文章编号：1001-7402(2000)01-0022-05

⑤
22-26

包含度空间中的收敛性*

O141.1

程国胜[1]，彭济根[2]

(1. 西安交通大学 理学院，陕西 西安 710049；
2. 淮北煤炭师范学院 数学系，安徽 淮北 235000)

摘　要：本文引入包含度空间中的 D-收敛和滤子收敛，并证明二者等价；然后给出 $L^p[a,b]$ $(1\leqslant p<\infty)$ 空间中的又一种包含度收敛，证明其与测度收敛等价。

关键词：包含度空间；D-收敛；滤子收敛

中图分类号：O141.1　　**文献标识码**：A

收敛性
测度收敛

文献[1,2]提出了包含度理论，这一理论是对已有的不确定推理方法的概括，为不确定推理提供了一个一般性原理，特别在各种关系数据库中有直接的应用。因此，进一步研究包含度理论是很有意义的。

本文引入包含度空间中的 D-收敛和滤子收敛的概念，证明了二者的等价性；讨论了 $L^p[a,b]$ $(1\leqslant p<\infty)$ 空间中的又一种包含度收敛，并证明其与测度收敛的等价性。由此可知，包含度空间中的包含度收敛是研究有序结构的数学理论的新工具。

本文沿用文献[1,2]中的记号。

1　定义

定义 1.1[1]　设 $(L,\leqslant)$ 是非空的半序集，映射 $D: L\times L\to[0,1]$ 为 $(L,\leqslant)$ 上的包含度，若 $\forall\ x,y,z\in L$，有

(1) $x\leqslant y \Rightarrow D(y/x)=1$，

(2) $x\leqslant y\leqslant z \Rightarrow D(x/z)\leqslant D(x/y)$，

(3) $x\leqslant y \Rightarrow D(x/z)\leqslant D(y/z)$

成立。同时称有包含度 D 的半序集 $(L,\leqslant)$ 为包含度空间，记为 $(L,\leqslant,D)$。

$\forall\ \varepsilon\in(0,1]$，记 $A_x^\varepsilon=\{y\,|\,D(y/x)>1-\varepsilon\}$，$B_x^\varepsilon=\{z\,|\,D(x/z)>1-\varepsilon\}$。称 $S_x^\varepsilon=A_x^\varepsilon\cap B_x^\varepsilon$ 为 x 的一个 ε 开球域。

设 $(R,>)$ 为定向集，称映射 $\Phi_R: R\to L$ 为包含度空间 $(L,\leqslant,D)$ 上的一个网。R_1 为定

* 收稿日期：1998-07-09
作者简介：程国胜(1963-)，男，安徽肥西人，西安交通大学理学院副教授，博士，研究方向：不确定性推理，遗传算法。

向集，$\Psi: R_1 \to L$ 是一个网。若存在映射 $p: R_1 \to R$，使得 $\Psi = \Phi_R \circ p$，且 $\forall\ m \in R$，$\exists\ n \in R_1$，当 $k > n$ 时，$p(k) > m$，则称 Ψ 为 Φ_R 的子网。当 R 为自然数时，称 $(L, \leqslant, D)$ 上的网为序列。

定义 1.2　设 $(L, \leqslant, D)$ 为一个包含度空间，$x_0 \in L$，Φ_R 为包含度空间 $(L, \leqslant, D)$ 上的一个网。若对 x_0 的任意 ϵ 开球域 $S_{x_0}^{\epsilon}$，存在 $r_0 \in R$，当 $r > r_0$ 时，$\Phi_R(r) \in S_{x_0}^{\epsilon}$，则称网 Φ_R D-收敛于 x_0．简记为 $\Phi_R \xrightarrow[D]{} x_0$．

如果对 x_0 的任意 ϵ 开球域 $S_{x_0}^{\epsilon}$，任意 $r_0 \in R$，存在 $r > r_0$，使得 $\Phi_R(r) \in S_{x_0}^{\epsilon}$，则称 x_0 为网 Φ_R 的聚点。

定义 1.3　包含度空间 $(L, \leqslant, D)$ 中的子集族 $\Xi = \{C_\alpha, \alpha \in I\}$ 是一个滤子，如果

(1) $\forall\ \alpha \in I$，$C_\alpha \neq \varnothing$；

(2) $\forall\ \alpha, \beta \in I$，$\exists\ \gamma \in I$，使得 $C_\gamma \subset C_\alpha \cap C_\beta$．

称包含度空间 $(L, \leqslant, D)$ 中的滤子 $\Xi = \{C_\alpha, \alpha \in I\}$ 收敛于 $x_0 \in L$，如果对于 x_0 的任意 ϵ 开球域 $S_{x_0}^{\epsilon}$，存在 $C_\alpha \in \Xi$，使得 $C_\alpha \subset S_{x_0}^{\epsilon}$．

2　结果

定理 2.1　设 $\Phi_R = \{\Phi_R(r), r \in R\}$ 是包含度空间 $(L, \leqslant, D)$ 中的一个网，$x_0 \in L$．若 $\Phi_R \xrightarrow[D]{} x_0$，则 x_0 是 Φ_R 的聚点。

证明　由定义 1.2 易知。

定理 2.2　设 $(L, \leqslant, D)$ 是包含度空间，Φ_R 是一个网，$x_0 \in L$，则 x_0 为网 Φ_R 的聚点当且仅当 Φ_R 有收敛于 x_0 的子网 Ψ．

证明　设 $\Psi = \{\Psi(r), r \in R\}$ 为 Φ_R 的子网，且 $\Psi \xrightarrow[D]{} x_0$．任取 x_0 的 ϵ 开球域 $S_{x_0}^{\epsilon}$，$\forall\ r_0 \in R$，因为 Ψ 是 Φ_R 的子网，即有映射 $p: R_1 \to R$，使得 $\Psi = \Phi_R \circ p$，且存在 $m_0 \in R_1$．当 $m > m_0$ 时，$p(m) > r_0$．由 $\Psi \xrightarrow[D]{} x_0$，对于 $S_{x_0}^{\epsilon}$，存在 $n_0 \in R_1$，当 $n > n_0$ 时，$\Psi(n) \in S_{x_0}^{\epsilon}$．由于 R_1 为定向集，R_1 中存在 $k > m_0$，$k > n_0$，而 $p(k) \in R$，$p(k) > r_0$ 且 $\Phi_R \circ p(k) = \Psi(k) \in S_{x_0}^{\epsilon}$，即 x_0 为网 Φ_R 的聚点。

反过来，设 x_0 为网 Φ_R 的聚点，则对任意 ϵ 的开球域 $S_{x_0}^{\epsilon}$，任意 $r \in R$，存在 $r_0 \in R$，$r_0 > r$ 使得 $\Phi_R(r_0) \in S_{x_0}^{\epsilon}$．记 $\mathscr{T}_{x_0} = \{S_{x_0}^{\epsilon}, \epsilon \in (0, 1]\}$。定义映射 $p: R \times \mathscr{T}_{x_0} \to R$ 满足 $p((r, S_{x_0}^{\epsilon})) > r$ 且 $\Phi_R((p(r, S_{x_0}^{\epsilon}))) \in S_{x_0}^{\epsilon}$．用 R_1 记 $R \times \mathscr{T}_{x_0}$，在 R_1 中规定 $(r_1, S_{x_0}^{\epsilon_1}) > (r_2, S_{x_0}^{\epsilon_2})$ 当且仅当 $r_1 > r_2$ 且 $S_{x_0}^{\epsilon_1} \subset S_{x_0}^{\epsilon_2}$，则由 R 与 $\mathscr{T}_{x_0}$ 都是定向集知，R_1 也是定向集。$\forall\ (r, S_{x_0}^{\epsilon}) \in R_1$，令 $\Psi((r, S_{x_0}^{\epsilon})) = \Phi_R(p(r, S_{x_0}^{\epsilon}))$，则得 $(L, \leqslant, D)$ 中的网 $\Psi = \{\Psi((r, S_{x_0}^{\epsilon})), (r, S_{x_0}^{\epsilon}) \in R_1\}$。因为映射 p 满足条件 $\Phi_R \circ p = \Psi$ 以及 $\forall\ r \in R$，存在 $(r, S_{x_0}^{\epsilon}) \in R_1$ ($\forall\ S_{x_0}^{\epsilon} \in \mathscr{T}_{x_0}$)，使当 $(r_1, S_{x_0}^{\epsilon'}) > (r, S_{x_0}^{\epsilon})$ 时，$p((r_1, S_{x_0}^{\epsilon'})) > r$．所以 Ψ 是 Φ_R 的子网。

任意取定 $S_{x_0}^{\epsilon} \in \mathscr{T}_{x_0}$，取 $(k, S_{x_0}^{\epsilon}) \in R_1$，这里 k 是 R 中任意一个元，则当 $(r, S_{x_0}^{\epsilon'}) > (k, S_{x_0}^{\epsilon})$ 时，由 $\Psi((r, S_{x_0}^{\epsilon'})) = \Phi_R(p(r, S_{x_0}^{\epsilon'})) \in S_{x_0}^{\epsilon'}$ 及 $S_{x_0}^{\epsilon'} \subset S_{x_0}^{\epsilon}$，得 $p((r, S_{x_0}^{\epsilon'})) \in S_{x_0}^{\epsilon}$，即 $\Psi \xrightarrow[D]{} x_0$．

定理 2.3　包含度空间 $(L, \leqslant, D)$ 上的网的 D-收敛等价于其上的滤子收敛。

证明　设 Φ_R 为 $(L, \leqslant, D)$ 上的一个网，令 $C_r = \{\Phi_R(k), k > r\}$，则 $\Xi = \{C_r, r \in R\}$ 是

$(L,\leqslant,D)$上的滤子。

若 $\Phi_R \xrightarrow[D]{} x_0$，则对于 x_0 的任意 ε 开球域 $S^{\varepsilon}_{x_0}$，存在 $r_0\in R$，当 $r>r_0$ 时，$\Phi_R(r)\in S^{\varepsilon}_{x_0}$. 因此，$C_{r_0}\subset S^{\varepsilon}_{x_0}$. 即 Ξ 收敛于 x_0. 反之，Ξ 收敛于 x_0，易知 $\Phi_R \xrightarrow[D]{} x_0$.

若 $\Xi=\{A_a,a\in I\}$为$(L,\leqslant,D)$上的滤子，令 $R=\{(a,A),a\in A,A\in\Xi\}$。定义$(a_1,A_1)>(a_2,A_2)\Leftrightarrow A_1\subset A_2$，则 R 是一个定向集。映射 $\Phi_R:R\to L$，$\Phi_R(a,A)=a$ 为 L 上的一个网。易知 Ξ 收敛于 $x_0\Leftrightarrow \Phi_R \xrightarrow[D]{} x_0$. 证毕

称包含度空间$(L,\leqslant,D)$是 T_2 的，若$\forall$ $x_1,x_2\in L$，$x_1\neq x_2$，存在 $\varepsilon_1,\varepsilon_2\in(0,1]$，使得 $S^{\varepsilon_1}_{x_0}\cap S^{\varepsilon_2}_{x_0}=\bigcirc$.

定理 2.4 包含度空间$(L,\leqslant,D)$中的网 Φ_R 的极限点唯一当且仅当$(L,\leqslant,D)$是 T_2 的。

证明 $(\Rightarrow)$若$(L,\leqslant,D)$不是 T_2 的，则存在 $x_1,x_2\in L$，且 $x_1\neq x_2$，$\forall$ $\varepsilon_1,\varepsilon_2\in(0,1]$，有 $S^{\varepsilon_1}_{x_1}\cap S^{\varepsilon_2}_{x_2}\neq\varnothing$. 记 $\mathscr{F}=\{S^{\varepsilon_1}_{x_1}\cap S^{\varepsilon_2}_{x_2},\varepsilon_1,\varepsilon_2\in(0,1]\}$，则 $\mathscr{F}$ 是滤子。由定理 2.3 知，$\mathscr{F}$ 决定了 L 上的一个网 Φ_R，而 $\Phi_R \xrightarrow[D]{} x_1$ 且 $\Phi_R \xrightarrow[D]{} x_2$，即 Φ_R 的极限点不唯一，这与题设条件矛盾。

$(\Leftarrow)$若$(L,\leqslant,D)$是 T_2 的，$\Phi_R \xrightarrow[D]{} x_1$，$\forall$ y_1，$y_1\neq x_1$，存在 $S^{\varepsilon_1}_{x_1}$，$S^{\varepsilon_2}_{y_1}$，使得 $S^{\varepsilon_1}_{x_1}\cap S^{\varepsilon_2}_{y_1}=\varnothing$. 由于 $\Phi_R \xrightarrow[D]{} x_1$，所以存在 $r_0\in R$，当 $r>r_0$ 时，$\Phi_R(r)\in S^{\varepsilon_1}_{x_1}$ 且 $\Phi_R(r)\notin S^{\varepsilon_2}_{y_1}$，即 Φ_R 不可能收敛于 y_1. 证毕。

设 $\mathscr{F}=\{A_i,i\in I\}$和 $\mathscr{R}=\{B_j,j\in J\}$为 L 上的两个滤子，称 $\mathscr{F}$ 为 $\mathscr{R}$ 的加细简记为 $\mathscr{F}<\mathscr{R}$，若对任意的 $B_j\in\mathscr{R}$，存在 $A_i\in\mathscr{F}$，使得 $A_i\subset B_j$.

若包含度空间$(L,\leqslant,D)$上的滤子 $\mathscr{F}$ 满足：对任意的滤子 $\mathscr{R}$，$\mathscr{R}<\mathscr{F}$ 蕴含 $\mathscr{F}<\mathscr{R}$，则称 $\mathscr{F}$ 为超滤子。

定理 2.5 设 $\mathscr{F}$ 为 L 上的超滤子，则 x_0 是 $\mathscr{F}$ 的聚点(即$\forall$ $S^{\varepsilon}_{x_0}$，$\forall$ $A_i\in\mathscr{F}$，$A_i\cap S^{\varepsilon}_{x_0}\neq\varnothing$)当且仅当 $\mathscr{F}$ 收敛于 x_0.

证明 $(\Leftarrow)$显然。

$(\Rightarrow)$首先，$\forall$ $S^{\varepsilon}_{x_0}$，$\exists$ $A_i\in\mathscr{F}$，使得 $A_i\subset S^{\varepsilon}_{x_0}$或 $A_i\subset L\backslash S^{\varepsilon}_{x_0}$，且二者不能同时成立。事实上，若存在 $A_i\subset S^{\varepsilon}_{x_0}$，$A_j\subset L\backslash S^{\varepsilon}_{x_0}$，则 $A_i\cap A_j=\varnothing$，这是不可能的。于是对任意不包含于$L\backslash S^{\varepsilon}_{x_0}$的 A_j，$A_j\cap S^{\varepsilon}_{x_0}\neq\varnothing$. 这样便得到一个滤子，$\mathscr{R}=\mathscr{F}\cap S^{\varepsilon}_{x_0}$且 $\mathscr{R}<\mathscr{F}$. 由于 $\mathscr{F}$ 是超滤子，所以也有 $\mathscr{F}<\mathscr{R}$. 因此，对任意的 $A_j\cap S^{\varepsilon}_{x_0}$，存在 $A_i\in\mathscr{F}$，使得 $A_i\subset A_j\cap S^{\varepsilon}_{x_0}\subset S^{\varepsilon}_{x_0}$.

由于 x_0 是 $\mathscr{F}$ 的聚点，任意的 $A_j\in\mathscr{F}$，$A_j\cap S^{\varepsilon}_{x_0}\neq\bigcirc$. 因此，存在 $A_i\in\mathscr{F}$，使得 $A_i\subset S^{\varepsilon}_{x_0}$. 即 $\mathscr{F}$ 收敛于 x_0.

定理 2.6 设包含度空间$(L,\leqslant,D)$上存在滤子，则下列条件等价：

(1) L 中每个滤子至少有一个聚点；

(2) L 中每个超滤子一定收敛。

证明 (1)$\Rightarrow$(2)。设 $\mathscr{F}$ 是一个超滤子。由(1)，$\mathscr{F}$ 有聚点 x_0，因为 $\mathscr{F}$ 是一个超滤子，所以 $\mathscr{F}$ 收敛于 x_0.

(2)$\Rightarrow$(1)。设 $\mathscr{R}$ 是 L 上任一滤子。记 $\mu=\{\mathscr{F}\mid\mathscr{F}<\mathscr{R},\mathscr{F}$ 为 L 上的滤子$\}$。在 μ 中

定义半序 $\mathscr{F}_1 \prec \mathscr{F}_2 \Leftrightarrow \mathscr{F}_1 \subset \mathscr{F}_2$. 则由 Zorm 引理知,存在超滤子 $\mathscr{F} \prec \mathscr{R}$. 由(2)知 $\mathscr{F}$ 收敛,于是 $\mathscr{F}$ 的收敛点是 $\mathscr{R}$ 的聚点。

3 举例

例 3.1 $L^p[a,b]$ $(1 \leqslant p < \infty)$ 上的包含度收敛。

设$(E,\|\cdot\|,\leqslant)$为赋范 Riesz 空间,D 为$(E,\leqslant)$上的包含度。如果 E 中的网 Φ_R 满足:存在 $e \in E^+$,使得任意实数 $\delta > 0$,

$$\lim_r D((\Phi_R(r) + \delta e)/x) = \lim_r D((x + \delta e)/\Phi_R(r)) = 1$$

则称网 Φ_R 按 D_0-收敛于 x. 简记为 $\Phi_R \xrightarrow[D_0]{} x$.

设 $E = L^p[a,b]$ $(1 \leqslant p < \infty)$,则 E 按点点序关系形成一个 Riesz 空间。定义

$$D(f/g) = \frac{\mu(\{x \mid g(x) \leqslant f(x)\})}{b-a},\ f(x), g(x) \in E$$

其中 μ 表示实数集上的 Lebesgue 测度。容易验证,D 是 E 上的一个包含度。进一步地,下列结论成立:

若$\{f_n(x), n \in N\} \subseteq L^p[a,b]$ $(1 \leqslant p < \infty)$,则 $f_n \xrightarrow[D_0]{} f$ 当且仅当 $f_n \xrightarrow[\mu]{} f$.

事实上,若 $f_n \xrightarrow[D_0]{} f$,即存在 $e(x) \in L^p[a,b]$ $(1 \leqslant p < \infty)$,使得$\forall\ \varepsilon > 0$,

$$\lim_n \mu(\{x \mid f(x) \leqslant f_n(x) + \varepsilon e(x)\}) = \lim_n \mu(\{x \mid f(x) \leqslant f(x) + \varepsilon e(x)\}) = b - a \tag{3.1}$$

令 $\| e(x) \| \leqslant m$ (μ-几乎处处)(m 为正常数)。任取 $\delta > 0$,由于$[a,b] \supset \{x \mid |f_n(x) - f(x)| \leqslant \delta\} = \{x \mid f_n(x) \leqslant f(x) + \delta\} \cap \{x \mid f(x) \leqslant f_n(x) + \delta\}$,所以

$$\begin{aligned} b - a &\geqslant \mu(\{x \mid |f_n(x) - f(x)| \leqslant \delta\}) \\ &= \mu(\{x \mid f_n(x) \leqslant f(x) + \delta\}) + \mu(\{x \mid f(x) \leqslant f_n(x) + \delta\}) \\ &\quad - \mu(\{x \mid f_n(x) \leqslant f(x) + \delta\} \cup \{x \mid f(x) \leqslant f_n(x) + \delta\}) \end{aligned} \tag{3.2}$$

又 $[a,b] \supset \{x \mid f_n(x) \leqslant f(x) + \delta\} \cup \{x \mid f(x) \leqslant f_n(x) + \delta\} \supset \{x \mid f(x) \leqslant f_n(x) + \delta\} \supset \{x \mid f(x) \leqslant f_n(x) + \frac{\delta}{m} e(x)\}$。所以由(3.1)式知

$$\begin{aligned} &\lim_{n \to \infty} \mu(\{x \mid f_n(x) \leqslant f(x) + \delta\} \cup \{x \mid f(x) \leqslant f_n(x) + \delta\}) \\ &= \lim_{n \to \infty} \mu(\{x \mid f(x) \leqslant f_n(x) + \delta\}) = \lim_{n \to \infty} \mu(\{x \mid f_n(x) \leqslant f(x) + \delta\}) = b - a \end{aligned}$$

于是结合(3.2)式,$\forall\ \varepsilon > 0$, $\lim_{n \to \infty} \mu(\{x \mid |f_n(x) - f(x)| \leqslant \delta\}) = b - a$,即 $f_n \xrightarrow[\mu]{} f$.

反之,若 $f_n \xrightarrow[\mu]{} f$,即$\forall\ \varepsilon > 0$, $\mu(\{x \mid |f_n(x) - f(x)| \leqslant \delta\}) \to b - a$ $(n \to \infty)$。取 $e(x) \equiv 1 \in L_+^p[a,b]$ $(1 \leqslant p < \infty)$,任取 $\varepsilon > 0$,由于

$$[a,b] \supset \{x \mid f_n(x) \leqslant f(x) + \varepsilon e(x)\} \supset \{x \mid |f_n(x) - f(x)| \leqslant \varepsilon\}$$

所以 $\lim_{n \to \infty} \mu(\{x \mid f_n(x) \leqslant f(x) + \varepsilon e(x)\}) = b - a$. 同理可证,$\lim_{n \to \infty} \mu(\{x \mid f(x) \leqslant f_n(x) + \varepsilon e(x)\}) = b - a$. 于是 $\lim_{n \to \infty} D((f_n + \varepsilon e)/f) = \lim_{n \to \infty} D((f + \varepsilon e)/f_n) = 1$,即 $f_n \xrightarrow[D_0]{} f$.

例 3.2 设 $E = L^p[a,b]$ $(1 \leqslant p < \infty)$,E 上的包含度如例 3.1 中定义。若 $f_n \xrightarrow[D]{} f$,则

$f_n \underset{D_0}{\to} f$.

证明 任取 $\varepsilon \in (0,1]$，存在 n_0，当 $n > n_0$ 时，$f_n(x) \in S^{\varepsilon}_{f(x)}$，即 $\frac{\mu(\{x | f_n(x) \leqslant f(x)\})}{b-a} > 1-\varepsilon$ 且 $\frac{\mu(\{x | f(x) \leqslant f_n(x)\})}{b-a} > 1-\varepsilon$，亦即

$$\frac{\mu(\{x | f_n(x) = f(x)\}) + \mu(\{x | f_n(x) < f(x)\})}{b-a} > 1-\varepsilon$$

$$\frac{\mu(\{x | f_n(x) = f(x)\}) + \mu(\{x | f(x) < f_n(x)\})}{b-a} > 1-\varepsilon$$

于是，$\frac{b-a+\mu(\{x | f_n(x) = f(x)\})}{b-a} > 2(1-\varepsilon) \Rightarrow \frac{\mu(\{x | f_n(x) = f(x)\})}{b-a} > 1-2\varepsilon \Rightarrow \frac{\mu(\{x | f_n(x) \neq f(x)\})}{b-a} < 2\varepsilon \Rightarrow f_n \underset{\mu}{\to} f \Rightarrow f_D \underset{D_0}{\to} f$.

例 3.3 设 $\overline{W} = [0,1]$，$D(b/a) = R_0(a,b) = \begin{cases} 1, & a \leqslant b \\ (1-a) \vee b, & a > b \end{cases}$，其中 $\vee$：$x \vee y = \max\{x, y\}$，则 D 是 $\overline{W}$ 上的包含度。若 $a_0 \in (0,1]$，$\{b_n, n \in N\} \subset \overline{W}$，则 $b_n \underset{D}{\to} a_0$ 当且仅当存在 n_0，当 $n > n_0$ 时，$b_n = a_0$.

4 结束语

从上述例子可以看出，包含度空间中的依包含度收敛，是一种全新的收敛方式。在一些熟知的空间中，在给定的包含度下，这种收敛方式与已有的收敛方式既有联系又有区别。这就提示我们，一方面对包含度空间中的依包含度收敛与其他收敛之间的关系进行研究是十分有意义的工作。另一方面依包含度收敛可望探讨一些空间（如 Riesz 空间、Fuzzy 拓扑空间等）的更广泛意义下的拓扑性质。

参考文献：

[1] 张文修，徐宗本，梁怡，梁广锡．包含度理论[J]．模糊系统与数学，1996，10(4)：1—9

[2] 张文修，梁怡．不确定性推理原理[M]．西安：西安交通大学出版社，1996

[3] Nieberg P M. Banach lattices[M]. New York: Springer-verlag, 1986

[4] 王国俊．模糊命题演算的一种演绎系统[J]．科学通报，1997，42(10)：1041—1045

[5] 张文修，梁广锡．模糊控制与系统[M]．西安：西安交通大学出版社，1998

Convergence in Inclusion Degree Spaces

CHENG Guo-sheng, PEN Ji-gen

(Faculty of Science, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: D-convergence and filter convergence are presented in an inclusion degree space $(L, \leqslant, D)$. It is proved that the D-convergence is equivalent to the filter convergence in an inclusion degree space $(L, \leqslant, D)$. Another D-convergence, which is equivalent to a measure convergence, is introduced in $L^p[a,b]$ $(1 \leqslant p < \infty)$.

Key words: Inclusion Degree Space; D-convergence; Filter Convergence