西安交通大学研究生公共课最优控制 2007 试题

2007/07/14

一、（15 分）简答题

1） 请写出泛函变分的一种定义。

2） 请叙述 Bellman 最优性原理。

3） 请简述你所在小组课程 project 的主要工作内容以及你个人的主要工作。

二、（20 分）计算题

1） 泛函求极值

$$\min_{x} J(x)=\int_{1}^{2}\left(\dot{x}^{2}t^{2}+\dot{x}\right)dt$$

边界条件 $x(1)=1$，$x(2)=2$

2）系统的状态方程为：$\dot{x}=-x+u,\quad x(0)=3$，计算最优控制函数和最优轨线，在 $t=2$ 时将系统转移到 $x(2)=0$ 并使下列性能泛函达到最小值。

$$\min_{u} J=\int_{0}^{2}\left(1+u^{2}\right)dt$$

三、（20 分）

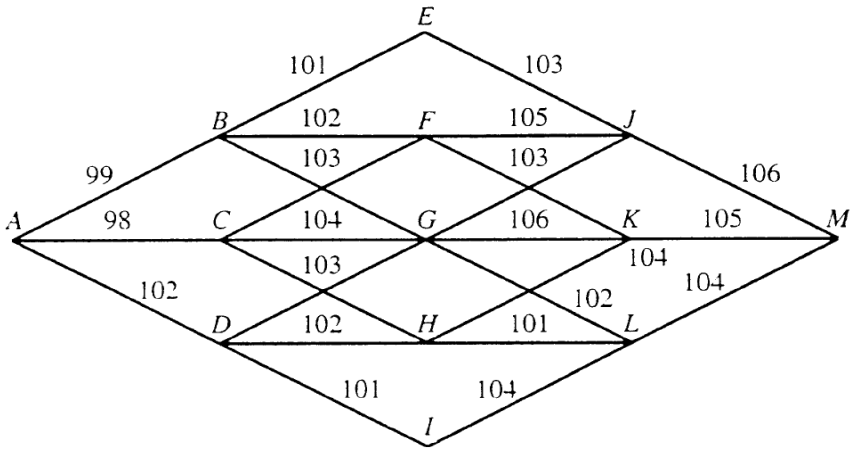
已知系统状态方程：$\dot{x}_1=x_2,\dot{x}_2=u$，性能指标：

$$J=\frac{1}{2}\int_{0}^{\infty}\left(x_1^2+2bx_1x_2+ax_2^2+u^2\right)dt$$

式中 $a-b^2>0$。试求最优反馈控制。

四、（15 分）

下图所示为一个简化的飞行路线规划问题，其中每一段的数值表示飞机飞过该段所需的飞行时间（单位分钟），受到温度、风速等天气因素的影响。计算从 A 出发达到 M 的最短时间路径。



五、（15 分）求解如下发电站经济运行问题

某发电站中有三台发电机，各发电机的运行费用分别为：

1 号机 $C[u(1)]=\frac{1}{2}u^2(1)$，元/小时

2 号机 $C[u(2)]=u^2(2)$，元/小时

3 号机 $C[u(3)]=\frac{3}{2}u^2(3)$，元/小时

其中 $u(i)$, i=1, 2, 3 表示 i 号发电机的输出功率（MW）。发电站的总输出功率为：

$$u(1)+u(2)+u(3)$$

规定当只运行一台发电机时，使用 1 号机；当两台发电机工作时，使用 1 号及 2 号机。一般情况下，三台发电机同时运行，以减少运行费用。

设发电站的总负荷为 D(MW)，用动态规划法，求 1、2 号发电机同时运行及三台发电机同时运行时的最佳负荷分配方案，使电站运行费最小。假定总负荷 D 不会使任一台发电机超出额定容量。

六、（15 分）

An investor receives annual income from a building society of x_t pounds in year t. He consumes u_t and adds $x_t - u_t$ to his capital, $0 \le u_t \le x_t$. The capital is invested at interest rate $\theta \times 100\%$, and so his income in year $t+1$ increases to

$$x_{t+1} = a(x_t, u_t) = x_t + \theta(x_t - u_t).$$

He desires to maximize his total consumption over h years, $\mathbf{C} = \sum_{t=0}^{h-1} u_t$.

(Hint: using dynamic programming, and $c(x_t, u_t, t) = u_t$, $\mathbf{C}_h(x_h) = 0$.)

*** 考察的同学五、六题可选做一题。**