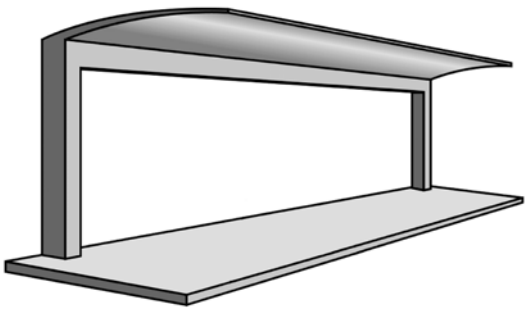
第 8 章 受扭构件承载力的计算

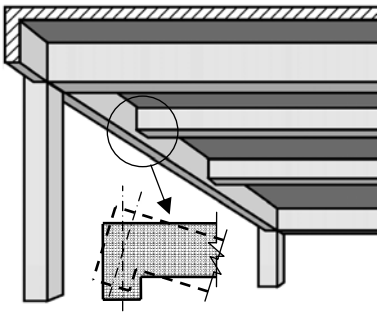
扭转是结构构件受力的基本形式之一，构件受到扭矩作用，其应力状态是三维。而在建筑结构中，受到扭矩作用的构件很多，但处于纯扭作用的很少，常有其他内力同时作用。例如，混凝土结构中的雨篷梁、曲梁、吊车梁、螺旋楼梯以及框架边梁等，都是处于弯矩、剪力和扭矩或压力、弯矩、剪力和扭矩共同作用下的复合受力状态，其受力性能更加复杂。随着高强材料的应用、设计计算方法的不断完善以及扭转效应显著的结构构件的应用，在设计中如何考虑扭矩作用效应，保证结构安全并满足使用功能要求，已成为工程界密切关注的问题。

8.1 平衡扭转与协调扭转

钢筋混凝土构件受扭可以分为平衡扭转与协调扭转两大类。若构件中的扭矩由荷载直接引起，其值可由平衡条件直接求出，此类扭转称为平衡扭转。例如支承悬臂板的梁，如图 8.1a 的雨篷梁，在雨篷板荷载作用下，雨篷梁中产生扭矩。由于雨篷梁、板是静定结构，不会由于塑性变形而引起构件内力重分布。在受扭过程中，雨篷梁承受扭矩的数值不发生变化。若扭矩是由相邻构件的位移受到该构件约束而引起，其扭矩值需结合变形协调条件才能求得，这类扭转称为协调扭转，也称为附加扭转。例如框架中的边梁，如图 8.1b，边梁受到次梁负弯矩作用引起扭转，在边梁中产生扭矩。由于框架边梁及楼面梁为超静定结构，边梁的扭矩值与楼面梁弯矩以及边梁和楼面梁刚度有关。边梁及楼面梁混凝土开裂后，边梁的抗扭刚度及楼面梁的抗弯刚度将发生显著变化，边梁及楼面梁将产生塑性变形而引起内力重分布，楼面梁支座处负弯矩值减小，而其跨内弯矩值增大，框架边梁所承担的扭矩随之减小。



（a）雨篷梁



（b）现浇框架边梁

图8.1 受扭构件实例

对于平衡扭转，构件必须提供足够的抗扭承载力，否则将导致结构构件破坏或结构倒塌。对于这种情况，则必须遵守《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）规定，按承载能力极限状态要求进行计算。

本章介绍的钢筋混凝土构件的抗扭性能和抗扭承载力计算公式，主要是针对平衡扭转。对于协调扭矩，则在受力过程中，因混凝土及钢筋的非线性性能，尤其是混凝土的开裂和钢筋的屈服，会引起内力重分布，协调扭转的大小和各受力阶段的构件刚度比有关，不是定值。对协调扭矩过去常不进行专门计算，仅仅适当增配若干抗扭构造钢筋进行处理。《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）则对协调扭转作了规定，规定在进行内力计算时，可考虑因构件初裂后扭转刚度降低而产生的内力重分布，将按弹性分析得出的扭矩乘以适宜的调幅系数。经调幅后的扭矩，应按《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）的抗扭承载力计

算公式进行计算，确定所需的抗扭纵筋和箍筋，并满足有关配筋的构造要求。由于协调扭转问题的复杂性，至今仍没有比较完善的设计方法。因此，《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）允许，当有充分依据或工程经验时，亦可采用其他设计方法。例如，可采用零刚度设计法，即假设前述边梁的抗扭刚度为零，从而扭矩取为零进行设计。但为了保证该梁有足够的延性并控制其裂缝宽度，须按《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）要求配置足够数量的抗扭构造钢筋。

8.2 受扭构件的弹性解和塑性解

理想弹性圆形截面构件承受纯扭矩 T_e（其他内力为零）是最简单的受扭状态。试验和理论分析都证明，构件受扭后，截面仍保持平面，正应力（σ）为零，剪应力在圆心为零，其值沿半径线性分布，即剪应力大小和圆心的距离成正比（图 8.2a），其截面应力表达式为：

$$\tau = \frac{T_e r}{I_0} \tag{8-1}$$

式中，$I_0=\pi R^4/2$——截面的极惯性矩；

R——截面半径；

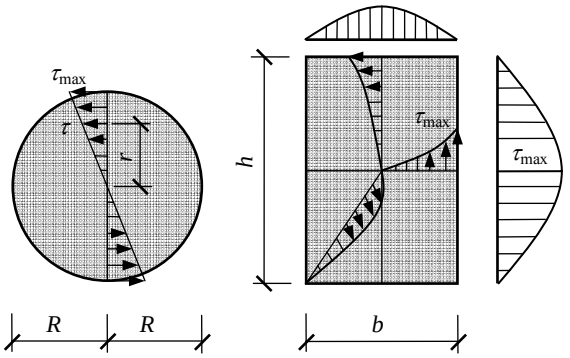
r——截面内任意一点至圆心的距离。

最大剪应力发生在圆柱表面，其值为

$$\tau_{max} = \frac{T_e R}{I_0} = \frac{2T_e}{\pi R^3} \tag{8-2}$$

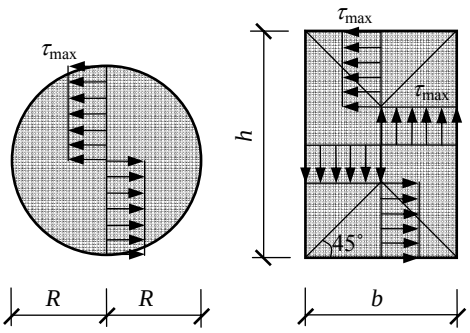
则

$$T_e = \frac{\pi R^3}{2}\tau_{max} = W_{te}\tau_{max} \tag{8-3}$$



(a) 圆形截面　　(b) 矩形截面

图 8.2 纯扭构件的弹性应力分析



(a) 圆形截面　　(b) 矩形截面

图 8.3 纯扭构件的理想塑性应力分析

理想弹性矩形截面构件在纯扭矩 T_e 作用下，截面发生翘曲，不再保持平面。若受有约束，截面上还存在正应力。截面的剪应力也不是线性分布，形心和四角处剪应力为零，最大剪应力发生在长边的中点，如图 8.2b，其值为：

$$\tau_{max} = \frac{T_e}{\alpha_e b^2 h} = \frac{T_e}{W_{te}} \tag{8-4}$$

则 $$T_e = \alpha_e b^2 h \tau_{max} = W_{te} \tau_{max} \quad (8\text{-}5)$$

式中，W_{te}——截面的抗扭弹性抵抗矩，圆形截面$W_{te} = \frac{1}{2}\pi R^3$，矩形截面$W_{te} = \alpha_e b^2 h$；

α_e——矩形截面抗扭弹性抵抗矩系数，α_e 取决于截面的边长比（h/b）见表 8-1 和图 8.4a。

表 8-1 矩形截面的抗扭抵抗矩系数

h/b	1.0	1.2	1.5	1.6	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0	6.0	10.0	∞
α_e	0.208	0.219	0.231	0.234	0.245	0.258	0.267	0.282	0.291	0.298	0.312	0.333
α_p	0.333	0.361	0.389	0.396	0.417	0.433	0.444	0.458	0.467	0.472	0.483	0.500
T_e/T_p	0.624	0.608	0.593	0.591	0.589	0.595	0.602	0.615	0.624	0.631	0.646	0.667

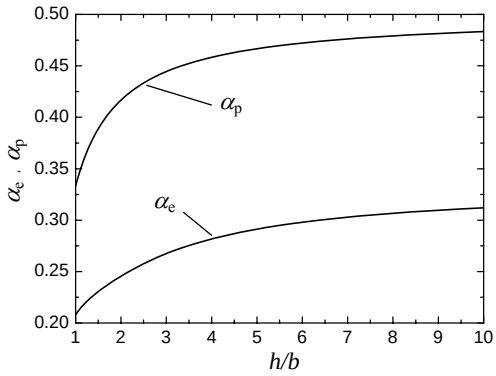


图 8.4 抗扭抵抗矩系数与边长比的关系

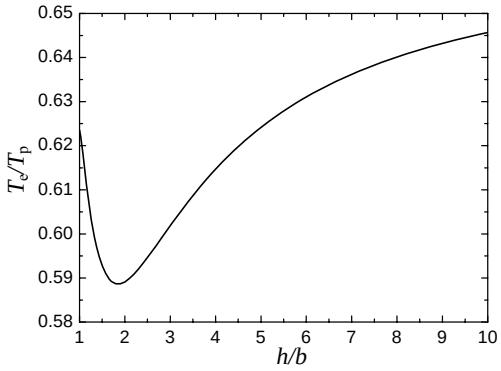


图 8.5 抗扭抵抗矩比与边长比的关系

理想塑性材料受扭构件，只有当截面上的应力全部达到材料的极限强度（其值与表面最大剪应力相等）时，才达到构件的极限扭矩 T_p。圆形和矩形截面的极限剪应力分布如图 8.3a，截面的极限扭矩分别为：

圆形截面

$$T_p = \frac{2}{3}\pi R^3 \tau_{max} = W_t \tau_{max} \quad (8\text{-}6)$$

矩形截面 $$T_p = \frac{1}{6} b^2 (3h - b) \tau_{max} = W_t \tau_{max} \quad (8\text{-}7)$$

式中，W_t——截面的抗扭塑性抵抗矩，圆形截面$W_t = \frac{2}{3}\pi R^3$，矩形截面

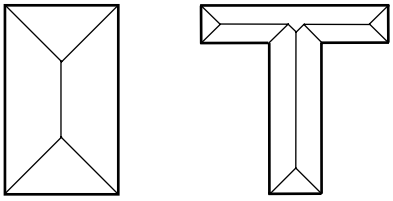
$$W_t = \frac{1}{6} b^2 (3h - b) = \alpha_p b^2 h；$$

α_p——矩形截面抗扭塑性抵抗矩系数，$\alpha_p = \frac{1}{6}\left(3 - \frac{b}{h}\right) = \frac{1}{2} - \frac{b}{6h}$，取决于截面的边长比（$h/b$）见表 8-1 和图 8.4a。

截面相同的构件，按照弹性和塑性理论计算，其极限扭矩或抗扭抵抗矩的比值（$T_e/T_p=\alpha_e/\alpha_p$），对于圆形截面为 0.75；对于矩形截面则与边长比有关，最小值约为 0.589，最大值为 2/3；正方形截面为 0.624，如图 8.5。其物理意义与混凝土受弯构件的截面抵抗矩塑性系数相类似。

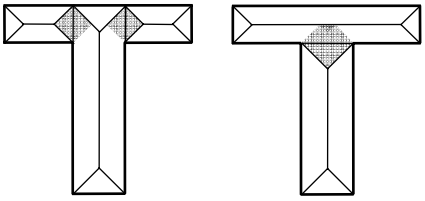
塑性理论已给出理想塑性材料纯扭构件极限扭矩值的解析解，同时还建议，可采用简便、

实用的堆砂模拟法确定其极限扭矩值，如图 8.6。堆砂模拟法求塑性极限扭矩值的方法为：制作一个与构件截面形状相同的平面，用松散的干燥细砂从其上均匀地撒下，直至砂粒从四周滚落，不能再往上堆积为止，砂堆的倾斜率（$\tan\theta$）为塑性极限剪应力（$\tau_{\max}$），则此砂堆



（a）　　（b）

图 8.6 极限扭矩的堆砂模拟法求解
（a）矩形截面；（b）T 形截面



（a）　　（b）

图 8.7　T 形截面堆砂模拟法的近似
（a）划分方法 1；（b）划分方法 2

体积 V 的 2 倍等于构件塑性极限扭矩，即

$$T_{\mathrm{p}} = 2V \tag{8-8}$$

工程中常用的矩形组合截面，都可以用堆砂模拟法计算塑性极限扭矩（图 8.6）。在结构设计中，对于复杂形状截面还可采用近似方法进行计算，将截面看作由若干个矩形块（$b_i \times h_i$）组合而成（图 8.7），分别计算每块矩形的塑性极限扭矩（$2V_i$），叠加后即为组合截面总的近似值，即：

$$T_{\mathrm{p}} = 2\sum_{i}^{n} V_i \tag{8-9}$$

比较图 8.7 和图 8.6b 可看出，此近似值和精确解的差别只在于图 8.7 中的阴影部分。不同的截面划分方法所得的体积值不同（图 8.7a 和图 8.7b），但它们均小于精确解，即按近似方法求出的塑性极限扭矩小于精确解的值，故按此近似法计算极限扭矩的结果偏于安全。对于截面形状复杂的构件，划分矩形块时，应选取使所求沙堆总体积最大值的划分。这样可以使求出的塑性极限扭矩尽量接近其精确解。一般的做法是，首先满足截面上较宽部分的完整性。但对于封闭的箱形截面构件的塑性极限扭矩，不能用式（8-9）进行近似计算。

当箱形截面壁厚 $t \geqslant b/4$ 时，因为截面内部的面积、剪应力值和力臂都小，抗扭能力有限，其抗扭承载力与实心截面基本相同，可按实心截面（$b \times h$）计算构件的抗扭抵抗矩和极限扭矩。若截面壁厚太薄（$t \leqslant b/10$）时，易发生壁板屈曲，工程中不宜采用。当截面壁厚为 $b/10 \leqslant t \leqslant b/4$ 时，可按全截面（$b \times h$）和空心面积（$b_{\mathrm{h}} \times h_{\mathrm{h}}$）分别代入式（8-8）计算塑性抗扭抵抗矩，则箱形截面的塑性抗扭抵抗矩为两者之差。

8.3 混凝土纯扭构件的承载力

8.3.1 素混凝土构件

矩形截面是钢筋混凝土结构中最常见的构件截面形式。一个素混凝土矩形截面构件承受扭矩 T 的作用（图 8.8），在加载的初始阶段，可以近似认为构件处于弹性状态，最大剪应力发生在截面长边中点。根据剪应力成对产生的原则，且忽略截面上正应力，最大主拉应力也发生在截面长边中点，与纵轴成 45°角。

随着扭矩增大，剪应力随之增加，出现少量塑性变形，截面剪应力图形趋于饱满。当主拉应力值达到混凝土抗拉强度时，构件首先在长边中点附近出现斜裂缝，其方向垂直于主拉应力方向。随即，斜裂缝两端同时沿 45°方向延伸，并转向短边侧面。三个侧面的裂缝贯通

后，沿第四个侧面（长边）撕裂，形成翘曲的扭转破坏面（图 8.8 中的阴影），构件断成两截。试件断口的混凝土形状清晰、整齐，与混凝土受拉破坏断口特征相似，其他位置一般不再发生裂缝。构件的极限扭矩 T_u 等于或稍大于开裂扭矩 T_{cr}。

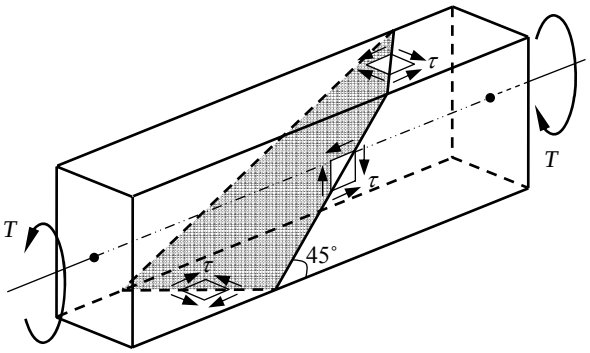


图 8.8 素混凝土构件受扭

根据国内外试验资料的分析结果，素混凝土矩形截面梁的极限扭矩为

$$T_u = (0.7 \sim 0.8) W_t f_t \tag{8-10}$$

其值大于弹性计算值 T_e=（0.589～0.667）$W_t f_t$，而又小于塑性计算值 T_p= $W_t f_t$。这主要是因为，混凝土既非弹性材料，又非理想的塑性材料，混凝土构件受扭破坏之前，破坏截面混凝土的剪应力不可能像理想塑性材料那样，全部达到混凝土抗拉强度 f_t。截面受扭破坏时，混凝土有一定塑性变形发展，但并不充分。其塑性变形发展程度与混凝土强度等级有关，高强度等级混凝土的脆性显著，塑性发展程度低。所以，对于高强度等级混凝土式（8-10）相应系数取低值，而强度等级较低混凝土相应系数取高值。此外，非圆形截面，即使在纯扭受力时，构件截面也存在轴向压应力，混凝土处于拉-压复合应力状态，其抗拉强度略低于单轴抗拉强度 f_t。

即使对于配有钢筋的受扭构件，由于混凝土极限拉应变很小，混凝土出现裂缝时，混凝土内钢筋应力很小，钢筋对开裂扭矩影响不大，在进行开裂扭矩计算时可忽略钢筋的影响按素混凝土构件计算。方便起见，开裂扭矩可近似按理想塑性材料的应力分布图形进行计算，但混凝土的抗拉强度应适当降低。试验表明，高强度混凝土降低系数约为 0.7；低强度混凝土降低系数接近 0.8。为统一计算公式，并满足一定的可靠度要求，统一取混凝土抗拉强度降低系数为 0.7，故开裂扭矩计算公式为：

$$T_{cr} = 0.7 W_t f_t \tag{8-11}$$

式中，f_t 为混凝土抗拉强度设计值；W_t 为受扭构件截面的抗扭塑性抵抗矩。对于矩形截面，按式（8-7）计算。

8.3.2 有腹筋受扭构件

由于混凝土极限拉应变很小，素混凝土构件一旦出现斜裂缝就立即发生破坏，承受的扭矩很低，为了提高构件的抗扭承载力，需要同时配置沿截面周边均匀布置的纵筋和沿构件轴线分布的横向箍筋。这种配置有抗扭箍筋和抗扭纵筋的构件称有腹筋受扭构件。若构件配筋适当，不但其抗扭承载力有显著的提高，且破坏时还具有较好的延性。

配有腹筋的受扭构件，在混凝土受扭裂缝出现前，钢筋应力很低，对构件影响很小。混凝土开裂前，配有腹筋受扭构件的力学特性与素混凝土受扭构件的力学特性基本相同。裂缝出现后，受拉混凝土退出工作，扭矩主要由腹筋和受压混凝土承担，此时配有腹筋受扭构件与素混凝土受扭构件的力学性能明显不同。不同配筋量纯扭混凝土构件的扭矩 T 与扭转角 θ

的关系曲线如图 8.9 所示。

扭矩很小时，构件扭转变形很小，可以近似认为构件处于弹性状态，扭转角与扭矩成比例增大。当截面长边（侧面）中点混凝土的主拉应力达到其抗拉强度后，出现 45°方向斜裂缝，裂缝处混凝土退出工作，与裂缝相交的箍筋和纵筋的拉应力突然增大，扭转角迅速增加，在扭矩-扭转角（T-θ）曲线上出现转折，甚至形成一个平台。

继续加大扭矩，斜裂缝数量增多，形成间距大约相等的平行裂缝，并逐渐加宽，延伸至构件的各个侧面，形成多重螺旋状表面裂缝，如图 8.10。同时，裂缝从表面深入混凝土内部，外层混凝土退出工作，箍筋和纵筋承担更大比例的扭矩，应力增长快，扭转角的增大加快，构件抗扭刚度逐渐下降。

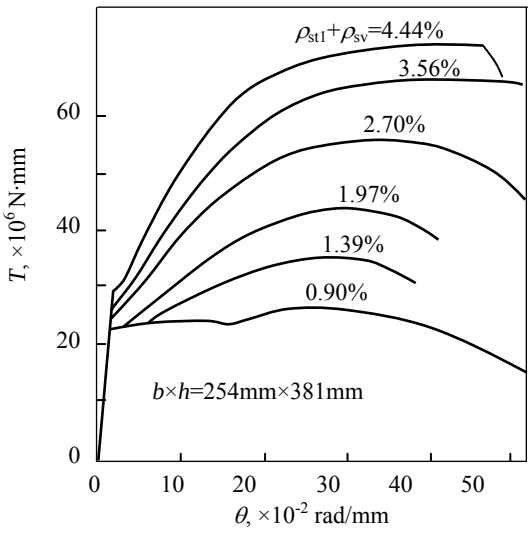


图 8.9 不同配筋量的 T-θ曲线

当与斜裂缝相交的一些箍筋和纵筋达到屈服强度时，裂缝增宽加快，相邻的箍筋和纵筋也随之屈服，截面上更多的外层混凝土退出工作，构件刚度进一步降低，扭转角加快发展，T-θ曲线渐趋平缓。斜裂缝中的一条会成为临界斜裂缝，其宽度超过其他裂缝，与之相交的箍筋和纵筋相继屈服，扭矩不再增大，扭转角继续增大，T-θ曲线水平，达到构件的极限扭矩 T_u。此后，斜裂缝发展更宽，外层更多混凝土退出工作，形成 T-θ曲线的下降段。增大配筋数量，构件的开裂扭矩值 T_{cr} 增加很小，但对构件的极限扭矩 T_u 和抗扭刚度增加显著，同时还可缩短扭矩-扭转角曲线上的平台。钢筋混凝土纯扭构件最终形成三面螺旋形受拉裂缝和一面（截面长边）受压的斜扭破坏面，图 8.10 中阴影所示。受扭构件中由扭矩产生的拉力由纵筋和箍筋共同承担（图 8.11a），若受扭构件内配置的箍筋和纵筋的数量适当，破坏时，腹筋（包括纵筋和箍筋）均屈服后，受压混凝土破坏。这类受扭构件称为适筋受扭构件。

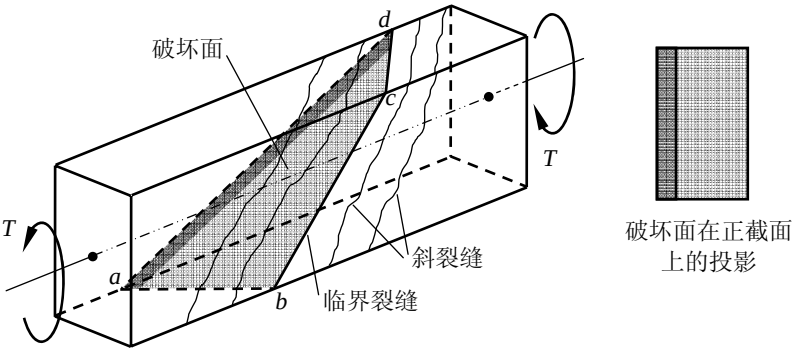


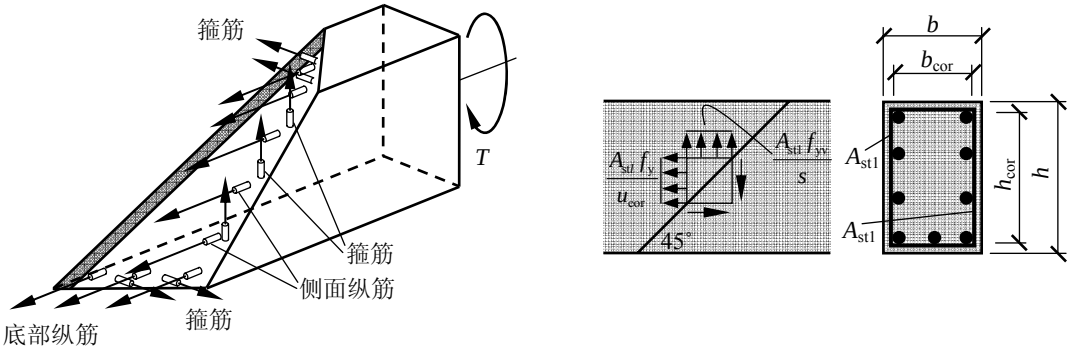
图 8.10 有腹筋混凝土构件受扭破坏面

如果箍筋和纵筋配置数量不当，受扭构件可能会出现少筋、超筋和部分超筋等不利破坏现象：

① 受扭构件少筋破坏——若构件中配置的箍筋和纵筋过少，构件的极限扭矩 T_u 小于其开裂扭矩 T_{cr}。构件在扭矩作用下形成斜裂缝后，混凝土退出工作，箍筋和纵筋也同时被拉断，构件发生脆性扭断破坏。混凝土受扭构件的这种破坏形式称为少筋破坏。一般设计规范都要求对受扭构件配置最低数量的抗扭钢筋，以防止构件发生少筋破坏。

② 受扭构件超筋破坏——若构件中配置的箍筋和纵筋过多，随着扭矩增大，裂缝的开

展和钢筋应力增长缓慢，受压混凝土的主压应力达到其抗压强度引起构件破坏时，箍筋和纵筋应力均低于钢筋的屈服强度。混凝土受扭构件的这种破坏形式称为超筋破坏。超筋构件破坏时，扭转变形小，属脆性破坏。设计中应增大截面尺寸或提高混凝土强度，以防止构件发生超筋破坏。



（a）　　（b）

图 8.11 受扭构件受拉腹筋的内力

（a）受拉箍筋和纵向钢筋的内力；（b）箍筋和纵筋的单位强度

③ 受扭构件部分超筋破坏——在扭矩作用下，尽管构件中纵向钢筋与横向箍筋拉力的作用方向不同（图 8.11a），但构件内部的抗扭拉力必须由纵筋和箍筋共同承担，缺一不可（图 8.11b）。二者单位长度的强度比为

$$\zeta=\frac{A_{stl}f_y/u_{cor}}{A_{st1}f_{yv}/s}=\frac{A_{stl}f_y s}{A_{st1}f_{yv}u_{cor}} \tag{8-12}$$

式中，A_{stl}，f_y——沿截面周边对称布置的纵筋总面积及其屈服强度；

A_{st1}，f_{yv}——抗扭箍筋的单肢截面面积及其屈服强度；

s——箍筋间距；

$u_{cor}=2(b_{cor}+h_{cor})$——截面核心部分的周长，我国《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）规定 b_{cor} 和 h_{cor} 取为箍筋内表面的距离。

试验证明，在ζ=0.6~1.7 范围内，受扭构件破坏时，纵向钢筋和箍筋均已屈服，构件为适筋破坏，材料充分发挥强度，构件延性好。但是，若纵筋量太少（$\zeta<0.6$）时，箍筋不能充分发挥作用；或者箍筋量太少（$\zeta>1.7$）时，纵筋不能充分利用。试验还表明，不设箍筋，即使构件配有足够多的纵筋，其极限扭矩比相应的素混凝土梁仅略有提高（提高值小于 15％）。钢筋混凝土受扭构件破坏时，抗扭纵向钢筋屈服而抗扭箍筋不屈服，或抗扭纵向钢筋不屈服而抗扭箍筋屈服，这两种破坏形式统称为部分超筋破坏。设计时应使纵筋和箍筋用量有恰当的比例，以防止构件发生部分超筋破坏。

8.3.3 纯扭构件的抗扭承载力计算公式

1. 矩形截面纯扭构件承载力计算

构件在扭矩作用下处于三维应力状态，且平截面假定不再适用，准确的理论计算难度大。目前，工程中受扭构件的设计主要采用基于试验结果的经验公式，或者根据简化力学模型推导的近似计算式。受扭计算的理论或模型很多，主要有空间桁架模型和斜弯破坏理论。

我国《混凝土结构设计规范》采用以变角度空间桁架模型为基础的钢筋混凝土抗扭承载力的计算方法，而《公路桥梁规范》采用以斜弯破坏理论（扭曲破坏面极限平衡理论）为基础的计算方法。变角度空间桁架模型是 P. Lampert 和 B. Thürlimann 在 E. Raüsch 等提出的 45°空间桁架模型基础上的改进和发展于 1968 年提出来的；扭曲破坏面极限平衡理论在 1958

年最早由原苏联学者提出并推导出了相应的计算公式，以后又经改进和补充。在一定的假设条件下，按斜弯破坏理论得出的极限扭矩计算式与变角度空间桁架理论扭矩计算式完全相同。所以，下面主要介绍变角度空间桁架模型。

构件受扭时，截面周围的扭转变形和应力较大，而扭转中心附近的扭转变形和应力较小。若忽略截面中间部分混凝土的抗扭作用，假想将该部分混凝土挖去，从而把实心的钢筋混凝土受扭构件假想为一箱形截面构件。构件内配置箍筋和纵筋数量适当的适筋受扭构件，受扭破坏时，受拉裂缝充分发展且与裂缝相交的钢筋应力达到其屈服强度，形成一个由具有螺旋形裂缝的混凝土外壳、纵筋和箍筋共同组成的空间桁架。纵筋为空间桁架的弦杆，箍筋相当于竖杆，而缝间混凝土只承受压力相当于空间桁架的斜腹杆。假定桁架结点为铰接，不考虑裂缝面上的骨料咬合力和钢筋的销栓作用。在每一个结点处，混凝土的斜向压力由纵筋及箍筋中的拉力所平衡。斜压杆与构件轴心的倾角为φ，一般不一定为 45°，它与纵筋与箍筋的强度比值ζ有关，如图 8.12。

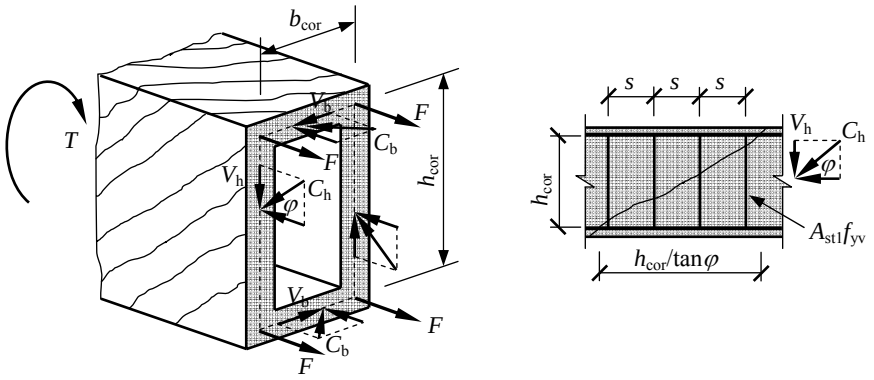


图 8.12 变角度空间桁架模型

设作用在箱形截面长边和短边上的总压力分别为 C_h 和 C_b，与构件轴线垂直的分量分别为剪力 V_h 及 V_b，它们对构件轴线取矩，可得：

$$T = V_h b_{cor} + V_b h_{cor} \tag{8-13}$$

$$\left.\begin{aligned} V_h &= C_h \sin\varphi \\ V_b &= C_b \sin\varphi \end{aligned}\right\} \tag{8-14}$$

此处，假设箱形截面壁厚远小于截面边长。假设纵筋集中于四角，每根纵筋中的拉力为 F，则由轴向力平衡

$$4F = A_{stl} f_y = \frac{2\left(V_h + V_b\right)}{\tan\varphi} \tag{8-15}$$

取节点平衡可得：

$$\left.\begin{aligned} V_h &= C_h \sin\varphi = \frac{A_{stl}}{s}\frac{h_{cor}}{\tan\varphi} f_{yv} \\ V_b &= C_b \sin\varphi = \frac{A_{stl}}{s}\frac{b_{cor}}{\tan\varphi} f_{yv} \end{aligned}\right\} \tag{8-16}$$

将式（8-16）代入式（8-15），消去 V_h，V_b 可得：

$$\tan\varphi=\sqrt{\frac{f_{yv}A_{stl}}{f_y A_{stl}}\frac{u_{cor}}{s}}=\sqrt{\frac{1}{\zeta}} \tag{8-17}$$

将式（8-16）代入式（8-13），并利用式（8-17），可得

$$T=2\sqrt{\zeta}\,\frac{f_{yv}A_{stl}A_{cor}}{s} \tag{8-18}$$

式中，ζ——纵筋与箍筋配筋强度比；

A_{cor}——截面核心面积，$A_{cor}=b_{cor}\times h_{cor}$。

上式就是按空间变角桁架模型推得的钢筋混凝土受扭构件的抗扭极限承载力计算公式，它从本质上说明了构件的极限扭矩与配筋之间的关系。在推导过程中，进行了大量的简化与假设，所以，它只能定性地说明抗扭承载力的本质。工程中受扭构件的设计，还是主要采用基于试验结果的经验公式，或根据简化力学模型推导的近似公式。我国《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）受扭构件极限承载力计算公式采用的就是半经验半理论二项叠加形式的公式。该公式由混凝土的抗扭承载力 T_c 和箍筋与纵筋的抗扭承载力 T_s 构成，即

$$T_u=T_c+T_s \tag{8-19}$$

它是基于空间变角桁架的模型分析，再根据实验数据，对其中参数进行校准后得出的。

由前述纯扭构件的空间变角桁架模型可以看出，混凝土的抗扭承载力和箍筋与纵筋的抗扭承载力相互关联，并不是彼此完全独立的变量。因此，钢筋混凝土构件的抗扭承载力尽管可以看成由混凝土的抗扭和钢筋的抗扭两部分构成，但它们应作为一个整体考虑。混凝土的抗扭承载力 T_c 可以借用 f_tW_t 作为基本变量；箍筋与纵筋的抗扭承载力 T_s，则根据空间桁架模型以及试验数据分析，选取箍筋的单肢配筋承载力 $f_{yv}A_{st1}/s$ 与核心截面部分面积 A_{cor} 的乘积作为基本变量，再用 $\sqrt{\zeta}$ 反映纵筋与箍筋的共同工作。于是，式（8-19）可进一步表达为

$$T_u=\alpha_1 f_t W_t+\alpha_2\sqrt{\zeta}\,\frac{f_{yv}A_{stl}A_{cor}}{s} \tag{8-20}$$

式中，α_1 和 α_2 为由试验确定的两个系数。

根据对大量试验数据的回归分析，矩形截面取

$$\left.\begin{aligned}\alpha_1&=0.35\\ \alpha_2&=1.2\end{aligned}\right\} \tag{8-21}$$

是试验结果的偏下限，设计中采用是偏安全的，图 8.13。第一项为混凝土对抗扭承载力的贡献，其值为开裂扭矩的一半。第二项中的 ζ 为纵筋与箍筋的配筋强度比，由试验可知，当 $0.5\leqslant\zeta\leqslant2.0$ 时，纵筋与箍筋的应力在构件受扭破坏时基本上都能达到屈服强度。为慎重起见，我国《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）建议，设计时应满足 $0.6\leqslant\zeta\leqslant1.7$。在实际工程中，常取 $\zeta=1.0\sim1.3$。配筋已给定的构件验算其

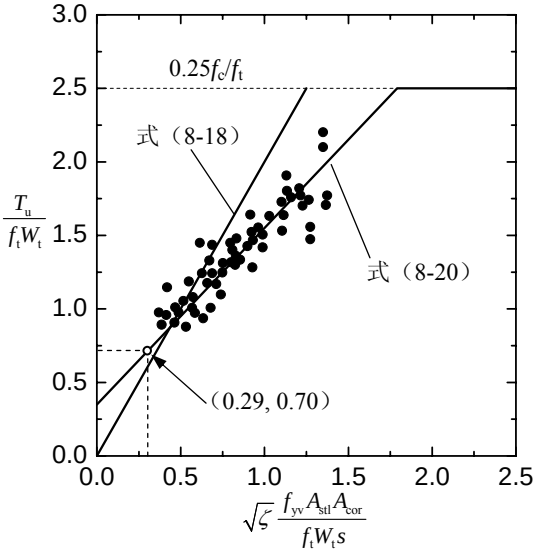


图 8.13 纯扭构件的抗扭承载力

抗扭承载力时，若ζ超过 1.7，也只能取ζ=1.7 计算。由图 8.13 可以看出，由变角空间桁架推导的公式，相当于 T_c=0 及α_2=2，其给出的计算值一般比试验值高，且截距为零。这是由于在变角空间桁架推导中，假定所有纵筋及箍筋都达到屈服，这与实际情况不符。当配筋率较高时，总有部分钢筋达不到屈服，故该公式中α_2 取等于 2 偏大，应取偏小一些的值。此外，式（8-20）直线截距不为零，反映了开裂后的混凝土仍有一定的抗扭作用，这与试验中观察到的现象一致。

我国《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）规定，矩形截面钢筋混凝土纯扭构件的抗扭承载力计算公式为

$$T \le T_u = 0.35 f_t W_t + 1.2\sqrt{\zeta}\,\frac{f_{yv} A_{stl} A_{cor}}{s} \qquad (8\text{-}22)$$

式中，T——扭矩设计值；

T_u——构件的抗扭承载力；

f_t——混凝土的抗拉强度设计值；

W_t——截面的抗扭塑性抵抗矩；

f_{yv}——箍筋的抗拉强度设计值；

A_{st1}——箍筋的单肢截面面积；

s——箍筋的间距；

A_{cor}——核心截面部分的面积，$A_{cor}=b_{cor}\times h_{cor}$；

ζ——抗扭纵筋与箍筋的配筋强度比，按式（8-12）计算；

A_{stl}——对称布置在截面中的全部抗扭纵筋的截面积；

f_y——抗扭纵筋的抗拉强度设计值；

u_{cor}——核心截面部分的周长，$u_{cor}=2(b_{cor}+h_{cor})$，$b_{cor}$ 和 h_{cor} 分别为按箍筋内表面计算的核心截面部分的短边和长边尺寸。

为避免出现部分超筋破坏，ζ应满足 $0.6\leqslant\zeta\leqslant1.7$。

为了保证受扭构件破坏时有一定延性，避免构件发生少筋破坏和超筋破坏，设计中应用式（8-22）时，构件还需满足一定的构造要求。混凝土工程结构中，大多数受扭构件属于弯剪扭共同作用下的构件，《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）给出的构造规定均是针对弯剪扭复合受力构件的，见 8.6 节。而纯扭构件是弯剪扭复合受力构件的特例，当然这些构造规定也适用于纯扭构件。通过限制截面配筋率不能小于最小配筋率，防止少筋破坏；采用控制截面尺寸不能过小的方式，防止超筋破坏。

2. T 形和工字形截面纯扭构件抗扭承载力计算

试验表明：T 形和工字形截面钢筋混凝土纯扭构件，当截面腹板宽度大于翼缘厚度时，构件的第一条斜缝出现在腹板侧面中部，其破坏形态和规律性与矩形截面纯扭构件相似。T

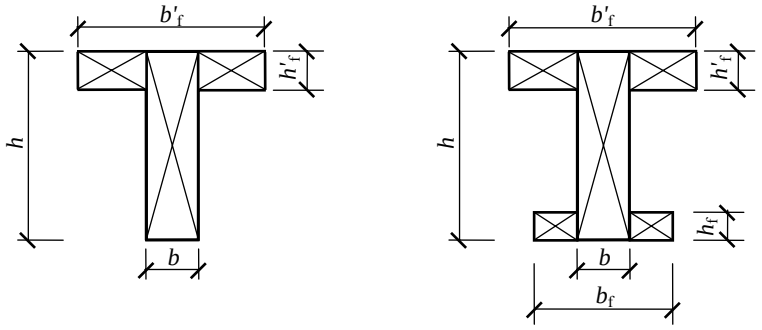


图8.14 T形和工字形截面矩形划分方法

形及工字形截面配有封闭箍筋的翼缘，构件抗扭承载力随着翼缘的悬挑宽度增加而提高，当悬挑宽度太小时（一般小于翼缘厚度），其提高效果不显著；但当悬挑长度过大时，翼缘与腹板连接处整体刚度相对减弱，翼缘扭曲变形后易于开裂，不能承受扭矩作用。《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）规定，悬挑计算宽度超出其厚度 3 倍部分，不计其抗扭作用。

T 形和工字形截面纯扭构件，可将其截面划分为几个矩形块进行配筋计算。理论上，T 形及工字形截面划分矩形块的原则是，选取使其各部分抵抗矩之和最大的划分。为了简化起见，对常用的 T 形和工形截面可按图 8.14 的方式划分矩形块。首先满足腹板截面的完整性，将截面划分为腹板、受压翼缘和受拉翼缘矩形块。各矩形块所承担的扭矩值，按其受扭塑性抵抗矩与截面总的受扭塑性抵抗矩的比值进行分配确定。各矩形块承担的扭矩即为：

（1）腹板

$$T_{\mathrm{w}}=\frac{W_{\mathrm{tw}}}{W_{\mathrm{t}}}T \tag{8-23}$$

（2）受压翼缘

$$T_{\mathrm{f}}^{'}=\frac{W_{\mathrm{tf}}^{'}}{W_{\mathrm{t}}}T \tag{8-24}$$

（3）受拉翼缘

$$T_{\mathrm{f}}=\frac{W_{\mathrm{tf}}}{W_{\mathrm{t}}}T \tag{8-25}$$

式中，T——构件所承担扭矩设计值；

T_{w}、T'_{f}、T_{f}——分别为腹板、受压翼缘、受拉翼缘矩形块所分担的扭矩设计值；

W_{t}——工字形截面的抗扭塑性抵抗矩，$W_{\mathrm{t}}=W_{\mathrm{tw}}+W'_{\mathrm{tf}}+W_{\mathrm{tf}}$；

W_{tw}、W'_{tf}、W_{tf}——分别为腹板、受压翼缘、受拉翼缘矩形块的抗扭塑性抵抗矩，按下列公式计算：

$$W_{\mathrm{tw}}=\frac{b^2}{6}\left(3h-b\right)，W_{\mathrm{tf}}^{'}=\frac{h_{\mathrm{f}}^{'2}}{2}\left(b_{\mathrm{f}}^{'}-b\right)，W_{\mathrm{tf}}=\frac{h_{\mathrm{f}}^{2}}{2}\left(b_{\mathrm{f}}-b\right)。$$

计算受扭塑性抵抗矩时取用的翼缘宽度尚应符合 $b_{\mathrm{f}}^{'}\le b+6h_{\mathrm{f}}^{'}$ 及 $b_{\mathrm{f}}\le b+6h_{\mathrm{f}}$ 的要求。

求得各矩形块承受的扭矩后，按式（8-22）计算，确定各自所需的抗扭纵向钢筋及抗扭箍筋面积，最后再统一配筋。从理论上讲，T 形截面和工字形截面整体抗扭承载力大于上述分块计算后再相加得出的承载力，试验研究的结果也已证明这一点，故设计时采用分块计算的办法偏于安全。

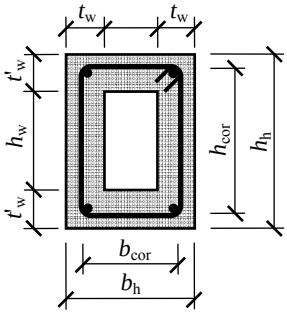


图8.15 箱形截面

3. 箱形截面钢筋混凝土纯扭构件

试验和理论研究表明，具有一定壁厚的箱形截面，图 8.15，其抗扭承载力与实心截面 $b_{\mathrm{h}}\times h_{\mathrm{h}}$ 的抗扭承载力基本相同。因此，箱形截面抗扭承载力公式是在矩形截面抗扭承载力公式（8-22）基础上，对 T_{c} 项乘以一个与壁厚有关的折减系数 α_{h} 得出的。

$$T \le 0.35\alpha_h f_t W_t + 1.2\sqrt{\zeta}\,\frac{f_{yv}A_{stl}A_{cor}}{s} \tag{8-26}$$

$$\alpha_h = \frac{2.5t_w}{b_h} \tag{8-27}$$

$$W_t = \frac{b_h^2}{6}\left(3h_h - b_h\right) - \frac{\left(b_h - 2t_w\right)^2}{6}\left[3h_w - \left(b_h - 2t_w\right)\right] \tag{8-28}$$

式中，α_h——箱形截面壁厚影响系数，当α_h＞1.0 时，取α_h=1.0；

t_w——箱形截面壁厚，其值不应小于 $b_h/7$；

h_h，b_h——箱形截面的长边和短边尺寸；

h_w——箱形截面腹板高度。

箱形截面抗扭计算公式中的ζ值仍按式（8-12）计算，且应符合 0.6≤ζ≤1.7 的要求，当ζ＞1.7 时取ζ＝1.7。

8.4 复合受扭构件的承载力计算

钢筋混凝土结构构件在弯矩、剪力和扭矩作用下，其受力状态及破坏形态十分复杂，结构的破坏形态及其承载力，既与构件所承受的荷载条件，即与扭弯比φ_m（φ_m＝T/M）和扭剪比 φ_v（φ_v＝T/Vb）有关；又与结构的内部条件，即与构件的截面形状、尺寸、配筋形式、数量和材料强度等因素有关。

8.4.1 剪-扭构件

剪力和扭矩都主要在横截面上产生剪应力（τ_V 和τ_T），但分布规律不同，弹性阶段的应力分布如图 8.16a 和 8.16b。当剪力和扭矩共同作用时，截面应力的组合使其剪应力分布更加复杂，如图 8.16c。顶面和底面处τ_V=0，剪应力由扭矩控制；τ_V 和τ_T 方向相同时，可进行代数相加，如图中的横向 I-I 和侧面 II-II、III-III；其他位置上τ_V 和τ_T 方向不同，应进行几何相加，剪应力方向和数值都发生变化，例如通过形心的垂直方向 IV-IV。

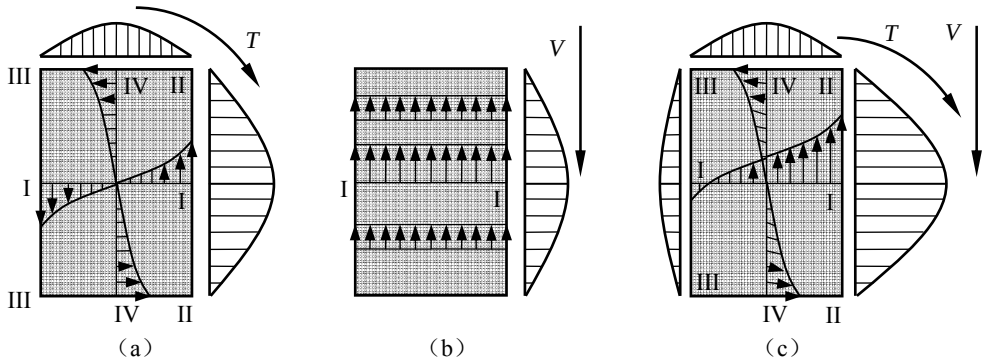


图 8.16 剪力和扭矩共同作用下剪应力的分布和叠加

（a）纯扭的剪应力分布；（b）纯剪的剪应力分布；（c）扭剪叠加后的剪应力分布

无论如何，剪力和扭矩的共同作用总是使一个侧面及其附近的剪应力和主拉应力增大，开裂扭矩 T_{cr} 降低。开裂后，构件两个相对侧面的斜裂缝开展程度不同，极限扭矩 T_u 和极限剪力 V_u 均降低。当扭矩和剪力的大小及它们的比值（T/Vb）变化时，截面剪应力分布不同，

出现不同的破坏形态。剪力为零时，构件为纯扭破坏；扭矩为零时，构件为纯剪破坏。其间随着扭剪比（T/Vb）增大，构件由受扭破坏逐渐向受剪破坏过渡，如图 8.17。不同扭剪比构件的破坏特点如下：

① 扭剪比大（$T/Vb>0.6$）：扭矩占优，构件首先在剪应力叠加面（II-II）因主拉应力达到混凝土的抗拉强度而出现斜裂缝，其后裂缝两端沿斜向分别延伸至顶面和底面，形成螺旋形裂缝。破坏时，此三面上为受拉裂缝，另一侧面（III-III）混凝土撕裂。极限斜扭面的受压区在构件端面的投影形状，由纯扭构件的矩形转为上宽下窄的梯形（图中阴影部分所示）。

② 扭剪比小（$T/Vb<0.3$）：剪力占优，构件首先出现自下而上的弯剪裂缝，沿两个侧面往斜上方向发展。构件破坏时，截面顶部的剪压区由弯剪的矩形转为梯形，属剪压型破坏。剪应力叠加的一侧（II-II），斜裂缝发展较高，压区高度稍小，而另一侧高度稍大。

③ 中等扭剪比（$T/Vb=0.3\sim0.6$）：构件的裂缝发展和破坏形态处于上述二者之间，一般在剪应力叠加面（II-II）首先出现斜裂缝，沿斜向延伸至顶面和底面以及另一侧面（III-III）下部。破坏时极限斜扭面的受压区在构件端面的投影形状为一个三角形。

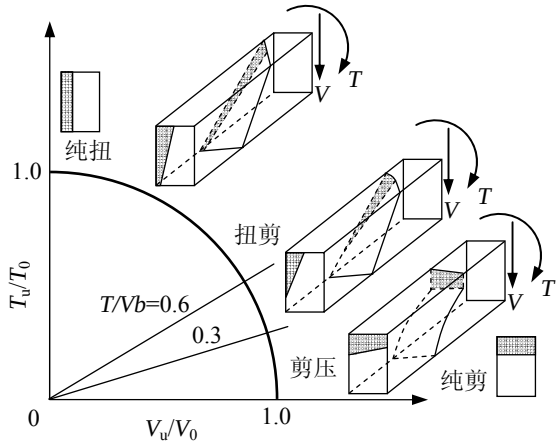


图 8.17 无腹筋梁剪扭承载力相关关系及破坏形态

无腹筋梁在剪力和扭矩共同作用下的包络线接近圆弧曲线，表达式为

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^2+\left(\frac{V}{V_0}\right)^2=1 \tag{8-29}$$

式中，T_0——构件的纯扭极限承载力（V=0）；

V_0——构件的极限抗剪承载力（T=0）。

对于有腹筋的剪扭构件，其混凝土部分所提供的抗扭承载力 T_c 和抗剪承载力 V_c 之间，可认为也存在如图 8.17 所示的 1/4 圆弧相关关系，即

$$\left(\frac{T_c}{T_{c0}}\right)^2+\left(\frac{V_c}{V_{c0}}\right)^2=1 \tag{8-30}$$

这时，坐标系中的 V_{c0} 和 T_{c0} 分别取抗剪承载力公式中混凝土作用项和纯扭构件抗扭承载力公式中混凝土作用项，即

$$V_{c0}=0.7f_t bh_0 \tag{8-31}$$

$$T_{c0}=0.35f_t W_t \tag{8-32}$$

在设计时，剪力和扭矩共同作用下的包络线若按圆周曲线计算比较麻烦，为了简化，《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）建议用三段直线，如图 8.18 中 AB，BC，CD 近似

代替圆弧曲线。*AB* 段，V_c/V_{c0}≤0.5，剪力影响较小，忽略剪力对构件抗扭的影响，取 T_c/T_{c0}＝1.0，仅按纯扭构件的抗扭承载力公式进行计算；*CD* 段，T_c/T_{c0}≤0.5，扭矩影响较小，忽略扭矩对构件抗剪的影响，取 V_c/V_{c0}＝1.0，仅按受弯构件的斜截面抗剪承载力公式进行计算；而 *BC* 段，考虑构件中剪力和扭矩的相互影响，其关系为如下直线方程

$$\frac{T_c}{T_{c0}}+\frac{V_c}{V_{c0}}=1.5 \tag{8-33}$$

现将 *BC* 上任意点 *E* 到横坐标轴的距离用β_t表示，即

$$\frac{T_c}{T_{c0}}=\beta_t \qquad \text{(a)}$$

则由直线 *BC* 的方程，可得该点到纵坐标轴的距离为

$$\frac{V_c}{V_{c0}}=1.5-\beta_t \qquad \text{(b)}$$

由式（8-33），式（a）可得

$$\beta_t=\frac{1.5}{1+\dfrac{V_c/V_{c0}}{T_c/T_{c0}}} \qquad \text{(c)}$$

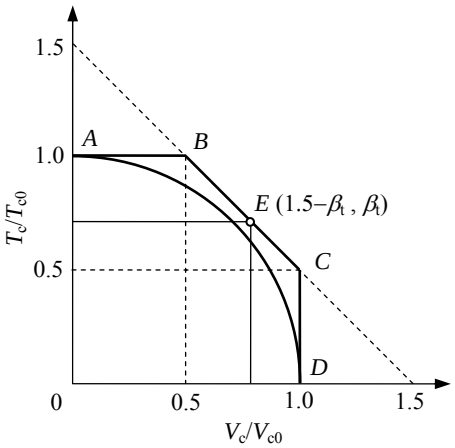


图 8.18 剪扭承载力相关关系

若剪力的设计值和扭矩的设计值分别为 *V* 和 *T*，并近似取

$$\frac{V_c}{T_c}=\frac{V}{T} \quad 和 \quad f_t=0.1f_c \tag{d}$$

则有

$$\beta_t=\frac{1.5}{1+\dfrac{V}{T}\dfrac{0.35\times 0.1f_cW_t}{0.07f_cbh_0}} \tag{c}$$

简化后有

$$\beta_t=\frac{1.5}{1+0.5\dfrac{V}{T}\dfrac{W_t}{bh_0}} \tag{8-34}$$

根据图 8.18，β_t应满足 0.5≤β_t≤1.0，故称β_t为剪扭构件的混凝土抗扭承载力降低系数。当β_t＞1.0 时，应取β_t＝1.0；当β_t＜0.5 时，则取β_t＝0.5。因此，当构件需要考虑剪力和扭矩的相互影响时，应对构件的抗剪承载力公式和抗扭承载力公式分别按下述规定予以修正：

（1）剪扭构件的抗剪承载力按以下公式计算：

$$V_u=0.7\left(1.5-\beta_t\right)f_tbh_0+1.25f_{yv}\frac{A_{sv}}{s}h_0 \tag{8-35}$$

（2）剪扭构件的抗扭承载力按以下公式计算：

$$T_u=0.35\beta_tf_tW_t+1.2\sqrt{\zeta}\frac{f_{yv}A_{stl}A_{cor}}{s} \tag{8-36}$$

对集中荷载作用下独立的钢筋混凝土剪扭构件（包括作用有多种荷载，且其中集中荷载对支座截面所产生的剪力值占总剪力值的 75％以上的情况），式（8-35）应改为：

$$V_{\mathrm{u}}=\frac{1.75}{\lambda+1}\left(1.5-\beta_{\mathrm{t}}\right)f_{\mathrm{t}}bh_0+f_{\mathrm{yv}}\frac{A_{\mathrm{sv}}}{s}h_0 \tag{8-37}$$

且公式（8-37）和公式（8-36）中的剪扭构件混凝土抗扭承载力降低系数应改为按下列公式计算：

$$\beta_{\mathrm{t}}=\frac{1.5}{1+0.2\left(\lambda+1\right)\dfrac{V}{T}\dfrac{W_{\mathrm{t}}}{bh_0}} \tag{8-38}$$

式中，1.5≤λ≤3.0，当λ<1.5 时，取 1.5；λ>3.0 时，取 3.0。

由以上抗剪和抗扭计算分别确定所需的箍筋数量后，还要按照叠加原则计算总的箍筋需要量。叠加原则是指将抗剪计算所需要的箍筋用量中的单侧箍筋用量 A_{sv1}/s，（如采用双肢箍筋，A_{sv1}/s 即为需要量 A_{sv}/s 中的一半；如采用四肢箍筋，A_{sv1}/s 为需要量 A_{sv}/s 的 1/4）与抗扭所需的单肢箍筋用量 A_{st1}/s 相加，从而得到每侧箍筋总的需要量为

$$\frac{A_{\mathrm{sv1}}^{*}}{s}=\frac{A_{\mathrm{sv1}}}{s}+\frac{A_{\mathrm{st1}}}{s} \tag{8-39}$$

8.4.2 弯-扭构件

承受扭矩作用的钢筋混凝土构件，纵筋的位置不论在截面的上、下或侧面都是受拉。在弯矩作用下，构件截面上有受拉区和受压区，钢筋的应力有拉、有压。弯矩的作用使受扭构件弯拉区钢筋（A_{s}）的拉应力增大，弯压区钢筋（A'_{s}）的拉应力减小或变为压应力。因此，在弯矩和扭矩的共同作用下，构件破坏时，两者不一定都能达到相应的屈服强度（f_{y} 和 f'_{y}）。

令弯压区和弯拉区钢筋屈服时拉力的比值为

$$\gamma=\frac{A_{\mathrm{s}}^{'}f_{\mathrm{y}}^{'}}{A_{\mathrm{s}}f_{\mathrm{y}}} \tag{8-40}$$

对称配筋构件（γ=1）的弯矩－扭矩破坏包络图可从试验中获得，其形状为左右对称的两段抛物线，如图 8.19，其回归公式为

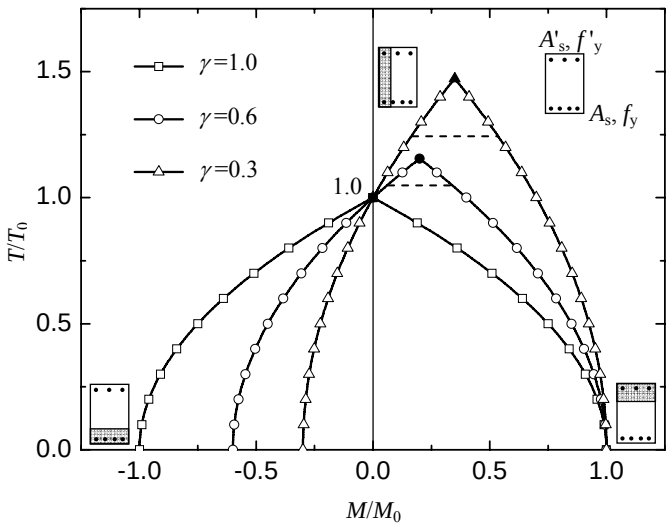


图 8.19 弯扭承载力相关关系

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^2+\frac{M}{M_0}=1 \qquad (8\text{-}41)$$

式中，T_0——构件的纯扭极限承载力（M=0）；

M_0——受拉钢筋（A_s）控制的纯弯极限承载力（T＝0）。

构件处于极限状态时，弯拉区和弯压区的钢筋应力（σ_s 和σ'_s）随弯矩和扭矩的相对值不同而不同（图 8.20）：对称配筋的构件，γ=1，只有在纯扭状态（M=0）时，两者都达受拉屈服强度；有正弯矩（M＞0）作用时，梁底钢筋总能达受拉屈服强度（$\sigma_s=f_y$），梁顶钢筋的应力（σ'_s）随弯矩增大而逐渐减小，应力由纯扭（M=0）时的$\sigma'_s=f_y$，减小至零，并转为受压，至纯弯状态（T=0）时应力$\sigma'_s=-f'_y$。负弯矩作用（梁顶钢筋 A'_s 受拉）下，情况恰好相反。所以，弯扭承载力相关关系的右半包络曲线为梁底钢筋（A_s）抗拉控制构件破坏，而左半包络曲线由梁顶钢筋（A'_s）抗拉控制。

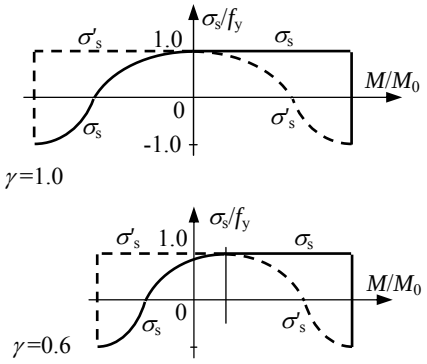


图 8.20 弯扭共同作用极限状态时钢筋应力

非对称配筋的构件，γ＜1，在纯弯矩作用下，正负向弯矩的极限值不等，分别为 M_0 和$-\gamma M_0$。在纯扭的极限状态（T_0，M＝0）下，梁顶钢筋（A'_s）受拉屈服，底部钢筋（A_s）低于屈服强度。再施加正弯矩，调整上下钢筋的应力，使之同时达屈服强度，可提高极限扭矩，并得最大极限扭矩值（如图 8.19 中γ=0.3 和γ=0.6 所对应曲线的峰点）。如果弯矩更大，将产生相反的情况，即构件极限状态时，底部钢筋受拉屈服，而顶部钢筋受拉不再屈服，甚至受压。所以弯扭包络曲线不对称，与最大极限扭矩相应的峰点偏向正弯矩一侧，且随比值γ的减小，包络曲线偏移量增大。

对于非对称配筋的构件，破坏包络曲线峰点的右、左两侧抛物线分别由梁底和顶部钢筋的抗拉控制，试验研究结果给出的计算式为

底部纵筋（A_s）控制
$$\gamma\left(\frac{T}{T_0}\right)^2+\frac{M}{M_0}=1 \qquad (8\text{-}42)$$

顶部纵筋（A'_s）控制
$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^2-\frac{1}{\gamma}\frac{M}{M_0}=1 \qquad (8\text{-}43)$$

非对称配筋构件（γ＜1），当弯矩较小时，属于扭型破坏，构件的抗扭承载力由式（8-43）控制，即由顶部弯压区钢筋（A'_s）的抗拉控制。弯矩作用减小了 A'_s 钢筋的拉应力，使构件的抗扭承载力提高。此时，构件的抗扭承载力随着弯矩的增大而提高，直至最大值。其后，构件的抗扭承载力由式（8-42）控制，即由底部弯拉区钢筋（A_s）的抗拉控制，弯矩作用增大了 A_s 钢筋的拉应力，使构件的抗扭承载力降低。此时，构件的抗扭承载力随着弯矩的增大而减小。

构件抗扭承载力的最大值位于式（8-42）和式（8-43）两条抛物线的交点，其值为

$$\frac{T_{\max}}{T_0}=\sqrt{\frac{1+\gamma}{2\gamma}} \qquad (8\text{-}44)$$

相应的弯矩为

$$\frac{M}{M_0}=\frac{1-\gamma}{2} \tag{8-45}$$

由式（8-44）可知，构件抗扭承载力的最大值 T_{max}/T_0 随比值γ的减小而增大。但如果构件截面很窄（h/b 比值大），或者侧边钢筋数量过少，在扭矩和弯矩的共同作用下，有可能截面长边中间的钢筋首先受拉屈服，并控制构件的破坏，其极限承载力主要取决于扭矩，而弯矩值对抗扭承载力的影响不大。这种极限状态在弯扭包络曲线近似为一水平线（图 8.19 中的虚线），其最大极限扭矩小于底部和顶部钢筋控制的最大极限扭矩。

8.4.3 弯-剪-扭构件

钢筋混凝土受扭构件根据弯矩、剪力、扭矩比值和配筋不同，主要有弯型、扭型和剪扭型三种破坏类型，如图 8.21。

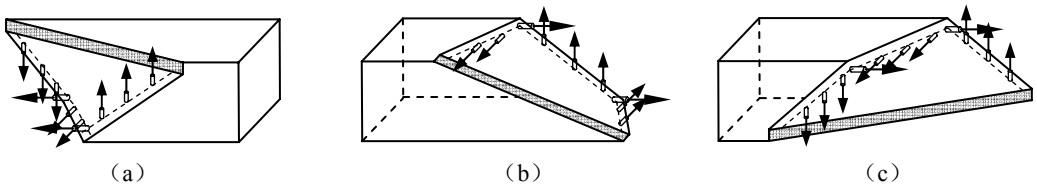


图 8.21 弯扭或弯剪扭共同作用下构件破坏类型
（a）弯型破坏；（b）剪扭型破坏（c）扭型破坏

弯型破坏：构件在弯剪扭共同作用下，当弯矩较大扭矩较小时（即扭弯比值较小），扭矩产生的拉应力减少了截面上部弯压区钢筋的压应力，构件破坏始自截面下部弯拉区受拉纵筋的首先屈服，其破坏形态通常称为“弯型”破坏，如图 8.21a。

剪扭型破坏：构件在弯剪扭共同作用下，当纵筋在截面的顶部及底部配置较多，两侧面配置较少，而截面宽高比（b/h）较小，或作用的剪力和扭矩较大时，构件破坏始自剪力和扭矩所产生主拉应力相叠加的侧面，而另一侧面处于受压状态，如图 8.21b，其破坏形态通常称为“剪扭型”破坏。

扭型破坏：构件在弯剪扭共同作用下，当扭矩较大弯矩较小时（即扭弯比值较大），截面上部弯压区在较大的扭矩作用下，由受压转变为受拉状态，弯曲压应力减少了扭转拉应力，提高了构件抗扭承载力。构件破坏始纵筋面积较小的顶部，受压区在截面底部，如图 8.21c，其破坏形态通常称为“扭型”破坏。

除了上述三种破坏形态外，当剪力很大且扭矩较小时，构件则会发生剪型破坏形态，其破坏形态与剪压破坏形态相近。

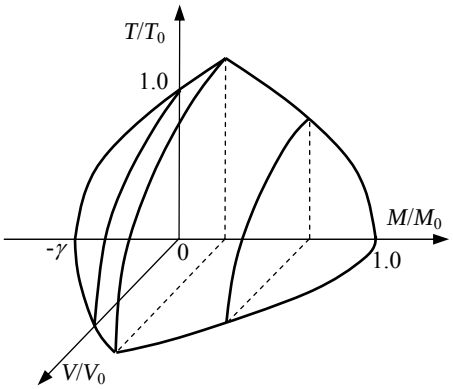


图 8-22 弯剪扭承载力相关关系

钢筋混凝土构件在弯矩（M）、剪力（V）和扭矩（T）共同作用下的破坏包络面由两部分组成，如图 8-22。左边一半曲面，由顶部纵筋（A'_s）控制，其简化表达式为

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^2+\left(\frac{V}{V_0}\right)^2-\frac{1}{\gamma}\frac{M}{M_0}=1 \tag{8-46}$$

右边一半曲面，由底部纵筋（A_s）控制，其简化表达式为

$$\gamma\left(\frac{T}{T_0}\right)^2+\left(\frac{V}{V_0}\right)^2+\frac{M}{M_0}=1 \qquad (8\text{-}47)$$

该曲面在 M–T 平面为分别由梁底部和顶部钢筋受拉屈服控制的两段抛物线（即图 8.19），在 T–V 平面则为圆形或椭圆形曲线。

8.5 轴力对弯剪扭作用构件承载力的影响

轴向压力使扭矩产生的混凝土主拉应力和纵筋拉应力减小，因而提高构件的开裂扭矩 T_{cr} 和极限扭矩 T_u。反之，轴向拉力使扭矩产生的混凝土主拉应力和纵筋拉应力增大，构件的开裂扭矩和极限扭矩必然降低。设计规范中，一般采用简单的方式，如附加扭矩或修正系数考虑轴力对受扭构件的影响。

轴向压力、弯矩、剪力和扭矩共同作用下的钢筋混凝土矩形截面框架柱，其剪扭承载力按下列公式计算：

1．抗剪承载力

$$V_u=\left(1.5-\beta_t\right)\left(\frac{1.75}{\lambda+1}f_t bh_0+0.07N\right)+f_{yv}\frac{A_{sv}}{s}h_0 \qquad (8\text{-}48)$$

2．抗扭承载力

$$T_u=\beta_t\left(0.35f_t+0.07\frac{N}{A}\right)W_t+1.2\sqrt{\zeta}\,\frac{f_{yv}A_{stl}A_{cor}}{s} \qquad (8\text{-}49)$$

此处，β_t近似按公式（8-34）计算。λ为计算截面的剪跨比，与第 6 章式（6-20）中λ相同。

轴向压力、弯矩、剪力和扭矩共同作用下的钢筋混凝土矩形截面框架柱，纵向钢筋应按偏心受压构件正截面承载力和剪扭构件的抗扭承载力分别计算，并按所需的纵筋截面面积和相应的位置进行配置。箍筋应按剪扭构件的抗剪承载力和抗扭承载力分别计算，并按所需的箍筋截面面积和相应位置进行配置。

轴向压力、弯矩、剪力和扭矩共同作用下的钢筋混凝土矩形截面框架柱，当 $T\leqslant(0.175f_t+0.035N/A)W_t$ 时，可仅按偏心受压构件的正截面承载力和框架柱斜截面抗剪承载力分别进行计算。

8.6 受扭构件计算公式的适用条件和构造要求

1. 构件截面尺寸的要求

为了避免构件截面尺寸过小，弯剪扭构件在受力过程中发生超筋破坏，《混凝土结构设计规范》（GB 50010–2002）对其截面尺寸进行了规定。在弯矩、剪力和扭矩共同作用下，$h_0/b\leqslant6$ 的矩形截面、$h_w/b\leqslant6$ 的 T 形和工字形截面以及 $h_w/t_w\leqslant6$ 的箱形截面构件，其构件截面尺寸应符合下列要求：

当 h_w/b（或 h_w/t_w）$\leqslant4$ 时

$$\frac{V}{bh_0}+\frac{T}{0.8W_t}\leq0.25\beta_c f_c \qquad (8\text{-}50)$$

当 h_w/b（或 h_w/t_w）$=6$ 时

$$\frac{V}{bh_0}+\frac{T}{0.8W_t}\le 0.20\beta_c f_c \qquad (8\text{-}51)$$

当 $4< h_w/b$（或 h_w/t_w）<6 时，按线性内插法确定。当 h_w/b（或 h_w/t_w）>6 时，受扭构件的截面尺寸条件及抗扭承载力计算应符合专门规定。

上述规定中，h_0 为矩形截面取有效高度；b 为矩形截面的宽度或 T 形和工字形截面的腹板宽度、箱形截面的侧壁总厚度 $2t_w$；h_w 为 T 形和工字形截面的腹板净高度、矩形截面的有效高度 h_0；t_w 为箱形截面侧壁厚度，其值不应小于 $b_h/7$，此处 b_h 为箱形截面的宽度；β_c 为混凝土强度影响系数，取值同式（6-25），即当混凝土强度等级不超过 C50 时，取$\beta_c=1.0$，当混凝土强度等级为 C80 时，取$\beta_c=0.8$，当混凝土强度等级在 C50~C80 之间按直线内插法取用或查表 6-1。

如果截面不满足上述要求，则需加大构件截面尺寸或提高混凝土强度等级。

另一方面，当截面尺寸符合下列要求时，

$$\frac{V}{bh_0}+\frac{T}{W_t}\le 0.7f_t+0.07\frac{N}{bh_0} \qquad (8\text{-}52)$$

则可不进行构件截面抗扭承载力计算。但设计时，为了安全可靠，防止构件发生受扭脆性断裂，保证构件破坏时具有一定延性，应根据《混凝土结构设计规范》（GB 50010−2002）要求的最小配筋率配置纵向钢筋和箍筋。

2. 最小配筋率

钢筋混凝土受扭构件的极限承载力与相应的素混凝土构件的极限承载力相等时，所对应的配筋率称为受扭构件钢筋的最小配筋率。受扭构件的最小配筋率，包括构件箍筋最小配筋率及纵筋最小配筋率。工程结构的受扭构件均属于弯剪扭共同作用下的结构。《混凝土结构设计规范》（GB 50010−2002）规定：弯剪扭共同作用下，结构受剪及受扭箍筋配筋率不应小于 $0.28f_t/f_{yv}$，即

$$\rho_{sv}=\frac{nA_{sv1}}{bs}\ge 0.28\frac{f_t}{f_{yv}} \qquad (8\text{-}53)$$

箍筋必须做成封闭式，且应沿截面周边布置；当采用复合箍筋时，位于截面内部的箍筋不应计入；受扭所需箍筋的末端应做成 135°弯钩，弯钩端头平直段长度不应小于 $10d$（d 为箍筋直径），如图 8.23 所示。

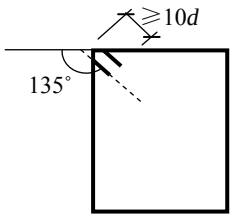


图 8.23 受扭箍筋弯钩搭接长度

结构在剪扭共同作用下，受扭纵筋的最小配筋率为

$$\rho_{stl,\min}=\frac{A_{stl,\min}}{bh}=0.6\sqrt{\frac{T}{Vb}}\cdot\frac{f_t}{f_y} \qquad (8\text{-}54)$$

其中，当 $\frac{T}{Vb}>2$ 时，取 $\frac{T}{Vb}=2$。

受扭纵向受力钢筋的间距不应大于 200 mm 和梁的截面宽度；截面四角必须设置受扭纵向受力钢筋，其余纵向钢筋沿截面周边均匀对称布置。当支座边作用有较大扭矩时，受扭纵向钢筋应按受拉钢筋锚固在支座内。

结构设计时，纵筋最小配筋率应取受弯及受扭纵筋最小配筋率叠加值。在弯剪扭构件中，弯曲受拉边纵向受拉钢筋的最小配筋量，不应小于按弯曲受拉钢筋最小配筋率计算出的钢筋截面面积与按受扭纵向受力钢筋最小配筋率计算并分配到弯曲受拉边钢筋截面面积之和。

【例 8-1】已知一均布荷载作用下 T 形截面弯剪扭构件，截面尺寸如图 8.24 所示，混凝土保护层厚度 c=25mm。构件所承受的弯矩设计值 M=80×10^{6}N·mm，剪力设计值 V=100×10^{3}N，扭矩设计值 T=10×10^{6}N·mm；混凝土强度等级 C30，纵筋采用 HRB335 级钢筋，箍筋采用 HPB235 级钢筋。

求：该梁的配筋。

〖解〗（1）已知条件：

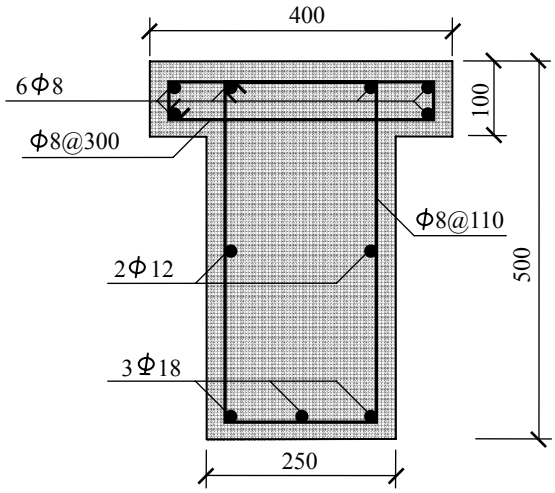


图 8.24 【例 8-1】图

由于混凝土保护层厚度c= 25mm，故a_s=35mm，则

$$h_0 = h - a_s = 500 - 35 = 465\ \text{mm}$$

由附录2附表2-1和附表2-3得，C30混凝土的f_c=14.3N/mm^2，f_t=1.43N/mm^2，HRB335钢筋的f_y=300N/mm^2，HPB235钢筋的f_y=210N/mm^2。（即f_{yv}=210N/mm^2）

由表5-1知：对于C30的混凝土α_1=1.0，β_1=0.8，由表5-2知：对于C30的混凝土和HRB335钢筋ξ_b=0.550。

由表6-1知：对于C30的混凝土，混凝土强度调整系数β_c=1.0。

（2）验算构件截面尺寸

$$W_{tw} = \frac{b^2}{6}(3h - b) = \frac{250^2}{6} \times (3 \times 500 - 250) = 13.021 \times 10^6\ \text{mm}^3$$

$$W_{tf}^{'} = \frac{h_f^{'2}}{2}(b_f^{'} - b) = \frac{100^2}{2} \times (400 - 250) = 0.750 \times 10^6\ \text{mm}^3$$

$$W_t = W_{tw} + W_{tf}^{'} = 13.021 \times 10^6 + 0.750 \times 10^6 = 13.771 \times 10^6\ \text{mm}^3$$

因$\dfrac{h_w}{b} = \dfrac{500 - 100}{250} = 1.6 < 4$，按式（8-50）验算。

$$\frac{V}{bh_0} + \frac{T}{0.8W_t} = \frac{100 \times 10^3}{250 \times 465} + \frac{10 \times 10^6}{0.8 \times 13.771 \times 10^6}$$

$$= 1.768\text{N/mm}^2 < 0.25\beta_c f_c = 0.25 \times 1.0 \times 14.3 = 3.575\text{N/mm}^2$$

$$\frac{V}{bh_0}+\frac{T}{W_t}=\frac{100\times10^3}{250\times465}+\frac{10\times10^6}{13.771\times10^6}$$

$$=1.586\text{N/mm}^2>0.7f_t=0.7\times1.43=1.001\text{N/mm}^2$$

截面尺寸满足要求，但需按计算配置钢筋。

（3）确定计算方法

$$V=100\times10^3\text{N}>0.35f_tbh_0=0.35\times1.43\times250\times465=58.183\times10^3\text{N}$$

$$T=10\times10^6\text{N}\cdot\text{mm}>0.175f_tW_t=0.175\times1.43\times13.771\times10^6=3.446\times10^6\text{N}\cdot\text{mm}$$

需要考虑剪力及扭矩对构件抗扭和抗剪承载力的影响。

（4）抗弯纵筋计算

由于

$$\alpha_1f_cb_f^{'}h_f^{'}\left(h_0-0.5h_f^{'}\right)=1.0\times14.3\times400\times100\times\left(465-0.5\times100\right)$$

$$=237.380\times10^6\ \text{N}\cdot\text{mm}>M=80\times10^6\ \text{N}\cdot\text{mm}$$

故，中和轴位于受压翼缘，属于第一种类型 T 形梁。

$$\xi=1-\sqrt{1-2\frac{M}{\alpha_1f_cb_f^{'}h_0^2}}$$

$$=1-\sqrt{1-2\times\frac{80\times10^6}{1.0\times14.3\times400\times465^2}}=0.067<\xi_b=0.550$$

$$x=\xi h_0=0.067\times465=31\text{mm}<h_f^{'}=100\text{mm}$$

$$A_s=\frac{\alpha_1f_cbx}{f_y}=\frac{1\times14.3\times400\times31}{300}=603\,\text{mm}^2$$

$$A_s>\rho_{min}bh=0.45\frac{f_t}{f_y}bh=0.45\times\frac{1.43}{300}\times250\times500=0.00215\times250\times500=268\,\text{mm}^2$$

（5）抗剪及抗扭钢筋计算

① 腹板和受压翼缘承受的扭矩

腹板 $T_w=\frac{W_{tw}}{W_t}T=\frac{13.021\times10^6}{13.771\times10^6}\times10\times10^6=9.455\times10^6\text{N}\cdot\text{mm}$

受压翼缘 $T_{tf}^{'}=\frac{W_{tf}^{'}}{W_t}T=\frac{0.750\times10^6}{13.771\times10^6}\times10\times10^6=0.545\times10^6\text{N}\cdot\text{mm}$

② 腹板配筋计算

$$A_{cor}=b_{cor}\times h_{cor}=200\times450=90000\,\text{mm}^2$$

$$u_{cor}=2\left(b_{cor}+h_{cor}\right)=2\times\left(200+450\right)=1300\,\text{mm}$$

抗扭箍筋计算

由式（8-34）

$$\beta_t=\frac{1.5}{1+0.5\dfrac{V}{T_w}\dfrac{W_{tw}}{bh_0}}=\frac{1.5}{1+0.5\times\dfrac{100\times10^3}{9.455\times10^6}\times\dfrac{13.021\times10^6}{250\times465}}=0.9420$$

由式（8-12）$\zeta=\dfrac{A_{stl}f_y s}{A_{st1}f_{yv}u_{cor}}$ 应符合 0.6≤ζ≤1.7 的要求，这里取ζ=1.2

由式（8-36）

$$\frac{A_{stl}}{s}=\frac{T_w-0.35\beta_t f_t W_{tw}}{1.2\sqrt{\zeta}f_{yv}A_{cor}}$$

$$=\frac{9.455\times10^6-0.35\times0.9420\times1.43\times13.021\times10^6}{1.2\times\sqrt{1.2}\times210\times90000}=0.1335\ \text{mm}^2/\text{mm}$$

抗剪箍筋计算

假设全部剪力由腹板承担，由式（8-35）

$$\frac{A_{sv}}{s}=\frac{V-0.7\left(1.5-\beta_t\right)f_t bh_0}{1.25f_{yv}h_0}$$

$$=\frac{100\times10^3-0.7\times\left(1.5-0.9420\right)\times1.43\times250\times465}{1.25\times210\times465}=0.2873\ \text{mm}^2/\text{mm}$$

$$\rho_{sv}=\frac{A_{sv}}{bs}=\frac{A_{sv}}{s}\frac{1}{b}=0.2873\times\frac{1}{250}=0.00115$$

$$<\rho_{sv,min}=0.28\times\frac{f_t}{f_{yv}}=0.28\times\frac{1.41}{210}=0.00188$$

取 $\rho_{sv}=\rho_{sv,min}=0.00188$

则取，

$$\frac{A_{sv}}{s}=\rho_{sv,min}b=0.00188\times250=0.47\ \text{mm}^2/\text{mm}$$

腹板所需单肢箍筋总面积

$$\frac{A_{stl}}{s}+\frac{A_{sv1}}{s}=\frac{A_{stl}}{s}+\frac{1}{2}\frac{A_{sv}}{s}$$

$$=0.1335+\frac{1}{2}\times0.4700=0.3685\ \text{mm}^2/\text{mm}$$

取箍筋直径为 8mm 的 HPB235 级钢筋，其截面面积为 50.3mm^2，则箍筋间距

$$s=\frac{50.3}{0.3685}=136\ \text{mm}，取\ s=110\ \text{mm}$$

抗扭纵筋计算

由式（8-15），得

$$A_{stl}=\zeta\frac{A_{st1}}{s}\frac{f_{yv}u_{cor}}{f_y}$$

$$=1.2\times0.1335\times\frac{210\times1300}{300}=146\ \text{mm}^2$$

$$\rho_{stl}=\frac{A_{stl}}{bh}=\frac{146}{250\times500}=0.00117$$

$$<\rho_{stl,\min}=0.6\sqrt{\frac{T_w}{Vb}}\frac{f_t}{f_y}=0.6\sqrt{\frac{9.455\times10^6}{100\times10^3\times250}}\frac{1.43}{300}=0.00176$$

则取

$$A_{stl}=\rho_{stl,\min}bh=0.00176\times250\times500=220\ \text{mm}^2$$

相应抗扭箍筋也应改变，由式（8-12）得

$$\frac{A_{st1}}{s}=\frac{A_{stl}f_y}{\zeta f_{yv}u_{cor}}$$

$$=\frac{220\times300}{1.2\times210\times1300}=0.2015\ \text{mm}^2/\text{mm}$$

则腹板所需单肢箍筋总面积变为

$$\frac{A_{stl}}{s}+\frac{A_{sv1}}{s}=\frac{A_{stl}}{s}+\frac{1}{2}\frac{A_{sv}}{s}$$

$$=0.2015+\frac{1}{2}\times0.4700=0.4365\ \text{mm}^2/\text{mm}$$

箍筋仍取直径为 8mm 的 HPB235 级钢筋，其截面面积为 50.3mm^2，则箍筋间距变为

$$s=\frac{50.3}{0.4365}=115\ \text{mm}，仍取\ s=110\ \text{mm}$$

梁底所需受弯和受扭纵筋截面面积

$$A_s+A_{stl}\frac{b_{cor}}{u_{cor}}=603+220\times\frac{200}{1300}=634\ \text{mm}^2$$

选用 3 根直径 18mm 的 HRB335 钢筋，其截面面积为 763mm^2。

梁侧边所需受扭纵筋截面面积

$$A_{stl}\frac{h_{cor}}{u_{cor}}=220\times\frac{450}{1300}=76\ \text{mm}^2$$

选用 HPB235 钢筋时，所需截面面积

$$76\times\frac{300}{210}=109\ \text{mm}^2$$

选用 1 根直径为 12mm 的 HPB235 钢筋，其截面面积为 113mm^2。

梁顶面所需受扭纵筋的截面面积

$$A_{stl}\frac{b_{cor}}{u_{cor}}=220\times\frac{200}{1300}=34\ \text{mm}^2$$

选用 HPB235 钢筋时，所需截面面积

$$34\times\frac{300}{210}=49\ \text{mm}^2$$

选用 2 根直径为 8mm 的 HPB235 钢筋，其截面面积为 101mm^2。

③ 受压翼缘配筋计算

按纯扭计算，受压翼缘分为腹板两侧的两部分，其

$b'_{\text{cor}}=b'_{\text{f}}-b-2\times25=400-250-50=100\,\text{mm}$，$h'_{\text{cor}}=h'_{\text{f}}-2\times25=100-50=50\,\text{mm}$

则 $$A'_{\text{cor}}=b'_{\text{cor}}\times h'_{\text{cor}}=100\times50=5000\,\text{mm}^2$$

$$u'_{\text{cor}}=2\left(b'_{\text{cor}}+h'_{\text{cor}}\right)=2\times\left(100+50\right)=300\,\text{mm}$$

受压翼缘抗扭箍筋计算

取ζ=1.0，由式（8-25）

$$\frac{A_{\text{st1}}}{s}=\frac{0.545\times10^6-0.35\times1.43\times0.750\times10^6}{1.2\times\sqrt{1.0}\times210\times5000}=0.1346\ \text{mm}^2/\text{mm}$$

取箍筋直径为 8mm 的 HPB235 级钢筋，其截面面积为 50.3mm^2，则箍筋间距

$s=\dfrac{50.3}{0.1346}=374\ \text{mm}$，取 $s=300\ \text{mm}$，实际配筋 $\dfrac{A_{\text{st1}}}{s}=\dfrac{50.3}{300}=0.1677\ \text{mm}^2/\text{mm}$

受压翼缘抗扭纵筋计算

由式（8-12），得

$$A_{\text{st}l}=\zeta\frac{A_{\text{st1}}}{s}\frac{f_{\text{yv}}u_{\text{cor}}}{f_{\text{y}}}$$

$$=1.0\times0.1677\times\frac{210\times300}{300}=35\ \text{mm}^2$$

选用 4 根直径为 8mm 的 HPB235 钢筋，其截面面积为 201mm^2。

受压翼缘抗扭最小配箍率和最小纵筋配筋率的验算：（均已满足，验算过程略）

截面的配筋见图 8.24。

思 考 题

8.1 简述素混凝土矩形截面纯扭构件的破坏特点。

8.2 钢筋混凝土矩形截面纯扭构件有几种破坏形态？各有什么特征？

8.3 钢筋混凝土受扭构件的开裂扭矩如何计算？其截面抗扭抵抗矩计算公式是依据什么假定推导的？它与实际情况的差异在公式中是如何进行调整的？

8.4 简述钢筋混凝土受扭适筋构件的破坏过程。

8.5 影响矩形截面钢筋混凝土纯扭构件承载力的主要因素有哪些？抗扭钢筋配筋强度比ζ的含义是什么？它起什么作用？在构件设计时，它的取值有什么限制？

8.6 在弯剪扭构件的承载力计算中，为什么要规定截面尺寸限制条件、构造配筋要求以及抗扭钢筋配筋强度比ζ的取值范围？

8.7 说明弯扭共同作用时，构件的抗弯承载力与抗扭承载力之间的相关关系。

8.8 剪扭共同作用时，剪扭承载力之间存在怎样的相关性？设计计算时是如何考虑这些相关性的？其β_t的物理意义是什么？β_t表达式的取值考虑了哪些因素？

习 题

8.1 有一钢筋混凝土矩形截面纯扭构件，已知截面尺寸为 $b\times h$=300mm×500mm，混凝土保护层厚度 c=25mm；纵向钢筋采用 HRB335 级钢筋，箍筋采用 HPB235 级钢筋，采用 C30 混凝土；作用于构件上的扭矩设计值为 $T=10\times10^6$N·mm。试设计该构件的配筋。

8.2 有一钢筋混凝土弯扭构件，截面尺寸为 $b\times h$=300mm×500mm，混凝土保护层厚度 c=25mm；弯矩设计值为 $M=80\times10^6$N·mm，扭矩设计值为 $T=8\times10^6$N·mm；采用 C30 混凝土，箍筋采用 HPB235 级钢筋，纵向钢筋采用 HRB335 级钢筋。试设计该构件的配筋。

8.3 已知一均布荷载作用下钢筋混凝土矩形截面弯、剪、扭构件，截面尺寸 $b\times h$=300mm×500mm 混凝土保护层厚度 c=25mm；构件所承受的弯矩设计值 $M=70\times10^6$N·mm，剪力设计值 $V=60\times10^3$N，扭矩设计值 $T=5\times10^6$N·mm；箍筋采用 HPB235 级钢筋，纵向钢筋采用 HRB335 级钢筋，采用 C30 混凝土，试设计该构件的配筋。

8.4 试画出弯剪扭构件配筋计算步骤框图。