第9章 钢筋混凝土构件裂缝、变形和耐久性

钢筋混凝土结构应同时满足安全性、适用性和耐久性三方面的要求。安全性要求结构或结构构件能够承受正常施工和正常使用时可能出现的各种作用，以及偶然事件发生时和发生后，结构仍能保持必需的整体稳定性；适用性要求正常使用时，结构或结构构件具有良好的工作性能，不出现过大的变形和过宽的裂缝；耐久性要求钢筋混凝土结构在设计使用年限内，在正常的维护下，必须保持适合于使用，不需要进行维修加固。前面几章已讨论了保证钢筋混凝土结构安全性的计算理论和设计方法，本章主要讨论钢筋混凝土结构的适用性问题，讲述钢筋混凝土构件按正常使用极限状态进行变形和裂缝宽度验算的方法、截面的延性以及影响混凝土结构耐久性的因素和耐久性设计的基本方法。

9.1 钢筋混凝土构件裂缝、变形和耐久性要求

在钢筋混凝土结构设计中，必须首先进行承载能力极限状态计算，在满足承载能力的前提下，应根据结构或构件的工作条件或使用要求，进行正常使用极限状态的验算。钢筋混凝土构件的裂缝和变形验算，属于正常使用极限状态验算，是关系到结构或构件能否满足正常使用及耐久性要求的重要问题。

钢筋混凝土结构正常使用极限状态的验算包含两方面的内容：一是要求钢筋混凝土结构中的最大裂缝宽度小于允许的最大裂缝宽度值；二是要求结构或结构构件的变形小于允许的变形值。《混凝土结构耐久性设计规范》（GB/T 50476-2008）和《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）分别对混凝土构件的表面裂缝计算宽度的限值和受弯构件的挠度限值（附表3-1）作出了规定。在确定最大裂缝宽度限值时，满足耐久性要求是最主要因素，因为过大的裂缝对钢筋混凝土结构的耐久性有比较显著的影响，特别是结构或结构构件处于有腐蚀性介质或干湿交替的环境中；另外，满足外观要求也是确定最大裂缝宽度限值所考虑的主要因素，过宽裂缝给人以不安全感，同时也影响对结构质量的评价。混凝土结构构件变形限值的确定，主要基于以下四方面考虑：① 保证建筑的使用功能要求，结构构件产生过大的变形将损害甚至丧失其使用功能；② 防止对结构构件产生不良影响，这是指防止结构性能与设计中的假定不符；③ 防止对非结构构件产生不良影响，例如防止结构构件过大的变形使门窗等活动部件不能正常开关等；④ 保证人们的感觉在可接受程度之内，例如防止构件明显下垂引起的不安全感、防止可变荷载引起的振动及噪声对人的不良影响等。

与承载能力极限状态相比，正常使用极限状态验算时，目标可靠指标[β]可小于承载力极限状态计算时的目标可靠指标。因此，正常使用极限状态验算（即裂缝及变形验算）时，应采用荷载标准值、荷载准永久值和材料强度标准值，其荷载效应值大致相当于破坏时荷载效应值的50%～70%。由于构件的变形及裂缝宽度随时间而增大，因此，验算变形及裂缝宽度时，应按荷载效应的标准组合并考虑长期作用的影响。

混凝土构件的截面延性指截面在破坏阶段的变形能力，是构件抗震性能的一个重要指标。混凝土构件的截面除了应满足承载力要求外，还要求具有一定的延性。

此外，钢筋混凝土结构是由多种性能不同的材料组成，在周围环境介质作用下，随着时间推移，混凝土可能出现裂缝、破碎、酥裂、磨损、溶蚀等现象，而钢筋也可能锈蚀、脆化、

应力腐蚀等，钢筋与混凝土之间的粘结锚固作用也会逐渐减弱，这些都属于混凝土结构的耐久性劣化或失效。耐久性问题开始时，表现为对结构构件外观和使用功能的影响，发展到一定阶段就可能引发结构的安全问题。因此，混凝土结构的耐久性问题十分重要，应根据使用环境类别、作用等级和设计使用年限进行耐久性设计。

9.2 钢筋混凝土构件的裂缝

由于混凝土的抗拉强度和抗拉极限应变都很低，在不大的拉应力下，就可能出现裂缝。在结构建造期间和使用期间，由于材料质量、施工工艺、环境条件和荷载作用等因素，都可能使结构表面出现肉眼可见裂缝。混凝土结构出现裂缝后，可能对结构的使用性能和耐久性产生不利影响。混凝土的开裂使构件中钢筋与周围介质直接接触，引起钢筋锈蚀，使钢筋周围混凝土保护层胀裂，形成纵向裂缝，甚至表层剥落，降低结构的耐久性。钢筋的锈蚀也使钢筋有效受力面积逐渐减小，而使构件承载力减小，影响结构安全度。混凝土裂缝的产生降低了结构的刚度，增大变形量，可能影响结构的正常使用。同时，过大的裂缝还会损坏结构外观，引起使用者心理恐慌。另外，由于混凝土材料的强度特点，普通混凝土（不施加预应力）结构，在正常使用条件下，结构也是带裂缝工作的。要求普通混凝土构件不出现裂缝是不现实，也是没必要的。这是其他材料如钢、木、甚至砖砌体等结构所不遇的特殊问题。为此，必须对钢筋混凝土结构在使用期间的裂缝状态加以控制。

钢筋混凝土结构的裂缝形态多样，在结构使用过程中的发展程度也各不同。裂缝产生的原因很多，按其形成的主要原因可分为两大类：一类是由荷载引起的裂缝。在荷载作用下，钢筋混凝土结构构件都可能出现垂直于主拉应力方向的裂缝；另一类是因施工、构造和环境条件等非荷载因素引起的裂缝，如由材料收缩、温度变化，混凝土徐变以及钢筋的锈蚀等原因引起的裂缝。然而混凝土的裂缝往往不是由单一原因引起的，往往是许多因素共同作用的结果。

实际结构中，由非荷载原因引起的混凝土裂缝，在数量上要比由荷载原因引起的裂缝多得多。但非荷载原因引起的裂缝十分复杂，一般是通过在设计中采取适当构造措施、施工中采用合理的工艺和技术加以消除、改善或控制。本章所讨论的裂缝问题主要集中在由荷载引起的裂缝方面。

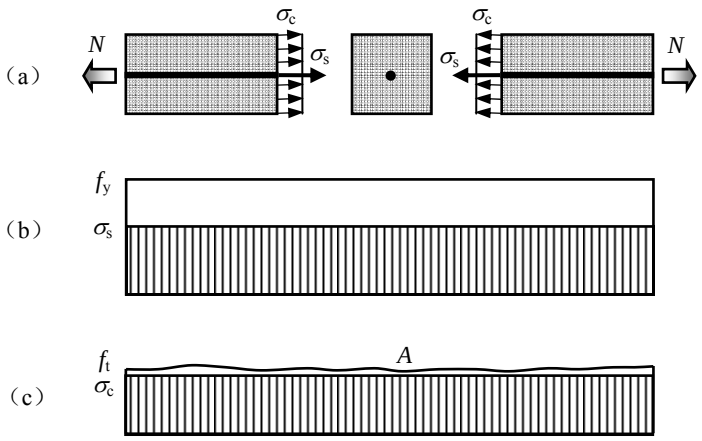

图9.1 钢筋混凝土轴心受拉构件

（a）截面和配筋；（b）钢筋的强度和应力分布；（c）混凝土的强度和应力分布

9.2.1 轴拉构件的裂缝

图9.1所示为一轴心受拉构件，混凝土截面积为A，纵向钢筋截面积为A_s。在两端轴向力N的作用下，钢筋和混凝土分别受到拉应力σ_s和σ_c。如果N值较小，构件处于弹性阶段，钢筋应力等于混凝土应力的α_E倍，即

$$\sigma_s = \alpha_E \sigma_c \tag{9-1}$$

式中，α_E为钢筋的弹性模量和混凝土的初始弹性模量之比。

沿构件纵向，各截面受力相同，所以，沿构件纵向应力都相等，钢筋和混凝土的应力分别用矩形表示。如果混凝土是理想的匀质材料，即沿构件的纵向各截面混凝土的抗拉强度均相等，假定其强度为f_t。钢筋和混凝土的应力随着拉力N的增加而增加，当混凝土的拉应力σ_c达到其抗拉强度f_t时，裂缝即将出现。此时的拉力N称为开裂拉力，用N_{cr}表示。如N稍微超过N_{cr}，沿构件纵向的所有截面将同时出现裂缝。在这种理想情况下，裂缝有无限多条，而裂缝的间距为零。但实际工程中，混凝土总是存在一定的不均匀性，如图9.1c。各截面混凝土材料抗拉强度基本相同，但略有不同。所以，图9.1c中的混凝土强度分布线为波浪线，其中A-A是最弱截面，该处抗拉强度最低。当构件所受到的拉力逐渐增加到N_{cr}，混凝土受到的拉应力升高到与混凝土强度分布的波浪线（首先在截面A-A处）相遇时，第一条裂缝首先在截面A-A处出现。此时，截面A-A处的混凝土拉应力突然降低至零，退出工作，钢筋承担全部拉力N_{cr}，其拉应力突然增加到σ_{scr}，图9.2。

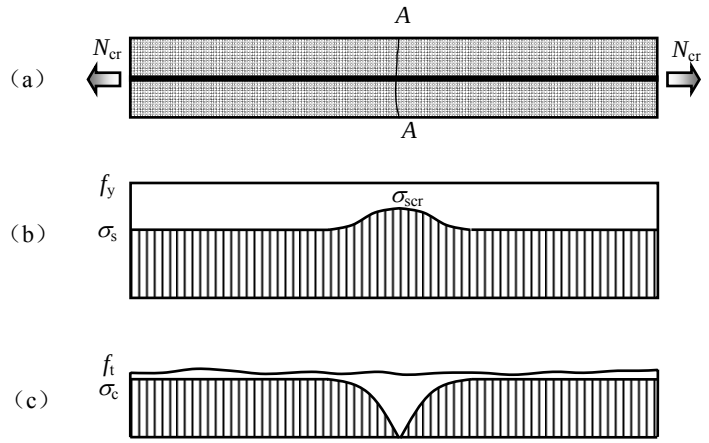

图9.2 钢筋混凝土轴心受拉构件第一条裂缝出现后
（a）构件的受力；（b）钢筋的强度和应力分布；（c）混凝土的强度和应力分布

此后，荷载继续增加，第二条裂缝即将出现。因在靠近第一条裂缝附近的一定范围内，混凝土的拉应力较小，且总是小于混凝土的抗拉强度，该处不会开裂。第二条（批）裂缝总是出现在离截面A-A（第一条裂缝）一定距离的截面B-B和截面C-C处，图9.3为第二条（批）裂缝出现后的应力分布图。同理，第三、第四、……（批）裂缝依次出现，各裂缝之间的距离为l_{cr}，裂缝条数有限，这就是工程中经常遇到的实际情况。

如果混凝土的材料性能（抗拉强度）非常不均匀，当第一条裂缝在截面A-A出现后，第二条裂缝将在第二薄弱的截面B-B处出现。如果A与B之间的距离$l'_{cr} \geqslant 2l_{cr}$，则可能在$A$与$B$之间的截面$C$-$C$处，再出现一条新的裂缝。如果$A$与$B$之间的距离$l_{cr} < l'_{cr} < 2l_{cr}$，则$A$与$B$之间可能不再出现新裂缝，也可能新裂缝偏于一边出现，图9.4。

总之，由于材料性能（混凝土的抗拉强度）总有一定不均匀性，钢筋混凝土轴拉构件裂缝的出现有一个过程，各裂缝先后出现，最后趋于稳定（指不再出现新裂缝）。混凝土的裂缝数量有限，裂缝的间距大体相等。虽然各裂缝的出现有先后，但最后一条裂缝出现时的

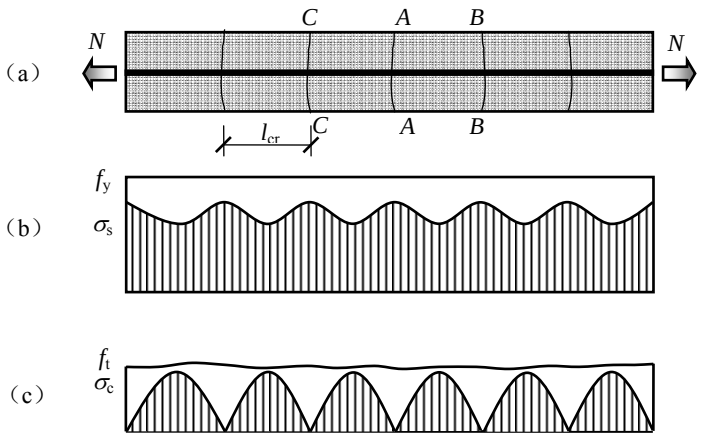

图9.3 钢筋混凝土轴心受拉构件裂缝出现过程稳定后

（a）构件的受力；（b）钢筋的强度和应力分布；（c）混凝土的强度和应力分布

荷载比第一条裂缝出现时的荷载仅略大一些。这是因为虽然材料不均匀，但是并不是非常不均匀。如果材料性能非常不均匀，则裂缝间距就不相等了。最大的裂缝间距与最小的裂缝间距有可能相差一倍左右，最后一条裂缝出现时的荷载比第一条裂缝出现时的荷载也可能大得多。

下面主要讨论工程中大量遇到的情况，即材料有一定不均匀性，既非理想的匀质体，也不是非常不均匀的材料。

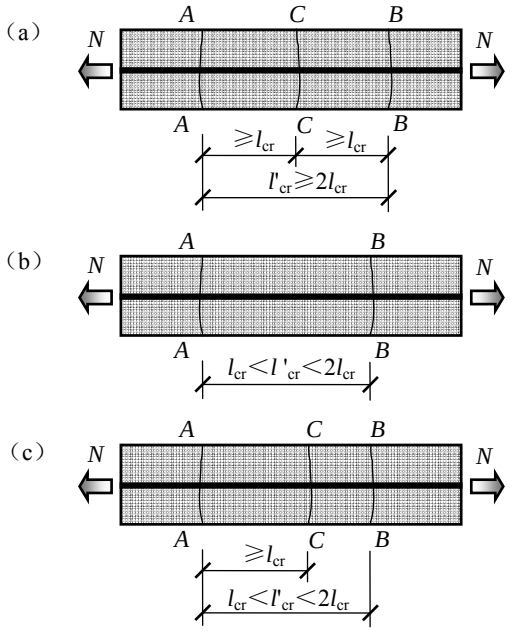

图9.4 裂缝出现过程

9.2.2 轴拉构件裂缝的间距

为了确定裂缝的间距，对第一条裂缝出现后而第二条裂缝即将出现时的受力情况进行分析，如图9.5b。图中截面*A-A*已出现裂缝，截面*B-B*即将出现但尚未出现裂缝。在截面*B-B*处，拉力N_{cr}由钢筋和未开裂的混凝土共同承担，即

$$N_{cr} = \sigma_{tp} A + E_s \varepsilon_{tu} A_s \tag{9-2}$$

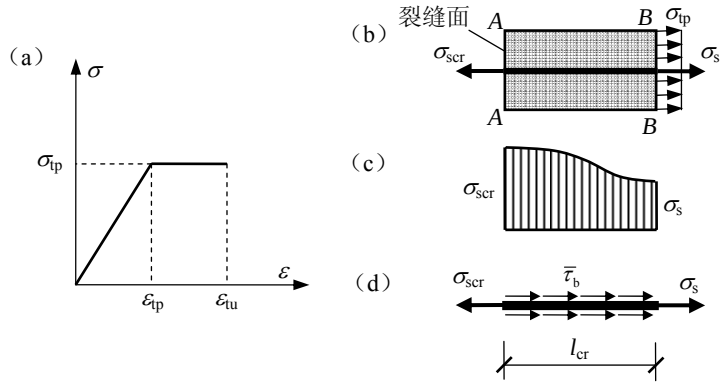

图9.5 钢筋混凝土轴心受拉构件第二条裂缝即将产生时的应力
（a）混凝土受拉应力-应变关系；（b）截面应力；（c）钢筋应力分布；
（d）钢筋表面应力分布

若采用如图9.5a的混凝土受拉应力-应变曲线，$\varepsilon_{\mathrm{tu}}=2\varepsilon_{\mathrm{tp}}$，$E_{\mathrm{c}}=\sigma_{\mathrm{tp}}/\varepsilon_{\mathrm{tp}}$。则截面*B-B*处（即第二条裂缝即将出现处）钢筋的拉应力为

$$\sigma_{\mathrm{s}}=E_{\mathrm{s}}\varepsilon_{\mathrm{tu}}=2E_{\mathrm{s}}\varepsilon_{\mathrm{tp}}=2E_{\mathrm{s}}\frac{\sigma_{\mathrm{tp}}}{E_{\mathrm{c}}}=2\alpha_{\mathrm{E}}\sigma_{\mathrm{tp}} \tag{9-3}$$

这样，式（9-2）可以写成

$$N_{\mathrm{cr}}=\sigma_{\mathrm{tp}}A+2\alpha_{\mathrm{E}}\sigma_{\mathrm{tp}}A_{\mathrm{s}} \tag{9-4}$$

在截面*A-A*处，即第一条裂缝处，拉力N_{cr}全部由钢筋承担，其拉应力σ_{scr}为

$$\begin{aligned}\sigma_{\mathrm{scr}}&=\frac{N_{\mathrm{cr}}}{A_{\mathrm{s}}}=\frac{\sigma_{\mathrm{tp}}A+2\alpha_{\mathrm{E}}\sigma_{\mathrm{tp}}A_{\mathrm{s}}}{A_{\mathrm{s}}}\\&=\frac{\sigma_{\mathrm{tp}}}{\rho}+2\alpha_{\mathrm{E}}\sigma_{\mathrm{tp}}\end{aligned} \tag{9-5}$$

式中，$\rho=\dfrac{A_{\mathrm{s}}}{A}$为轴心受拉构件的配筋率。

由于截面*B-B*的钢筋应力σ_{s}总是小于σ_{scr}，所以，为了保持作用在这一段钢筋上力的平衡，在钢筋和混凝土的接触面之间必然存在粘结力，即作用于钢筋表面并平行于钢筋表面的剪切力。粘结应力在*AB*段呈非均匀分布，设它的平均值为$\overline{\tau}_{\mathrm{b}}$，则由钢筋纵向力的平衡条件可得

$$\sigma_{\mathrm{scr}}A_{\mathrm{s}}=\sigma_{\mathrm{s}}A_{\mathrm{s}}+\overline{\tau}_{\mathrm{b}}ml_{\mathrm{cr}} \tag{9-6}$$

式中，l_{cr}——裂缝间距；

m——钢筋的周长。

将式（9-3）和式（9-5）代入式（9-6），可得

$$\begin{aligned}l_{\mathrm{cr}}&=\frac{\sigma_{\mathrm{tp}}}{\overline{\tau}_{\mathrm{b}}}\cdot\frac{1}{\rho}\cdot\frac{A_{\mathrm{s}}}{m}\\&=\frac{\sigma_{\mathrm{tp}}}{4\overline{\tau}_{\mathrm{b}}}\cdot\frac{d}{\rho}\end{aligned} \tag{9-7}$$

上式表明，混凝土的裂缝间距随混凝土抗拉强度和钢筋直径增大而增大，随平均粘结应力和配筋率增大而减小。试验表明，混凝土和钢筋间的粘结强度大致与混凝土的抗拉强度成正比。由上式可知，如果$\overline{\tau}_{\mathrm{b}}$和$\sigma_{\mathrm{tp}}$成正比，即如果$\dfrac{\sigma_{\mathrm{tp}}}{4\overline{\tau}_{\mathrm{b}}}$为常数，则裂缝间距$l_{\mathrm{cr}}$与$d/\rho$成正比。当裂缝的分布处于稳定状态时，两条裂缝之间，混凝土拉应力σ_{c}小于实际混凝土抗拉强度，即不足以产生新的裂缝。由于混凝土材料性能的不均匀性，实际构件的裂缝间距总不相等，所以一般以平均裂缝间距作为研究对象。从理论上讲，裂缝间距在l_{cr}～$2l_{\mathrm{cr}}$范围内，裂缝间距即趋于稳定，故平均裂缝间距l_{m}取$1.5l_{\mathrm{cr}}$。因此，式（9-7）可表示为

$$l_{\mathrm{m}}=1.5l_{\mathrm{cr}}=1.5\frac{\sigma_{\mathrm{tp}}}{4\overline{\tau}_{\mathrm{b}}}\cdot\frac{d}{\rho}=k_1\cdot\frac{d}{\rho} \tag{9-8}$$

式中，k_1为经验系数。

裂缝的平均间距l_{m}与粘结强度及钢筋表面积大小有关。粘结强度高，则l_{m}短，裂缝分布密；钢筋面积相同时，小直径钢筋的相对表面积大，因而l_{m}短。试验还表明，l_{m}不仅与d/ρ有关，而且与混凝土保护层厚度c有较大的关系。这是因为混凝土拉应力在横截面上并非均匀分布，而混凝土的保护层厚度影响截面上混凝土的应力分布。保护层越厚，外表混凝土的拉应力越小，裂缝间距越大。此外，变形钢筋与混凝土间的粘结强度大于光圆钢筋与混凝土间的粘结强度。因此，在其他条件相同时，配置变形钢筋的混凝土构件的平均裂缝间距比配置光圆钢筋的小，也就是说，钢筋表面特征同样影响平均裂缝间距。同时，钢筋混凝土构件往往配有多根钢筋，对此，用钢筋的等效直径d_{eq}代替式（9-8）中的钢筋直径d。而钢筋表面特征对平均裂缝间距的影响，通过钢筋表面特征对等效直径d_{eq}的影响考虑，即计算钢筋的等效直径d_{eq}时，考虑钢筋表面特征对等效直径d_{eq}的影响。

轴心受拉构件、受弯构件、偏心受拉和偏心受压构件，可采用相同形式的表达式计算平均裂缝间距。根据理论分析和试验结果，平均裂缝间距l_{m}按下列表达式计算：

$$l_{\mathrm{m}}=c_{\mathrm{f}}\left(1.9c+0.08\frac{d_{\mathrm{eq}}}{\rho_{\mathrm{te}}}\right) \tag{9-9}$$

式中，c_{f}——与构件受力形式有关的系数，对轴心受拉构件取c_{f}＝1.1，对受弯、偏心受压构件取c_{f}＝1.0，对偏心受拉构件取c_{f}＝1.05。

c——最外层纵向受拉钢筋外边缘至受拉区底边的距离，即受拉区混凝土的保护层厚度（单位为mm），当c＜20mm取c＝20mm；当c＞65mm时，取c＝65mm。

d_{eq}——受拉区纵向钢筋的等效直径，$d_{\mathrm{eq}}=\dfrac{\sum n_i d_i^2}{\sum n_i \nu_i d_i}$，$n_i$为受拉区第$i$种纵向钢筋的根数，$d_i$为受拉区第$i$种纵向钢筋的的公称直径。$\nu_i$为受拉区第$i$种纵向钢筋相对粘结特征系数，对变形钢筋，取$\nu_i$=1.0；对光圆钢筋，取$\nu_i$=0.7。

ρ_{te}——有效配筋率。有效配筋率是指按有效受拉混凝土截面面积A_{te}计算的纵向受拉钢筋的配筋率，即$\rho_{\mathrm{te}}=\dfrac{A_{\mathrm{s}}}{A_{\mathrm{te}}}$。

有效受拉混凝土截面面积A_{te}按下列规定取用：对轴心受拉构件，A_{te}取构件截面面积；对受弯、偏心受压和偏心受拉构件，取

$$A_{te} = 0.5bh + \left(b_f - b\right)h_f \tag{9-10}$$

式中，b——矩形截面宽度，T形和工字形截面腹板厚度；

h——截面高度；

b_f、h_f——分别为受拉翼缘的宽度和高度。

对于矩形、T形、倒T形及工字形截面，A_{te}的取用分别见图9.6所示。

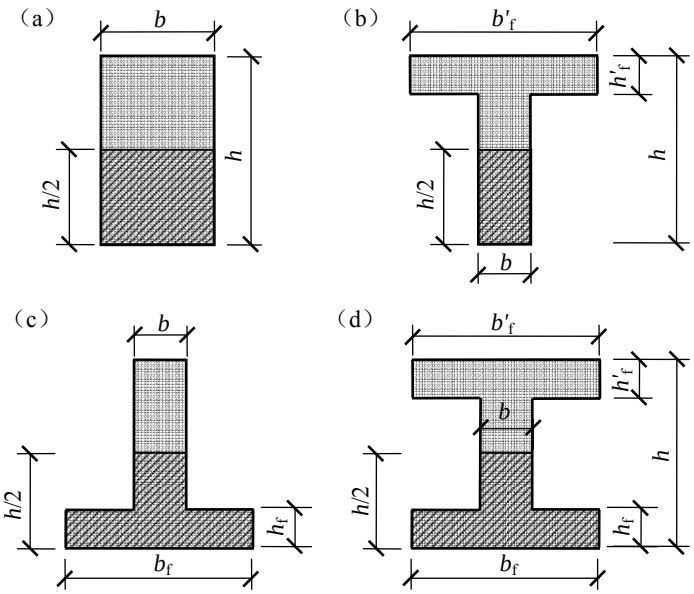

图9.6 有效受拉混凝土截面面积（图中斜线填充部分）

9.3 钢筋与混凝土的粘结和滑移

9.3.1 钢筋和混凝土之间的粘结

在钢筋混凝土结构中，钢筋与混凝土这两种力学性能截然不同的材料之所以能够共同工作，钢筋和混凝土之间的粘结是一个重要因素。所谓粘结力，一般定义为作用在钢筋与混凝土接触面平行于钢筋轴向的剪切力。粘结力的存在，使钢筋和混凝土能够共同工作。设计中应尽量发挥材料各自的优点，同时也要使粘结应力不超过其粘结强度。

钢筋和混凝土之间的粘结力主要由三部分组成，即：

① 钢筋与混凝土接触面上的化学吸附作用力形成的化学胶结力。这种力一般很小，接触面发生相对滑移时就消失，仅在局部无滑移区内起作用。

② 混凝土收缩后将钢筋紧紧地握裹住而产生的摩擦力。钢筋和混凝土之间的挤压力越大、接触面越粗糙，则摩擦力越大。光面钢筋压入试验得到的粘结强度比拉拔试验大，这是因为钢筋受压变粗，增大对混凝土的挤压力，使摩擦力增大。

③ 钢筋表面凹凸不平与混凝土的机械咬合作用所产生的机械咬合力。特别是变形钢筋的横肋往往会产生很大的机械咬合力，在变形钢筋粘结力的三部分组成中，机械咬合力的作用最大，是粘结力的主要来源。但如果变形钢筋布置不当，会产生较大的滑移、裂缝和局部混凝土破碎等现象。

必须指出，荷载较小时即裂缝出现之前，钢筋和混凝土共同承担外力（拉力），两者的

变形是协调的。尽管钢筋和混凝土的应力不相等，但两者的拉应变相等，两者的接触面上并无粘结力发生。只有裂缝出现以后，粘结力才会产生。

9.3.2 钢筋和混凝土之间的粘结应力和滑移

现在来分析两条裂缝之间一段钢筋的受力和变形特点。图9.7a表示一钢筋混凝土受拉构件，两端A和B代表两相邻裂缝截面，该处混凝土已退出工作，应力为零。构件的拉力全部由钢筋承担，其拉应力为σ_{s0}。在A与B之间的中间O处，拉力由钢筋和混凝土共同承担，该处钢筋的拉应力为σ_{s1}。显然，$\sigma_{s1}<\sigma_{s0}$，图9.7b表示钢筋拉应力沿纵向的分布图。

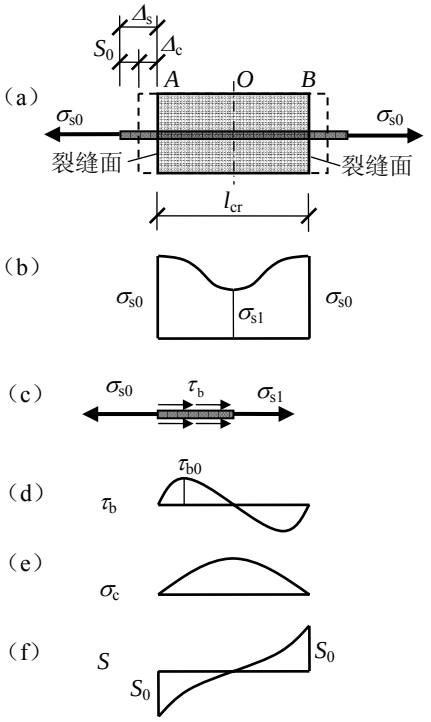

图9.7 裂缝间应力和变形分析

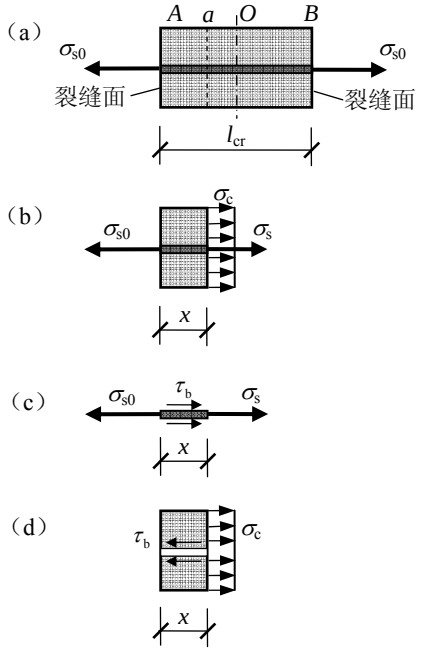

图9.8 裂缝间钢筋和混凝土的平衡分析

如以AO段的钢筋作为脱离体，为了保持钢筋脱离体的平衡，在钢筋与混凝土的接触面上必然存在粘结力，它的作用方向如图9.7c。如以OB段的钢筋作为脱离体，情况类似，但粘结力的方向相反，如图9.7d。在离端部A为x处，取单位长度dx。设钢筋直径为d，则其截面积为$A_s=\pi d^2/4$，由钢筋脱离体的平衡可得

$$\sigma_s \cdot A_s + \tau_b \cdot \pi \cdot d \cdot dx = \sigma_s \cdot A_s + A_s \cdot d\sigma_s$$

则

$$\tau_b = \frac{d}{4} \cdot \frac{d\sigma_s}{dx} \tag{9-11}$$

式中，τ_b为钢筋与混凝土之间的粘结应力。上式说明，粘结应力与钢筋应力沿钢筋纵向的变化率成正比，也就是说，若钢筋应力没有变化，将不产生粘结应力。

混凝土受到粘结力的作用产生拉应力，在截面A和B，混凝土应力为零。在截面O处，混凝土拉应力最大，其粘结应力τ_b为零。

钢筋段AO在图9.7a所示的拉应力作用下，将伸长Δ_s，同一段中混凝土伸长量为Δ_c。由于钢筋和混凝土受力不同，弹性模量不同，两者的伸长量Δ_s和Δ_c必然不相等。其差值量就是裂缝处钢筋和混凝土之间的相对滑移，上述关系可用下式表示：

$$S_0 = \Delta_s - \Delta_c \tag{9-12}$$

在图9.7a中用虚线表示变形后的情况，从中可以看出S_0、Δ_s与Δ_c的关系。钢筋混凝土结构中所以会产生裂缝，就是因为混凝土开裂后钢筋与混凝土之间产生了相对滑移。从它们之间的几何关系，可以得出钢筋处的裂缝宽度为滑移量的两倍，即：

$$w = 2S_0 \tag{9-13}$$

9.3.3 裂缝间区段应力和滑移的弹性分析

假定钢筋和混凝土都处于弹性阶段，根据图9.7和图9.8，对相邻裂缝区段的混凝土和钢筋进行分析。

（1）平衡条件

在图9.8中，令原点在A点，a为离裂缝截面A距离为x的任意截面，以Aa段钢筋为脱离体，可写出水平力的平衡方程：

$$\sigma_{s0} A_s = \sigma_s A_s + \int_0^x \tau_b m dx \tag{9-14}$$

式中，σ_{s0} ——截面A处钢筋的拉应力；

σ_s ——截面a处钢筋的拉应力；

τ_b ——粘结应力；

A_s ——钢筋的截面积；

m ——钢筋截面的圆周长。

以Aa段混凝土为脱离体，可写出水平力的另一个平衡方程：

$$\sigma_c A_c = \int_0^x \tau_b m dx \tag{9-15}$$

式中，σ_c ——截面a处混凝土的拉应力；

A_c ——混凝土的截面积；

（2）变形条件

裂缝出现后，钢筋和混凝土之间将产生相对滑移，它们的变形不协调。可用下式表示变形的不协调程度：

$$S = \int_x^{\frac{l_{cr}}{2}} \left(\varepsilon_s - \varepsilon_c\right) dx \tag{9-16}$$

式中，ε_s、ε_c——分别钢筋和混凝土的拉应变；

S ——截面a处的滑移量。

（3）物理条件

弹性分析假定钢筋和混凝土都处于弹性阶段，应力与应变成正比，即：

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \tag{9-17}$$

$$\sigma_c = E_c \varepsilon_c \tag{9-18}$$

以上式（9-14）至（9-18）的5个方程就是分析裂缝间区段应力和变形的基本方程。根据这5个基本方程，可以得到钢筋和混凝土的拉应力和拉应变、钢筋的总伸长以及钢筋与混凝土之间的滑移量。

钢筋沿构件纵向任意截面a处的应力和应变，可由式（9-14）和式（9-17）求得：

$$\sigma_{\mathrm{s}}=\sigma_{\mathrm{s0}}-\frac{m}{A_{\mathrm{s}}}\int_0^x\tau_{\mathrm{b}}dx \tag{9-19}$$

$$\varepsilon_{\mathrm{s}}=\frac{\sigma_{\mathrm{s0}}}{E_{\mathrm{s}}}-\frac{m}{E_{\mathrm{s}}A_{\mathrm{s}}}\int_0^x\tau_{\mathrm{b}}dx \tag{9-20}$$

对于混凝土，可由式（9-15）和式（9-18）求得：

$$\sigma_{\mathrm{c}}=\frac{m}{A_{\mathrm{c}}}\int_0^x\tau_{\mathrm{b}}dx \tag{9-21}$$

$$\varepsilon_{\mathrm{c}}=\frac{m}{E_{\mathrm{c}}A_{\mathrm{c}}}\int_0^x\tau_{\mathrm{b}}dx \tag{9-22}$$

区段AO的钢筋伸长Δ_{s}和混凝土伸长Δ_{c}可分别通过对钢筋应变ε_{s}和混凝土应变ε_{c}的积分求得，则由式（9-16），任意截面a处的滑移量

$$\begin{aligned}S&=\int_x^{\frac{l_{\mathrm{cr}}}{2}}\left(\varepsilon_{\mathrm{s}}-\varepsilon_{\mathrm{c}}\right)dx\\&=\int_x^{\frac{l_{\mathrm{cr}}}{2}}\left(\frac{\sigma_{\mathrm{s0}}}{E_{\mathrm{s}}}-\frac{m}{E_{\mathrm{s}}A_{\mathrm{s}}}\int_0^x\tau_{\mathrm{b}}dx-\frac{m}{E_{\mathrm{c}}A_{\mathrm{c}}}\int_0^x\tau_{\mathrm{b}}dx\right)dx\\&=\frac{\sigma_{\mathrm{s0}}}{E_{\mathrm{s}}}\left(\frac{l_{\mathrm{cr}}}{2}-x\right)-\frac{m}{E_{\mathrm{s}}A_{\mathrm{s}}}\left(1+\alpha_{\mathrm{E}}\rho\right)\int_x^{\frac{l_{\mathrm{cr}}}{2}}\int_0^x\tau_{\mathrm{b}}dxdx\end{aligned} \tag{9-23}$$

式中，$\alpha_{\mathrm{E}}=\dfrac{E_{\mathrm{s}}}{E_{\mathrm{c}}}$，$\rho=\dfrac{A_{\mathrm{s}}}{bh}$。则裂缝截面$A$处的滑移量$S_0$为：

$$S_0=\frac{\sigma_{\mathrm{s0}}}{E_{\mathrm{s}}}\frac{l_{\mathrm{cr}}}{2}-\frac{m}{E_{\mathrm{s}}A_{\mathrm{s}}}\left(1+\alpha_{\mathrm{E}}\rho\right)\int_0^{\frac{l_{\mathrm{cr}}}{2}}\int_0^x\tau_{\mathrm{b}}dxdx \tag{9-24}$$

由式（9-23）和式（9-24）可知，任意截面a处的滑移量S小于裂缝截面A处的滑移量S_0。为了求得钢筋的应力σ_{s}和应变ε_{s}、混凝土的应力σ_{c}和应变ε_{c}以及滑移量S等值，需先确定粘结应力τ_{b}的分布规律。粘结应力τ_{b}的分布规律可以通过试验获得，其分布与钢筋的应力水平和钢筋的表面特征有关，图9-6d为一理想化的粘结应力分布曲线。粘结应力分布的特点是：在裂缝截面A和B以及中央截面O处，粘结应力为零。在AO和OB之间，粘结应力有一个峰值，峰值的大小以及所对应的位置，都与构件的应力水平有关。

为了简化计算，近似地用二次抛物线代替实测粘结应力分布曲线，即取：

$$\tau_{\mathrm{b}}=\tau_{\mathrm{b0}}\left[1-\left(1-4\frac{x}{l_{\mathrm{cr}}}\right)^2\right] \tag{9-25}$$

式中，τ_{b0} ——粘结应力的峰值，其值随钢筋应力增大而增大。

将式（9-25）分别代入式（9-23）和式（9-24）积分后，可得任意截面a处和裂缝截面A处的滑移量分别为：

$$S=\frac{\sigma_{\mathrm{s0}}}{E_{\mathrm{s}}}\left(\frac{l_{\mathrm{cr}}}{2}-x\right)-\frac{\tau_{\mathrm{b0}}ml_{\mathrm{cr}}}{E_{\mathrm{s}}A_{\mathrm{s}}}\left(1+\alpha_{\mathrm{E}}\rho\right)\left[\frac{5}{64}+\frac{1}{12}\frac{x}{l_{\mathrm{cr}}}-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{l_{\mathrm{cr}}}\right)^2+\frac{1}{192}\left(1-4\frac{x}{l_{\mathrm{cr}}}\right)^3\right] \tag{9-26}$$

$$S_0=\frac{\sigma_{s0}}{E_s}\frac{l_{cr}}{2}\left[1-\frac{\tau_{b0}}{6\sigma_{s0}}\frac{ml_{cr}}{A_s}\left(1+\alpha_E\rho\right)\right] \tag{9-26a}$$

图9-6f表示按上式所得的滑移沿纵向的分布规律。

将式（9-26a）代入式（9-13），得到钢筋处的裂缝宽度为：

$$\begin{aligned} w&=2S_0\\ &=\frac{\sigma_{s0}}{E_s}l_{cr}\left[1-\frac{\tau_{b0}}{6\sigma_{s0}}\frac{ml_{cr}}{A_s}\left(1+\alpha_E\rho\right)\right] \end{aligned} \tag{9-27}$$

上式表明：裂缝宽度w随裂缝间距l_{cr}和钢筋拉应力σ_{s0}增大而增大。联系式（9-7）或式（9-8）裂缝间距的表达式可知，裂缝宽度将随钢筋直径减小或配筋率增大而减小。这一概念非常重要，指明了减小裂缝宽度的途径。需要说明的是，上式的裂缝间距和裂缝宽度均是指它们的平均值。

9.3.4 裂缝间钢筋应力的不均匀系数

由上述分析可知，两裂缝间钢筋的应力或应变分布不均匀，裂缝截面钢筋拉应力和拉应变值最大，其值分别为σ_{s0}和ε_{s0}，见图9.9。因此，引入裂缝间钢筋应力（应变）不均匀系数表示其不均匀性。裂缝间钢筋应力（应变）不均匀系数用ψ表示，其定义为：

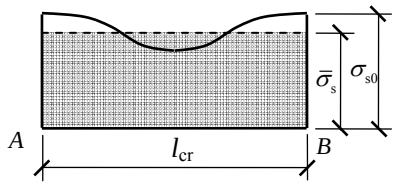

图 9.9 裂缝间钢筋应力分布

$$\psi=\frac{\bar{\sigma}_s}{\sigma_{s0}}=\frac{\bar{\varepsilon}_s}{\varepsilon_{s0}} \tag{9-28}$$

式中，σ_{s0}、ε_{s0}——裂缝截面处钢筋的应力和应变；

$\bar{\sigma}_s$、$\bar{\varepsilon}_s$——裂缝间区段中钢筋的平均应力和平均应变，即：$\bar{\sigma}_s=\psi\sigma_{s0}$及$\bar{\varepsilon}_s=\psi\varepsilon_{s0}$。

引入ψ后，将两裂缝间钢筋应力（或应变）的曲线分布用直线表示，其纵坐标就是$\psi\sigma_{s0}$（或$\psi\varepsilon_{s0}$）。

由ψ的定义可得

$$\begin{aligned} \psi&=\frac{\Delta_s}{\varepsilon_{s0}l_{cr}}=\frac{2\int_0^{\frac{l_{cr}}{2}}\varepsilon_s dx}{\varepsilon_{s0}l_{cr}}\\ &=1-\frac{\tau_{b0}}{6\sigma_{s0}}\frac{ml_{cr}}{A_s} \end{aligned} \tag{9-29}$$

或写成

$$\psi=1-\frac{C_1 f_t}{\rho\sigma_{s0}} \tag{9-29a}$$

式中，$C_1=\dfrac{ml_{\mathrm{cr}}}{6A}\cdot\dfrac{\tau_{\mathrm{b0}}}{f_{\mathrm{t}}}$，其值等于0.45~0.55。其中$A$为构件的截面面积。

式（9-28）可以写成：

$$\begin{aligned}\psi&=\frac{\bar{\sigma}_{\mathrm{s}}}{\sigma_{\mathrm{s0}}}\\&=\frac{\bar{\varepsilon}_{\mathrm{s}}}{\varepsilon_{\mathrm{s0}}}=\frac{\bar{\varepsilon}_{\mathrm{s}}l_{\mathrm{cr}}}{\varepsilon_{\mathrm{s0}}l_{\mathrm{cr}}}=\frac{\Delta_{\mathrm{s}}}{\Delta_{\mathrm{s0}}}\end{aligned}\tag{9-30}$$

式中的Δ_{s0}为AB段钢筋在没有受到混凝土约束时的自由伸长量。由式（9-30）可知，ψ也是反映钢筋平均拉应力（或平均拉应变）比自由钢筋拉应力（或拉应变）减小程度的系数，同时，也是反映总伸长减小程度的系数。由式（9-29）知，ψ值随裂缝截面A或B处钢筋拉应力σ_{s0}增大而增大。显然，ψ值必大于零，而小于或等于1。

如果已知粘结应力的峰值τ_{b0}和它的分布规律、裂缝间距l_{cr}和钢筋直径d，不难由式（9-29）求得ψ与σ_{s0}的关系。也可以通过试验测得总伸长Δ和裂缝间距l_{cr}，再按式（9-29）求得ψ与σ_{s0}的关系。试验结果和理论分析均表明，ψ值除了有一个上限（等于1）外，还有一个下限。其下限大于零，约为0.2~0.4，即相当于裂缝刚出现拉力为N_{cr}时的ψ数值。此后，随荷载（或σ_{s0}）增大而增大，直到钢筋屈服时，其值接近或等于1。

式（9-29）是将裂缝间粘结应力的分布假设为二次抛物线推导得出的。然而，裂缝间粘结应力的实际分布非常复杂，其粘结应力峰值以及分布曲线形式均随钢筋的应力水平不同而不同。对于ψ的计算，许多学者进行了大量研究。ψ的大小反映了受拉混凝土参与工作的程度。混凝土参与受拉，使得裂缝间钢筋的应力比裂缝处钢筋应力小。随着荷载增大，钢筋应力σ_{s}增加，钢筋与混凝土间的相对滑动增大，粘结应力逐渐遭到破坏，拉区混凝土逐渐退出工作，ψ趋向于1，即裂缝间的钢筋平均应变逐渐与裂缝处的钢筋应变趋于一致。影响ψ大小的因素除荷载水平外，还有混凝土的抗拉强度f_{t}，配筋率ρ，粘结强度τ_{bu}等。目前较常用的还是采用统计的方法，即由实验数据出发，抓住主要因素，给出一个便于计算的统计公式。

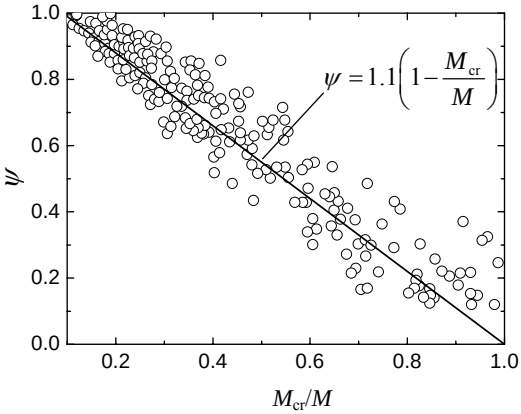

图 9.10 钢筋应变不均匀系数ψ

受弯构件试验中实测的ψ值随弯矩变化如图9.10。构件刚开裂时（$M_{\mathrm{cr}}/M=1$），ψ值最小；随着弯矩增大（M_{cr}/M减小），ψ值逐渐增大，钢筋屈服后，ψ值趋近于1。其经验回归式为

$$\psi=1.1\left(1-\frac{M_{\mathrm{cr}}}{M}\right)\tag{9-30a}$$

式中，M_{cr}为构件开裂弯矩。

将构件的开裂弯矩M_{cr}用混凝土的抗拉强度f_{t}表示，计算裂缝时的弯矩（M）用截面上钢筋的有效配筋率ρ_{te}和拉应力σ_{s}表示，并作适当简化后，即得

$$\psi = 1.1 - \frac{0.65 f_t}{\rho_{te}\sigma_s} \tag{9-30b}$$

当ψ<0.2时，取ψ=0.2；当ψ>1时，取ψ=1；对于直接承受重复荷载的构件，取ψ=1。式中，σ_s为裂缝截面受拉钢筋应力，其意义与式（9-27）中的σ_{s0}相同；ρ_{te}为按有效受拉混凝土截面面积计算的纵向受拉钢筋配筋率，$\rho_{te}=A_s/A_{te}$，A_{te}按图9.5取值。

试验结果还证实，式（9-30b）也适用于轴心受拉、偏心受拉和偏心受压构件。

式（9-27）中的$\alpha_E\rho$与1相比，其值很小，若略去$\alpha_E\rho$项，即取$1+\alpha_E\rho\approx1$，于是该式可写成

$$\begin{aligned} w &= \frac{\sigma_{s0}}{E_s} l_{cr}\left[1 - \frac{\tau_{b0}}{6\sigma_{s0}}\frac{m l_{cr}}{A_s}\right] \\ &= \psi \frac{\sigma_{s0}}{E_s} l_{cr} \end{aligned} \tag{9-31}$$

9.3.5 裂缝最大宽度及其验算

混凝土构件裂缝区域局部应力变化大，影响裂缝的因素众多，且变化幅度大。另外，钢筋和混凝土间粘结应力分布和相对滑移的不确定性以及裂缝的形成和开展受混凝土材料的非匀质控制的随机性，等等，都使裂缝的间距和宽度有较大离散性。

1．最大裂缝宽度

试验表明：构件开裂后，只在裂缝截面附近的局部发生钢筋和周围混凝土的相对位移，其余大部仍保持着良好的粘结。由于混凝土的粘结应力τ_b对钢筋的作用，使钢筋应力从裂缝截面处的最大值往内逐渐减小，至相邻裂缝的中间截面处达最小值。同样，钢筋对混凝土的粘结作用τ_b约束了相邻裂缝间混凝土的自由回缩，产生复杂的应力分布。截面上混凝土的总拉力或平均拉应力在裂缝处为零，沿纵向往内逐渐增大，至相邻裂缝的中间截面达最大拉（应）力值。沿截面高度方向：在裂缝截面处混凝土应力全为零；在靠近裂缝的截面上，钢筋周围附近混凝土为拉应力，往外逐渐减小，并过渡为压应力；离裂缝越远的截面上，钢筋周围的混凝土拉区逐渐扩大，压区减小，截面混凝土应力渐趋均匀；相邻裂缝的中间截面上，混凝土一般为全部受拉，且应力接近均匀分布。这一应力（变）状态，使构件表面的混凝土纵向回缩变形大，裂缝（w_c）较宽，接近钢筋处的混凝土回缩变形小，虽有局部滑移，但钢筋附近的裂缝也很窄（w_s<<w_c）。这说明，由于粘结力的存在和作用，钢筋约束了混凝土裂缝的开展。离钢筋越近，约束影响大，裂缝宽度越小；随着离钢筋距离增大，约束作用减弱，裂缝宽度增大；距离更远（如c＞80～100 mm）处，超出了钢筋的有效约束范围，裂缝宽度不再变化，如图9.11。钢筋约束作用的大小取决于钢筋的直径和间距，以及钢筋和混凝土的粘结状况。

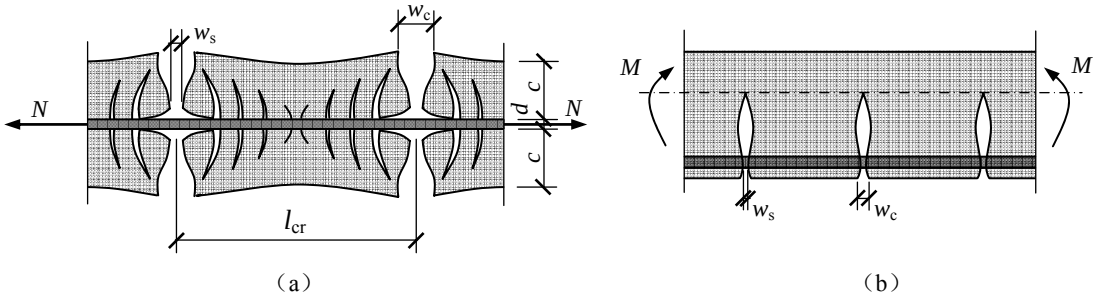

图 9.11 裂缝和变形示意图

（a）轴心受拉构件；（b）受弯构件

在结构试验或质量检验时，通常是观察构件的表面裂缝宽度，而9.3.3和9.3.4节分析得到的裂缝宽度计算公式（式（9-27）或式（9-31））是计算受拉钢筋处的裂缝宽度。而构件表面的裂缝宽度往往比钢筋处的裂缝宽度大许多倍，因此，用式（9-27）或式（9-31）计算构件表面的裂缝宽度时，需要考虑裂缝附近混凝土的局部变形进行修正。同时，考虑到混凝土的非均质性及其随机性，裂缝的分布并非均匀分布，具有较大的离散性，以及长期荷载作用使平均裂缝宽度增大较多等因素。《混凝土结构设计规范》（GB 50010−2002）规定，矩形、T形、倒T形和工字形截面的受拉、受弯和大偏心受压构件，按荷载效应的标准组合并考虑长期作用的影响，其最大裂缝宽度可按下列公式计算

$$w_{\max}=\alpha_{\mathrm{cr}}\psi\frac{\sigma_{\mathrm{sk}}}{E_{\mathrm{s}}}\left(1.9c+0.08\frac{d_{\mathrm{eq}}}{\rho_{\mathrm{te}}}\right) \tag{9-32}$$

式中，$\alpha_{\mathrm{cr}}=c_{\mathrm{p}}c_{\mathrm{t}}c_{\mathrm{c}}c_{\mathrm{f}}$——构件受力特征系数，根据组成$\alpha_{\mathrm{cr}}$各系数的取值，对$\alpha_{\mathrm{cr}}$进行计算后有：轴心受拉构件，$\alpha_{\mathrm{cr}}$=2.7；偏心受拉构件，$\alpha_{\mathrm{cr}}$=2.4；受弯和偏心受压构件，$\alpha_{\mathrm{cr}}$=2.1；

c_{p}——考虑混凝土裂缝间距和宽度的离散性所引入的最大缝宽与平均缝宽的比值，统计试验数据得其分布规律，按95％概率取最大裂缝宽时的比值，轴心受拉构件，c_{p}=1.9；偏心受拉构件，c_{p}=1.9；受弯和偏心受压构件，c_{p}=1.66；

c_{t}——考虑荷载长期作用下，拉区混凝土的应力松弛和收缩、滑移的徐变等因素对裂缝宽度增大影响的系数，试验结果为c_{t}＝1.5；

c_{c}——裂缝间混凝土受拉应变的影响，试验结果为0.85；

c_{f}——其意义和取值与式（9-9）中的相同；

ψ——裂缝间受拉钢筋的应变不均匀系数。

应该指出，由式（9-32）计算出的最大裂缝宽度，并不就是裂缝宽度的绝对最大值，而是具有95％保证率的相对最大裂缝宽度。

2．裂缝截面处钢筋的应力σ_{sk}

在进行最大裂缝宽度计算时，需要知道σ_{sk}。σ_{sk}是指按荷载效应的标准组合计算的混凝土构件裂缝截面处纵向受拉钢筋的应力。对于轴心受拉、受弯、偏心受拉以及偏心受压构件，σ_{sk}均可按裂缝截面处力的平衡条件求得。

（1）轴心受拉构件

$$\sigma_{\mathrm{sk}}=\frac{N_{\mathrm{k}}}{A_{\mathrm{s}}} \tag{9-33}$$

（2）受弯构件

根据受弯构件第Ⅱ阶段裂缝截面的应力分布，对受压区混凝土合力中心取矩，σ_{sk}可由平衡条件求得，对于矩形截面

$$\sigma_{\mathrm{sk}}=\frac{M_{\mathrm{k}}}{A_{\mathrm{s}}\gamma h_0} \tag{9-34}$$

式中，γ为裂缝截面内力臂系数，这里可以取γ=0.87。

（3）偏心受拉构件

大小偏心受拉构件开裂后，裂缝截面应力分布分别见图9.12b、9.12c。小偏心受拉构件，一般情况是截面全部裂通，不存在混凝土受压区；大偏心受拉构件，截面虽然不会裂通，截面混凝土还有受压区，但受压区高度一般较小，可近似地取$x=2a'_{\mathrm{s}}$，即近似地认为，压区混凝土应力的合力中心与受压纵向钢筋合力中心重合。则大小偏心受拉构件的σ_{sk}计算公式均为

$$\sigma_{sk}=\frac{N_k e'}{A_s\left(h_0-a_s'\right)} \tag{9-35}$$

式中，e'为轴向拉力作用点至受压区或受拉较小边纵向钢筋合力中心的距离，$e'=e_0+\frac{h}{2}-a_s'$。

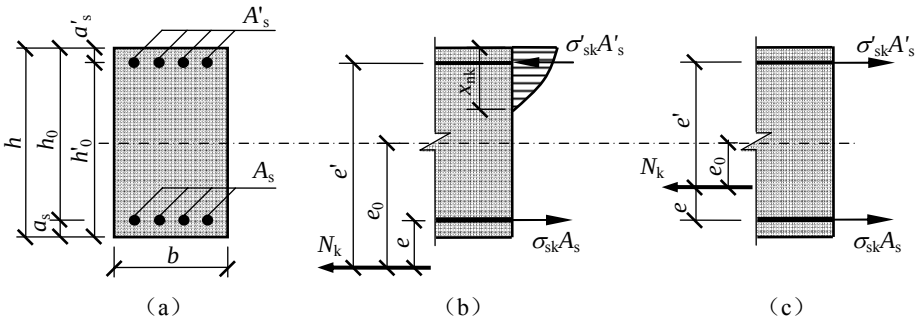

图9.12 大、小偏心受拉构件钢筋应力计算
（a）截面尺寸；（b）大偏心受拉；（c）小偏心受拉

（4）偏心受压构件

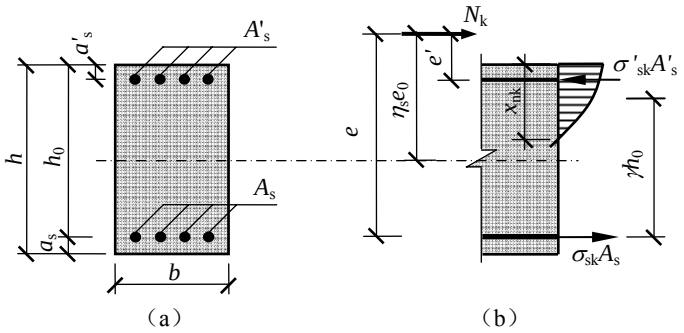

图9.13 偏心受压构件钢筋应力计算
（a）截面尺寸；（b）计算图式

偏心受压构件第Ⅱ阶段裂缝截面的应力分布如图9.13所示。对受压区合力点取矩，由平衡条件可得

$$\sigma_{sk}=\frac{N_k\left(e-\gamma h_0\right)}{\gamma h_0 A_s} \tag{9-36}$$

式中，N_k——按荷载标准组合计算的轴向压力值；

e——N_k至受拉钢筋A_s合力点的距离；

γh_0——纵向受拉钢筋合力点至受压区压力合力点的距离，且$\gamma\leqslant 0.87$；γ的计算较为复杂，为简便起见，近似地取

$$\gamma=0.87-0.12\left(1-\gamma_f'\right)\left(\frac{h_0}{e}\right)^2 \tag{9-37}$$

当偏心受压构件的长细比$l_0/h>14$时，还应考虑侧向挠度的影响，即取式（9-36）中的$e=\eta_s e_0+h/2-a_s$。η_s是指使用阶段的轴向压力偏心距增大系数，可近似地取

$$\eta_s = 1 + \frac{1}{4000 e_0 / h_0}\left(\frac{l_0}{h}\right)^2 \tag{9-38}$$

当偏心受压构件的长细比 $l_0/h \le 14$ 时，取 $\eta_s = 1.0$。

3．最大裂缝宽度验算

验算裂缝宽度时，应满足

$$w_{max} \le w_{lim} \tag{9-39}$$

式中，w_{lim}为《混凝土结构耐久性设计规范》（GB/T 50476−2008）规定的表面裂缝计算宽度限值，与结构的工作环境类别和作用等级等有关。

与受弯构件挠度验算相同，裂缝宽度的验算也是在满足构件承载力的前提下进行的，因而，诸如截面尺寸、配筋率等均已确定。在验算中，可能会出现满足了挠度的要求，不满足裂缝宽度的要求，这通常在配筋率较低、而钢筋选用的直径较大的情况下出现。因此，当计算最大裂缝宽度超过允许值不大时，常可用减小钢筋直径的方法解决，必要时也可适当增加配筋率。

此外，对e_0/h_0≤0.55的偏心受压构件，试验表明，最大裂缝宽度小于允许值，因此可不予验算。

对于受拉及受弯构件，当承载力要求较高时，往往出现不能同时满足裂缝宽度或变形限值要求的情况，这时，增大截面尺寸或增加用钢量，显然是不经济也是不合理的。对此，有效的措施是采用预应力混凝土构件。关于预应力混凝土构件的力学分析和设计方法将在第10章讨论。

【例9-1】 已知某屋架下弦按轴心受拉构件设计，截面尺寸为200mm×200mm，保护层厚度c=25mm，配置4根直径为16mm的HRB335级钢筋（A_s=804mm^2），混凝土强度等级为C30，荷载效应标准组合的轴向拉力N_k=120×10^{3}N，w_{lim}=0.2mm。试验算最大裂缝宽度。

〖解〗由附录2附表2-1和附表2-3得，C30混凝土的f_{tk}=2.01N/mm^2，HRB335钢筋的E_s=2.0×10^{5}N/mm^2

按式（9-32），对于轴心受拉构件，α_{cr}=2.7

$$\rho_{te} = \frac{A_s}{bh} = \frac{804}{200 \times 200} = 0.0201$$

$$\sigma_{sk} = \frac{N_k}{A_s} = \frac{120 \times 10^3}{804} = 149 \text{ N/mm}^2$$

$$\psi = 1.1 - \frac{0.65 f_{tk}}{\rho_{te}\sigma_{sk}} = 1.1 - \frac{0.65 \times 2.01}{0.0201 \times 149} = 0.6638$$

则

$$\begin{aligned} w_{max} &= \alpha_{cr}\psi \frac{\sigma_{sk}}{E_s}\left(1.9c + 0.08\frac{d_{eq}}{\rho_{te}}\right) \\ &= 2.7 \times 0.6638 \times \frac{149}{2.0 \times 10^5} \times \left(1.9 \times 25 + 0.08 \times \frac{16}{0.0201}\right) = 0.148 \text{ mm} \\ &< w_{lim} = 0.2 \text{ mm} \end{aligned}$$

满足要求。

【例9-2】已知一T形截面梁的尺寸为：$b\times h$=300mm×800mm，h'_f=100mm，b'_f=600mm。承受在荷载标准组合下的弯矩M_k=450×10^{6}N·mm，混凝土强度等级为C30，受拉钢筋为6根直径25mm的HRB335钢筋（双排布置，A_s=2945mm^2），保护层厚度c=25mm。试求构件的最大裂缝宽度。

〖解〗由附录2附表2-1和附表2-3得，C30混凝土的f_{tk}=2.01N/mm^2，HRB335钢筋的E_s=2.0×10^{5}N/mm^2

受拉钢筋双排布置，保护层厚度c=25mm，则a_s=60mm，h_0=800−60=740mm。

按式（9-32），对于受弯构件，α_{cr}=2.1

$$\rho_{te}=\frac{A_s}{0.5bh}=\frac{2945}{0.5\times300\times800}=0.0245$$

$$\sigma_{sk}=\frac{M_k}{0.87A_sh_0}=\frac{450\times10^6}{0.87\times2945\times740}=237\ \text{N/mm}^2$$

$$\psi=1.1-\frac{0.65f_{tk}}{\rho_{te}\sigma_{sk}}=1.1-\frac{0.65\times2.01}{0.0245\times237}=0.8750$$

则

$$\begin{aligned}w_{max}&=\alpha_{cr}\psi\frac{\sigma_{sk}}{E_s}\left(1.9c+0.08\frac{d_{eq}}{\rho_{te}}\right)\\&=2.1\times0.8750\times\frac{237}{2.0\times10^5}\times\left(1.9\times25+0.08\times\frac{25}{0.0245}\right)=0.281\ \text{mm}\end{aligned}$$

【例9-3】有一矩形截面对称配筋偏心受压柱，截面尺寸$b\times h$＝350mm×600mm。计算长度l_0=5000mm，受拉及受压钢筋均为4根直径20mm的HRB335级钢筋（$A_s=A'_s$=1256mm^2），混凝土强度等级为C30，混凝土保护层厚度c=30mm；荷载标准组合的N_k=400×10^{3}N，M_k=170×10^{6}N·mm。试求其最大裂缝宽度。

〖解〗由附录2附表2-1和附表2-3得，C30混凝土的f_{tk}=2.01N/mm^2，HRB335钢筋的E_s=2.0×10^{5}N/mm^2

受拉钢筋单排布置，保护层厚度c=30mm，则a_s=40mm，h_0=600−40=560mm。

按式（9-32），对于受弯构件，α_{cr}=2.1

$$\frac{l_0}{h}=\frac{5000}{600}=8.33<14\text{，取}\eta_s=1$$

$$e_0=\frac{M_k}{N_k}=\frac{170\times10^6}{400\times10^3}=425\,\text{mm}$$

$$e=\eta_se_0+0.5h-a_s=1\times425+0.5\times600-40=685\,\text{mm}$$

对于矩形截面，γ'_f=0，由式（9-37）

$$\begin{aligned}\gamma&=0.87-0.12\left(1-\gamma'_f\right)\left(\frac{h_0}{e}\right)^2\\&=0.87-0.12\times(1-0)\times\left(\frac{560}{685}\right)^2=0.7719\end{aligned}$$

$$\rho_{\mathrm{te}}=\frac{A_{\mathrm{s}}}{0.5bh}=\frac{1256}{0.5\times350\times600}=0.0120$$

由式（9-36）

$$\sigma_{\mathrm{sk}}=\frac{N_{\mathrm{k}}\left(e-\gamma h_0\right)}{\gamma h_0 A_{\mathrm{s}}}$$

$$=\frac{400\times10^3\times\left(685-0.7719\times560\right)}{0.7719\times560\times1256}=186\ \mathrm{N/mm^2}$$

$$\psi=1.1-\frac{0.65f_{\mathrm{tk}}}{\rho_{\mathrm{te}}\sigma_{\mathrm{sk}}}=1.1-\frac{0.65\times2.01}{0.0120\times186}=0.5147$$

则

$$w_{\max}=\alpha_{\mathrm{cr}}\psi\frac{\sigma_{\mathrm{sk}}}{E_{\mathrm{s}}}\left(1.9c+0.08\frac{d_{\mathrm{eq}}}{\rho_{\mathrm{te}}}\right)$$

$$=2.1\times0.5147\times\frac{186}{2.0\times10^5}\times\left(1.9\times30+0.08\times\frac{20}{0.0120}\right)=0.191\ \mathrm{mm}$$

9.4 裂缝和粘结对截面分析的影响

9.4.1 裂缝和粘结力对轴拉构件截面分析的影响

在第4章中曾对轴心受拉截面进行了弹塑性全过程分析，结果表明，在混凝土开裂前后，钢筋的应力和应变、截面的变形和刚度都发生突变。这是未考虑裂缝和粘结力对截面分析的影响所得的结果，显然与试验结果不符。

构件的应变与两裂缝间钢筋的应变相同，即为

$$\varepsilon=\varepsilon_{\mathrm{s}}=\psi\varepsilon_{\mathrm{s0}}=\frac{\psi}{E_{\mathrm{s}}A_{\mathrm{s}}}N \tag{9-40}$$

即

$$N=\frac{E_{\mathrm{s}}A_{\mathrm{s}}}{\psi}\varepsilon \tag{9-41}$$

则轴向拉力N与构件总的伸长量Δ的关系为：

$$\Delta=\varepsilon l=\frac{\psi l}{E_{\mathrm{s}}A_{\mathrm{s}}}N \tag{9-42}$$

式中，l为构件的总长度。

因为系数ψ随轴力的增大而增大，所以，总伸长并不与拉力N成正比。就是说，在截面开裂后，N-ε或N-Δ关系并不是一条通过原点的直线，即并非像图9.14中虚线表示的那样。实际情况应如图9.14中实线所示，其中拉力稍大于N_{cr}时的不规则曲线反映了各裂缝先后出现过程中对变形的影响。在裂缝出现前后，钢筋应变的突增并不是十分突出。当各裂缝出现的过程趋于稳定，裂缝数量不再增加后，N-Δ关系曲线渐趋光滑，并向ψ等于1，即不考虑缝间混凝土作用的直线靠拢。

轴拉构件的刚度定义为拉力N与应变的比值。对出现裂缝后的轴拉构件，应变应指钢筋的平均应变，也就是裂缝间钢筋的总伸长量除以裂缝间距。所以，裂缝出现后轴拉构件的刚度为

$$B=\frac{N}{\varepsilon}=\frac{N}{\Delta}l_{\mathrm{cr}}=\frac{1}{\psi}E_{\mathrm{s}}A_{\mathrm{s}} \tag{9-43}$$

上式中的E_sA_s代表自由钢筋的抗拉刚度。ψ值总是小于1，所以轴心受拉构件开裂后的刚度必大于自由钢筋的刚度E_sA_s，这种现象称为“拉伸刚化效应”。ψ就是反映这种刚化效应的系数，其值愈小，表示刚化效应愈大。

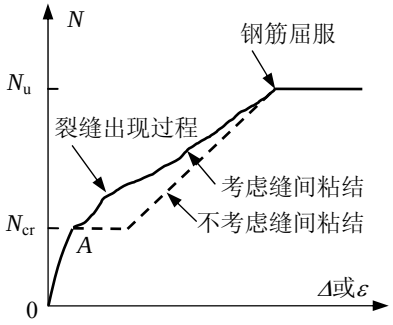

图 9.14 轴心受拉构件轴力-变形关系

图9.15是轴心受拉构件开裂后，沿纵向的实际刚度分布示意图。在裂缝截面处，截面的刚度等于自由钢筋的抗拉刚度E_sA_s；在裂缝之间的各截面，混凝土参与工作，负担了一部分拉力，截面的刚度比裂缝截面的刚度大。所以，整个轴心受拉构件可理解为一根沿纵向为变截面的拉杆，其刚度沿纵向分布为图9.15中形如糖葫芦串的实线，其平均刚度即为式（9-43）所表示的值，如图9.15中的虚线。

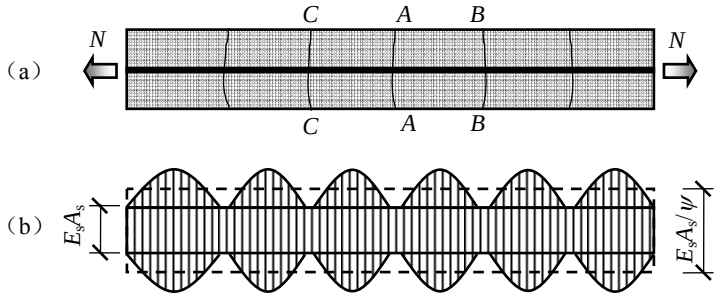

图9.15 钢筋混凝土轴心受拉构件开裂后的刚度

9.4.2 受弯构件裂缝的出现和开展及其对截面受力性能的影响

上面所述轴心受拉构件裂缝的出现和特点，基本上也适用于受弯构件。对于受弯构件，第一条裂缝首先在弯矩最大截面受拉区混凝土抗拉强度的最弱处产生，接着，各裂缝依次产生，最后达到一个相对稳定的状态，不再有新裂缝产生。各裂缝基本均匀分布，裂缝间距大体相等，随着荷载继续增加，各裂缝的宽度则不断增大。

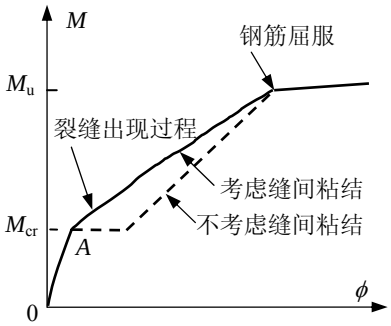

图 9.16 受弯构件弯矩-曲率关系

受弯构件的受拉区与轴心受拉构件的区别在于，前者钢筋近旁的受拉混凝土并非对称地布置在钢筋周围，受力和变形也不对称，而后者是对称的。虽然如此，轴心受拉构件裂缝出现的过程、裂缝出现前后钢筋和混凝土应力的分布和变化、粘结应力的特点、裂缝间距的特点及裂缝间距的确定原则等，基本上也适用于受弯构件的受拉区，仅在数值的大小上有些差异。

与轴心受拉构件相仿，裂缝和粘结力对受弯构件截面的分析也会产生影响。图9.16表示考虑与不考虑这种

影响所得到的弯矩曲率（M-ϕ）曲线，其特点与图9.14轴心受拉构件的轴力变形（N-ε）曲线相似。可见裂缝间粘结力和受拉区混凝土的参与工作对受弯构件在第Ⅱ阶段（即受拉区混凝土开裂后，受拉纵向钢筋屈服前）的弯矩和曲率关系有明显的影响。就是说，在相同弯矩作用下，裂缝间混凝土的参与工作会使截面的曲率减小。

需要注意的是，试验中用应变仪或曲率仪量测梁的应变或曲率时，其标距一般较长，往往需要超过裂缝间距的若干倍。因此，所测得的应变和曲率指的是裂缝间的平均应变和平均曲率。换言之，它既不是有裂缝截面的应变和曲率，也不是裂缝间某一截面的应变和曲率。

9.4.3 考虑裂缝间粘结应力的受弯构件开裂后的弹性分析

由于裂缝间粘结力的存在，使裂缝间混凝土参与工作，考虑其对受弯构件截面开裂后的第Ⅱ阶段的影响，再对该阶段截面进行弹性分析，如图9.17。

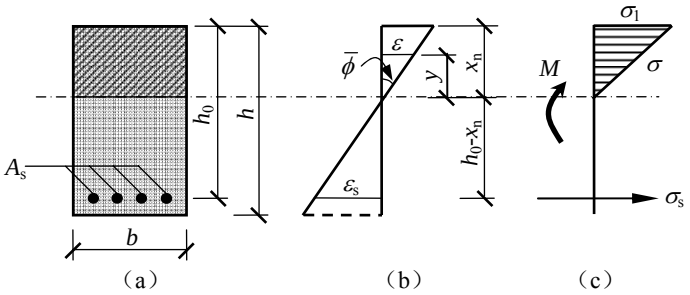

图9.17 混凝土开裂后截面的应变、应力
（a）截面；（b）应变；（c）应力

(1)平衡条件

$$\sum X=0,\qquad \int_0^{x_n}\sigma b dy-\sigma_s A_s=0 \qquad \text{同（5-18）}$$

$$\sum M=0,\qquad M=\int_0^{x_n}y\sigma b dy+\sigma_s A_s\left(h_0-x_n\right) \qquad \text{同（5-19）}$$

按弹性分析，受压区混凝土的压力图为三角形。对于矩形截面构件，上面两式可写成：

$$\sum X=0,\qquad \frac{1}{2}\sigma_1 b x_n-\sigma_s A_s=0 \qquad (9\text{-}44)$$

$$\sum M=0,\qquad M=\frac{1}{3}\sigma_1 b x_n^2+\sigma_s A_s\left(h_0-x_n\right) \qquad (9\text{-}45)$$

式中，σ_1——裂缝截面受压区边缘的混凝土压应力；

x_n——裂缝截面的混凝土受压区高度。

(2)变形条件

$$\bar{\varepsilon}_1=\bar{\phi}\cdot\bar{x}_n \qquad (9\text{-}46)$$

$$\bar{\varepsilon}_s=\bar{\phi}\left(h_0-\bar{x}_n\right) \qquad (9\text{-}47)$$

这两个式子分别与式（5-3）和（5-4）相似，但其中的$\bar{\varepsilon}_1$、$\bar{\varepsilon}_s$、$\bar{\phi}$和$\bar{x}_n$分别表示受压区边缘混凝土的平均压应变、钢筋的平均拉应变、平均曲率和混凝土平均受压区高度。由于裂缝数量是有限的，裂缝间粘结力使受拉区混凝土参与工作，所以，沿构件的纵向不仅钢筋的拉应力或拉应变有变化，混凝土的压应变、受压区高度以及截面的曲率都有波浪形的变化。试验结果证明，就平均应变而言，仍然符合平截面假定。所以式（9-46）和式（9-47）成立，

这就是说，考虑裂缝和粘结力的影响后，引用式（9-46）和式（9-47）代替式（5-3）和式（5-4）。

裂缝截面的应变ε_s和ε_1与平均应变$\bar{\varepsilon}_s$和$\bar{\varepsilon}_1$的关系可通过裂缝间粘结的系数ψ和ψ_c来反映，即

$$\bar{\varepsilon}_1 = \psi_c \varepsilon_1 \tag{9-48}$$

$$\bar{\varepsilon}_s = \psi \varepsilon_s \tag{9-49}$$

由于裂缝的存在，不仅钢筋拉应力沿构件纵向呈波浪形变化，受压区边缘混凝土压应力沿构件纵向也有变化。所以，除了前面已引入的系数ψ外，再引入系数ψ_c。ψ_c为裂缝间混凝土应力不均匀系数，其物理意义与ψ类似。然而，相对于钢筋的拉应力，混凝土压应力沿纵向的变化较小，即ψ_c值小于1而接近于1，实用上可近似取1。同时，裂缝截面的受压区高度与平均受压区高度相差很小，实用上也可近似取作相等。于是，式（9-46）和（9-47）可分别写成：

$$\varepsilon_1 = \bar{\phi} \cdot x_n \tag{9-50}$$

$$\psi \varepsilon_s = \bar{\phi}\left(h_0 - x_n\right) \tag{9-51}$$

系数ψ已在前面讲过，用式（9-29a）表示，这里用σ_s表示裂缝截面的钢筋应力。现将其改写为下列形式

$$\psi = 1 - \frac{H}{\sigma_s} \tag{9-52}$$

式中：$H = \dfrac{C_1 f_t}{\rho}$，$C_1 = \dfrac{m l_{cr}}{6A} \cdot \dfrac{\tau_{b0}}{f_t}$。

将式（9-52）代入式（9-51）得

$$\left(1 - \frac{H}{\sigma_s}\right)\varepsilon_s = \bar{\phi}\left(h_0 - x_n\right) \tag{9-53}$$

(3)物理条件

$$\sigma_1 = E_c \varepsilon_1 \tag{9-54}$$

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \tag{9-55}$$

以上平衡条件的式（9-44）和式（9-45）、变形条件的式（9-50）和式（9-53）以及物理条件的式（9-54）和式（9-55），是考虑裂缝间粘结后，对受弯构件第Ⅱ阶段作弹性分析时的基本方程。

将式（9-50）代入式（9-54），得

$$\sigma_1 = E_c \cdot \bar{\phi} \cdot x_n \tag{9-56}$$

由式（9-55）得$\varepsilon_s = \sigma_s / E_s$，代入式（9-53），得

$$\sigma_s = E_s \cdot \bar{\phi}\left(h_0 - x_n\right) + H = E_s \cdot \bar{\varepsilon}_s + H \tag{9-57}$$

式（9-57）中的$\bar{\phi}\left(h_0-x_n\right)$就是钢筋的平均拉应变$\bar{\varepsilon}_s$，所以$E_s\cdot\bar{\phi}\left(h_0-x_n\right)$就是钢筋的平均拉应力。式（9-57）说明，裂缝截面处的钢筋拉应力σ_s比裂缝间区段钢筋平均拉应力$E_s\cdot\bar{\phi}\left(h_0-x_n\right)$大$H$。

将式（9-56）、式（9-57）代入平衡条件式（9-44）和式（9-45），得

$$\sum X=0,\qquad \frac{1}{2}E_s\bar{\phi}bx_n^2-\left[E_s\bar{\phi}\left(h_0-x_n\right)+H\right]A_s=0 \tag{9-58}$$

$$\sum M=0,\qquad M=\frac{1}{3}E_s\bar{\phi}bx_n^3+\left[E_s\bar{\phi}\left(h_0-x_n\right)+H\right]A_s\left(h_0-x_n\right) \tag{9-59}$$

根据以上两式进行截面开裂后第Ⅱ阶段考虑裂缝间粘结的弹性分析，可求得两个未知量。如已知截面尺寸$b\times h_0$、配筋量A_s、材料的弹性模量E_s，E_c以及曲率值$\bar{\phi}$和H值，可先由式（9-58）求得受压区高度x_n值，再代入式（9-59），可求得截面所承受的弯矩M值。如已知M而求$\bar{\phi}$和x_n值，则需将式（9-58）和式（9-59）作为三次代数方程联立求解，原则上并无困难，只是计算较繁琐。

如果考虑裂缝间粘结对受弯构件的第Ⅱ阶段进行弹塑性分析，可对考虑裂缝间粘结的弹性分析的式（9-58）和式（9-59）中的混凝土项作相应的修改即可，其结果如下：

$$\sum X=0,\qquad \frac{f_c\bar{\phi}b}{\varepsilon_p}\left(x_n^2-\frac{\bar{\phi}x_n^3}{3\varepsilon_p}\right)-\left[E_s\bar{\phi}\left(h_0-x_n\right)+H\right]A_s=0 \tag{9-60}$$

$$\sum M=0,\quad M=\frac{f_c\bar{\phi}b}{\varepsilon_p}\left(\frac{2}{3}x_n^3-\frac{\bar{\phi}x_n^4}{4\varepsilon_p}\right)+\left[E_s\bar{\phi}\left(h_0-x_n\right)+H\right]A_s\left(h_0-x_n\right) \tag{9-61}$$

以上两式即可进行截面开裂后第Ⅱ阶段考虑裂缝间粘结的弹塑性分析，可求得两个未知量。求解方法与弹性分析类似，只是方程的次数更高，计算更加繁琐。

9.4.4 受弯构件开裂后的抗弯刚度

受弯构件的抗弯刚度是一个重要参数，特别是裂缝出现后的第Ⅱ阶段的刚度尤为重要。因为，混凝土受弯构件在正常使用时的应力状态一般处于受弯的第Ⅱ阶段，往往需要对构件的挠度进行验算，而抗弯刚度是计算挠度所需的重要参数。在第5章对受弯构件截面作弹性分析或弹塑性分析时，曾对受弯构件截面的刚度进行过讨论，但都没有考虑裂缝和粘结力的影响。下面考虑裂缝间粘结的影响对受弯构件开裂后的刚度做进一步分析。

受弯构件抗弯刚度定义为弯矩与曲率的比值，即构件单位曲率所能抵抗的弯矩值，其表达式为

$$B=\frac{M}{\phi} \tag{9-62}$$

为了确定刚度值，需先确定M和ϕ值。国内外学者对受弯构件开裂后的曲率和刚度，提出了许多计算模式和具体的计算公式，下面选择其中的几种进行介绍。

（1）按弹性分析

不考虑裂缝间粘结作用，受弯构件第Ⅱ阶段弹性分析的刚度已在5.2.1节讨论过，其刚度可按开裂后的换算截面确定。受弯构件的刚度是一个常数，其值为E_cI_0，I_0为截面开裂后换

算面积的惯性矩，可按式（5-22）计算。

如果考虑裂缝间粘结作弹性分析，弯矩和曲率的求法已于9.4.3节讨论，可按式（9-58）和式（9-59）求得M和$\overline{\phi}$后，抗弯刚度即为两者之比。需要注意，由于裂缝间区段各截面的受力和变形都不相同，所以$\overline{\phi}$代表这一区段的平均曲率，按$M/\overline{\phi}$求得的B就代表这一区段的平均刚度$\overline{B}$。此外，由于M与$\overline{\phi}$并不成正比，所以抗弯刚度$\overline{B}$也不是常数，其值随弯矩增大而减小。

（2）按弹塑性分析

不考虑裂缝间粘结作用，受弯构件第Ⅱ阶段弹塑性分析的刚度已在5.2.2节讨论过，可以给定不同的曲率ϕ值，按式（5-39）和式（5-40）求得相应弯矩M，弯矩M和相应曲率ϕ两者的比值即为刚度。按弹塑性分析受弯构件第Ⅱ阶段的刚度不是一个常数，其值随着M或ϕ增大而减小。

如果考虑裂缝间粘结作弹塑性分析，弯矩和曲率的求法也已于9.4.3节讨论过，可按式（9-60）和式（9-61）求得M和$\overline{\phi}$后，刚度即为两者之比。当然，考虑裂缝间粘结按弹塑性分析受弯构件第Ⅱ阶段的刚度也不是一个常数。

（3）用$E_s A_s h_0^2$表示的构件开裂后抗弯刚度

前面所述的弹塑性分析，即根据平衡条件、变形条件及物理条件的基本方程，再引入考虑裂缝间粘结的参数H，就可以求得构件的抗弯刚度。概念清楚，但不能给出抗弯刚度的显式表达，不便应用。为此，仍考虑材料的弹塑性性能以及裂缝间粘结的影响，推导一个构件第Ⅱ阶段抗弯刚度的显式表达式。其过程仍然是根据平衡条件、变形条件及物理条件的基本方程，再引入考虑裂缝间粘结影响的参数，来得到构件的抗弯刚度。

① 平衡条件：

$$\sum X = 0, \qquad \int_0^{x_n} \sigma b dy - \sigma_s A_s = 0 \tag{9-63}$$

$$\sum M = 0, \qquad M = \sigma_s A_s \gamma h_0 \tag{9-64}$$

式（9-64）是以受压区混凝土压力合力中心取矩后的弯矩平衡方程。这里并没有规定混凝土受压时采用何种本构关系。

将式（9-63）改写为下列的形式：

$$\alpha_1 \sigma_1 b x - \sigma_s A_s = 0 \tag{9-65}$$

式中：σ_1 ——裂缝截面受压区边缘的混凝土压应力；

x ——受压区计算高度；

α_1——反映受压区混凝土应力非矩形分布的系数，即

$$\alpha_1 = \frac{\int_0^{x_n} \sigma b dy}{\sigma_1 b x}$$

联立式（9-65）和式（9-64）可得

$$M = \alpha_1 \sigma_1 b x \gamma h_0 \tag{9-66}$$

令 $x=\xi\cdot h_0$，得

$$\sigma_1=\frac{M}{\alpha_1\xi\gamma bh_0^2} \tag{9-67}$$

由式（9-64）得

$$\sigma_s=\frac{M}{A_s\gamma h_0} \tag{9-68}$$

② 变形条件

此处采用的变形条件与式（9-46）和式（9-47）相同，即

$$\bar{\varepsilon}_1=\bar{\phi}\cdot\bar{x}_n \qquad \text{同（9-46）}$$

$$\bar{\varepsilon}_s=\bar{\phi}\left(h_0-\bar{x}_n\right) \qquad \text{同（9-47）}$$

式中：$\bar{\varepsilon}_1$、$\bar{\varepsilon}_s$、$\bar{\phi}$ 和 $\bar{x}_n$ 分别表示受压区边缘混凝土的平均压应变、钢筋的平均拉应变、平均曲率和混凝土平均受压区高度。

由以上两式得：

$$\bar{\phi}=\frac{\bar{\varepsilon}_s}{h_0-\bar{x}_n}=\frac{\bar{\varepsilon}_1}{\bar{x}_n} \tag{9-69}$$

由式（9-69）可得

$$\bar{x}_n=\frac{\bar{\varepsilon}_1 h_0}{\bar{\varepsilon}_s+\bar{\varepsilon}_1} \tag{9-70}$$

和

$$\bar{\phi}=\frac{\bar{\varepsilon}_1+\bar{\varepsilon}_s}{h_0} \tag{9-71}$$

用系数ψ和ψ_c来反映裂缝间粘结的影响，即取

$$\bar{\varepsilon}_s=\psi\varepsilon_s \text{ 及 } \bar{\varepsilon}_1=\psi_c\varepsilon_1 \tag{9-72}$$

则式（9-71）为

$$\bar{\phi}=\frac{\psi_c\varepsilon_1+\psi\varepsilon_s}{h_0} \tag{9-73}$$

③ 物理条件

混凝土受压 $$\sigma_1=\lambda E_c\varepsilon_1 \tag{9-74}$$

钢筋受拉 $$\sigma_s=E_s\varepsilon_s \tag{9-75}$$

混凝土受压应力-应变关系中的λ为混凝土受压变形塑性系数，其定义为应力-应变关系曲线任一应力（或应变）时的割线模量与初始弹性模量的比值。

由式（9-74）和式（9-75），并引入式（9-67）和式（9-68），得

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{\lambda E_c} = \frac{1}{\lambda E_c}\frac{M}{\alpha_1 \xi \gamma b h_0^2} \tag{9-76}$$

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} = \frac{M}{E_s A_s \gamma h_0} \tag{9-77}$$

将式（9-76）和式（9-77）代入式（9-73）整理后，得

$$\bar{\phi} = \frac{M}{E_s A_s h_0^2}\left(\frac{\psi_c \alpha_E \rho}{\lambda \alpha_1 \gamma \xi} + \frac{\psi}{\gamma}\right) \tag{9-78}$$

式中：$\alpha_E = \dfrac{E_s}{E_c}$，$\rho = \dfrac{A_s}{bh_0}$，$\xi = \dfrac{x}{h_0}$。

则可以得到用$E_s A_s h_0^2$表示的构件开裂后抗弯刚度为

$$\bar{B} = \frac{M}{\bar{\phi}} = \frac{E_s A_s h_0^2}{\dfrac{\psi_c \alpha_E \rho}{\lambda \alpha_1 \gamma \xi} + \dfrac{\psi}{\gamma}} \tag{9-79}$$

式（9-79）中，E_s，A_s，h_0以及$\alpha_E=E_s/E_c$和$\rho=A_s/bh_0$等为确定值；混凝土受压应变不均匀系数ψ_c值小于1而接近于1，实用上可近似取1，受拉钢筋应变不均匀系数ψ的计算式见式（9-30b）；其余的系数γ，λ，α_1和ξ等的数值均随弯矩而变化，须另行赋值。

裂缝截面的内力臂系数γ，因为构件在第Ⅱ阶段的弯矩水平变化不大（M/M_u=0.5~0.7），裂缝发展相对稳定，根据对试验结果的分析，其值约为γ= 0.83~0.93，配筋率高者取其偏低值，计算时近似地取其平均值为

$$\gamma = 0.87$$

式（9-79）中的其他参数不单独出现，将$\dfrac{\alpha_E \rho}{\lambda \alpha_1 \gamma \xi}$统称为混凝土受压边缘的平均应变综合系数，其值随弯矩增大而减小，但在使用阶段（M/M_u=0.5~0.7）内基本稳定，弯矩值对其影响不大，主要取决于配筋率。根据试验结果，对矩形截面受弯构件得到的回归分析式为：

$$\frac{\alpha_E \rho}{\lambda \alpha_1 \gamma \xi} = 0.2 + 6\alpha_E \rho$$

而对于双筋构件和T形、工字形截面构件为

$$\frac{\alpha_E \rho}{\lambda \alpha_1 \gamma \xi} = 0.2 + \frac{6\alpha_E \rho}{1 + 3.5\gamma_f^{'}}$$

式中的γ'_f，对于双筋构件为受压钢筋与腹板有效面积的比值，取$\gamma_f^{'} = \dfrac{(\alpha_E - 1)A_s^{'}}{bh_0}$；对于T

形、工字形截面构件为受压翼缘与腹板有效面积的比值，取 $\gamma_{\mathrm{f}}^{'}=\dfrac{\left(b_{\mathrm{f}}^{'}-b\right)h_{\mathrm{f}}^{'}}{bh_0}$，$b_{\mathrm{f}}^{'}$ 和 $h_{\mathrm{f}}^{'}$ 分别为截面受压翼缘的宽度和高度。

这样，对于矩形截面构件，开裂后抗弯刚度式（9-79）可写成：

$$\bar{B}=\frac{E_{\mathrm{s}}A_{\mathrm{s}}h_0^2}{1.15\psi+0.2+6\alpha_{\mathrm{E}}\rho} \tag{9-80}$$

这就是用 $E_{\mathrm{s}}A_{\mathrm{s}}h_0^2$ 表示的构件开裂后的抗弯刚度。在计算刚度时，可首先由式（9-67）求得裂缝截面的钢筋应力，式中的γ取0.87，然后根据式（9-30b）求得钢筋应力不均匀系数ψ后，根据式（9-80）就可以得到构件开裂后的抗弯刚度。

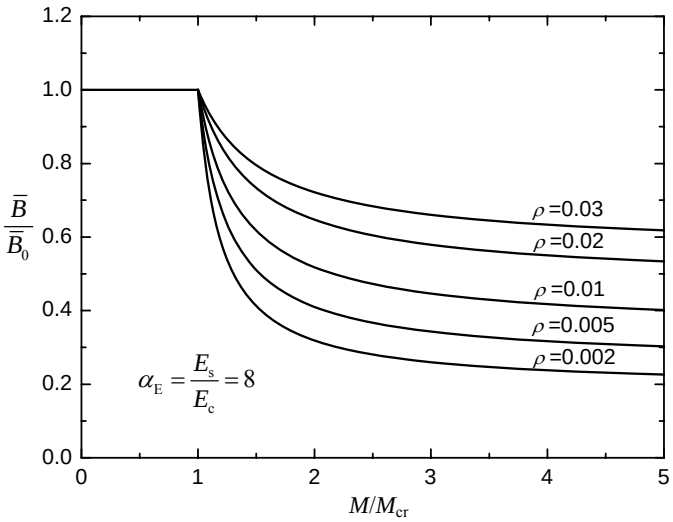

图 9.18 不同配筋率截面刚度随弯矩的变化

由式（9-68）、式（9-30b）以及式（9-80）可知，随着弯矩增大，裂缝截面钢筋拉应力增大，从而使得钢筋应力不均匀系数ψ增大。因此，在第Ⅱ阶段，截面的刚度不是常数，其值随着弯矩增大而减小，不同配筋率截面刚度随弯矩增大而减小的理论变化曲线如图9.18所示。图中 $\bar{B}_0$ 为截面即将开裂（弯矩M=M_{cr}）时的刚度，此时有ψ=0，其刚度值为

$$\bar{B}_0=\frac{E_{\mathrm{s}}A_{\mathrm{s}}h_0^2}{0.2+6\alpha_{\mathrm{E}}\rho} \tag{9-81}$$

（4）用 $E_{\mathrm{c}}I_{\mathrm{c}}$ 表示的构件开裂后抗弯刚度

如果不用 $E_{\mathrm{s}}A_{\mathrm{s}}h_0^2$，也可以用 $E_{\mathrm{c}}I_{\mathrm{c}}$ 表示受弯构件开裂后的抗弯刚度。$E_{\mathrm{c}}I_{\mathrm{c}}$ 为无裂缝素混凝土的截面刚度。

可将式（9-80）改写为：

$$\overline{B}=\frac{\alpha_{\mathrm{E}}E_{\mathrm{c}}\rho bh_0h_0^2}{1.15\psi+0.2+6\alpha_{\mathrm{E}}\rho}$$
$$=\left(\frac{12\alpha_{\mathrm{E}}\rho}{1.15\psi+0.2+6\alpha_{\mathrm{E}}\rho}\frac{h_0^3}{h^3}\right)E_{\mathrm{c}}\frac{1}{12}bh^3$$

所以

$$\overline{B}=\beta E_{\mathrm{c}}I_{\mathrm{c}} \tag{9-82}$$

式中：E_{c}——混凝土的弹性模量；

I_{c}——无裂缝素混凝土矩形截面的惯性矩，$I_{\mathrm{c}}=\frac{1}{12}bh^3$；

β——刚度折减系数，$\beta=\left(\frac{12\alpha_{\mathrm{E}}\rho}{1.15\psi+0.2+6\alpha_{\mathrm{E}}\rho}\frac{h_0^3}{h^3}\right)$。

根据对试验结果的分析，对于常遇的情况，刚度折减系数可进一步简化为

$$\beta=0.31+2.4\alpha_{\mathrm{E}}\rho \tag{9-83}$$

式（9-82）说明，钢筋混凝土构件开裂后的第Ⅱ阶段考虑裂缝间粘结的刚度，等于未开裂的、不配钢筋的素混凝土矩形截面构件的刚度乘以一个小于1的折减系数β。β为刚度折减系数，β值主要取决于钢筋与混凝土弹性模量的比值α_{E}以及配筋率ρ。仍需注意，式（9-83）还是仅适用于矩形截面，其他截面形式，可参阅有关文献。

需要注意的是，以上公式是根据纯弯段内的钢筋和混凝土应力和应变分布推导得来的，因此，上述的刚度实质上是指纯弯段内的平均抗弯刚度。

9.5 钢筋混凝土受弯构件的变形

从弹性体材料力学可知，受弯构件的变形有四种不同表现形态，即应变、曲率、转角和挠度。

应变：受弯构件中，有受压区的压应变和受拉区的拉应变，他们分别是截面某处单位长度中的压缩变形和拉伸变形。

曲率：构件受力后沿纵向的单位长度中的相对转角，或受力前后相距单位长度的两个截面之间夹角的变化。它反映构件受力后弯曲变形的程度。

转角：构件受力后，纵轴线上某一截面在受力前后旋转的角度。

挠度：构件受力后，纵轴线上某一点的位移。对简支梁来说，跨中的最大竖向位移，即最大挠度，是工程实际中一个很重要的参数。

受弯构件的应变、曲率、转角和挠度四者之间存在内在的联系，可以采用不同的表达式来表达，例如：

曲率与应变的关系：$\phi=\frac{\varepsilon}{y}$

转角与曲率的关系：$\theta=-\int\phi dx+C$

挠度与转角的关系：$f=\int\theta dx+D=-\int\int\phi dxdx+Cx+D$

注意，此处x为沿轴线的坐标变量。式中，C、D为积分常数，由边界条件确定。

上述这些表示构件变形不同表现形态关系的关系式与构件材料的力学性能无关。所以，这些关系式也适用于钢筋混凝土构件，从而，弹性体材料力学中有关的计算方法也同样适用于钢筋混凝土构件。由材料力学知，匀质弹性材料梁的跨中挠度

$$f=S\frac{Ml_0^2}{B}\text{或}f=S\phi l_0^2 \tag{9-84}$$

式中，$B=EI$ 是梁的截面抗弯刚度；$\phi=\dfrac{M}{B}$ 是截面的曲率；l_0是梁的计算跨度；S是与荷载形式、支承条件有关的挠度系数。

钢筋混凝土构件的变形计算与弹性体构件的主要不同在于，钢筋混凝土是不均质的非弹性材料及裂缝和塑性铰的形成和发展。因而，在它的受弯过程中，截面抗弯刚度不是常数而是变化的，构件的变形，包括应变、曲率、转角和挠度，与荷载成非线性关系。对于梁来说，由于转角是曲率的积分，挠度是转角的积分或曲率的二次积分，因此，转角和挠度与弯矩的非线性关系均可用截面曲率与弯矩的非线性关系来描述。所以，受弯构件的曲率是很重要的一个参数，有了这个参数，对其积分就可以求得构件的挠度和转角。梁的抗弯刚度是弯矩与曲率的比值，即产生单位曲率的弯矩值。在相同的弯矩作用下，刚度大，则曲率小，转角和挠度也小，反之亦然。确定了抗弯刚度，构件的转角和挠度可通过对弯矩与刚度之比的积分求得。所以，为了求得挠度，刚度也是一个很有用的参数。

9.5.1 钢筋混凝土受弯构件的挠度

上面讲的刚度计算公式都是指纯弯区段内平均的截面弯曲刚度。但是，一个受弯构件，

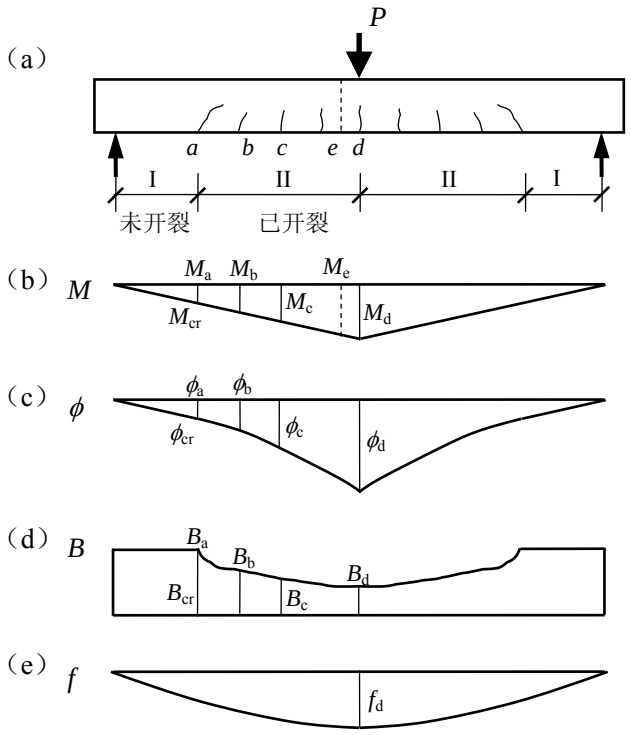

图9.19 构件纵向弯矩、曲率、刚度和挠度分布

例如图9.19所示的简支梁，沿梁纵向各截面的尺寸和配筋都相同。但在荷载作用下，各截面弯矩是不相等的，跨中弯矩最大，离支座越近弯矩越小。不同位置的弯矩不同，使得不同位置的截面处于不同的受力阶段，因此，不同位置的截面需分别按不同的受力阶段来考虑。

假设荷载为P时，承受最大弯矩的跨中截面d处的弯矩为M_d，其值大于截面的开裂弯矩M_{cr}，但小于截面钢筋屈服弯矩M_y，该截面处于受力的第Ⅱ阶段；截面a处的弯矩M_a正好等于截面的开裂弯矩M_{cr}。所以，从支座到截面a的所有截面均处于未开裂的第Ⅰ阶段，而从截面a到截面d范围内的截面均处于受力的第Ⅱ阶段。由于裂缝的数量有限，在各裂缝所在的截面上，只有混凝土的压应力和钢筋的拉应力，而受拉区混凝土退出工作，混凝土拉应力为零。但在两裂缝之间的截面e上（图9.19a中虚线所示的截面），由于裂缝间粘结的作用，受拉区混凝土仍发挥一定的作用，混凝土内有一定的拉应力。当然，在未开裂段，受拉区混凝土都是受力的。

沿构件纵向考虑裂缝间混凝土作用后的平均刚度分布示于图9.19d，其中ad段的刚度因受拉区混凝土的开裂而比支座附近截面的刚度小。显然，构件开裂后，就形成了一个变刚度的梁，即由于部分区段混凝土的开裂，钢筋混凝土梁由原来等截面、等配筋的等刚度梁变成了变刚度梁。这是钢筋混凝土梁的一个重要特点，必须注意。

对于如图9.19所示的跨中央承受一个集中荷载的简支梁，从支座到跨中央d的弯矩按线性变化。曲率为弯矩与截面抗弯刚度的比值，由于截面抗弯刚度沿轴向非线性分布，因此，曲率沿轴向的分布也是非线性的，如图9.19c。在具体计算梁的挠度时，可先按第5章或本章的方法，确定各未开裂和已开裂截面的刚度，曲率即等于弯矩与刚度之比；也可以直接对各未开裂和已开裂截面进行弹性或弹塑性分析，求得各截面所对应弯矩的曲率值。梁的挠度可用按弹性体材料力学中变截面梁的挠度计算方法，对曲率进行积分来确定；也可以用虚梁法，将曲率图作为虚梁的荷载图，求得的弯矩即等于原梁的挠度。

9.5.2 钢筋混凝土受弯构件的挠度计算

对钢筋混凝土受弯构件，开裂后沿轴线方向曲率的分布非常复杂，直接采用对曲率积分的方法往往非常困难。采用虚梁法求梁的挠度，有时需要分段进行计算，虽无困难，但计算过程繁琐。因此，工程中求受弯构件的挠度时，往往采用简化方法。最常用的简化方法是最小刚度法。

最小刚度法就是在简支梁全跨长范围内，都按弯矩最大处的截面抗弯刚度，亦即按最小的截面抗弯刚度，用材料力学方法中不考虑剪切变形影响的公式计算挠度。构件上存在正、负弯矩时，可分别取同号弯矩区段内$|M_{max}|$处截面的最小刚度计算挠度。

采用最小刚度代替梁的实际刚度进行构件的挠度计算，似乎会使挠度计算值偏大。但实际情况并非如此，因为在剪跨段内还存在着剪切变形，甚至可能出现少量斜裂缝，它们都会使梁的挠度增大，而这些在计算中是没有考虑的。试验分析表明，一方面按最小刚度计算的挠度值偏大；另一方面，不考虑剪切变形以及出现的剪切斜裂缝等的影响，导致挠度计算值偏小，上述两方面的影响大致可以相互抵消。通过对国内外约350根梁试验结果的分析，按最小刚度计算的挠度值与试验值符合较好。因此，采用“最小刚度原则”，不仅使计算过程十分简便，而且也是可以满足工程要求的。

当用最小刚度截面的刚度代替梁的实际刚度，将其看成等刚度梁后，梁的挠度计算就非常简便。按《混凝土结构设计规范》（GB 50010−2002）的要求，计算所得的挠度应满足

$$f \le f_{lim} \tag{9-85}$$

式中，f_{lim}——允许挠度值，按附录3附表3-1取用；

f——根据最小刚度原则确定的刚度B计算的挠度值，当跨间为同号弯矩时，

$$f = S\frac{M_k l_0^2}{B} \tag{9-86}$$

对连续梁的跨中挠度，当为等截面且计算跨度内的支座截面弯曲刚度不大于跨中截面弯曲刚度的两倍或不小于跨中截面弯曲刚度的二分之一时，也可按跨中最大弯矩截面弯曲刚度计算。

9.5.3 长期荷载对钢筋混凝土受弯构件刚度的影响

构件在荷载长期作用下，受压区混凝土产生徐变；受拉区混凝土因为裂缝的延伸扩展，以及受拉徐变而更多地退出工作；钢筋和混凝土的滑移徐变增大了钢筋的平均应变。这些构成了构件长期变形增长的主要原因，构件的挠度将随时间而缓慢增加（也可理解为构件的抗弯刚度将随时间而缓慢降低）。此外，环境条件的变化和混凝土的收缩等对构件的变形也有一定影响。凡是能增大混凝土徐变和收缩的因素都将导致刚度降低，使构件挠度增大。因此，决定这些条件的因素，例如混凝土的材料和配合比、养护状况、加载时混凝土的龄期、配筋率（特别是受压钢筋配筋率）、环境温度和相对湿度、构件的截面形状和尺寸等都将影响构件的长期变形值。

在实际工程中，总是有部分荷载长期作用在构件上。因此，计算受弯构件挠度必须采用按荷载效应的标准组合并考虑荷载效应的长期作用影响的刚度。设荷载效应的标准组合值为M_k，准永久组合值为M_q，则仅需对在M_q下产生的那部分挠度乘以挠度增大的影响系数。因为在M_k中包含有准永久组合值，对于在（M_k-M_q）下产生的短期挠度部分是不必增大的。对于矩形、T形、倒T形和工字形截面受弯构件，参照式（9-86），根据《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）可按下列方法计算受弯构件挠度：

$$\begin{aligned} f &= S\frac{\left(M_k - M_q\right)l_0^2}{B_s} + S\frac{M_q l_0^2}{B_s}\theta \\ &= S\frac{l_0^2}{B_s}\left[M_q\left(\theta-1\right)+M_k\right] = S\frac{M_k l_0^2}{B} \end{aligned} \tag{9-87}$$

$$B = \frac{M_k}{M_q\left(\theta-1\right)+M_k}B_s \tag{9-88}$$

式中，B——考虑荷载长期作用影响的长期刚度；

B_s——短期刚度，采用最大弯矩处考虑裂缝间混凝土作用的刚度，即

$$B_s = \frac{E_s A_s h_0^2}{1.15\psi + 0.2 + 6\alpha_E\rho} \tag{9-89}$$

θ——长期荷载作用下挠度增大系数。

单筋矩形截面梁的$\theta \approx 2$，受压区配置钢筋有利于减小受压区混凝土的徐变，使构件的长期挠度减小。因此，考虑到这种有利因素，《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）建议，对钢筋混凝土受弯构件，当$\rho' = 0$，$\theta = 2$；当$\rho' = \rho$，$\theta = 1.6$；当$0 < \rho' < \rho$时，按线性内插法取用，即

$$\theta = 2.0 - 0.4\frac{\rho'}{\rho} \tag{9-90}$$

式中：ρ'和ρ分别为构件截面纵向受压钢筋和受拉钢筋的配筋率。

受压区有翼缘的梁有利于减小混凝土的徐变，使梁的长期挠度的增大减小。但受拉区有翼缘的梁，由于在荷载标准组合作用下，受拉混凝土参与工作较多，而在荷载准永久组合作用下混凝土退出工作的影响较大，使其长期挠度的增大加大，《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）建议θ应增大20％，但当按此求得的挠度大于按矩形截面（宽度等于肋宽）计算得的挠度时，应取后者。由于θ值与温、湿度有关，对于干燥地区，收缩影响大，因此建议θ应酌情增加15％～25％。此外，对于因水泥用量较多等导致混凝土的徐变和收缩较大的构件，亦应考虑使用经验，将θ酌情增大。

按荷载效应的标准组合并考虑荷载长期作用影响的刚度B，实质上是考虑荷载长期作用部分使刚度降低的因素，对短期刚度B_s进行修正后得到的。

【9-4】简支矩形截面梁的截面尺寸$b\times h$＝250mm×600mm，混凝土保护层厚度c=25mm；混凝土强度等级为C30，配置4根直径20mm的HRB400级钢筋（A_s=1257mm^2）；承受均布荷载，按荷载的标准组合计算的跨中弯矩M_k＝150×10^{6}N·mm，按荷载的准永久组合计算的跨中弯矩M_q=75×10^{6}N·mm；梁的计算跨度l_0=6500mm，挠度允许值为l_0/250。试验挠度是否符合要求。

〖解〗由于混凝土保护层厚度c=25mm，故a_s=35mm，则

$$h_0 = h - a_s = 600 - 35 = 565\ \text{mm}$$

由附录2附表2-1和附表2-3得，C30混凝土的f_c=14.3N/mm^2，f_{tk}=2.01N/mm^2，混凝土的弹性模量E_c=25.5×10^3 N/mm^2；HRB400钢筋的f_y=360N/mm^2，钢筋的弹性模量E_s=200×10^3 N/mm^2。

$$\alpha_E = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200\times10^3}{25.5\times10^3} = 7.84$$

$$\rho_{te} = \frac{A_s}{0.5bh} = \frac{1257}{0.5\times250\times600} = 0.0168$$

$$\sigma_{sk} = \frac{M_k}{0.87A_sh_0} = \frac{150\times10^6}{0.87\times1257\times565} = 243\ \text{N/mm}^2$$

$$\psi = 1.1 - \frac{0.65f_{tk}}{\rho_{te}\sigma_{sk}} = 1.1 - \frac{0.65\times2.01}{0.0168\times243} = 0.7800$$

由式（9-89）

$$B_s = \frac{E_sA_sh_0^2}{1.15\psi + 0.2 + 6\alpha_E\rho}$$

$$= \frac{200\times10^3\times1257\times565^2}{1.15\times0.7800+0.2+6\times7.84\times0.0168} = 4.2523\times10^{13}\ \text{N/mm}^2$$

由式（9-88）

$$B = \frac{M_k}{M_q(\theta-1)+M_k}B_s$$

$$= \frac{150\times10^6}{75\times10^6\times(2.0-1)+150\times10^6}\times4.2523\times10^{13} = 2.8349\times10^{13}\ \text{N/mm}^2$$

则构件挠度

$$f=\frac{5}{48}\frac{M_{\mathrm{k}}l_0^2}{B}$$
$$=\frac{5}{48}\frac{150\times10^6\times6500^2}{2.8349\times10^{13}}=23.29\ \mathrm{mm}<\frac{l_0}{250}=\frac{6500}{250}=26\ \mathrm{mm}$$

符合要求。

9.6 钢筋混凝土构件的截面延性

结构、构件或截面的延性是指其达到最大承载能力前的变形能力。为了防止结构的脆性破坏以及满足结构的抗震需要，要求结构构件应具有一定的延性。因此，钢筋混凝土构件除了应满足承载力要求外，还要求具有一定的延性。

如图5.4表示的一根静定梁从开始加载直到破坏的荷载挠度（F–f）曲线。适筋梁的挠度随荷载的变化，可分为三个阶段。第Ⅰ阶段，各截面均未开裂，荷载较小，挠度也小。在第Ⅰ阶段末，梁中弯矩最大的截面即将出现裂缝。此后荷载增大，进入第Ⅱ阶段，梁的部分区段开裂，挠度的增长比荷载的增大快，F–f曲线显现出转折。第Ⅱ阶段是梁在开裂状态下工作，不过仅在梁的某些区段开裂，并不是全部开裂，因为总有部分区段的弯矩小于截面的开裂弯矩。但开裂区段的刚度（大体上相当于最小刚度）对挠度的影响较大，所以，会在F–f曲线上反映出来。第Ⅱ阶段末，梁中弯矩最大截面的受拉钢筋达到屈服。接着，梁进入第Ⅲ阶段，挠度的增长更快。这是因为弯矩最大截面的钢筋屈服后，应变急剧增长而应力维持屈服应力不变，导致截面曲率急剧增大而弯矩基本维持屈服弯矩不变（或略有增大），进而导致挠度急剧增大而荷载基本维持在屈服荷载F_{y}不变（或略有增大）。从第Ⅱ阶段转入第Ⅲ阶段，（F–f）曲线有明显的转折。在第Ⅲ阶段末，梁中弯矩最大截面达到第Ⅲ阶段末而破坏，整个梁也破坏。

将静定梁的荷载挠度（F–f）曲线与截面的弯矩曲率（M–ϕ）曲线比较，两者十分相似。这是因为静定梁的弯矩与荷载成正比，而挠度是曲率的二重积分，梁上各截面曲率的变化积累起来，必将在挠度中反映出来。

由钢筋混凝土梁的抗弯性能试验可知，从第Ⅱ阶段末到第Ⅲ阶段末，沿梁的纵向曲率显著增加的区段主要集中在弯矩最大截面附近，而曲率的显著增加导致挠度急剧增加而荷载增加不多。钢筋混凝土受弯构件的变形主要发生在受拉纵向钢筋屈服至构件破坏阶段，即第Ⅲ阶段，因此，往往用截面达到最大承载力所对应的曲率（或挠度）与截面受拉纵向钢筋屈服所对应的曲率（或挠度）的比值衡量截面的延性性能，即

$$\mu_{\phi}=\frac{\phi_{\mathrm{u}}}{\phi_{\mathrm{y}}}\text{或}\ \mu_{\mathrm{f}}=\frac{f_{\mathrm{u}}}{f_{\mathrm{y}}}\qquad(9\text{-}91)$$

式中，μ_{ϕ}和μ_{f}——分别为曲率延性系数和挠度延性系数；

ϕ_{y}和f_{y}——分别为截面受拉钢筋屈服时的曲率和挠度；

ϕ_{u}和f_{u}——分别为截面破坏时的曲率和挠度。

μ_{ϕ}和μ_{f}数值并不相等，但也相差不多。都可以用来衡量钢筋混凝土受弯构件的变形能力，即衡量所具有的塑性或延性程度，μ_{ϕ}或μ_{f}数值愈大，构件的延性也愈大。

图9.20b和图9.20c分别表示适筋梁截面受拉钢筋开始屈服和达到截面极限承载力时的截面应变及应力图。根据平截面假定，截面受拉纵向钢筋屈服时的曲率为

$$\phi_y = \frac{\varepsilon_y}{h_0 - kh_0} \tag{9-92}$$

截面达到最大承载力时的曲率为

$$\phi_u = \frac{\varepsilon_u}{x_n} \tag{9-93}$$

则截面曲率延性系数

$$\begin{aligned}\mu_\phi &= \frac{\phi_u}{\phi_y} = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_y}\frac{h_0 - kh_0}{x_n} \\ &= \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_y}\frac{\beta_1(1-k)}{\xi}\end{aligned} \tag{9-94}$$

式中，ε_u——混凝土的极限压应变；

ε_y——钢筋开始屈服时的钢筋应变，$\varepsilon_y=f_y/E_s$；

k——钢筋开始屈服时的受压区高度系数；

ξ——截面最大承载力时混凝土受压区相对计算高度，$\xi=x/h_0$，$x=\beta_1 x_n$。

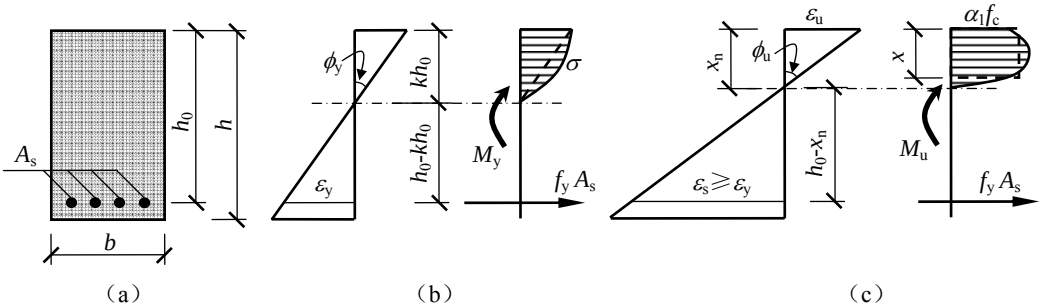

图9.20 适筋梁钢筋屈服时和极限承载力时截面的应变、应力
（a）截面配置；（b）钢筋屈服时；（c）极限承载力时

受拉纵向钢筋刚屈服时，受压区混凝土的压应力水平较低，受压区边缘混凝土压应力小于混凝土应力应变关系曲线的峰值应力。因此，可将钢筋刚屈服时的受压区混凝土应力曲线分布，简化为三角形分布，如图9.20b中的虚线所示。钢筋开始屈服时的受压区高度系数k可由平衡条件求得，对于单筋截面：

$$k = \sqrt{(\alpha_E \rho)^2 + 2\alpha_E \rho} - \alpha_E \rho \tag{9-95}$$

对于双筋截面：

$$k = \sqrt{\alpha_E^2(\rho + \rho')^2 + 2\alpha_E\left(\rho + \rho'\frac{a_s'}{h_0}\right)} - \alpha_E(\rho + \rho') \tag{9-96}$$

式中，ρ和ρ'——分别为受拉及受压钢筋的配筋率；

α_E——钢筋与混凝土弹性模量之比。

a'_s——受压钢筋合力中心到受压混凝土边缘的距离。

截面最大承载力时的混凝土受压区相对计算高度ξ，可由截面最大承载力时的平衡条件求得，对于单筋截面：

$$\xi = \frac{\rho f_y}{\alpha_1 f_c} \tag{9-97}$$

对于双筋截面：

$$\xi = \frac{\left(\rho - \rho'\right) f_y}{\alpha_1 f_c} \tag{9-98}$$

将式（9-95）和式（9-97）代入式（9-94），得单筋截面的曲率延性系数为：

$$\begin{aligned}\mu_\phi &= \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_y}\frac{\beta_1\left(1-k\right)}{\xi} \\ &= \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_y}\frac{\beta_1\alpha_1 f_c\left(1-\sqrt{\alpha_E^2\rho^2+2\alpha_E\rho}+\alpha_E\rho\right)}{\rho f_y}\end{aligned} \tag{9-99}$$

将式（9-96）和式（9-98）代入式（9-94），得双筋截面的曲率延性系数为：

$$\begin{aligned}\mu_\phi &= \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_y}\frac{\beta_1\left(1-k\right)}{\xi} \\ &= \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_y}\frac{\beta_1\alpha_1 f_c\left(1-\sqrt{\alpha_E^2\left(\rho+\rho'\right)^2+2\alpha_E\left(\rho+\rho'\frac{a_s'}{h_0}\right)}+\alpha_E\left(\rho+\rho'\right)\right)}{\left(\rho-\rho'\right) f_y}\end{aligned} \tag{9-100}$$

实际上，式（9-99）是式（9-100）当ρ'=0时的特例。

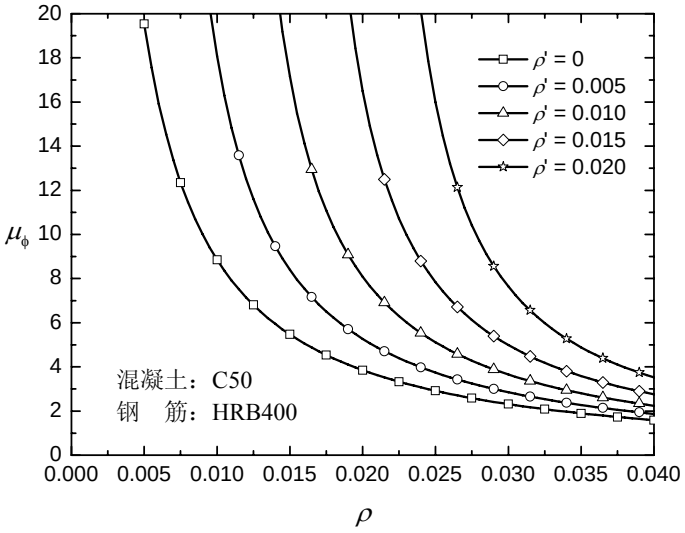

图 9.21 受弯构件截面曲率延性系数与配筋率关系

由上式可知，影响受弯构件截面曲率延性系数的主要因素是纵向钢筋配筋率、混凝土极限压应变、钢筋屈服强度及混凝土强度等。当钢筋和混凝土的材料性能不变时，随着纵向受拉钢筋配筋率ρ的增大，延性系数减小；随着受压钢筋配筋率ρ'增大，延性系数增大，如图9.21。增大混凝土极限压应变ε_u，可以提高延性系数。大量试验表明，采用密排箍筋能增加对受压混凝土的约束，使其极限压应变值增大，从而提高构件的延性系数。另外，增大混凝土与钢筋的强度比，即适当提高混凝土的强度或降低钢筋的屈服强度，可使延性系数有所提

高。因此，提高截面延性系数的主要措施有限制纵向受拉钢筋的配筋率、在受压区配置适量的纵向受压钢筋或在弯矩较大的区段适当加密箍筋。

采用与求双筋受弯构件曲率延性系数类似的方法，可以求得偏心受压构件截面的曲率延性系数为：

$$\mu_\phi = \frac{\phi_u}{\phi_y} = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_y}\frac{\beta_1\alpha_1}{C}\left(\frac{h_0}{h} - \alpha_E\frac{f_c}{f_y}D\right) \tag{9-101}$$

式中，$C = \left(n + \rho\frac{f_y}{f_c}\frac{h_0}{h} - \rho'\frac{f_y}{f_c}\frac{h_0}{h}\right)$ （9-102）

$$D = \sqrt{\left(C + 2\rho'\frac{f_y}{f_c}\frac{h_0}{h}\right)^2 + 2\frac{f_y}{\alpha_E f_c}\frac{h_0}{h}\left(n + \rho\frac{f_y}{f_c}\frac{h_0}{h} + \rho'\frac{f_y}{f_c}\frac{a_s'}{h}\right)} - \left(C + 2\rho'\frac{f_y}{f_c}\frac{h_0}{h}\right) \tag{9-103}$$

其中，$n = \frac{N}{f_c bh}$，即为偏心受压构件的轴压比。

由上式可知，影响偏心受压构件的截面曲率延性系数的主要因素有偏心受压构件的轴压比、纵向钢筋配筋率、混凝土极限压应变、钢筋屈服强度及混凝土强度等。

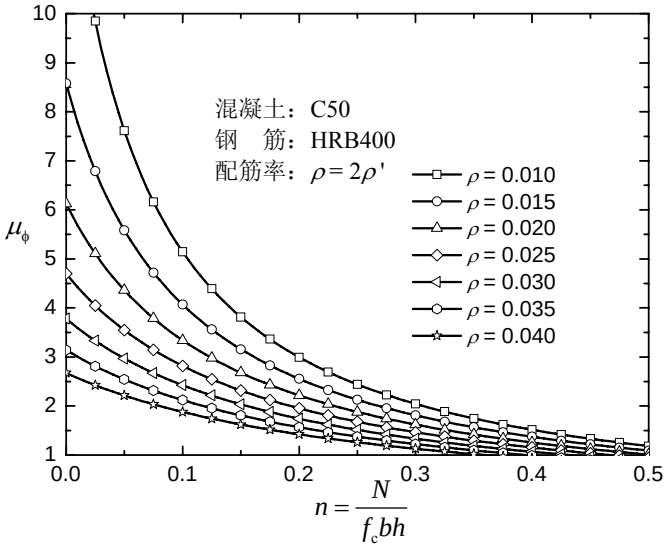

图 9.22 偏心受压构件截面曲率延性系数与轴压比关系曲线

偏心受压构件与受弯构件的主要区别在于，偏心受压构件存在轴向压力。而截面轴向压力的存在，致使受压区的高度增大，截面曲率延性系数降低较多。偏心受压构件截面的曲率延性系数随轴压比n的增加而迅速减小，如图9.22。与受弯构件类似，随着纵向受拉钢筋配筋率ρ增大，延性系数减小；而随着受压钢筋配筋率ρ'增大，延性系数增大。增大混凝土极限压应变ε_u，可以提高延性系数。试验研究也表明，偏心受压构件的轴压比n是影响偏心受压构件截面曲率延性系数的主要因素之一。在相同混凝土极限压应变情况下，轴压比越大，截面受压区高度越大，则截面曲率延性系数越小。因此，为了保证偏心受压构件截面具有足够的延性，满足结构抵抗地震作用要求，《混凝土结构设计规范》（GB 50010−2002）根据

不同的抗震等级对偏心受压构件的轴压比限值作出了规定，见《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）表11.4.16。

箍筋能增加对受压混凝土的约束，提高其极限压应变值。因此，偏心受压构件配箍率的大小，对截面延性的影响较大。试验表明，提高偏心受压构件的配箍率对混凝土强度的提高作用不十分显著，但对破坏阶段的应变影响较大。如采用密排的封闭箍筋或在矩形、方形箍内附加其他形式的箍筋（如螺旋形、井字形等构成复式箍筋）以及采用螺旋箍筋，都能有效地提高受压区混凝土的极限压应变值，从而增大截面曲率延性。因此，在工程中，为保证偏心受压构件具有一定的延性，除规定了其轴压比限值外，还规定了箍筋加密的要求及区段等，见《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）11.4.17节。

9.7 钢筋混凝土结构的耐久性

钢筋混凝土结构在使用环境中随着时间推移，逐步老化、损伤甚至损坏，这一过程是不可逆的，它必然影响到结构的使用功能以及结构安全。因此，结构的耐久性是结构可靠性的重要内涵之一。

结构的耐久性是指构件、结构体系或建筑物在正常维护的条件下，在预定的工作环境中，在预期的设计使用年限内（也称设计使用寿命，例如保证使用50年或100年等），能够完成预定的功能。也就是说，耐久性能良好的结构在其使用期限内，应当能够有效地抵抗所有可能的荷载和环境作用，而且不会发生过度的腐蚀、损坏或破坏。钢筋混凝土结构如果因耐久性不足而引发结构的安全问题，或为了继续正常使用而必须进行超出正常维护范围的维修、加固或改造，则将要付出高昂的代价。因此，钢筋混凝土结构除了必须进行承载力计算、变形和裂缝验算外，还必须进行耐久性设计。

耐久性设计的基本原则是根据结构或构件所处的环境，科学地选择一道或多道防线，抵御环境对其耐久性的劣化作用，保证结构或构件达到预期的使用寿命。尽管影响钢筋混凝土结构耐久性的因素很多，但不外乎外部环境因素和结构或材料本身的内部因素，即所谓的外因和内因。一般情况下，人们无法改变外界自然环境的作用，如严寒、高温、酸、碱、盐介质侵蚀等。但可以通过选择合适的材料及配合比，优化设计方案，适当加大保护层厚度，采用经济合理的保护性措施等使结构达到设计使用年限。

混凝土结构的耐久性设计主要根据结构的环境类别和设计使用年限，考虑混凝土和钢筋的特性，针对影响耐久性能的主要因素提出相应的对策。

9.7.1 影响钢筋混凝土结构耐久性能的主要因素

钢筋混凝土结构的耐久性由混凝土、钢筋材料本身特性和所处使用环境两方面共同决定，即由混凝土、钢筋材料本身的内部因素和外部环境因素两个方面决定。内部因素主要是混凝土和钢筋材料本身的性能和内部结构，如混凝土的强度、密实性、水泥用量、水灰比、氯离子及碱含量、外加剂用量、钢筋的品种等；外部因素则主要是环境条件，包括温度、湿度、CO_2含量、侵蚀性介质等。混凝土结构出现耐久性能下降的问题，往往是内、外部因素综合作用的结果。此外，设计不周、施工质量差或使用中维修不当等也会影响耐久性能，影响混凝土结构耐久性的主要因素及其后果如图9.23所示。

钢筋混凝土结构是由混凝土和钢筋两种材料组成，其性能的劣化包括混凝土材料的劣化和钢筋材料的劣化以及两种材料之间粘结性能的劣化。混凝土材料的劣化可能由物理作用引起或由化学作用引起。物理作用包括有冻融循环破坏、混凝土磨损破坏等；化学作用是环境中的侵蚀物质与混凝土中反应物质相遇产生化学反应。侵蚀物质从环境迁移到混凝土中，能

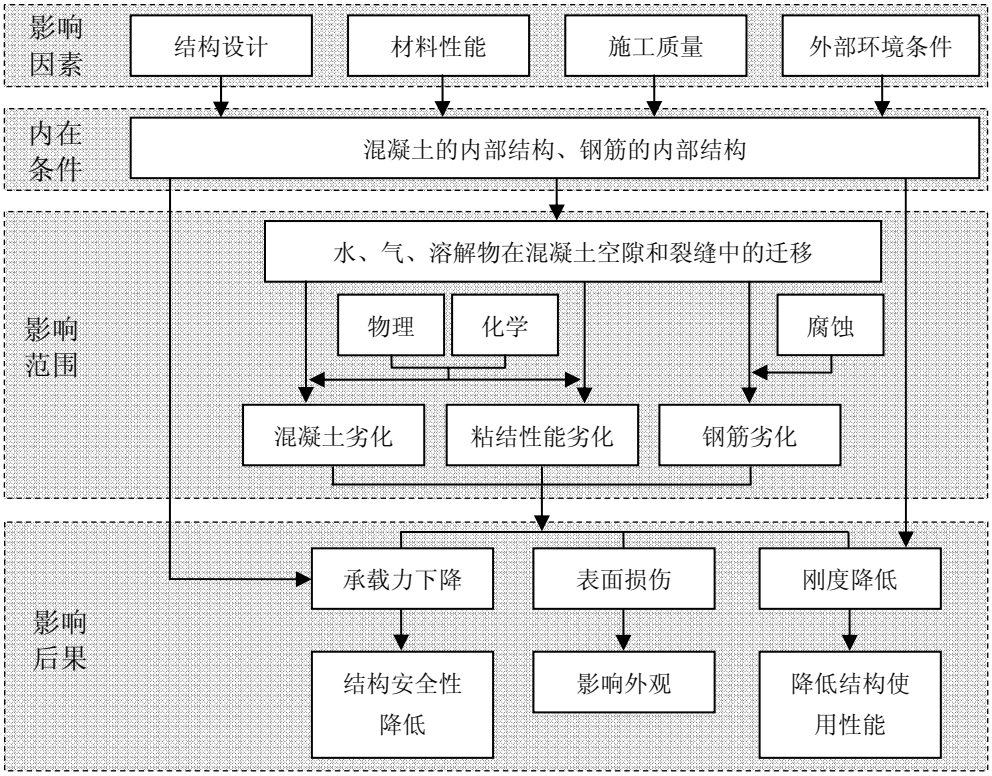

图 9.23 影响混凝土结构耐久性的主要因素

否与混凝土中反应物质产生化学反应，取决于混凝土是否存在汽态或液态的水，升温的作用是加快反应速度，提高分子和离子的迁移率，导致破坏速度加快。

9.7.2 混凝土裂缝对结构耐久性的影响

钢筋混凝土结构中，一般情况下裂缝是不可避免的。产生裂缝的原因非常复杂，包括荷载因素和非荷载因素（水化热、温度、收缩等）。只要裂缝不过宽，并不一定表示使用性能或耐久性会过分地降低。但如果结构或构件处于有腐蚀性介质或干湿交替的环境中，则裂缝对于耐久性的影响就可能比较显著。

裂缝对耐久性的影响其实质应理解为，由于钢筋锈蚀对耐久性产生的影响。钢筋的锈蚀速度与裂缝宽度、所处的环境及混凝土的碳化深度有关。试验研究表明，钢筋的锈蚀程度随裂缝宽度的增大而增大，但环境因素对钢筋锈蚀程度的影响更大。裂缝宽度在一定范围内（如小于0.4mm），长期处于干燥环境或长期处于无腐蚀性介质的水中的构件，钢筋的锈蚀程度很小；而处于相对湿度较大或干湿交替环境中的构件，钢筋的锈蚀比较严重。

9.7.3 材料劣化对结构耐久性的影响

1. 混凝土的碳化

（1）混凝土碳化的机理

混凝土在浇筑养护后形成强碱性环境，其pH值达12.5~13.5，这时混凝土中的钢筋表面生成一层致密的氧化膜，保护钢筋不锈蚀，钢筋处于锈蚀钝化状态。一般pH值大于11.5时，氧化膜是稳定的。若钢筋混凝土结构构件在使用过程中，遇到氯离子或其他酸性物质（如空气、土壤及地下水中的二氧化碳（CO_2）、二氧化硫（SO_2）、硫化氢（H_2S）等）侵入，与水泥石中碱性物质发生反应，使混凝土中pH值降低，可导致钢筋表面的钝化膜破坏，在有氧和水的环境下，将会引发钢筋锈蚀，这一过程称为钢筋脱钝。侵蚀介质使混凝土pH值下降的过程称为混凝土的中性化过程，其中，因大气环境下CO_2引起的中性化过程称为混凝土

的碳化。

混凝土碳化是一个复杂的物理化学过程，环境中的CO_2气体通过混凝土孔隙向混凝土内部扩散，并溶解于孔隙中，与水泥水化过程中产生的氢氧化钙和末水化的硅酸三钙、硅酸二钙等物质发生化学反应，生成$CaCO_3$。在复杂的碳化反应过程中，一方面生成的$CaCO_3$及其他固态物质堵塞在孔隙中，减弱了后续的CO_2的扩散，并使混凝土密实度与强度提高，另一方面孔隙水中的$Ca(OH)_2$浓度下降，可使混凝土的pH值降至10以下。碳化对混凝土本身是无害的，其主要问题是，当碳化至钢筋表面时，会导致钢筋脱钝而锈蚀。此外，混凝土碳化还会加剧混凝土收缩，可导致混凝土开裂。这些均会给混凝土的耐久性带来不利影响。

（2）影响混凝土碳化的因素

尽管影响混凝土碳化的因素很多，但也可归结环境因素与材料本身性质因素两类。环境因素主要是空气中CO_2的浓度，环境中的CO_2浓度越高，CO_2越容易扩散进入混凝土空隙，碳化速度越快；环境相对湿度通过温湿平衡决定空隙饱和度，一方面影响CO_2的扩散速度，另一方面，由于混凝土碳化的化学反应需要在溶液中或固液界面上进行，相对湿度决定着碳化反应的快慢，试验表明，混凝土周围相对湿度为50%～70％时，碳化速度较快；温度交替变化有利于CO_2的扩散，加速混凝土的碳化。

混凝土材料自身对碳化的影响不可忽视。单位体积中水泥用量大，可碳化物质含量多，不但会提高混凝土强度，又会提高混凝土抗碳化性能；水灰比是决定混凝土孔结构与孔隙率的主要因素，水灰比越大，混凝土内部的孔隙率也越大，密实性差，渗透性大，碳化速度快，水灰比大时混凝土孔隙中游离水增多，也会加速碳化反应；混凝土保护层厚度越大，碳化至钢筋表面的时间越长；混凝土表面设有覆盖层，可提高抗碳化的能力，如果覆盖层内不含可碳化物质，则覆盖层起着降低混凝土表面CO_2浓度的作用，如果覆盖层内含有可碳化物质，CO_2在进入混凝土之前先与覆盖层内的可碳化物质反应，则对混凝土的碳化起着延迟作用。此外，水泥的品种、骨料的品种与粒径、养护方法与龄期以及所用的掺合料与外添加剂等对混凝土的碳化均有影响。

针对影响混凝土碳化的因素，减小、延缓混凝土碳化的措施有：

① 合理设计混凝土配合比，规定水泥用量的低限值和水灰比的高限值，合理采用掺合料；

② 提高混凝土的密实性，抗渗性；

③ 混凝土的保护层厚度大于规定的最小保护层厚度；

④ 采用覆盖面层，可采用不含可碳化物质的覆盖层（如沥青、有机涂料等），也可采用含有可碳化物质的覆盖层（如砂浆、石膏等）。

（3）应力状态对混凝土碳化的影响

实际工程中，混凝土的碳化都是在不同的应力状态下发生的。硬化后的混凝土在未受力作用之前，由于水泥水化造成化学收缩和物理收缩引起砂浆体积的变化，在粗骨料与砂浆界面产生分布不均匀的拉应力而产生界面微裂缝；另外，混凝土成型后的泌水作用也形成界面微裂缝。这些微裂缝不仅成为混凝土内在的薄弱环节，也成为CO_2气体扩散的通道。试验表明，当混凝土承受的拉应力达到一定程度（约为$0.7f_t$）时，混凝土碳化深度增加近30％，而拉应力小于$0.3f_t$时，应力对碳化的影响不明显；而当承受压力作用时，压应力小于$0.7f_c$时，可能由于混凝土受压密实，影响气体扩散，碳化速度相应减缓，压应力起到延缓碳化作用。

2. 钢筋的锈蚀

混凝土碳化至钢筋表面使氧化膜破坏是钢筋锈蚀的必要条件，含氧水分侵入钢筋是锈蚀的充分条件。由于混凝土碳化或氯离子的作用，当混凝土的pH值降到9以下时，钢筋表面的钝化膜破坏，在有足够的水分和氧的环境下，钢筋将锈蚀。

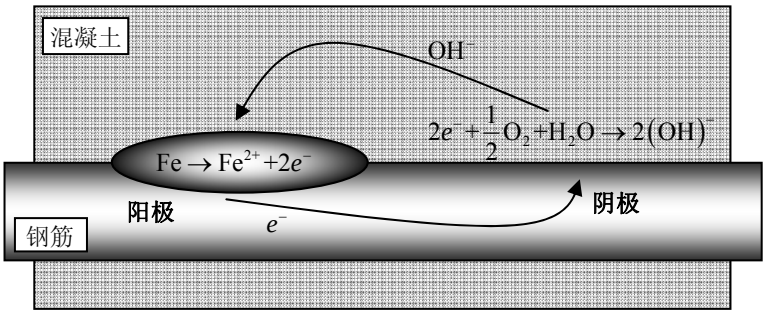

图 9.24 混凝土中钢筋锈蚀示意图

（1）混凝土中钢筋的锈蚀机理

混凝土中钢筋的锈蚀是一个电化学过程，在钢筋上某相连的二点处，由于该二点处的材质的差异、环境温湿度的不同、盐溶液浓度的不同，可能使二点之间存在电位差，不同电位的区段之间形成阳极和阴极，电极之间距离可从1～2cm 到6～7cm，如图9.23所示。混凝土内钢筋的锈蚀过程可分为两个独立过程：

阳极过程 在钢筋钝化膜已被破坏的阳极区，钢筋表面处于活化状态，铁原子Fe失去电子（e）成为二价铁离子（Fe^{2+}），带正电的铁离子进入水溶液

$$Fe \rightarrow Fe^{2+} + 2e^- \tag{9-104}$$

阴极过程 阳极产生的多余电子，通过钢筋在阴极与水和氧结合，形成氢氧离子

$$2e^- + \frac{1}{2}O_2 + H_2O \rightarrow 2(OH)^- \tag{9-105}$$

阴极产生的OH^-通过混凝土孔隙中液相迁移到阳极，形成一个腐蚀电流的闭合回路，组成电池。

溶液中的Fe^{2+}与OH^-结合形成氢氧化亚铁

$$Fe^{2+} + 2OH^- \rightarrow Fe(OH)_2 \tag{9-106}$$

氢氧化亚铁与水中的氧作用生成氢氧化铁

$$4Fe(OH)_2 + O_2 + 2H_2O \rightarrow 4Fe(OH)_3 \tag{9-107}$$

钢筋表面生成的氢氧化铁，可转化为不同类型的氧化物，一部分氢氧化铁脱水后形成氧基氢氧化铁FeOOH，一部分因氧化不充分而生成$Fe_3O_4 \cdot mH_2O$，在钢筋表面形成疏松的、易剥落的沉积物——铁锈。钢筋中的铁生成铁锈后的体积一般要增大2~4倍。钢筋锈蚀有相当长的过程，先是在裂缝较宽处的个别点上“坑蚀”，继而逐渐形成“环蚀”，同时向两边扩展，形成锈蚀面，使钢筋截面削弱。由于铁锈是疏松、多孔、非共格结构，极易透气和渗水，因而，无论铁锈多厚，都不能保护内部的钢材不继续锈蚀，上述反应将不断进行下去。

（2）钢筋锈蚀的后果及其破坏形式

钢筋锈蚀是影响钢筋混凝土结构耐久性最重要的因素，钢筋的锈蚀发生锈胀，影响正常使用。锈蚀严重时，可导致沿钢筋长度方向混凝土出现纵向裂缝，并使混凝土保护层剥落（习称“暴筋”），从而截面承载力降低，最终失效。钢筋锈蚀的后果及其破坏形式如图9.24所示。

钢筋截面面积减小 钢筋截面面积锈蚀后损失＞10％时，其应力应变关系将发生很大变化，没有明显屈服点，屈服强度与抗拉强度非常接近（而一般二者之比为1.25～1.9）。钢筋截面面积的减小，会使构件承载力近似呈线性下降。而锈蚀后钢筋的延伸率明显下降，当钢筋截面损失大于10％时，其延伸率已不能满足设计规范最小允许值。

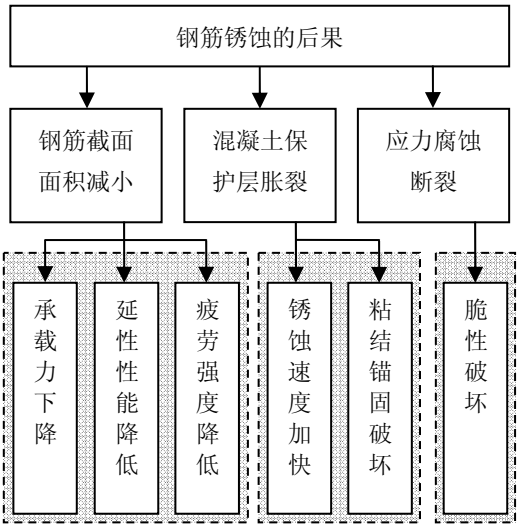

图 9.25 混凝土中钢筋锈蚀的后果及破坏形式

混凝土保护层开裂剥落 钢筋锈蚀引起的胀裂，通常沿着钢筋纵向开裂，大多数情况下，构件边角处首先开裂。当钢筋截面损失率为0.5％～10％时，会产生纵向裂缝；当损失率大于10%时，会导致混凝土保护层剥落。通常，由于钢筋大面积的锈蚀才会导致混凝土沿钢筋发生纵向裂缝，但纵向裂缝的出现将会加速钢筋的锈蚀。因此，可以把大范围内出现沿钢筋的纵向裂缝作为判别混凝土结构构件寿命终结的标准。因钢筋锈蚀引起的破坏，在受弯构件和大偏心受力构件的拉边，破坏前会有明显的变形；在受弯构件弯剪区或钢筋锚固区，破坏时往往无明显预兆；对预应力混凝土构件中，因预应力钢筋锈蚀引起的突然破坏，应特别注意。

钢筋和混凝土之间粘结性能退化 钢筋锈蚀率小于1％，粘结强度随锈蚀量增加而有所提高。但锈蚀量增大后，粘结强度将明显下降。如在重量锈蚀率达到27％左右时，变形钢筋与光圆钢筋的粘结强度分别为无锈蚀构件的54％和72％。

钢筋应力腐蚀断裂导致脆性破坏 预应力构件中的预应力钢筋有较高的长期应力作用，局部钢材脱钝的阳极腐蚀过程，可使钢材产生裂纹，在裂纹根部发生阳极过程，裂纹穿过钢材晶格而发生脆性断裂，这种脆性断裂称为应力腐蚀断裂；在某些条件下，阴极过程产生中间产物氢原子进入钢筋内部，在钢材内重新结合成氢分子，使钢材内部产生相当高的内压力，使钢材断裂，这种断裂现象称为氢脆。

（3）混凝土中钢筋锈蚀的防止

钢筋锈蚀反应必须有氧参加，因此，混凝土中的含氧水分是钢筋发生锈蚀的主要因素。如果混凝土非常致密，水灰比又低，则氧气透入困难，可使钢筋锈蚀显著减弱。因此，可以通过降低混凝土的水灰比，保证其密实度提高混凝土中钢筋的抗锈蚀能力。

氯离子的存在将导致钢筋表面氧化膜的破坏，并与铁生成金属氯化物，对钢筋锈蚀影响很大。因此，混凝土中氯离子含量应予严格限制。

增大混凝土保护层厚度可以延缓钢筋的锈蚀，因为混凝土保护层厚度大时，碳化并破坏钢筋表面氧化膜的时间就长，因此，混凝土结构应具有足够的保护层厚度。另外，也可采用覆盖层，防止二氧化碳、氧和氯离子的渗入。

在海洋工程结构以及强腐蚀介质中的混凝土结构中，可采用钢筋阻锈剂、防锈蚀钢筋、环氧涂层钢筋、镀锌钢筋、不锈钢钢筋等。

阴极保护是常用的、有效的防止金属腐蚀的电化学保护方法，已有近百年的应用历史。从钢筋锈蚀机理知道，钢筋的锈蚀是电化学腐蚀，即由微电池以电解方式腐蚀钢筋的结果，它发生在电位较高的阳极区。对钢筋采用阴极保护实际上是使钢筋成为阴极，采用电化学方

法防止作为阳极过程的钢筋溶解，使钢筋表面氧化膜更为完整和稳定。由于混凝土结构的特殊性，特别是暴露于大气环境中的钢筋混凝土结构与常规水下、地下金属结构的阴极保护相比，难度更大，阴极保护的成本也更高，因此，阴极保护法只用于重大的钢筋混凝土工程结构中。

3. 碱骨料反应

碱骨料反应是指来自混凝土中的水泥、外加剂、掺和料或拌合水中的可溶性碱（钾、钠）溶于混凝土孔隙中，与骨料中能与碱反应的有害矿物成分发生膨胀性反应，导致混凝土膨胀开裂破坏。

碱骨料反应按有害矿物种类可分为碱-硅酸盐反应和碱-碳酸盐反应，前者指水泥混凝土微孔隙中碱性溶液（以KOH、NaOH为主）与骨料中活化SiO_2矿物发生反应，生成吸水性碱硅凝胶，吸水膨胀产生膨胀压力，导致混凝土开裂损坏或胀大移位；后者指某些含有白云石的碳酸盐骨料与混凝土孔隙中碱液发生去白云化反应，生成水镁石，伴随体积膨胀。

混凝土的碱骨料反应是混凝土的癌症，一旦发展到某一程度，几乎无法补救，只有拆除。碱骨料反应对混凝土结构的危害主要表现为：

膨胀应变 过度反应会引起明显体积膨胀。开始出现膨胀的时间、膨胀的速率以及可能出现的最大膨胀量都是工程中应引起关注的质量问题。

开裂 当膨胀应变超过0.04％～0.05％时会引起混凝土的开裂，对不受约束的自由膨胀常表现为网状裂缝，而配筋可影响裂缝的扩展和分布，裂纹可能是均匀或不均匀分布。

改变混凝土微结构 水泥浆体结构明显变化，加大了气体、液体渗透性，易使有害物质进入，引起钢筋锈蚀。

力学性能下降 自由膨胀可引起抗压强度、抗折能力、弹性模量等下降。

影响结构的安全使用性 抗折强度、弹性模量下降及钢筋由于混凝土的碱骨料反应膨胀造成的附加应力，使混凝土结构出现不可接受的变形和扭曲，影响结构安全使用性。

为了防止混凝土的碱骨料反应，宜使用低含碱量的水泥或掺入粉煤灰等掺合料降低混凝土的碱性，并对骨料所含的碱活性成分加以控制。

4. 混凝土的冻融破坏

混凝土内的水分可分为化合水、结晶水和吸附水，化合水和结晶水对冻融无影响。吸附水又可分为毛细管水和凝胶水，混凝土的冻融破坏主要取决于混凝土吸附水中的毛细管水。毛细管是水泥水化后未被水化物质填充的孔隙，毛细管水指凝胶体外部毛细孔中所含的水。因水结冰体积膨胀（体积增大约9％），将对毛细管壁产生压力，从而在混凝土中产生拉应力。当拉应力超过一定值后，混凝土内部孔隙及微裂缝逐渐增大扩展，并互相连通，混凝土强度逐渐降低，造成混凝土破坏。混凝土的冻融破坏主要表现为表面剥落和混凝土强度降低，它是影响结构耐久性的重要因素之一，在水利水电工程、港口码头工程、道路桥梁工程，铁路工程及某些工业与民用建筑工程中较为常见。

寒冷地区，在城市道路或立交桥中使用除冰盐融化冰雪，也会加速混凝土冻融破坏。由于除冰盐使混凝土表面水融化，引起混凝土表面温度显著下降，造成对混凝土温度冲击，使混凝土外层开裂，形成分层剥落。

混凝土的抗冻性是混凝土耐久性的重要标志。在冻融循环下，增加混凝土耐久性的有效方法之一是引气剂的使用。混凝土冻融破坏的机理是，水结成冰后体积膨胀，混凝土中掺入引气剂后，在混凝土内部生成无数封闭的微气泡。这些气泡封闭了混凝土内部孔隙，减小了内部孔隙水的膨胀作用，这些气泡也像“气垫”一样对冻胀作用起到缓冲。但需要注意的是，引气剂的使用虽然可以增加混凝土的抗冻性，但也降低了混凝土的强度。

9.7.4 混凝土结构耐久性设计

工程结构的功能应满足安全性、适用性和耐久性三方面要求，因此，耐久性极限状态也应成为设计原则之一。根据国内外的研究成果和工程经验，我国现行《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）首次列入了有关耐久性设计的条文，而《混凝土结构耐久性设计规范》（GB/T 50476-2008）也已颁布施行，设计时要严格遵守。

1. 耐久性设计目的和基本原则

耐久性概念设计的目的是使结构或构件在正常维护的条件下，在预定的工作环境中，在预期的设计使用年限内，能够完成预定的功能。要求在规定的设计使用年限内，应能在自然和人为环境的化学和物理作用下，不出现无法接受的承载力减小、使用功能降低和不能接受的外观破损等耐久性问题。所出现的问题通过正常的维护即可解决，而不需付出很高的代价。

混凝土结构的耐久性设计应根据结构的设计使用年限、结构所处的环境类别及作用等级，科学地选择一道或多道防线，抵御环境对其耐久性的劣化作用，保证结构或构件达到预期的使用寿命。对于氯化物环境下的重要混凝土结构，尚应按耐久性极限状态采用定量方法进行辅助性校核。

混凝土结构的耐久性设计应包括下列内容：

① 结构的设计使用年限、环境类别及其作用等级；

② 有利于减轻环境作用的结构形式、布置和构造；

③ 混凝土结构材料的耐久性质量要求；

④ 钢筋的混凝土保护层厚度；

⑤ 混凝土裂缝控制要求；

⑥ 防水、排水等构造措施；

⑦ 严重腐蚀环境作用下合理采取防腐蚀附加措施或多重防护策略；

⑧ 耐久性所需的施工养护制度与保护层厚度的施工质量验收要求；

⑨ 结构使用阶段的维护、修理与检测要求。

2. 混凝土结构使用环境类别及设计使用年限

混凝土结构的耐久性与其工作环境有密切的关系，环境作用主要来自自然作用、化学作用和物理作用。同一混凝土结构所处的使用环境不同，受到的环境作用也不同，其寿命也不同。显然，处于强腐蚀环境中要比处在一般大气环境中的寿命短。在耐久性设计时，我国《混凝土结构设计规范》（GB 50010-2002）将结构的工作环境类别分为五类；而《混凝土结构耐久性设计规范》（GB/T 50476-2008）根据环境对混凝土和钢筋材料的腐蚀机理，同样将结构的工作环境类别分为一般环境（Ⅰ）、冻融环境（Ⅱ）、海洋氯化物环境（Ⅲ）、除冰盐等其他氯化物环境（Ⅳ）和化学腐蚀环境（Ⅴ）五类，但在每类环境中还根据环境对结构的作用程度划分为轻微（A）、轻度（B）、中度（C）、严重（D）、非常严重（E）和极端严重（F）六个等级。当结构构件受到多种环境类别共同作用时，应分别满足每种环境类别单独作用下的耐久性要求。

混凝土结构设计的使用年限应按建筑物的合理使用年限确定，不应低于现行国家标准《工程结构可靠度设计统一标准》（GB 50153）和《建筑结构可靠度设计统一标准》（GB 50068）规定；一般环境下的民用建筑在设计使用年限内无需大修，其结构构件的设计使用年限应与结构整体设计使用年限相同。严酷环境作用下的桥梁、隧道等混凝土结构，其部分构件可设计成易于更换的形式，或能够经济合理地进行大修。可更换构件的设计使用年限可低于结构整体使用年限，并应在设计文件中明确规定。

3. 保证混凝土结构耐久性的技术措施及构造要求

保证钢筋混凝土结构的耐久性是一个复杂的系统工程，往往需要多道设防。为保证混

凝土结构的耐久性，根据设计的使用年限、环境类别和作用等级，针对影响耐久性的主要因素，应从设计、材料和施工方面提出技术措施，并采取有效的构造措施。

（1）结构设计技术措施

应根据结构或构件所处的环境，科学地选择一道或多道防线抵御环境对结构耐久性的作用，并根据环境类别和作用等级，规定维护措施及检查年限，保证结构或构件达到设计使用年限。经常采用的技术措施有：

优化混凝土配合比设计 采用高性能混凝土可以提高结构的耐久性，优化混凝土配合比设计对于混凝土的强度和耐久性影响很大。通过优化混凝土配合比设计不但要达到混凝土的强度等级，还要保证混凝土的和易性，特别是泵送混凝土要保证足够的坍落度。在优化混凝土配合比设计中，选择品质优良的外加剂是关键，特别要注意外加剂与水泥的相容性。

适当地增加保护层厚度 经验表明，保护层厚度在耐久性设计中不容忽视。混凝土保护层最小厚度是以保证钢筋与混凝土共同工作，满足对受力钢筋的有效锚固以及保证耐久性的要求为依据的。处于一类环境中的构件，主要是从保证有效锚固及耐火性的要求加以确定。处于二、三类环境中的构件，主要是按设计使用年限混凝土保护层完全碳化确定的，它与混凝土强度等级有关。对于梁、柱构件，因棱角部分的混凝土双向碳化，且易产生沿钢筋的纵向裂缝，故保护层最小厚度应适当增大。避免混凝土沿纵筋开裂的有效方法是增大保护层厚度。但值得注意的是在确定保护层厚度时，不能一味增大保护层厚度，因为过大的保护层厚度一方面不经济，另一方面使裂缝的宽度增大；较好的方法是采用防护覆盖层，并规定维修年限。

保护混凝土面层 混凝土的腐蚀经常是从面层或保护层开始的。对混凝土面层保护得好，可以阻挡氯离子或其他有害介质侵入，增加混凝土的耐久性。通常混凝土面层保护有：在混凝土表面镶砌耐腐蚀性高的花岗岩；在轻微腐蚀环境中，用普通水泥砂浆或聚合物改性砂浆罩面以提高混凝土的耐久性；在混凝土表面涂保护层，例如抗渗透性涂层、浸渍型涂层、沥青类涂层、树脂类涂层等，在较严酷的腐蚀环境中，以环氧树脂为主的涂层有较好的防护性和耐久性。

使用环氧涂层钢筋 对于暴露在侵蚀性环境中的结构构件，其受力钢筋可采用环氧涂层带肋钢筋。环氧涂层钢筋制作是采用静电粉末喷涂的方法，在专门工厂内加工生产。这种钢筋能长期承受混凝土的高碱性环境，由于环氧树脂涂层具有很高的化学稳定性、耐腐蚀性和不透水性，因此能够阻止水、氧、氯离子等腐蚀介质与钢筋接触，避免钢筋生锈。使用环氧涂层钢筋除了考虑经济上的原因（环氧涂层钢筋价格较贵），还必须注意环氧涂层钢筋的质量，检查涂层有无缺陷和损伤，特别要保证在运输、制作、安装、混凝土振捣时涂层的完整性。

使用钢筋阻锈剂 钢筋阻锈剂按化学成分分为有机型、无机型和混合型。按使用方法可分为掺入型和渗透型。掺入型是将阻锈剂掺加到混凝土中；渗透型是将阻锈剂涂到混凝土表面，渗透到混凝土内并到达钢筋周围。

另外，还可采用阴极保护方法阻止钢筋的锈蚀，提高混凝土结构的耐久性，但阴极保护成本高，只用于重大工程中。

（2）对材料及构造的要求

材料是耐久性的基础，材料的选择包括钢筋、水泥、砂、石子及外加剂的选择。混凝土材料应根据结构所处的环境类别、作用等级和结构设计使用年限，按同时满足混凝土最低强度等级、最大水胶比和混凝土原材料组成的要求规定，结构构件的混凝土强度等级应同时满足耐久性和承载力的要求；钢筋材料也应根据结构所处的环境类别、作用等级和结构设计使用年限，同时满足耐久性和承载力的要求选用。钢筋和混凝土的选用应满足《混凝土结构耐久性设计规范》（GB/T 50476−2008）的要求。

不同环境作用下钢筋主筋、箍筋和分布筋，其混凝土保护层厚度应满足钢筋防锈、耐火以及混凝土之间粘结力传递的要求。在不同环境下混凝土的保护层厚度以及在荷载作用下配筋混凝土构件的表面裂缝最大宽度应满足《混凝土结构耐久性设计规范》（GB/T 50476-2008）的规定要求。

（3）施工要求

混凝土的耐久性主要取决于它的密实性，除应满足上述对混凝土材料和构造的要求外，还应高度重视混凝土的施工质量，控制商品混凝土的各个环节，加强对混凝土的养护，防止混凝土过早受荷等。为保证混凝土的耐久性，还应严格遵守《混凝土结构耐久性设计规范》（GB/T 50476-2008）对施工质量的附加要求。

另外，后张预应力混凝土结构除应满足钢筋混凝土结构耐久性要求外，尚应根据结构所处的环境类别和作用等级对预应力筋和锚固端采取相应的多重防护措施。

思 考 题

9.1 为什么要对钢筋混凝土结构构件的变形和裂缝宽度进行验算？

9.2 简述轴心受拉构件裂缝的出现、分布和开展的过程和及其机理。

9.3 比较钢筋混凝土轴心受拉构件与受弯构件的裂缝分布和形态的异同。

9.4 钢筋混凝土构件裂缝间距和裂缝宽度的计算公式是如何建立的？简述钢筋的直径和配筋率对裂缝间距和裂缝宽度的影响。

9.5 减小钢筋混凝土构件裂缝宽度的主要措施有哪些？

9.6 试说明建立钢筋混凝土受弯构件刚度计算公式的基本思路和方法，公式在哪些方面反映了钢筋混凝土的特点？

9.7 简述配筋率对受弯构件正截面承载力、延性的影响？

9.8 什么是混凝土结构的耐久性？其主要影响因素有哪些？通常采取哪些措施来提高混凝土结构的耐久性？

9.9 在确定混凝土保护层厚度、构件允许变形和裂缝宽度限值时分别需要考虑哪些因素？

习 题

9.1 已知某钢筋混凝土屋架下弦的截面尺寸 $b\times h$=200mm×200mm，轴向拉力 N_k=150×10^{3}N，配有 4 根直径为 14mm 的 HRB400 受拉钢筋，混凝土强度等级 C30，保护层厚度 c=25mm，表面裂缝计算宽度限值 w_{lim}=0.2mm。

① 验算裂缝宽度是否满足要求。

② 当裂缝宽度不满足要求时如何处理？

9.2 受均布荷载作用的简支梁，截面尺寸$b\times h$=200mm×450mm，混凝土保护层厚度c=25mm，计算跨度l_0=5200mm；永久荷载（包括自重）标准值g_k=5N/mm，楼面活荷载标准值q_k=10N/mm，准永久值系数ψ_q =0.5；混凝土强度等级C30，纵向受拉钢筋为3根直径为16mm的HRB335级钢筋。试验算梁的抗弯承载力、抗裂能力以及挠度是否满足要求？

9.3 已知一预制T形截面简支梁，安全等级为二级。计算跨度l_0=6000mm，b'_f=600mm，

h'_f=80mm，b=200mm，h=500mm，混凝土保护层厚度c=25mm；采用C30混凝土，HRB335级钢筋；跨中截面所受的弯矩分别为：由永久荷载引起的弯矩$M_{Gk}=45\times10^6$N·mm，由活载引起的弯矩$M_{Qk}=35\times10^6$N·mm（准永久值系数ψ_q=0.4），由雪荷载引起的弯矩$M_{Qk}=8\times10^6$N·mm（准永久值系数ψ_q=0.2）。

① 求抗弯正截面受拉钢筋面积，并选配钢筋。

② 验算挠度和裂缝宽度是否满足使用要求（$f_{lim}=l_0/250$，w_{lim}=0.3mm）。

9.4 推导承受均布荷载作用的矩形截面简支梁不需要作挠度验算的最大跨度比l_0/h与配筋率$\rho=A_s/bh_0$的关系，并绘出配有HRB335级钢筋，采用C30混凝土，允许挠度值为$l_0/200$，可变荷载标准值M_{Qk}与永久荷载标准值M_{Gk}的比值M_{Qk}/M_{Gk}=2.0，准永久值系数ψ_q =0.4，承受均布荷载作用的矩形截面简支梁不需要作挠度验算的最大跨度比l_0/h与配筋率ρ的关系曲线。

9.5 已知钢筋混凝土单筋矩形截面梁，截面尺寸$b\times h$=250mm×550mm，混凝土保护层厚度c=25mm；采用C30混凝土和HRB335级纵向受拉钢筋。当钢筋分别为3根直径22mm（A_s=1140mm^2）、4根直径25mm（A_s=1963mm^2）、8根直径22mm（A_s=3041mm^2）和8根直径25mm（A_s=3927mm^2）时，试计算各自截面的延性系数μ_ϕ，并进行比较分析。