathrm{mm}^2$），$A'_{\mathrm{s}}$选用4根直径为22mm钢筋（$A'_{\mathrm{s}}=1520\mathrm{mm}^2$）。构件计算长度$l_0=4000$mm。

求：该截面在h方向能承受的弯矩设计值。

〖解〗由附录2附表2-1和附表2-3得，C30混凝土的$f_{\mathrm{c}}=14.3\mathrm{N/mm}^2$，$f_{\mathrm{t}}=1.43\mathrm{N/mm}^2$，HRB400钢筋的$f_{\mathrm{y}}=f'_{\mathrm{y}}=360\mathrm{N/mm}^2$。

由表5-1知：对于C30的混凝土$\alpha_1=1.0$，$\beta_1=0.8$，由表5-2知：对于C30的混凝土和HRB400钢筋$\xi_{\mathrm{b}}=0.518$。

由已知条件可得

$$h_0 = h - a_s = 600 - 45 = 555\,\text{mm}，\ h_0' = h - a_s' = 600 - 45 = 555\,\text{mm}$$

先假设$x=x_b=\xi_b h_0$，由式（7-14）计算出构件大小偏心受压界限情况下的轴向力N_b值

$$\begin{aligned} N_b &= \alpha_1 f_c b \xi_b h_0 + f_y' A_s' - f_y A_s \\ &= 1\times 14.3\times 400\times 0.518\times 555 + 360\times 1520 - 360\times 1256 \\ &= 1739.483\times 10^3\ \text{N}\cdot\text{mm} > N = 1200\times 10^3\ \text{N}\cdot\text{mm} \end{aligned}$$

为大偏心受压。

令$N_u=N$，由式（7-14）

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{x}{h_0} = \frac{N - f_y' A_s' + f_y A_s}{\alpha_1 f_c b h_0} \\ &= \frac{1200\times 10^3 - 360\times 1520 + 360\times 1256}{1\times 14.3\times 400\times 555} = 0.3481 < \xi_b = 0.518 \end{aligned}$$

属于大偏心受压情况。

而$x = \xi h_0 = 0.3841\times 555 = 213\text{mm} > 2a_s' = 2\times 45 = 90\text{mm}$，说明受压钢筋能达到屈服强度。由式（7-15）得：

$$\begin{aligned} e &= \frac{\alpha_1 f_c b h_0^2 \xi\left(1-0.5\xi\right) + f_y' A_s'\left(h_0 - a_s'\right)}{N} \\ &= \frac{1\times 14.3\times 400\times 555^2\times 0.3481\times\left(1-0.5\times 0.3481\right) + 360\times 1520\times\left(555-45\right)}{1200\times 10^3} \\ &= 655\text{mm} \end{aligned}$$

由式（7-16）得：

$$\eta e_i = e - \frac{h}{2} + a_s = 655 - \frac{600}{2} + 45 = 400\text{mm}$$

$$\zeta_1 = \frac{0.5 f_c A}{N} = \frac{0.5\times 14.3\times 400\times 600}{1200\times 10^3} = 1.43 > 1，取\ \zeta_1 = 1$$

由于$\dfrac{l_0}{h} = \dfrac{4000}{600} = 6.67 < 15$，取$\zeta_2 = 1$

由式（7-11）得

$$\begin{aligned} \eta &= 1 + \frac{1}{1400\dfrac{e_i}{h_0}}\left(\frac{l_0}{h}\right)^2 \zeta_1\zeta_2 = 1 + \frac{1}{1400\dfrac{\eta e_i}{\eta h_0}}\left(\frac{l_0}{h}\right)^2 \zeta_1\zeta_2 \\ &= 1 + \frac{1}{1400\times\dfrac{400}{\eta\times 555}}\times\left[\frac{4000}{600}\right]^2\times 1\times 1 \end{aligned}$$

由上式可解得$\eta = 1.046$，则$e_i = \dfrac{\eta e_i}{\eta} = \dfrac{400}{1.046} = 382\text{mm}$

考虑$e_a = 20\,\text{mm}$，则$e_0 = e_i - e_a = 382 - 20 = 362\,\text{mm}$

$$M = Ne_0 = 1200\times10^3\times362 = 434.400\times10^6\ \text{N·mm}$$

该截面在h方向能承受的弯矩设计值为：

$$M = 434.400\times10^6\ \text{N·mm}$$

【例7-4】已知：b=500mm，h=700mm，a_s=a'_s=45mm，混凝土强度等级为C40，采用HRB400钢筋，A_s选用6根直径为25mm钢筋（A_s=2945mm^2），A'_s选用4根直径为25mm（A'_s=1963mm^2）。构件计算长度l_0=14000mm，轴向力的偏心距e_0=450mm。

求：截面能承受的轴向力N_u。

〖解〗由附录2附表2-1和附表2-3得，C40混凝土的f_c=19.1N/mm^2，f_t=1.71N/mm^2，HRB400钢筋的f_y= f'_y=360N/mm^2。

由表5-1知：对于C40的混凝土α_1=1.0，β_1=0.8，由表5-2知：对于C40的混凝土和HRB400钢筋ξ_b=0.518。

由已知条件可得

$$h_0 = h - a_s = 700 - 45 = 655\,\text{mm}，\quad h_0' = h - a_s' = 700 - 45 = 655\,\text{mm}$$

$$\frac{h}{30} = \frac{700}{30} = 23\text{mm} > 20\text{mm}，取\ e_a = 23\,\text{mm}$$

则 $$e_i = e_0 + e_a = 450 + 23 = 473\ \text{mm}$$

先假设 $$\zeta_1 = 1$$

$$\frac{l_0}{h} = \frac{14000}{700} = 20 > 15，则\ \zeta_2 = 1.15 - 0.01\frac{l_0}{h} = 1.15 - 0.01\times20 = 0.95$$

由式（7-11）得

$$\eta = 1 + \frac{1}{1400\dfrac{e_i}{h_0}}\left(\frac{l_0}{h}\right)^2\zeta_1\zeta_2 = 1 + \frac{1}{1400\times\dfrac{473}{655}}\times20^2\times1\times0.95 = 1.376$$

因 $\eta e_i = 1.376\times473 = 651\text{mm} > 0.3h_0 = 0.3\times655 = 197\text{mm}$，可先按大偏心受压情况计算。

$$e = \eta e_i + \frac{h}{2} - a_s = 1.376\times473 + \frac{700}{2} - 45 = 956\,\text{mm}$$

由图7.4d，对轴向力N点取矩得

$$\alpha_1 f_c bx\left(\eta e_i - \frac{h}{2} + \frac{x}{2}\right) = f_y A_s\left(\eta e_i + \frac{h}{2} - a_s\right) - f_y' A_s'\left(\eta e_i - \frac{h}{2} + a_s'\right)$$

整理后可得ξ的二次方程

$$\alpha_1 f_c bh_0^2\xi^2 + 2\alpha_1 f_c bh_0\left(\eta e_i - \frac{h}{2}\right)\xi - 2\left[f_y A_s\left(\eta e_i + \frac{h}{2} - a_s\right) - f_y' A_s'\left(\eta e_i - \frac{h}{2} + a_s'\right)\right] = 0$$

ξ的解为

$$\xi=\frac{-\alpha_1 f_c b h_0\left(\eta e_i-\frac{h}{2}\right)\pm\sqrt{\left(\alpha_1 f_c b h_0\left(\eta e_i-\frac{h}{2}\right)\right)^2+2\alpha_1 f_c b h_0^2\left[f_y A_s\left(\eta e_i+\frac{h}{2}-a_s\right)-f_y' A_s'\left(\eta e_i-\frac{h}{2}+a_s'\right)\right]}}{\alpha_1 f_c b h_0^2}$$

代入数据，可得

$$\xi=\begin{cases}0.3063\\-1.2254\end{cases}\quad 其中的\xi=0.3063为真实解。$$

$\xi=0.3063<\xi_b=0.518$ 且 $x=\xi h_0=0.3063\times655=201\text{mm}>2a_s'=2\times45=90\text{mm}$

由式（7-14）

$$N_u=\alpha_1 f_c b\xi h_0+f_y' A_s'-f_y A_s$$
$$=1\times19.1\times500\times0.3063\times655+360\times1963-360\times2945=1562.463\times10^3\text{N}$$

检查假设的ζ_1=1是否正确：

令N=N_u，则

$$\zeta_1=\frac{0.5f_cA}{N}=\frac{0.5\times19.1\times500\times700}{1562.463\times10^3}=2.14>1，取\zeta_1=1与初始假设相符。$$

所以，弯矩作用方向的N_u应为1562.463×10^{3}N。

再以轴心受压验算垂直于弯矩作用方向的承载能力。

由l_0/b=14000/500=28，查表4-1得：

φ=0.56

由式（4-57）得

$$N_u=0.9\varphi\left[f_cA+f_y'\left(A_s+A_s'\right)\right]$$
$$=0.9\times0.56\times\left[19.1\times500\times700+360\times\left(2945+1963\right)\right]=4259.748\times10^3\text{N}$$

所以，该截面能承受的轴向力N_u=1562.463×10^{3}N。

【例7-5】已知柱的轴向力设计值N=5500×10^{3}N，弯矩设计值M=25×10^{6}N·mm，截面尺寸$b\times h$=400mm×600mm，a_s=a'_s=45mm，混凝土强度等级为C40，采用HRB400级钢筋，构件计算长度l_0=3000mm。

求：钢筋截面面积A_s及A'_s。

〖解〗由附录2附表2-1和附表2-3得，C40混凝土的f_c=19.1N/mm^2，f_t=1.71N/mm^2，HRB400钢筋的f_y=f'_y=360N/mm^2。

由表5-1知：对于C40的混凝土α_1=1.0，β_1=0.8，由表5-2知：对于C40的混凝土和HRB400钢筋ξ_b=0.518。

由已知条件可得

$$h_0=h-a_s=600-45=555\,\text{mm}，\quad h_0'=h-a_s'=600-45=555\,\text{mm}$$

令N_u=N，M_u=M，

则 $$e_0=\frac{M}{N}=\frac{25\times10^6}{5500\times10^3}=4.55\,\text{mm}，\quad e_a=\frac{600}{30}=20\,\text{mm}$$

$$e_i=e_0+e_a=4.55+20=24.55\,\text{mm}$$

$$\frac{l_0}{h}=\frac{3000}{600}=5\le 5$$，为短柱，取$\eta=1$

$$\eta e_{\mathrm{i}}=1\times 24.55=24.55\mathrm{mm}<0.3h_0=0.3\times 555=166.5\mathrm{mm}$$

初步判定为小偏心受压情况。

$$e=\eta e_{\mathrm{i}}+\frac{h}{2}-a_{\mathrm{s}}=1\times 24.55+\frac{600}{2}-45=280\,\mathrm{mm}$$

$$e'=\frac{h}{2}-\eta e_{\mathrm{i}}-a_{\mathrm{s}}'=\frac{600}{2}-1\times 24.55-45=230\,\mathrm{mm}$$

由于在小偏心受压时，远离轴向力一侧的钢筋A_{s}的应力可能是拉应力，也可能是压应力，但无论A_{s}配置的数量多少，其应力都达不到屈服应力。为了使钢筋用量最小，故可取构造要求的最小用量。

最小配筋率按受拉和受压最小配筋率的大者取用。因$0.45\frac{f_{\mathrm{t}}}{f_{\mathrm{y}}}=0.45\times\frac{1.71}{360}=0.00214$，

故A_{s}的最小配筋量为$\rho_{\min}bh=0.00214\times 400\times 600=514\ \mathrm{mm}^2$。

但考虑到在N较大，而e_0较小的全截面受压情况下，如附加偏心距e_{a}与荷载偏心距e_0方向相反，即e_{a}使e_0减小，可能发生反向破坏，对距轴力较远一侧受压钢筋A_{s}不利，该钢筋可能屈服。为防止发生反向破坏，取$N_{\mathrm{u}}=N$，由式（7-50），A_{s}钢筋还应满足

$$A_{\mathrm{s}}\ge\frac{N\left[\frac{h}{2}-a_{\mathrm{s}}'-\left(e_0-e_{\mathrm{a}}\right)\right]-\alpha_1 f_{\mathrm{c}}bh\left(h_0'-\frac{h}{2}\right)}{f_{\mathrm{y}}'\left(h_0'-a_{\mathrm{s}}\right)}$$

$$=\frac{5500\times 10^3\times\left[\frac{600}{2}-45-\left(4.55-20\right)\right]-1\times 19.1\times 400\times 600\times\left(555-\frac{600}{2}\right)}{360\times\left(555-45\right)}$$

$$=1735\mathrm{mm}^2$$

因此，A_{s}实际配筋为4根直径25mm的HRB400级钢筋，A_{s}=1963mm^2。

下面按A_{s}已知求A'_{s}：

将式（7-28）代入式（7-24）整理后可得

$$Ne'=\alpha_1 f_{\mathrm{c}}bh_0^2\xi\left(\frac{\xi}{2}-\frac{a_{\mathrm{s}}'}{h_0}\right)-f_{\mathrm{y}}\frac{\xi-\beta_1}{\xi_{\mathrm{b}}-\beta_1}A_{\mathrm{s}}\left(h_0-a_{\mathrm{s}}'\right)$$

$$\alpha_1 f_{\mathrm{c}}bh_0^2\xi^2-2\left[\alpha_1 f_{\mathrm{c}}bh_0a_{\mathrm{s}}'+\frac{f_{\mathrm{y}}A_{\mathrm{s}}}{\xi_{\mathrm{b}}-\beta_1}\left(h_0-a_{\mathrm{s}}'\right)\right]\xi+2\left[\frac{f_{\mathrm{y}}A_{\mathrm{s}}\beta_1}{\xi_{\mathrm{b}}-\beta_1}\left(h_0-a_{\mathrm{s}}'\right)-Ne'\right]=0$$

$$1\times 19.1\times 400\times 555^2\xi^2-2\times\left[1\times 19.1\times 400\times 555\times 45+\frac{360\times 1963}{0.518-0.8}\times\left(555-45\right)\right]\xi$$

$$+2\times\left[\frac{360\times 1963\times 0.8}{0.518-0.8}\times\left(555-45\right)-5500\times 10^3\times 230\right]=0$$

$$235331100\xi^2+2174458596\xi-4574861277=0$$

解得　$\xi = 1.766 > h/h_0 = 1.081$

取 $x = h$，$\sigma_s = -f_y^{'} = 360\text{N/mm}^2$

由式（7-22）

$$A_s^{'} = \frac{Ne - \alpha_1 f_c bh\left(h_0 - \frac{h}{2}\right)}{f_y^{'}\left(h_0 - a_s^{'}\right)}$$

$$= \frac{5500\times10^3\times280 - 1\times19.1\times400\times600\times\left(555 - \frac{600}{2}\right)}{360\times(555-45)} = 2021\text{mm}^2$$

A'_s选用2根直径25mm加2根直径28mm的HRB400级钢筋，A'_s=2213mm^2。

A_s和A'_s均大于$\rho_{min}bh$，纵向钢筋选用合适。

再以轴心受压验算垂直于弯矩作用方向的承载能力。

由l_0/b=3000/400=7.5，查表4-1得：

$$\varphi=1$$

由式（4-57）得

$$N_u = 0.9\varphi\left[f_c A + f_y^{'}\left(A_s + A_s^{'}\right)\right]$$

$$= 0.9\times1\times\left[19.1\times400\times600 + 360\times(1963+2021)\right] = 5416.416\times10^3\,\text{N}$$

该值略小于5500×10^{3}N，但相差仅1.52%<5%故为安全。

因此，最终A_s选用4根直径25mm的HRB400级钢筋，A'_s选用2根直径25mm加2根直径28mm的HRB400级钢筋。

【例7-6】 已知在荷载作用下柱的轴向力设计值N=2500×10^{3}N，柱截面尺寸b=450mm，h=600mm，a_s=a'_s=40mm，混凝土强度等级为C30，A_s采用4根直径16mm的HRB335级钢筋（A_s=804mm^2），A'_s采用4根直径25mm的HRB335级钢筋（A'_s=1963mm^2）。构件计算长度l_0=7200mm。

求：该截面在h方向能承受的弯矩设计值。

〖解〗由附录2附表2-1和附表2-3得，C30混凝土的f_c=14.3N/mm^2，f_t=1.43N/mm^2，HRB335钢筋的f_y=f'_y=300N/mm^2。

由表5-1知：对于C30的混凝土α_1=1.0，β_1=0.8，由表5-2知：对于C30的混凝土和HRB335钢筋ξ_b=0.550。

由已知条件可得

$$h_0 = h - a_s = 600 - 40 = 560\,\text{mm}，\quad h_0^{'} = h - a_s^{'} = 600 - 40 = 560\,\text{mm}$$

先假设x=x_b=$\xi_b h_0$，由式（7-14）计算出构件大小偏心受压界限情况下的轴向力N_b值

$$N_b = \alpha_1 f_c b\xi_b h_0 + f_y^{'}A_s^{'} - f_y A_s$$

$$= 1\times14.3\times450\times0.550\times560 + 300\times1963 - 300\times804$$

$$= 2329.680\times10^3\ \text{N}\cdot\text{mm} < N = 2500\times10^3\ \text{N}\cdot\text{mm}$$

为小偏心受压。

令N_u=N，验算垂直于弯矩平面的承载力是否安全。该方向可视为轴心受压。

由已知条件l_0/h=7200/300=16，查表4-1得：φ=0.87，按式（4-57）得

$$N_u = 0.9\varphi\left[f_c A + f_y^{'}\left(A_s + A_s^{'}\right)\right]$$
$$= 0.9\times 0.87\times\left[14.3\times 450\times 600 + 300\times\left(804+1963\right)\right]$$
$$= 3673.131\times 10^3\,\mathrm{N} > N = 2500\times 10^3\,\mathrm{N}$$

上式说明，垂直于弯矩平面安全。

令N_u=N，将式（7-28）代入式（7-21）整理后可得

$$\xi = \frac{N - f_y^{'}A_s^{'} - \dfrac{\beta_1}{\xi_b - \beta_1} f_y A_s}{\alpha_1 f_c b h_0 - \dfrac{f_y A_s}{\xi_b - \beta_1}}$$
$$= \frac{2500\times 10^3 - 300\times 1963 - \dfrac{0.8}{0.550-0.8}\times 300\times 804}{1\times 14.3\times 450\times 560 - \dfrac{300\times 804}{0.550-0.8}} = 0.587 > \xi_b = 0.550$$

由式（7-22）离轴向力较远钢筋合力中心取矩的平衡条件，得

$$e = \frac{\alpha_1 f_c b h_0^2 \xi\left(1-0.5\xi\right) + f_y^{'}A_s^{'}\left(h_0 - a_s^{'}\right)}{N}$$
$$= \frac{1\times 14.3\times 450\times 560^2\times 0.587\times\left(1-0.5\times 0.587\right) + 300\times 1963\times\left(560-40\right)}{2500\times 10^3} = 457\mathrm{mm}$$

由式（7-23）

$$\eta e_i = e - \frac{h}{2} + a_s = 457 - \frac{600}{2} + 40 = 197\mathrm{mm}$$

$\dfrac{l_0}{h} = \dfrac{7200}{600} = 12 > 5$ 需考虑η的影响。

因$\dfrac{l_0}{h} = \dfrac{7200}{600} = 12 < 15$，取$\zeta_2 = 1$

$$\zeta_1 = \frac{0.5 f_c A}{N} = \frac{0.5\times 14.3\times 450\times 600}{2500\times 10^3} = 0.7722$$

由式（7-11）

$$\eta = 1 + \frac{1}{1400\dfrac{e_i}{h_0}}\left(\frac{l_0}{h}\right)^2\zeta_1\zeta_2 = 1 + \frac{1}{1400\dfrac{\eta e_i}{\eta h_0}}\left(\frac{l_0}{h}\right)^2\zeta_1\zeta_2$$
$$= 1 + \frac{1}{1400\times\dfrac{197}{\eta\times 560}}\times\left[\frac{7200}{600}\right]^2\times 0.7722\times 1$$

由上式可解得$\eta = 1.292$，则$e_i = \dfrac{\eta e_i}{\eta} = \dfrac{197}{1.292} = 153\mathrm{mm}$

考虑$e_a = 20\,\mathrm{mm}$，则$e_0 = e_i - e_a = 153 - 20 = 133\,\mathrm{mm}$

则该柱截面在h方向能承受的弯矩设计值为：

$$M = Ne_0 = 2500\times10^3\times133 = 332.500\times10^6\ \text{N·mm}$$

2. 对称配筋矩形截面偏心受压构件正截面承载力设计计算方法

在实际工程中，偏心受压构件在不同内力组合下，可能承受不同方向弯矩的作用，或为了构造简单便于施工，常常采用对称配筋，即截面两侧配筋相同。

当偏心受压构件对称配筋时，$A_s=A'_s$，$f_y=f'_y$，$a_s=a'_s$。由式（7-14）构件的界限轴向力为

$$N_b = \alpha_1 f_c \xi_b b h_0 \tag{7-52}$$

（1）当$\eta e_i>0.3h_0$，且$N\leqslant N_b$时，为大偏心受压。

由式（7-14）可得

$$\xi = \frac{N}{\alpha_1 f_c b h_0} \tag{7-53}$$

将式（7-53）代入式（7-15）

$$A_s = A_s' = \frac{Ne - \alpha_1 f_c b h_0^2 \xi\left(1-0.5\xi\right)}{f_y'\left(h_0 - a_s'\right)} \tag{7-54}$$

式（7-53）和式（7-54）的适用条件为$2a_s'/h_0 \le \xi \le \xi_b$。

若$x=\xi h_0 < 2a_s'$，近似取$x=2a_s'$，则

$$A_s = A_s' = \frac{N\left(\eta e_i - 0.5h + a_s'\right)}{f_y'\left(h_0 - a_s'\right)} \tag{7-55}$$

若$\xi > \xi_b$，则按小偏心进行计算。

（2）当$\eta e_i\leqslant0.3h_0$，或$\eta e_i>0.3h_0$且$N>N_b$时，为小偏心受压。远离纵向力作用一侧的钢筋不屈服，将其应力$\sigma_s = f_y\dfrac{\xi-\beta_1}{\xi_b-\beta_1}$和$A_s=A_s'$、$f_y=f_y'$代入式（7-21）可得

$$N = \alpha_1 f_c \xi b h_0 + f_y' A_s' \frac{\xi_b-\xi}{\xi_b-\beta_1} \quad 或 \quad f_y' A_s' = \left(N - \alpha_1 f_c \xi b h_0\right)\frac{\xi_b-\beta_1}{\xi_b-\xi}$$

将上式代入式（7-22）后得一个关于ξ的三次方程：

$$Ne\frac{\xi_b-\xi}{\xi_b-\beta_1} = \alpha_1 f_c b h_0^2 \xi\left(1-0.5\xi\right)\frac{\xi_b-\xi}{\xi_b-\beta_1} + \left(N-\alpha_1 f_c \xi b h_0\right)\left(h_0-a_s'\right) \tag{7-56}$$

令$Y=\xi\left(1-0.5\xi\right)$，对于小偏心受压构件，$\xi_b<\xi\le h/h_0$，$\xi$取值的下限为构件的界限受压区相对计算高度，其取值与混凝土强度等级和钢筋级别有关。工程常用混凝土强度等级和钢筋级别的ξ取值大约在0.463~1.1之间，而$Y=\xi(1-0.5\xi)$的值约在0.356~0.500之间，如图7.15所示。为了避免求解过程中解三次方程，简化计算，Y近似取其平均值，如取Y=0.43。将其

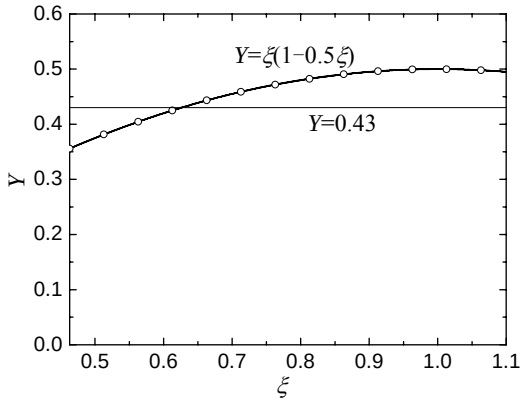

图7.15 $Y-\xi$ 关系曲线

代入式（7-56），经整理可得

$$\xi=\frac{N-\xi_{\mathrm{b}}\alpha_1 f_{\mathrm{c}}bh_0}{\dfrac{Ne-0.43\alpha_1 f_{\mathrm{c}}bh_0^2}{\left(\beta_1-\xi_{\mathrm{b}}\right)\left(h_0-a_{\mathrm{s}}^{'}\right)}+\alpha_1 f_{\mathrm{c}}bh_0}+\xi_{\mathrm{b}} \tag{7-57}$$

将计算得到的ξ代入式（7-49），整理后得

$$A_{\mathrm{s}}=A_{\mathrm{s}}^{'}=\frac{Ne-\alpha_1 f_{\mathrm{c}}bh_0^2\xi\left(1-0.5\xi\right)}{f_{\mathrm{y}}^{'}\left(h_0-a_{\mathrm{s}}^{'}\right)} \tag{7-58}$$

对称配筋矩形截面偏心受压构件承载力复核与非对称配筋矩形截面偏心受压构件承载力复核的步骤相同，只需引入$A_{\mathrm{s}}=A'_{\mathrm{s}}$和$f_{\mathrm{y}}=f'_{\mathrm{y}}$。对称配筋矩形截面偏心受压构件承载力复核，同样应同时考虑弯矩作用平面内的承载力和垂直于弯矩作用平面的承载力。

【例7-7】 已知条件同【例7-1】，但将截面设计成对称配筋，求截面的配筋。

〖解〗由附录2附表2-1和附表2-3得，C30混凝土的f_{c}=14.3N/mm^2，f_{t}=1.43N/mm^2，HRB335钢筋的$f_{\mathrm{y}}=f'_{\mathrm{y}}$=300N/mm^2。

由表5-1知：对于C30的混凝土α_1=1.0，β_1=0.8，由表5-2知：对于C30的混凝土和HRB335钢筋ξ_{b}=0.550。

由已知条件可得

$$h_0=h-a_{\mathrm{s}}=400-40=360\ \mathrm{mm}$$

$$h_0^{'}=h-a_{\mathrm{s}}^{'}=400-40=360\ \mathrm{mm}$$

$$e_0=\frac{M}{N}=\frac{180\times10^6}{300\times10^3}=600\,\mathrm{mm}，\quad e_{\mathrm{a}}=20\,\mathrm{mm}$$

则 $$e_{\mathrm{i}}=e_0+e_{\mathrm{a}}=600+20=620\ \mathrm{mm}$$

$$\zeta_1=\frac{0.5f_{\mathrm{c}}A}{N}=\frac{0.5\times14.3\times300\times400}{300\times10^3}=2.86>1，取\ \zeta_1=1$$

$$\frac{l_0}{h}=6<15，取\ \zeta_2=1$$

由式（7-11）

$$\eta=1+\frac{1}{1400\dfrac{e_{\mathrm{i}}}{h_0}}\left(\frac{l_0}{h}\right)^2\zeta_1\zeta_2=1+\frac{1}{1400\times\dfrac{620}{360}}\times6^2\times1\times1=1.015$$

因 $\eta e_{\mathrm{i}}=1.015\times620=629\mathrm{mm}>0.3h_0=0.3\times360=108\mathrm{mm}$，可先按大偏心受压情况计算。

$$e=\eta e_{\mathrm{i}}+\frac{h}{2}-a_{\mathrm{s}}=1.015\times620+\frac{400}{2}-40=789\,\mathrm{mm}$$

当偏心受压构件对称配筋时，$A_{\mathrm{s}}=A'_{\mathrm{s}}$，$f_{\mathrm{y}}=f'_{\mathrm{y}}$，$a_{\mathrm{s}}=a'_{\mathrm{s}}$。由式（7-53）可得

$$\xi=\frac{N}{\alpha_1 f_{\mathrm{c}}bh_0}=\frac{300\times10^3}{1\times14.3\times300\times360}=0.1943$$

$$\xi=0.1943<\xi_{\mathrm{b}}=0.550\text{ 但 }x=\xi h_0=0.1943\times360=70<2a_{\mathrm{s}}^{'}=2\times40=80\,\mathrm{mm}$$

因此，取 $x=2a_{\mathrm{s}}^{'}=2\times40=80\,\mathrm{mm}$，由式（7-55）

$$A_{\mathrm{s}}=A_{\mathrm{s}}^{'}=\frac{N\left(\eta e_{\mathrm{i}}-0.5h+a_{\mathrm{s}}^{'}\right)}{f_{\mathrm{y}}^{'}\left(h_0-a_{\mathrm{s}}^{'}\right)}=\frac{300\times10^3\times\left(1.015\times620-0.5\times400+40\right)}{300\times\left(360-40\right)}=1466\mathrm{mm}^2$$

每边配置4根直径22mm的HRB335级钢筋（$A_{\mathrm{s}}=A'_{\mathrm{s}}=1520\mathrm{mm}^2$）。

本题的计算结果与【例7-1】的计算结果比较可以看出，对称配筋时钢筋总的用量（$A_{\mathrm{s}}+A'_{\mathrm{s}}=1520\times2=3040\mathrm{mm}^2$）大于非对称配筋时钢筋总的用量（$A_{\mathrm{s}}+A'_{\mathrm{s}}=1963+308=2271\mathrm{mm}^2$）。

【例7-8】已知：轴向力设计值$N=2500\times10^3$N，弯矩$M=250\times10^6$N·mm，截面尺寸：$b=400$mm，$h=700$mm，$a_{\mathrm{s}}=a'_{\mathrm{s}}=40$mm；混凝土强度等级为C30，用HRB335级钢筋；构件计算长度$l_0=2500$mm。采用对称配筋，求截面的配筋。

〖解〗由附录2附表2-1和附表2-3得，C30混凝土的$f_{\mathrm{c}}=14.3\mathrm{N/mm}^2$，$f_{\mathrm{t}}=1.43\mathrm{N/mm}^2$，HRB335钢筋的$f_{\mathrm{y}}=f'_{\mathrm{y}}=300\mathrm{N/mm}^2$。

由表5-1知：对于C30的混凝土$\alpha_1=1.0$，$\beta_1=0.8$，由表5-2知：对于C30的混凝土和HRB335钢筋$\xi_{\mathrm{b}}=0.550$。

由已知条件可得

$$h_0=h-a_{\mathrm{s}}=700-40=660\,\mathrm{mm}，\quad h_0^{'}=h-a_{\mathrm{s}}^{'}=700-40=660\,\mathrm{mm}$$

$$e_0=\frac{M}{N}=\frac{250\times10^6}{2500\times10^3}=100\,\mathrm{mm}，\quad e_{\mathrm{a}}=\frac{h}{30}=\frac{700}{30}=23\mathrm{mm}>20\mathrm{mm}$$

则 $\quad e_{\mathrm{i}}=e_0+e_{\mathrm{a}}=100+23=123\,\mathrm{mm}$

因 $\dfrac{l_0}{h}=\dfrac{2500}{700}=3.57<5$，取 $\eta=1$

因 $\eta e_{\mathrm{i}}=1\times123=123\mathrm{mm}<0.3h_0=0.3\times660=198\mathrm{mm}$，属于小偏心受压情况计算。

$$e=\eta e_{\mathrm{i}}+\frac{h}{2}-a_{\mathrm{s}}=1\times123+\frac{700}{2}-40=433\,\mathrm{mm}$$

按近似公式计算ξ，由式（7-57）

$$\xi=\frac{N-\xi_b\alpha_1 f_c bh_0}{\dfrac{Ne-0.43\alpha_1 f_c bh_0^2}{(\beta_1-\xi_b)(h_0-a_s')}+\alpha_1 f_c bh_0}+\xi_b$$

$$=\frac{2500\times10^3-0.550\times1\times14.3\times400\times660}{\dfrac{2500\times10^3\times433-0.43\times1\times14.3\times400\times660^2}{(0.8-0.550)(660-40)}+1\times14.3\times400\times660}+0.550$$

$$=0.6601>\xi_b$$

由式（7-58）

$$A_s=A_s'=\frac{Ne-\alpha_1 f_c bh_0^2\xi(1-0.5\xi)}{f_y'(h_0-a_s')}$$

$$=\frac{2500\times10^3\times433-1\times14.3\times400\times660^2\times0.6601\times(1-0.5\times0.6601)}{300\times(660-40)}$$

$$=104\text{mm}^2<\rho_{\min}bh=0.45\frac{f_t}{f_y}bh=0.45\times\frac{1.43}{300}\times400\times700=601\text{mm}^2$$

取A_s=A'_s=601mm^{2}配筋。每边选用3根直径为16mm的HRB335级钢筋（A_s=A'_s=603mm^2）。

垂直于弯矩作用方向的承载力按高度为b的轴心受压构件验算：

由$\dfrac{l_0}{b}=\dfrac{2500}{400}=6.25$，查表4-1，取$\varphi=1$

由式（4-57）

$$N_u=0.9\varphi\left[f_c A+f_y'(A_s'+A_s)\right]$$

$$=0.9\times1\times\left[14.3\times400\times700+300\times(603+603)\right]$$

$$=3929.220\times10^3\text{N}>2500\times10^3\text{N}$$

垂直于弯矩作用方向安全。

3. 工字形截面偏心受压构件正截面承载力设计计算方法

工字形截面偏心受压构件的正截面承载力设计计算方法与矩形截面的相似，计算时同样可根据受压区计算高度分为大偏心受压构件和小偏心受压构件。

工字形截面偏心受压构件一般为对称配筋（A_s=A'_s）的预制柱，下面主要介绍对称配筋工字形截面偏心受压构件正截面承载力的设计计算方法。

① $N\leqslant\alpha_1 f_c b'_f h'_f$时，中和轴位于翼缘内，按宽度为$b'_f$的矩形截面计算。一般情况下，翼缘的厚度较小，因此，往往满足$\xi\leqslant\xi_b$，属于大偏心受压情况。这时，由式（7-34）可得

$$\xi=\frac{x}{h_0}=\frac{N}{\alpha_1 f_c b_f' h_0}\qquad(7\text{-}59)$$

则由式（7-35）得

$$A_s=A_s'=\frac{Ne-\alpha_1 f_c b_f' h_0^2\xi(1-0.5\xi)}{f_y'(h_0-a_s')}\qquad(7\text{-}60)$$

如果 $x<2a_s^{'}$，则如同双筋受弯构件一样，近似取 $x=2a_s^{'}$，受力与宽度为 b'_f 的矩形截面相同，计算配筋的公式与该情况下矩形截面公式相同，即式（7-47）：

$$A_s=A_s^{'}=\frac{N\left(\eta e_i-0.5h+a_s^{'}\right)}{f_y^{'}\left(h_0-a_s^{'}\right)} \qquad \text{同（7-47）}$$

另外，再按不考虑受压钢筋 A'_s，即取 $A'_s=0$，按非对称配筋构件计算 A_s 值。然后与用式（7-47）计算的 A_s 值作比较，取用小值配筋（具体配筋时，仍取用 $A'_s=A_s$ 配置）。

② 当 $\alpha_1 f_c\left[\xi_b bh_0+\left(b_f^{'}-b\right)h_f^{'}\right]\geq N\geq\alpha_1 f_c b_f^{'}h_f^{'}$ 时，中和轴位于腹板，但 $x\leq\xi_b h_0$。此时，仍然属于大偏心受压情况。这时，令式（7-31）和式（7-32）中的 $f_y^{'}A_s^{'}=f_y A_s$，可得

$$\xi=\frac{x}{h_0}=\frac{N}{\alpha_1 f_c bh_0}-\frac{\left(b_f^{'}-b\right)h_f^{'}}{bh_0} \qquad (7\text{-}61)$$

$$A_s=A_s^{'}=\frac{Ne-\alpha_1 f_c\left[bh_0^2\xi\left(1-0.5\xi\right)+\left(b_f^{'}-b\right)h_f^{'}\left(h_0-0.5h_f^{'}\right)\right]}{f_y^{'}\left(h_0-a_s^{'}\right)} \qquad (7\text{-}62)$$

③ 当 $\alpha_1 f_c\left[\xi_b bh_0+\left(b_f^{'}-b\right)h_f^{'}\right]<N\leq\alpha_1 f_c\left[b\left(h-h_f\right)+\left(b_f^{'}-b\right)h_f^{'}\right]$ 时，中和轴仍位于腹板，但 $x>\xi_b h_0$，属于小偏心受压情况。这时令式（7-36）和式（7-37）中的 $A_s^{'}=A_s$，而式中的 $\sigma_s=f_y\dfrac{\xi-\beta_1}{\xi_b-\beta_1}$，可得

$$N=\alpha_1 f_c\left[bh_0\xi+\left(b_f^{'}-b\right)h_f^{'}\right]+f_y^{'}A_s^{'}\frac{\xi_b-\xi}{\xi_b-\beta_1} \qquad (7\text{-}63)$$

$$Ne=\alpha_1 f_c\left[bh_0^2\xi\left(1-0.5\xi\right)+\left(b_f^{'}-b\right)h_f^{'}\left(h_0-0.5h_f^{'}\right)\right]+f_y^{'}A_s^{'}\left(h_0-a_s^{'}\right) \qquad (7\text{-}64)$$

联立式（7-63）和式（7-64），得到一个关于ξ的三次方程，令$\xi(1-0.5\xi)=0.43$后将其简化为ξ的一次方程，从中解得

$$\xi=\frac{N-\alpha_1 f_c\left[bh_0\xi_b+\left(b_f^{'}-b\right)h_f^{'}\right]}{\dfrac{Ne-\alpha_1 f_c\left[0.43bh_0^2+\left(b_f^{'}-b\right)h_f^{'}\left(h_0-0.5h_f^{'}\right)\right]}{\left(\beta_1-\xi_b\right)\left(h_0-a_s^{'}\right)}+\alpha_1 f_c bh_0}+\xi_b \qquad (7\text{-}65)$$

则由式（7-64）得

$$A_s=A_s^{'}=\frac{Ne-\alpha_1 f_c\left[bh_0^2\xi\left(1-0.5\xi\right)+\left(b_f^{'}-b\right)h_f^{'}\left(h_0-0.5h_f^{'}\right)\right]}{f_y^{'}\left(h_0-a_s^{'}\right)} \qquad (7\text{-}66)$$

④ 当 $N>\alpha_1 f_c\left[b\left(h-h_f\right)+\left(b_f^{'}-b\right)h_f^{'}\right]$ 时，中和轴位于翼缘 h_f，为小偏心受压情况。此时的计算方法与③相同，只是表达式更加复杂。在全截面受压情况下，还应考虑附加偏心

距 e_a 与 e_0 反方向对 A_s 的不利影响，具体方法与矩形截面类似。

【例 7-9】 一钢筋混凝土单层工业厂房边柱，下柱为工字形截面，截面尺寸：b=80mm，h=700mm，b_f=b'_f=350mm，h_f=h'_f=112mm，a_s=a'_s=45mm，下柱高为 H=6700mm，柱截面控制内力 M=400×10^{6}N·mm，轴向压力 N=900×10^{3}N。混凝土强度等级为 C40，纵向受力钢筋采用 HRB400 级钢筋，按对称配筋，求截面的配筋。

〖解〗柱的计算长度由《混凝土结构设计规范》（GB 50010−2002）表 7.3.11-1 可得：

$$l_0 = 1.0H = 1.0 \times 6700 = 6700\text{mm}$$

由附录2附表2-1和附表2-3得，C40混凝土的f_c=19.1N/mm^2，f_t=1.71N/mm^2，HRB400钢筋的f_y= f'_y=360N/mm^2。

由表5-1知：对于C40的混凝土α_1=1.0，β_1=0.8，由表5-2知：对于C40的混凝土和HRB400钢筋ξ_b=0.518。

由已知条件可得

$$h_0 = h - a_s = 700 - 45 = 655\,\text{mm}，\quad h_0' = h - a_s' = 700 - 45 = 655\,\text{mm}$$

$$e_0 = \frac{M}{N} = \frac{400 \times 10^6}{900 \times 10^3} = 444\,\text{mm}，\quad e_a = \frac{h}{30} = \frac{700}{30} = 23\text{mm} > 20\text{mm}$$

则 $\quad e_i = e_0 + e_a = 444 + 23 = 467\,\text{mm}$

因 $\dfrac{l_0}{h} = \dfrac{6700}{700} = 9.57$，需考虑$\eta$对偏心距的影响。

$$\zeta_1 = \frac{0.5 f_c A}{N} = \frac{0.5 f_c \left[bh + \left(b_f' - b\right) h_f' + \left(b_f - b\right) h_f \right]}{N}$$

$$= \frac{0.5 \times 19.1 \times \left[80 \times 700 + \left(350 - 80\right) \times 112 + \left(350 - 80\right) \times 112 \right]}{900 \times 10^3} = 1.236 > 1$$

取 $\zeta_1 = 1$

$$\frac{l_0}{h} = \frac{6700}{700} = 9.57 < 15，取 \zeta_2 = 1$$

由式（7-11）

$$\eta = 1 + \frac{1}{1400 \dfrac{e_i}{h_0}} \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 \zeta_1 \zeta_2 = 1 + \frac{1}{1400 \times \dfrac{467}{655}} \times \left(\frac{6700}{700} \right)^2 \times 1 \times 1 = 1.092$$

因 $\eta e_i = 1.092 \times 467 = 510\text{mm} > 0.3 h_0 = 0.3 \times 655 = 197\text{mm}$，可先按大偏心受压情况计算。

$$e = \eta e_i + \frac{h}{2} - a_s = 1.092 \times 467 + \frac{700}{2} - 45 = 815\,\text{mm}$$

令N_u=N，由式（7-59）

$$x=\xi h_0=\frac{N}{\alpha_1 f_c b_f^{'}}=\frac{900\times10^3}{1\times19.1\times350}=135\text{mm}>h_f^{'}=112\text{mm}$$

说明中和轴位于腹板内，ξ应由式（7-61）重新计算

$$\xi=\frac{x}{h_0}=\frac{N}{\alpha_1 f_c b h_0}-\frac{\left(b_f^{'}-b\right)h_f^{'}}{bh_0}$$

$$=\frac{900\times10^3}{1\times19.1\times80\times655}-\frac{\left(350-80\right)\times112}{80\times655}=0.3221<\xi_b=0.518$$

$$x=\xi h_0=0.3221\times655=211\text{mm}>h_f^{'}=112\text{mm}$$

说明中和轴位于腹板，且构件为大偏心受压。则由式（7-62）

$$A_s=A_s^{'}=\frac{Ne-\alpha_1 f_c\left[bh_0^2\xi\left(1-0.5\xi\right)+\left(b_f^{'}-b\right)h_f^{'}\left(h_0-0.5h_f^{'}\right)\right]}{f_y^{'}\left(h_0-a_s^{'}\right)}$$

$$=\frac{900\times10^3\times815-1\times19.1\times\left[80\times655^2\times0.3221\times\left(1-0.5\times0.3221\right)+\left(350-80\right)\times112\times\left(655-0.5\times112\right)\right]}{360\times\left(655-45\right)}$$

$$=958\text{mm}^2>\rho_{\min}bh=0.45\frac{f_t}{f_y}bh=0.45\times\frac{1.71}{360}\times80\times700=120\text{mm}^2$$

每边选用 4 根直径 18mm 的 HRB400 级钢筋（A_s=A'_s=1017mm^2）。

【例 7-10】柱的几何尺寸、混凝土强度等级、钢筋级别均与【例 7-9】相同，但柱的截面控制内力设计值：N=1550×10^{3}N， M=250×10^{6}N·mm。求截面对称配筋时的钢筋截面面积。

〖解〗柱的计算长度由《混凝土结构设计规范》（GB 50010−2002）表 7.3.11-1 可得：

$$l_0=1.0H=1.0\times6700=6700\text{mm}$$

由附录2附表2-1和附表2-3得，C40混凝土的f_c=19.1N/mm^2，f_t=1.71N/mm^2，HRB400钢筋的f_y= f'_y=360N/mm^2。

由表5-1知：对于C40的混凝土α_1=1.0，β_1=0.8，由表5-2知：对于C40的混凝土和HRB400钢筋ξ_b=0.518。

由已知条件可得

$$h_0=h-a_s=700-45=655\,\text{mm}，\ h_0^{'}=h-a_s^{'}=700-45=655\,\text{mm}$$

令 N_u=N，先按大偏心受压考虑。由式（7-59）

$$x=\xi h_0=\frac{N}{\alpha_1 f_c b_f^{'}}=\frac{1550\times10^3}{1\times19.1\times350}=232\text{mm}>h_f^{'}=112\text{mm}$$

说明中和轴位于腹板内，x 应由式（7-61）重新计算

$$\xi=\frac{x}{h_0}=\frac{N}{\alpha_1 f_c b h_0}-\frac{\left(b_f^{'}-b\right)h_f^{'}}{bh_0}$$

$$=\frac{1550\times10^3}{1\times19.1\times80\times655}-\frac{\left(350-80\right)\times112}{80\times655}=0.9716>\xi_b=0.518$$

$$x=\xi h_0=0.9716\times 655=636\text{mm}>h_f^{'}=112\text{mm}$$

说明中和轴位于腹板，但构件不为大偏心受压。则需按小偏心受压重新计算。

$$e_0=\frac{M}{N}=\frac{250\times 10^6}{1550\times 10^3}=161\text{mm}，\quad e_a=\frac{h}{30}=\frac{700}{30}=23\text{mm}>20\text{mm}$$

则 $\quad e_i=e_0+e_a=161+23=184\,\text{mm}$

因 $\dfrac{l_0}{h}=\dfrac{6700}{700}=9.57$，需考虑$\eta$对偏心距的影响。

$$\zeta_1=\frac{0.5f_cA}{N}=\frac{0.5f_c\left[bh+\left(b_f^{'}-b\right)h_f^{'}+\left(b_f-b\right)h_f\right]}{N}$$

$$=\frac{0.5\times 19.1\times\left[80\times 700+\left(350-80\right)\times 112+\left(350-80\right)\times 112\right]}{1550\times 10^3}=0.718$$

$$\frac{l_0}{h}=\frac{6700}{700}=9.57<15，取\zeta_2=1$$

由式（7-11）

$$\eta=1+\frac{1}{1400\dfrac{e_i}{h_0}}\left(\frac{l_0}{h}\right)^2\zeta_1\zeta_2=1+\frac{1}{1400\times\dfrac{184}{655}}\times\left(\frac{6700}{700}\right)^2\times 0.718\times 1=1.167$$

$$e=\eta e_i+\frac{h}{2}-a_s=1.167\times 184+\frac{700}{2}-45=520\,\text{mm}$$

按近似公式计算，由式（7-65）

$$\xi=\frac{N-\alpha_1 f_c\left[bh_0\xi_b+\left(b_f^{'}-b\right)h_f^{'}\right]}{\dfrac{Ne-\alpha_1 f_c\left[0.43bh_0^2+\left(b_f^{'}-b\right)h_f^{'}\left(h_0-0.5h_f^{'}\right)\right]}{\left(\beta_1-\xi_b\right)\left(h_0-a_s^{'}\right)}+\alpha_1 f_c bh_0}+\xi_b$$

$$=\frac{1550\times 10^3-1\times 19.1\times\left[80\times 655\times 0.518+\left(350-80\right)\times 112\right]}{\dfrac{1550\times 10^3\times 520-1\times 19.1\times\left[0.43\times 80\times 655^2+\left(350-80\right)\times 112\times\left(655-0.5\times 112\right)\right]}{\left(0.8-0.518\right)\times\left(655-45\right)}+1\times 19.1\times 80\times 655}+0.518$$

$=0.7409$

则由式（7-66）得

$$A_s=A_s^{'}=\frac{Ne-\alpha_1 f_c\left[bh_0^2\xi\left(1-0.5\xi\right)+\left(b_f^{'}-b\right)h_f^{'}\left(h_0-0.5h_f^{'}\right)\right]}{f_y^{'}\left(h_0-a_s^{'}\right)}$$

$$=\frac{1550\times 10^3\times 520-1\times 19.1\times\left[80\times 655^2\times 0.7409\times\left(1-0.5\times 0.7409\right)+\left(350-80\right)\times 112\times\left(655-0.5\times 112\right)\right]}{360\times\left(655-45\right)}$$

$=702\text{mm}^2$

每边选用 4 根直径 16mm 的 HRB400 级钢筋（A_s=A'_s=804mm^2）。

垂直于弯矩作用平面方向的承载力按轴心受压进行验算。

构件垂直于弯矩作用平面方向的截面惯性矩

$$I = 2\times\frac{1}{12}\times112\times350^3+\frac{1}{12}\times2\times238\times80^3 = 821.643\times10^6\ \text{mm}^4$$

面积 A=116480mm^2

则截面的回转半径 $i=\sqrt{\frac{I}{A}}=\sqrt{\frac{821.643\times10^6}{116480}}=84\ \text{mm}$

$$\frac{l_0}{i}=\frac{6700}{84}=79.82$$

查表经插值得 $\varphi=0.6727$

由式（4-57）

$$\begin{aligned}N_u &= 0.9\varphi\left[f_c A+f_y'\left(A_s'+A_s\right)\right]\\ &= 0.9\times0.6727\times\left[19.1\times116480+360\times\left(804+804\right)\right]\\ &= 1697.449\times10^3\,\text{N}>1550\times10^3\,\text{N}\end{aligned}$$

垂直于弯矩作用方向安全。

7.2 偏心受拉构件正截面承载力计算

当构件承受轴向拉力N和弯矩M共同作用时，可等效为一偏心（e_0＝M/N）作用的拉力N，这类构件称为偏心受拉构件。偏心受拉构件的受力和破坏特点与偏心距e_0的大小有关。偏心距从小到大变化，偏心受拉构件的受力状态由轴心受拉（e_0＝0）过渡为受弯（e_0＝∞），极限状态的截面应力分布如图7.16。偏心受拉构件，按轴向拉力N 作用在截面上的位置不同，分为小偏心受拉与大偏心受拉两种。

7.2.1 偏心受拉构件的受力特点

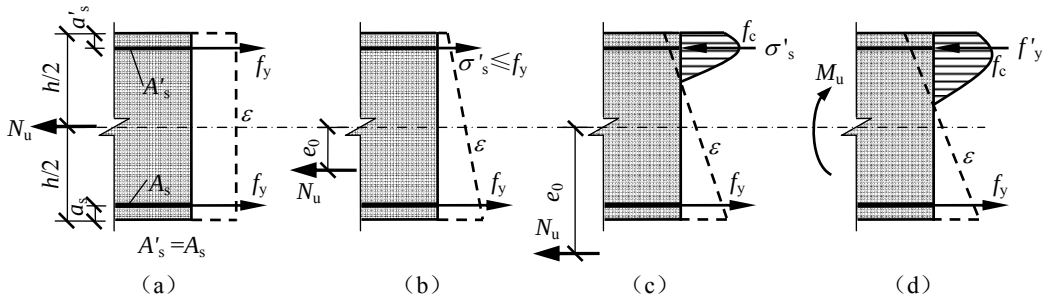

图7.16 偏心受拉构件的截面极限状态

（a）e_0＝0；（b）e_0＜$0.5h-a_s$；（c）e_0＞$0.5h-a_s$；（d）e_0＞∞

当偏心距为零时（e_0＝0），为轴心受拉，构件全截面均匀受拉，随着拉力的增大，截面混凝土强度薄弱处首先开裂，并迅速裂缝贯通整个截面。裂缝截面混凝土退出工作，全部拉力由两侧的钢筋（A_s和A'_s）承担，若对称配筋，钢筋A_s和A'_s的拉应力相等（图7.16a）。当偏心距很小时（e_0＜$h/6$），构件处于全截面受拉的状态，但应力分布不均匀。随着偏心拉力的增大，截面拉应力较大一侧的混凝土首先开裂，并迅速向另一侧扩展，裂缝贯通整个截面。此时，裂缝截面混凝土退出工作，偏心拉力由两侧的钢筋（A_s和A'_s）承担，只是A_s承担

的拉力比A'_s的大。当偏心距稍大但仍然位于A_s和A'_s两侧钢筋之间（$h/6<e_0<0.5h-a_s$）时，拉力较小时，截面一侧受拉另一侧受压。随着偏心拉力的增大，靠近偏心拉力一侧（A_s一侧）的混凝土首先开裂。随着载荷的增大，裂缝逐渐向另一侧扩展，混凝土的受压区逐渐缩小，进而消失。这部分混凝土由受压转化为受拉，A'_s钢筋的应力也由压应力转化为拉应力，而且拉应力随载荷的增大而增大。随着载荷的进一步增加，裂缝贯通整个截面，裂缝截面混凝土退出工作（图7.16b）。因此，只要偏心拉力位于A_s和A'_s钢筋之间，截面混凝土都将裂通，偏心拉力全由两侧的纵向受力钢筋承担。两侧钢筋的应力取决于偏心拉力的位置和钢筋配置数量。因此，对于拉力位于A_s和A'_s钢筋之间（$0<e_0<h/2-a_s$）的偏心受拉构件，在极限状态时，混凝土退出工作，A_s和A'_s钢筋均受拉。这种构件称为小偏心受拉构件。

当偏心距 $e_0>h/2-a_s$ 时，即轴向拉力位于 A_s 和 A'_s 钢筋之外时，拉力较小时，截面一侧受拉另一侧受压。随着偏心拉力的增加，靠近偏心拉力一侧的混凝土首先开裂，裂缝虽能开展，但不会贯通全截面，而始终保持一定的混凝土受压区（图 7.16c）。其破坏特点取决于靠近偏心拉力一侧的纵向受拉钢筋 A_s 的数量。当 A_s 适量时，它将先达到抗拉屈服强度，随着偏心拉力的继续增大，裂缝进一步向 A'_s 一侧扩展，混凝土受压区缩小。最后，受压区边缘混凝土达到其极限压应变，若受压区计算高度不小于 2 倍的保护层厚度，则纵向受压钢筋也可达到其抗压屈服强度。这种构件称为大偏心受拉构件，其破坏形态与受弯构件相似，只是由于轴向拉力的存在，受压区高度比相应的受弯构件小。

7.2.2 偏心受拉构件正截面承载力计算

1. 小偏心受拉构件

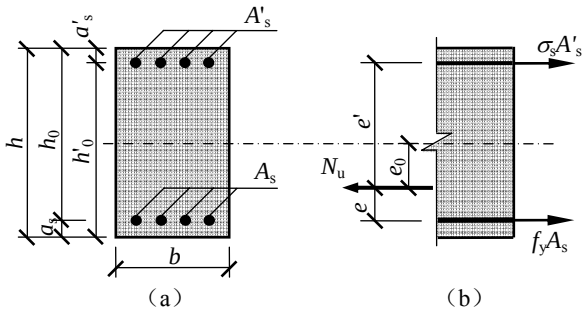

图7.17 小偏心受拉截面尺寸及承载力计算图式
（a）截面尺寸；（b）计算图式

对于小偏心受拉构件，当达到承载能力极限状态时，截面全部裂通，不考虑混凝土的受拉作用，拉力完全由钢筋承担，如图7.17。一般情况下，两侧的钢筋不会同时屈服。假设钢筋A_s首先屈服，其应力达到 f_y。根据平衡条件建立平衡方程

$$N_u = A_s f_y + A_s^{'}\sigma_s \tag{7-67}$$

$$N_u e = A_s^{'}\sigma_s\left(h_0 - a_s^{'}\right) \tag{7-68}$$

或

$$N_u e^{'} = A_s f_y\left(h_0^{'} - a_s\right) \tag{7-69}$$

式中

$$e = \frac{h}{2} - e_0 - a_s \tag{7-70}$$

$$e' = \frac{h}{2} + e_0 - a_s' \tag{7-71}$$

由式（7-68）和式（7-69）并考虑到$\left(h_0 - a_s'\right) = \left(h_0' - a_s\right)$，或对轴向力作用中心取矩，由平衡条件，可得

$$\sigma_s = \frac{eA_s}{e'A_s'} f_y \tag{7-72}$$

若两侧钢筋同时达到屈服，则两侧钢筋面积必须满足：

$$e'A_s' = eA_s \tag{7-73}$$

也就是说，只有当纵向拉力作用于截面钢筋面积的“塑性中心”时，全部钢筋才会都达到屈服。为充分利用钢材强度，使总用钢量最少，应在设计时采取使截面塑性中心与纵向拉力相重合的设计方法。

对于小偏心受拉构件，在设计时，可假设构件破坏时钢筋A_s和钢筋A'_s的应力都达到屈服强度，分别根据对钢筋A_s或钢筋A'_s的合力中心取矩的平衡条件，可得

$$N_u e = A_s' f_y \left(h_0 - a_s'\right) \tag{7-74}$$

或

$$N_u e' = A_s f_y \left(h_0' - a_s\right) \qquad \text{同（7-69）}$$

则

$$A_s' = \frac{N_u e}{f_y \left(h_0 - a_s'\right)} \tag{7-75}$$

$$A_s = \frac{N_u e'}{f_y \left(h_0' - a_s\right)} \tag{7-76}$$

对称配筋时可取

$$A_s' = A_s = \frac{N_u e'}{f_y \left(h_0' - a_s\right)} \tag{7-77}$$

2. 大偏心受拉构件

大偏心受拉构件的轴向拉力作用在A_s钢筋合力点和A'_s钢筋合力点之外，截面虽开裂，根据平衡条件，截面还存在混凝土受压区，图7.18。既然还有受压区，截面就不会裂通。构件破坏时，A_s钢筋和A'_s钢筋的应力都达到屈服；受压区混凝土边缘的应变达到其受压极限应变，与受弯构件相同，将受压区混凝土的应力简化为矩形分布。根据平衡条件可得

$$N_u = f_y A_s - f_y' A_s' - \alpha_1 f_c bx \tag{7-78}$$

$$N_u e = \alpha_1 f_c bx\left(h_0 - \frac{x}{2}\right) + f_y' A_s' \left(h_0 - a_s'\right) \tag{7-79}$$

式中

$$e = e_0 - \frac{h}{2} + a_s \tag{7-80}$$

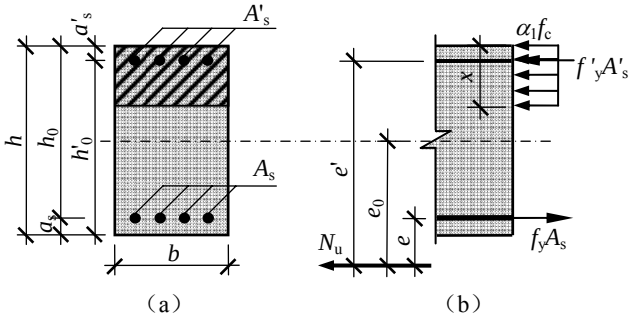

图7.18 大偏心受拉截面尺寸及承载力计算图式
（a）截面尺寸；（b）计算图式

为保证构件不发生超筋和少筋破坏，并在破坏时纵向受压钢筋A'_s达到其抗压屈服强度，式（7-78）和式（7-79）的适用条件是

$$2a_s^{'} \le x \le \xi_b h_0$$

$$A_s \ge \rho_{min} bh$$

虽然偏心受拉构件在弯矩和轴心拉力的作用下，也发生横向位移。但与偏心受压构件相反，这种横向位移将减小轴向拉力的偏心距。为计算简化，在设计基本公式中一般不考虑这种有利的影响。

对于非对称配筋偏心受拉构件，在设计时为了使钢筋总用量（A_s+A'_s）最少，与受弯构件和大偏心受压构件一样，取 $x = \xi_s h_0$，代入式（7-78）及式（7-79），可得

$$A_s^{'} = \frac{N_u e - \alpha_1 f_c b h_0^2 \xi_s \left(1 - 0.5\xi_s\right)}{f_y^{'}\left(h_0 - a_s^{'}\right)} \tag{7-81}$$

$$A_s = \frac{\alpha_1 f_c b h_0 \xi_s + N_u}{f_y} + \frac{f_y^{'}}{f_y} A_s^{'} \tag{7-82}$$

式中，ξ_s——截面钢筋面积最小时所对应的混凝土受压区相对计算高度，大偏心受拉构件的ξ_s取值与矩形截面双筋受弯构件和大偏心受拉构件相同，即取ξ_ρ（式（5-115）或式（5-116））和ξ_b（表5-2）中的较小值。

对称配筋时，由于A_s=A'_s，受压区钢筋A'_s往往达不到屈服，而且混凝土的受压区高度也很小。因为如果受拉钢筋和受压钢筋都屈服，由力的平衡条件式（7-78），解得的受压区计算高度x将是负值。此时，近似取 $x = 2a_s^{'}$，并对A'_s钢筋合力中心取矩，由平衡条件可得

$$A_s = \frac{N_u\left(e_0 + \frac{h}{2} - a_s^{'}\right)}{f_y\left(h_0^{'} - a_s\right)} \tag{7-83}$$

同时，再取A'_s=0，即不考虑受压钢筋的作用，按单筋计算求得受拉钢筋A_s值，与由式（7-83）所得的A_s值比较，取较小值配筋。当然在构件配筋时，还是选取A'_s=A_s。

【7-11】 某矩形水池，池壁厚为300mm，$a_s=a'_s=45$mm，混凝土强度等级为C40，纵筋为HRB335级钢筋，由内力计算池壁某垂直截面中每米宽度上的弯矩设计值为$M=200\times10^6$N·mm（使池壁内侧受拉），相应的每米宽度上的轴向拉力设计值$N=250\times10^3$N。试确定垂直截面中沿池壁内侧和外侧所需钢筋A_s及A'_s的数量。

〖解〗由附录 2 附表 2-1 和附表 2-3 得，C40 混凝土的 $f_c=19.1\text{N/mm}^2$，$f_t=1.71\text{N/mm}^2$，HRB335 钢筋的 $f_y=f'_y=300\text{N/mm}^2$。

由表5-1知：对于C40的混凝土$\alpha_1=1.0$，$\beta_1=0.8$，由表5-2知：对于C40的混凝土和HRB335钢筋$\xi_b=0.550$。

令$N_u=N$，$M_u=M$，取$b\times h=1000\text{mm}\times300\text{mm}$，由已知条件可得

$$h_0=h-a_s=300-45=255\,\text{mm}，\quad h_0'=h-a_s'=300-45=255\,\text{mm}$$

$$e_0=\frac{M}{N}=\frac{200\times10^6}{250\times10^3}=800\,\text{mm}$$ 为大偏心受拉。

$$e=e_0-\frac{h}{2}+a_s=800-\frac{300}{2}+45=695\,\text{mm}$$

钢筋A_s及A'_s的数量均为未知，为充分发挥混凝土的作用，令$\xi=\xi_s=\xi_b=0.550$，由式（7-81）

$$\begin{aligned}A_s'&=\frac{Ne-\alpha_1 f_c b h_0^2\xi_b\left(1-0.5\xi_b\right)}{f_y'\left(h_0-a_s'\right)}\\&=\frac{250\times10^3\times695-1\times19.1\times1000\times255^2\times0.550\times\left(1-0.5\times0.550\right)}{300\times\left(255-45\right)}\\&<0\end{aligned}$$

说明计算不需要配置受压钢筋，故按最小配筋率确定A'_s。

$$A_s'=\rho_{\min}'bh=0.002\times1000\times300=600\,\text{mm}^2$$

在每米宽度上配置5根（即间距为200mm）直径为14mm的HRB335级钢筋，$A'_s=770\text{mm}^2$。

A'_s已知后，由式（7-79）

$$\begin{aligned}\xi&=1-\sqrt{1-2\frac{Ne-f_y'A_s'\left(h_0-a_s'\right)}{\alpha_1 f_c b h_0^2}}\\&=1-\sqrt{1-2\times\frac{250\times10^3\times695-300\times770\times\left(255-45\right)}{1\times19.1\times1000\times255^2}}=0.1065<\xi_b=0.518\end{aligned}$$

但 $x=\xi h_0=0.1065\times255=27\text{mm}<2a_s'=2\times45=90\text{mm}$，

因此，取 $x=2a_s'=2\times45=90\text{mm}$

由式（7-83）

$$A_s=\frac{N\left(e_0+\frac{h}{2}-a_s'\right)}{f_y\left(h_0'-a_s\right)}=\frac{250\times10^3\times\left(695+\frac{300}{2}-45\right)}{300\times\left(255-45\right)}=3175\text{mm}^2$$

因为，A'_s钢筋未屈服，另外取$A'_s=0$，即不考虑A'_s的作用，求需要的A_s。

由式（7-79）

$$\xi=1-\sqrt{1-2\frac{Ne}{\alpha_1 f_c b h_0^2}}$$

$$=1-\sqrt{1-2\times\frac{250\times10^3\times695}{1\times19.1\times1000\times255^2}}=0.1514<\xi_b=0.518$$

由式（7-78）

$$A_s=\frac{N+\alpha_1 f_c b\xi h_0}{f_y}=\frac{250\times10^3+1\times19.1\times1000\times0.1514\times255}{300}=3291\text{mm}^2$$

从上面计算中取小者配筋，即取A_s=3175mm^2。

在每米宽度上配置10根（即间距为100mm）直径为20mm的HRB335级钢筋，A_s=3142mm^2。实际配筋截面面积（A_s=3142mm^2）比计算值（A_s=3175mm^2）略小，但满足工程要求（误差1%＜5%）。

7.3 正截面承载力N_u–M_u相关曲线

给定截面、配筋及材料强度的构件，达到承载能力极限状态时，能够承担的轴向力N_u和弯矩M_u并不是独立的，构件可以在不同的N和M的组合下达到其极限承载力。试验表明，小偏心受压情况下，正截面抗弯承载力随着轴向压力增加而减小；但大偏心受压情况下，正截面的抗弯承载力随着轴向压力增加反而提高；在界限破坏时，正截面的抗弯承载力达到最大值。而在偏心受拉情况下，无论是大偏心还是小偏心，正截面抗弯承载力随着轴向拉力增加而减小。

7.3.1 对称配筋矩形截面偏心受力构件的N_u–M_u相关关系

对于一个给定的钢筋混凝土构件，受力不同，其破坏形态不同。偏心受力构件的受力，有偏心受压和偏心受拉，根据偏心距不同，又有大偏心和小偏心。而轴心受拉、轴心受压以及纯弯可以看成偏心受力状态的特例。由前所述，不同的受力状态，控制构件承载力的因素不同，计算的基本公式也不同。因此，偏心受力构件的N_u–M_u相关关系应分段进行分析。

1. 对称配筋矩形截面大偏心受压时

将 $A_s^{'}=A_s$ 和 $f_y^{'}=f_y$ 代入式（7-14），解得

$$x=\frac{N_u}{\alpha_1 f_c b} \tag{7-84}$$

将式（7-84）代入式（7-15），可得

$$N_u e=N_u\left(h_0-\frac{N_u}{2\alpha_1 f_c b}\right)+f_y^{'}A_s^{'}\left(h_0-a_s^{'}\right) \tag{7-85}$$

将式（7-16）代入式（7-85），并有 $M_u=N_u\eta e_i$，整理后得

$$\frac{M_u}{\alpha_1 f_c b h_0^2} = -\frac{1}{2}\left(\frac{N_u}{\alpha_1 f_c b h_0}\right)^2 + \frac{1}{2}\frac{N_u}{\alpha_1 f_c b h_0}\frac{h}{h_0} + m\rho\left(1-\frac{a_s'}{h_0}\right) \qquad (7\text{-}86)$$

式中，$m = \frac{f_y'}{\alpha_1 f_c}$ 为受压（或受拉）钢筋屈服强度和混凝土抗压强度之比，$\rho = \frac{A_s'}{bh_0}$ 为受压（或受拉）钢筋的配筋率。

由式（7-86）可以看出，对称配筋的矩形截面大偏心受压构件，正截面极限弯矩M_u是极限轴向压力N_u的二次函数，M_u随着N_u增大而增大。

当$x=\xi_b h_0$时，受拉钢筋屈服和混凝土破坏同时发生，即为大小偏心破坏的界限。此时，极限弯矩达到最大值，最大极限弯矩值和相应的极限轴向力分别为：

$$\frac{M_u}{\alpha_1 f_c b h_0^2} = -\frac{1}{2}\xi_b^2 + \frac{1}{2}\xi_b\frac{h}{h_0} + m\rho\left(1-\frac{a_s'}{h_0}\right) \qquad (7\text{-}87)$$

$$\frac{N_u}{\alpha_1 f_c b h_0} = \xi_b \qquad (7\text{-}88)$$

2. 对称配筋矩形截面小偏心受压时

小偏心受压时，受拉钢筋的拉应力小于其屈服压力，应力值大小和受压区相对计算高度的关系可用式（7-28）近似表示。将式（7-28）、$A_s' = A_s$ 和 $f_y' = f_y$ 代入式（7-21），可解得

$$\xi = \lambda_1\frac{N_u}{\alpha_1 f_c b h_0} + \lambda_2 \qquad (7\text{-}89)$$

式中，$\lambda_1 = \frac{\beta_1 - \xi_b}{(\beta_1 - \xi_b) + m\rho}$，$\lambda_2 = \frac{\xi_b m\rho}{(\beta_1 - \xi_b) + m\rho}$

由式（7-22）得

$$N_u e = \alpha_1 f_c b h_0^2 \xi(1-0.5\xi) + f_y' A_s'(h_0 - a_s') \qquad (7\text{-}90)$$

将式（7-89）和 $e = \eta e_i + \frac{h}{2} - a_s$ 代入式（7-90），并有 $M_u = N_u \eta e_i$，整理后得

$$\begin{aligned}\frac{M_u}{\alpha_1 f_c b h_0^2} = &\left[\left(\frac{N_u}{\alpha_1 f_c b h_0}\cdot\lambda_1 + \lambda_2\right) - 0.5\left(\frac{N_u}{\alpha_1 f_c b h_0}\cdot\lambda_1 + \lambda_2\right)^2\right] \\ &-0.5\left(1-\frac{a_s'}{h_0}\right)\frac{N_u}{\alpha_1 f_c b h_0} + m\rho\left(1-\frac{a_s'}{h_0}\right)\end{aligned} \qquad (7\text{-}91)$$

由式（7-91）可以看出，对称配筋的矩形截面小偏心受压构件，正截面极限弯矩M_u也是极限轴向压力N_u的二次函数，但M_u随着N_u增大而减小。

显然，对于对称配筋截面，当 $M_u = N_u \eta e_i = 0$ 时，全截面均匀受压，在抗压极限状态，钢筋应力均达到受压屈服强度，相对受压区高度$\xi=h/h_0$。将这些条件代入式（7-90），得

$$\frac{N_u}{\alpha_1 f_c b h_0} = \frac{h}{h_0} + 2m\rho$$

3. 小偏心受拉构件

小偏心受拉承载力计算图式如图7.17，达到承载能力极限状态时，混凝土截面全部裂通，拉力完全由钢筋承担。一般情况下，两侧的钢筋不会同时屈服。假设距轴向力近的一侧钢筋A_s屈服，其应力为f_y，另一侧钢筋A'_s的应力为σ_s。对钢筋A'_s合力中心取矩，由平衡条件得

$$N_u e' = A_s f_y \left(h_0' - a_s\right) \qquad \text{同（7-69）}$$

式中

$$e' = \frac{h}{2} + e_0 - a_s' \qquad \text{同（7-71）}$$

将式（7-71）代入式（7-69），对于偏心受拉构件有$M_u = N_u e_0$，注意到$\left(h_0' - a_s\right) = \left(h_0 - a_s'\right)$，整理后得

$$\frac{M_u}{\alpha_1 f_c b h_0^2} = m\rho\left(1 - \frac{a_s'}{h_0}\right) - \frac{N_u}{\alpha_1 f_c b h_0}\left(\frac{h}{2h_0} - \frac{a_s'}{h_0}\right) \qquad \text{（7-92）}$$

由式（7-92）可以看出，对称配筋的矩形截面小偏心受拉构件，正截面极限弯矩M_u是极限轴向拉力N_u的线性函数，M_u随着N_u增大而减小。

4. 大偏心受拉构件

大偏心受拉构件的轴向拉力作用在A_s钢筋合力点和A'_s钢筋合力点之外，其承载力计算图式如图7.18。对称配筋时，由于A_s=A'_s，受压区钢筋A'_s往往达不到屈服，而且混凝土的受压区高度也很小。此时，近似取$x = 2a_s'$，并对A'_s钢筋合力中心取矩，由平衡条件可得

$$N_u e' = f_y A_s \left(h_0 - a_s'\right) \qquad \text{（7-93）}$$

式中

$$e' = e_0 + \frac{h}{2} - a_s' \qquad \text{（7-94）}$$

将式（7-94）代入式（7-91），对于偏心受拉构件有$M_u = N_u e_0$，整理后得

$$\frac{M_u}{\alpha_1 f_c b h_0^2} = m\rho\left(1 - \frac{a_s'}{h_0}\right) - \frac{N_u}{\alpha_1 f_c b h_0}\left(\frac{h}{2h_0} - \frac{a_s'}{h_0}\right) \qquad \text{（7-95）}$$

由于大偏心的平衡条件式（7-93）和式（7-94）分别与小偏心的平衡条件式（7-69）和式（7-71）相同，因此，大偏心受拉构件的极限轴向力与极限弯矩关系表达式（7-95）和小偏心受拉构件的（7-92）完全相同。说明对称配筋偏心受拉构件，大、小偏心受拉的极限轴向力与极限弯矩的关系为同一条直线。从式（7-92）或式（7-95）可以看出，无论大偏心受拉构件还是小偏心受拉构件，M_u均随着N_u绝对值增大而线性减小。

7.3.2 对称配筋矩形截面偏心受力构件的N_u–M_u相关曲线

针对给定截面的对称配筋偏心受力构件，分别将构件的大偏心受压、小偏心受压、大偏心受拉和小偏心受拉的极限轴向力和极限弯矩关系曲线绘出，如图7.19（注意图中N_u正值为

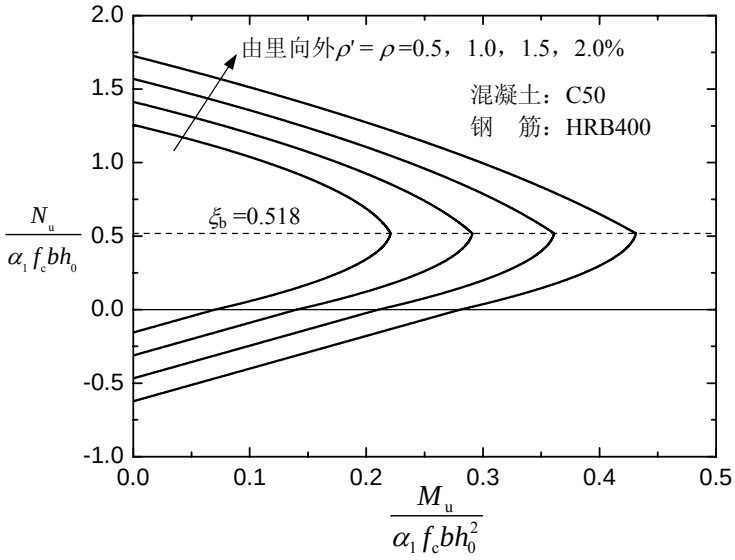

图 7.19 对称配筋矩形截面 N_u–M_u 相关曲线

压，负值为拉），可以得到一条完整的轴力-弯矩包络图。整条曲线由大偏心受压曲线段、小偏心受压曲线段和偏心受拉直线段组成，其特点是：

（1）当 $\frac{M_u}{\alpha_1 f_c b h_0^2}=0$ 时，有两个 $\frac{N_u}{\alpha_1 f_c b h_0}$ 值，分别对应于构件的轴心受压和轴心受拉。

$\frac{N_u}{\alpha_1 f_c b h_0}=\frac{h}{h_0}+2m\rho$ 为曲线的最大值，对应于构件的轴心受压；$\frac{N_u}{\alpha_1 f_c b h_0}=-2m\rho$ 为曲线的最小值，对应于构件的轴心受拉，此处的负号表示拉力。

（2）当 $\frac{N_u}{\alpha_1 f_c b h_0}=0$ 时，$\frac{M_u}{\alpha_1 f_c b h_0^2}=m\rho\left(1-\frac{a_s'}{h_0}\right)$，对应于构件的纯弯状态。

（3）大小偏心界限破坏时，$\frac{M_u}{\alpha_1 f_c b h_0^2}$ 值最大，最大值及其对应的 $\frac{N_u}{\alpha_1 f_c b h_0}$ 分别为式（7-87）和式（7-88）。$\frac{M_u}{\alpha_1 f_c b h_0^2}$ 与构件的钢筋强度、混凝土的强度和配筋率有关；而 $\frac{N_u}{\alpha_1 f_c b h_0}=\xi_b$，与构件的钢筋强度、混凝土的强度有关，与配筋率无关。

（4）小偏心受压时，$\frac{M_u}{\alpha_1 f_c b h_0^2}$ 随 $\frac{N_u}{\alpha_1 f_c b h_0}$ 增大而减小，$\frac{N_u}{\alpha_1 f_c b h_0}-\frac{M_u}{\alpha_1 f_c b h_0^2}$ 曲线是一条接近于直线的二次函数曲线，配筋率越大，该曲线越接近于直线；大偏心受压时，$\frac{M_u}{\alpha_1 f_c b h_0^2}$

随$\dfrac{N_u}{\alpha_1 f_c b h_0}$增大而增大，$\dfrac{N_u}{\alpha_1 f_c b h_0}-\dfrac{M_u}{\alpha_1 f_c b h_0^2}$曲线是一条二次函数曲线；偏心受拉时，无论是大偏心受拉还是小偏心受拉，$\dfrac{M_u}{\alpha_1 f_c b h_0^2}$均随$\dfrac{N_u}{\alpha_1 f_c b h_0}$绝对值增大而线性减小。

需要说明的是，上述对偏心受压（拉）构件的N_u–M_u相关关系及曲线的分析是针对对称配筋（A_s=A'_s）构件的。若构件的配筋不对称（A_s≠A'_s），或配筋量很大或很小，都会引起受力性能和破坏形态改变，甚至重大变化，因而也将引起N_u–M_u相关关系及曲线的改变。对称配筋构件在正、负弯矩作用下，有对N轴对称的封闭包络曲线，非对称配筋构件的包络曲线虽然也封闭，但对N轴和M轴都不对称。此外，其他一些因素，例如采用不同种类和强度等级的混凝土和钢筋材料，构件截面的非矩形和不对称形状、构件的长度或长细比、钢筋的各种构造等，都将对构件的N_u–M_u相关关系及曲线和破坏形态产生影响。

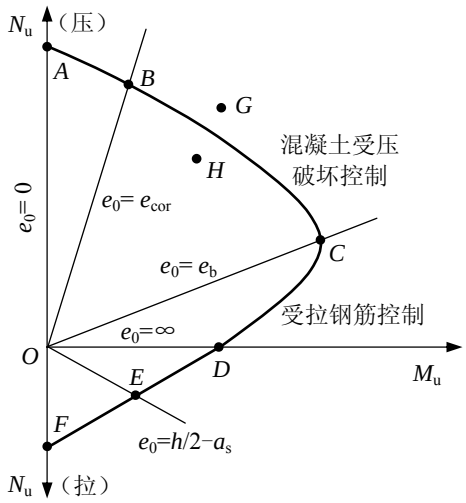

图 7.20 偏心受力构件的 N_u–M_u 关系

N_u–M_u曲线上的任一点表示达到正截面受力极限状态时的一种N_u和M_u组合，而坐标平面内的任意一点代表截面内力的一种组合。当内力组合的坐标点位于图中曲线内侧，说明截面在该点坐标给出的内力组合下，未达到承载力极限状态，是安全的，如图7.20中的H点；当点位于图中曲线外侧，说明截面承载力不足，如图7.20中的G点。因此，应用N_u–M_u相关曲线方程，可以对常用的截面形式、配筋方式和混凝土强度等级的偏心受力构件，通过计算机预先绘制出一系列图表。设计时直接查图来求所需钢筋面积，这样可以简化计算，节约大量计算时间。

7.4 双向偏心受压构件正截面承载力的计算

在钢筋混凝土结构中，还常遇到双向偏心受力构件，例如建筑中的角柱，以及水塔和管道等的支架柱等。双向偏心受力构件在承受轴压（拉力）N的同时，还承受有两个垂直方向弯矩M_x和M_y的作用。它可以等效为一个在两个方向的偏心距分别为e_x和e_y偏心作用的轴力N，如图7.21。

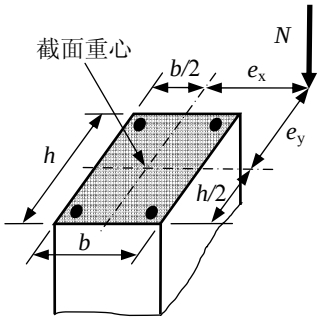

图 7.21 双向偏心受力混凝土柱截面

试验结果表明，双向偏心受压构件的受力破坏过程与单向偏心受压构件的相似。但是，构件加载后，中和轴是倾斜的且与荷载的作用平面不垂直。荷载增大后，截面受拉区出现横向裂缝，中和轴上升并发生转角，受压区缩小。最终，因受拉钢筋屈服，受压区混凝土破坏而成为大偏心受压破坏形态；或者受拉钢筋未达屈服，因受压区混凝土首先受压破坏，使构件破坏，而形成小偏心受压破坏形态。在承载力极限状态时，截面的应变分布也符合平截面假定。

图7.22为双向偏心受压构件正截面在承载力极限状态时的应变及应力分布。双向偏心受压构件正截面的破坏形态也分为大偏心受压（受拉）破坏和小偏心受压（受拉）破坏。双向偏心受力构件正截面的中和轴与截面形心主轴夹角的大小与M_x和M_y的比值或与e_x和e_y的比值有关。

如图7.22所示的截面，由平衡条件可得

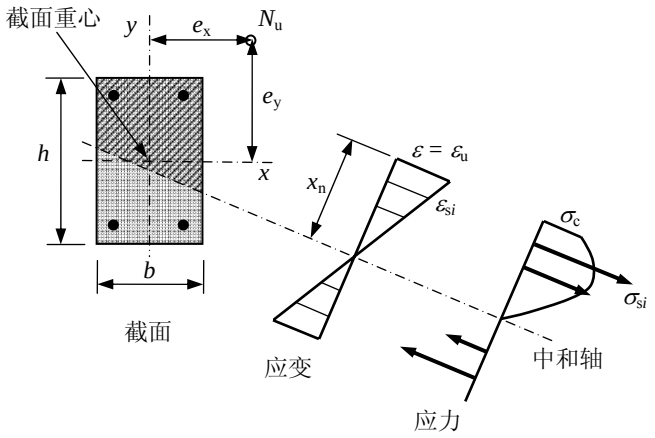

图 7.22 极限状态双向偏心受压混凝土柱截面

$$N_u = C + \sum_{i=1}^{n} A_{si}\sigma_{si} \tag{7-96}$$

$$M_{ux} = Cy_c + \sum_{i=1}^{n} A_{si}\sigma_{si}y_{si} \tag{7-97}$$

$$M_{uy} = Cx_c + \sum_{i=1}^{n} A_{si}\sigma_{si}x_{si} \tag{7-98}$$

式中，N_u——双向偏心受压构件正截面抗压承载力，取正号；

M_{ux}、M_{uy}——分别为x、y方向弯矩承载力；

C——混凝土的合力大小；

x_c、y_c——混凝土合力中心到截面形心轴y和x的距离，x_c在y轴的右侧及y_c在x轴上侧时取正号；

σ_{si}——第i根钢筋的应力，受压为正，受拉为负（i＝1～n）；

A_{si}——第i根钢筋的面积；

x_{si}、y_{si}——第 i 根钢筋形心到截面形心轴 y 和 x 的距离，x_{si} 在 y 轴的右侧及 y_{si} 在 x 轴上侧时取正号；

n ——钢筋的根数。

由平衡条件所给出公式中的混凝土和钢筋的应变、应力分别可由平截面假定、材料的应力-应变关系曲线求得。一般的分析方法是，按图7.22建立的平衡方程式（7-96）~（7-98），根据已知的偏心距e_x和e_y，求解未知数N_u、x_n和中和轴与截面形心主轴的夹角。利用上述公式进行双向偏心受压计算的过程较为繁琐，常需要利用计算机进行反复迭代运算。

对一个确定截面尺寸和材料的钢筋混凝土柱，可以通过试验测定其不同双向偏心距情况下的极限内力N_u，M_x和M_y，并以此绘制相应的包络曲面（图7.23）。该包络曲面为一空间曲面，反映了双向偏心受压柱轴向力和双向弯矩的相互作用。包络曲面与3个坐标的交点分

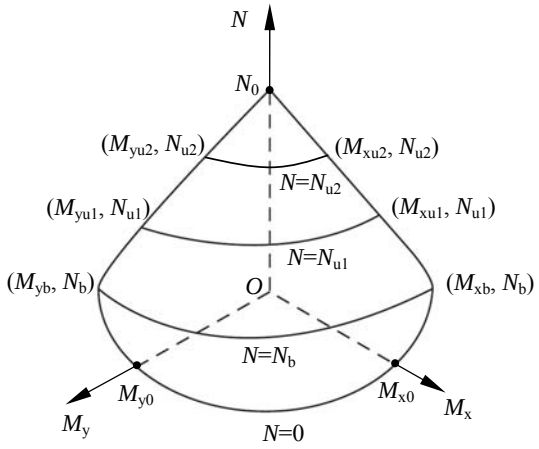

图 7.23 双向偏压柱的极限轴力-弯矩包络曲面

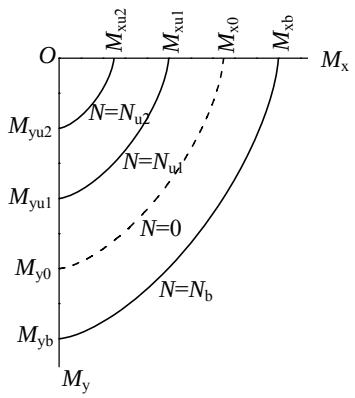

图 7.24 不同轴向力双向偏压柱的极限弯矩包络线

别为轴心抗压承载力N_0和x，y方向的单向极限弯矩M_{x0}和M_{y0}（$N=0$）；它和N-O-M_x坐标平面（$M_y=0$）或N-O-M_y坐标平面（$M_x=0$）的交线即为单向偏心受压时的极限轴力-弯矩包络线；它与水平坐标面（M_x-O-M_y面）的交线为双向受弯（$N=0$）的包络线（图7.24中的虚线所示）。

N等于常数的平面与包络曲面的交线为一族平行于水平坐标面的曲线。对于圆截面柱，该族曲线为一组同心圆；而对于非圆截面柱，曲线形状各不相同，其形状取决于轴向力大小、截面宽高比（b/h）、钢筋总量和位置、钢筋和混凝土强度和本构关系等，如图7.25所示。试验研究表明，这一族曲线可以采用下列表达式

$$\left(\frac{M_x}{M_{xu}}\right)^{\alpha}+\left(\frac{M_y}{M_{yu}}\right)^{\alpha}=1 \qquad (7\text{-}99)$$

式中，α为曲线的形状系数，其值大于1而小于2（当α=1时，曲线退化为直线；当α=2时，曲线为圆弧），常取值为α=1.15~1.55之间的常数。

式（7-99）可以用来验算双向偏心受压柱的极限承载力。然而，系数α需要根据轴向力大小、截面宽高比（b/h）、钢筋总量和位置、钢筋和混凝土强度和本构关系等确定。目前，

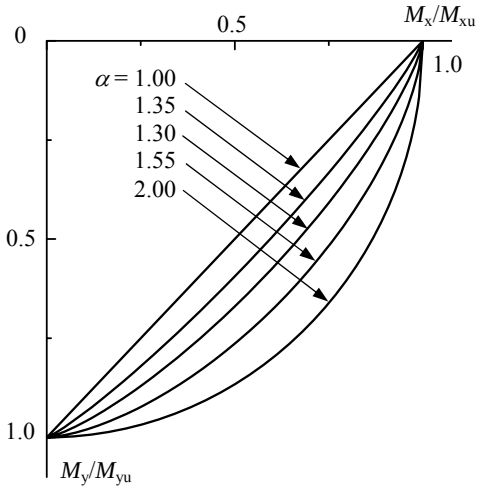

图 7.25 等轴力 M_x/M_{xu}-M_y/M_{yu} 关系曲线

各国规范都采用既能达到一般设计要求精度，又便于手算的近似方法计算双向偏心受压构件的正截面承载力。下面简要介绍我国《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）中，双向

偏心受压柱的极限承载力的近似计算公式。

假定材料处于弹性阶段，在荷载M_{ux}、M_{uy}及N_u作用下，截面内的应力都达到材料的容许应力［σ］，根据材料力学原理，可得：

$$\left.\begin{aligned}[\sigma]&=\frac{N_{u0}}{A_0}\\[\sigma]&=\left(\frac{1}{A_0}+\frac{\eta_x e_{ix}}{W_{0x}}\right)N_{ux}\\[\sigma]&=\left(\frac{1}{A_0}+\frac{\eta_y e_{iy}}{W_{0y}}\right)N_{uy}\\[\sigma]&=\left(\frac{1}{A_0}+\frac{\eta_x e_{ix}}{W_{0x}}+\frac{\eta_y e_{iy}}{W_{0y}}\right)N_u\end{aligned}\right\}\tag{7-100}$$

式中，A_0、W_{0x}、W_{0y}——分别代表考虑全部纵筋的换算截面面积和两个方向的换算截面抵抗矩；

N_{u0}——构件截面轴心抗压承载力。此时考虑全部纵筋，但不考虑稳定系数；

N_{ux}、N_{uy}——分别为轴向力作用于x轴、y轴，考虑相应的计算偏心距及偏心距增大系数后，按全部纵向钢筋计算的偏心抗压承载力。

合并以上各式，可得

$$\frac{1}{N_u}=\frac{1}{N_{ux}}+\frac{1}{N_{uy}}-\frac{1}{N_{u0}}\tag{7-101}$$

利用式（7-101）的近似计算公式进行双向偏压构件的正截面承载力的计算和设计，其计算值与钢筋混凝土柱的试验结果大致相符，而偏于安全。

式（7-101）的近似计算公式也可用于双向偏压构件截面的复核，计算也很简便。

7.5 偏心受力构件斜截面抗剪承载力计算

偏心受力构件，往往在截面受到弯矩M及轴力N（拉力或压力）共同作用的同时，还受有剪力V的作用。一般情况下，剪力值相对较小，可不进行斜截面抗剪承载力的计算。但对于有较大水平力作用下的框架柱，有横向力作用的桁架上弦压杆和下弦拉杆，剪力影响相对较大，除进行正截面承载力计算外，还要验算其斜截面的抗剪承载力。

7.5.1 偏心受力构件斜截面抗剪性能

偏心受力构件，由于轴力的存在，对斜截面的抗剪承载力会产生一定影响。例如，偏心受压构件中，由于轴向压应力的存在，延缓了斜裂缝的出现和开展，使混凝土的剪压区高度增大，构件的抗剪承载力提高。但在偏心受拉构件中，由于轴拉力的存在，使混凝土的剪压区高度比受弯构件的小，轴向拉力使构件的抗剪能力明显降低。

1. 偏心受压构件

轴压力的存在，使混凝土受压区高度增大，裂缝宽度减小，纵筋拉力降低，使构件斜截面抗剪承载力提高。试验表明：当$N<0.3f_cbh$时，轴压力引起的构件抗剪承载力增量ΔV与轴力N近似成比例增长；当N/f_cbh=0.3~0.5时，再增加轴向压力，构件将转变为带有斜裂缝的小

偏心受压破坏，斜截面抗剪承载力达到最大值。试验还表明，当$N<0.3f_cbh$时，剪跨比对轴压力引起的构件抗剪承载力提高的影响不大。

通过试验资料分析和可靠度计算，对承受轴压力和横向力作用的矩形、T形和工字形截面偏心受压构件，其斜截面抗剪承载力，按下列公式计算：

$$V_u=\frac{1.75}{\lambda+1.0}f_tbh_0+f_{yv}\cdot\frac{A_{sv}}{s}\cdot h_0+0.07N \qquad (7\text{-}102)$$

式中，λ——偏心受压构件计算截面的剪跨比；对各类结构的框架柱，取$\lambda=M/(Vh_0)$；当框架结构中柱的反弯点在层高范围内时，可取$\lambda=H_n/2h_0$（H_n为柱的净高）；$\lambda<1$时，取$\lambda=1$；$\lambda>3$时，取$\lambda=3$；此处，M为计算截面上与剪力设计值V相应的弯矩设计值。对其他偏心受压构件，当承受均布荷载时，取$\lambda=1.5$；当承受集中荷载时（包括作用有多种荷载且集中荷载对支座截面或节点边缘所产生的剪力值占总剪力的75％以上的情况），取$\lambda=a/h_0$；当$\lambda<1.5$时，取$\lambda=1.5$；当$\lambda>3$时，取$\lambda=3$；此处，a为集中荷载至支座或节点边缘的距离。

N——与剪力设计值V相应的轴向压力设计值；$N>0.3f_cA$时，取$N=0.3f_cA$；A为构件的截面面积。

若符合下列公式要求时，则偏心受压构件可不进行斜截面抗剪承载力计算，而仅需根据构造要求配置箍筋。

$$V\le\frac{1.75}{\lambda+1.0}f_tbh_0+0.07N \qquad (7\text{-}103)$$

为防止构件出现斜压破坏，截面尺寸还应满足下列条件：

$$V\le0.25\beta_cf_cbh_0 \qquad (7\text{-}104)$$

式中符号与式（6-23）相应符号相同。

2. 偏心受拉构件

轴拉力的存在，使混凝土受压区高度减小，裂缝宽度增加，纵筋拉力升高，使构件斜截面抗剪承载力降低。

通过试验资料分析，偏心受拉构件的斜截面抗剪承载力可按下列公式计算：

$$V_u=\frac{1.75}{\lambda+1.0}f_tbh_0+f_{yv}\cdot\frac{A_{sv}}{s}\cdot h_0-0.2N \qquad (7\text{-}105)$$

式中，λ——计算截面的剪跨比，与偏心受压构件斜截面抗剪承载力计算中的规定相同；

N——与剪力设计值V相应的轴向压力设计值。

当式（7-105）右边的计算值小于$f_{yv}\frac{A_{sv}}{s}h_0$时，应取等于$f_{yv}\frac{A_{sv}}{s}h_0$，且$f_{yv}\frac{A_{sv}}{s}h_0$值不得小于$V_u=0.36f_tbh_0$。

【例7-12】已知某钢筋混凝土矩形截面偏心受压框架柱，截面尺寸b=400mm、h=600mm，混凝土保护层厚度c=30mm，柱的净高H_n=3000mm；混凝土强度等级为C30，箍筋采用HPB235级钢筋，纵向钢筋为HRB400级钢筋；柱端轴向压力设计值$N=1200\times10^3$N，剪力设计值$V=300\times10^3$N。试求该截面所需箍筋数量。

〖解〗① 已知条件：由于混凝土保护层厚度c=30mm，故a_s=40mm，则

$$h_0=h-a_s=600-40=560\,\text{mm}$$

由附录2附表2-1和附表2-3得，C30混凝土的f_c=14.3N/mm^2，f_t=1.43N/mm^2，β_c=1；HRB400

钢筋的f_y=360N/mm^2，HPB235钢筋的f_y=210N/mm^2。（即f_{yv}=210N/mm^2）

② 验算截面尺寸

$$h_w = h_0 = 560\ \text{mm}$$

$$h_w / b = 560/400 = 1.4 < 4$$

$$0.25\beta_c f_c b h_0 = 0.25 \times 1 \times 14.3 \times 400 \times 560 = 800.800 \times 10^3\ \text{N}$$
$$> V = 300.000 \times 10^3\ \text{N}$$

截面尺寸符合要求。

③ 验算截面是否需按计算配置箍筋

$$0.3 f_c A = 0.3 \times 14.3 \times 400 \times 600 = 1029.600 \times 10^3\ \text{N}$$
$$< V = 1200.000 \times 10^3\ \text{N}$$

考虑轴向压力对构件抗剪影响时，N的取值为1029.600×10^{3}N。

$$\lambda = \frac{H_n}{2h_0} = \frac{3000}{2 \times 560} = 2.6786$$

$$\frac{1.75}{\lambda + 1} f_t b h_0 + 0.07N = \frac{1.75}{2.6786 + 1} \times 1.43 \times 400 \times 560 + 0.07 \times 1029.600 \times 10^3$$
$$= 224.456 \times 10^3\ \text{N} < V = 300.000 \times 10^3\ \text{N}$$

故需要按计算配置箍筋。

④ 所需腹筋计算

在求解过程中，令构件的抗剪承载力V_u等于该截面的剪力设计值V，由式（7-102）

$$\frac{A_{sv}}{s} = \frac{V - \dfrac{1.75}{\lambda + 1.0} f_t b h_0 - 0.07N}{f_{yv} h_0}$$
$$= \frac{300.000 \times 10^3 - 224.456 \times 10^3}{210 \times 560} = 0.6424$$

采用ϕ8@150的双肢箍筋（A_{sv}=2×50.3mm^2）

$$\frac{A_{sv}}{s} = \frac{nA_{sv1}}{s} = \frac{2 \times 50.3}{150} = 0.6707 > 0.6424$$

满足要求。

【例7-13】已知某钢筋混凝土矩形截面偏心受拉构件，截面尺寸，b=200mm，h=300mm，混凝土保护层厚度c=25mm；混凝土强度等级为C30，箍筋采用HPB235级钢筋，纵向钢筋为HRB335级钢筋；轴向拉力设计值N=50×10^{3}N，由跨中集中荷载产生的剪力设计值V=100×10^{3}N，其剪跨长度为a=1500mm。试求该截面所需箍筋数量。

〖解〗① 已知条件：由于混凝土保护层厚度c=25mm，故a_s=35mm，则

$$h_0 = h - a_s = 300 - 35 = 265\ \text{mm}$$

由附录2附表2-1和附表2-3得，C30混凝土的f_c=14.3N/mm^2，f_t=1.43N/mm^2，β_c=1；HRB335钢筋的f_y=300N/mm^2，HPB235钢筋的f_y=210N/mm^2。（即f_{yv}=210N/mm^2）

② 验算截面尺寸

$$\lambda=\frac{a}{h_0}=\frac{1500}{265}=5.6604>3\text{，取 }\lambda=3$$

$$0.25\beta_c f_c bh_0=0.25\times1\times14.3\times200\times265=189.475\times10^3\,\text{N}$$
$$>V=100.000\times10^3\,\text{N}$$

截面尺寸符合要求。

③ 所需腹筋计算

在求解过程中，令构件的抗剪承载力V_u等于该截面的剪力设计值V，由式（7-105）

$$\frac{A_{sv}}{s}=\frac{V-\dfrac{1.75}{\lambda+1.0}f_t bh_0+0.2N}{f_{yv}h_0}$$
$$=\frac{100.000\times10^3-\dfrac{1.75}{3+1.0}\times1.43\times200\times265+0.2\times50.000\times10^3}{210\times265}=1.3808$$

采用ϕ10@110的双肢箍筋（A_{sv}=2×78.5mm^2）

$$\frac{A_{sv}}{s}=\frac{nA_{sv1}}{s}=\frac{2\times78.5}{110}=1.4273>1.3808$$

$$\frac{1.75}{\lambda+1.0}f_t bh_0+f_{yv}\cdot\frac{A_{sv}}{s}\cdot h_0-0.2N$$
$$=\frac{1.75}{3+1.0}\times1.43\times200\times265+210\times265\times1.4273-0.2\times50.000\times10^3$$
$$=102.587\times10^3\ \text{N}>f_{yv}\cdot\frac{A_{sv}}{s}\cdot h_0=79.429\times10^3\ \text{N}$$

$$f_{yv}\cdot\frac{A_{sv}}{s}\cdot h_0=79.429\times10^3\ \text{N}$$
$$>0.36f_t bh_0=0.36\times1.43\times200\times265=27.284\times10^3\ \text{N}$$

满足要求。

7.6 偏心受力构件的构造要求

偏心受力构件除满足承载力计算要求外，还应满足相应的构造要求。偏心受力构件除了应满足轴心受力构件的一些构造要求（见第4.2.5节）外，还应满足受弯构件的某些构造要求规定（见第5.4.1节），以上两节未涉及的一些构造规定可参阅《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）。

思 考 题

7.1 简述偏心受压短柱的破坏形态。

7.2 偏心受压短柱和长柱的承载力有什么不同？计算时如何考虑？

7.3 说明偏心距增大系数η的物理意义？影响η的主要因素有哪些？η同轴心受压构件中φ有什么异同？

7.4 偏心受压构件截面大、小偏心受压破坏的本质区别是什么？其判别条件是什么？

7.5 偏心受拉构件截面大、小偏心受压破坏的本质区别是什么？其判别条件是什么？

7.6 在什么条件下可以用$\eta e_i > 0.3h_0$（或$\eta e_i \leqslant 0.3h_0$）来判断偏心受压构件的大小偏心受压情况？

7.7 在什么情况下需要对偏心受压构件的远离压力一侧的混凝土先被压坏的情况进行验算？在验算时，偏心距增大系数η和初始偏心距e_i如何取值？

7.8 在什么情况下需要对偏心受压构件进行垂直于弯矩方向截面的承载能力验算？如何验算？

7.9 偏心距的变化对偏心受压构件的承载力有何影响？

7.10 在进行偏心受压构件截面设计时，若A'_s和A_s均为未知时，一般情况下，对于大偏心和小偏心情况分别需要补充什么条件，可以使得截面的纵筋总量最少，为什么？

7.11 说明偏心受力N_u-M_u关系曲线的特点。

7.12 如何确定偏心受压构件截面发生界限破坏时的偏心距？影响该偏心距的主要因素有哪些？

7.13 分别说明轴向拉力和轴向压力对偏心受力构件斜截面抗剪承载力的影响；在偏心受力构件设计时又是如何考虑轴向力对其斜截面抗剪承载力影响的？

7.14 双向偏心受压构件钢筋在截面上应如何布置？在均匀对称配筋构件截面上，各钢筋的应力应如何取值和计算？

7.15 工程中哪些结构构件属于双向偏心受压构件，简述双向偏心受压构件直接计算方法的要点。

习 题

7.1 已知矩形截面柱$b\times h$=400mm×500mm，混凝土保护层厚度c=30mm，柱的计算长度l_0=7000mm；轴向力设计值$N=2200\times10^3$N，弯矩设计值$M=200\times10^6$N·mm；采用C30混凝土和HRB400级纵向钢筋，且纵向钢筋对称配置。求纵向受力钢筋A'_s、A_s。

7.2 已知条件同题7.1，但$N=2700\times10^3$N，$M=150\times10^6$N·mm，求对称配筋时，纵向受力钢筋A'_s、A_s。

7.3 矩形截面柱$b\times h$=400mm×600mm，混凝土保护层厚度c=30mm，计算长度l_0=10000mm，轴向力设计值$N=1000\times10^3$N，弯矩设计值$M=300\times10^6$N·mm，采用C30混凝土和HRB400级纵向钢筋，已配有4根直径为22mm（A'_s=1520mm^2）的纵向受压钢筋，求所需受拉钢筋A_s。

7.4 已知矩形截面柱$b\times h$=300mm×600mm，混凝土保护层厚度c=30mm，计算长度l_0=4800mm；轴向力设计值$N=800\times10^3$N，弯矩设计值$M=350\times10^6$N·mm，采用C30混凝土和HRB335级纵向钢筋，分别按对称配筋和非对称配筋方式，求纵向受力钢筋A'_s、A_s，并对计

算结果进行比较。

7.5 已知条件同题7.4，但轴向力设计值N=3000×10^3N，弯矩设计值M=150×10^6N·mm，分别按对称配筋和非对称配筋方式，求纵向受力钢筋A'_s、A_s，并对计算结果进行比较。

7.6 已知柱截面尺寸b×h=300mm×500mm，混凝土保护层厚度c=30mm，计算长度l_0=6000mm；采用C30混凝土和HRB400级纵向钢筋，已配有4根直径为20mm（A'_s=1257mm^2）的纵向受压钢筋和4根直径为22mm（A_s=1520mm^2）的纵向受拉钢筋。求当e_0=300mm 时，柱截面承受的轴向力N_u及弯矩M_u。

7.7 已知条件同题7.6，但是求当e_0=80mm时，柱截面承受的轴向力N_u及弯矩M_u。

7.8 工字形截面柱截面尺寸b×h=100mm×1000mm，b'_f=b_f=500mm，h'_f=h_f=120mm，混凝土保护层厚度c=25mm，柱的计算长度l_0=11000mm；轴向力设计值N=1750×10^3N，弯矩设计值M=750×10^6N·mm。采用C30混凝土和HRB400级纵向钢筋。分别按最小配筋量和对称配筋，求纵向受力钢筋A'_s、A_s。

7.9 某对称配筋矩形截面偏心受压柱，b×h=300mm×450mm，混凝土保护层厚度c=25mm，柱的计算长度l_0=3600mm；采用C30混凝土和HRB400级纵向钢筋，该柱的控制截面中作用有以下两组设计内力：第一组N=565×10^3N，M=155×10^6N·mm；第二组N=320×10^3N，M=145×10^6N·mm。求纵向受力钢筋A'_s、A_s。

7.10 某钢筋混凝土偏心受拉构件，b×h=200mm×350mm，a_s=a'_s=35mm，承受纵向拉力设计值N=500×10^3N，弯矩设计值M=110×10^6N·mm，采用C30混凝土和HRB335级钢筋，求所需钢筋A_s及A'_s。

7.11 某矩形水池，池壁厚为300mm，a_s=a'_s=35mm，混凝土强度等级为C30，纵筋为HRB335级，由内力计算池壁某垂直截面中每米宽度上的弯矩设计值为M=200×10^6N·mm（使池壁内侧受拉），相应的每米宽度上的轴向拉力设计值N=300×10^3N。试确定垂直截面中沿池壁内侧和外侧所需钢筋A_s及A'_s的数量。

7.12 已知某钢筋混凝土矩形截面偏心受压框架柱，截面尺寸b×h =400mm×600mm，混凝土保护层厚度c=30mm，柱的净高H_n=3000mm；混凝土强度等级为C30，箍筋采用HPB235级钢筋，纵向钢筋为HRB400级钢筋；柱端轴向压力设计值N=1200×10^3N，弯矩设计值M=350×10^6N·mm，剪力设计值V=300×10^3N。试求该截面所需纵筋及箍筋数量。

7.13 已知某钢筋混凝土矩形截面偏心受拉构件，截面尺寸b×h=200mm×300mm，混凝土保护层厚度c=30mm；混凝土强度等级为C30，箍筋采用HPB235级钢筋，纵向钢筋为HRB335级钢筋；某截面轴向拉力设计值N=40×10^3N，弯矩设计值M=90×10^6N·mm，由跨中集中荷载产生的剪力设计值V=100×10^3N，其剪跨长度为a=1000mm。试求该截面所需纵筋及箍筋数量。