

信号与系统

王洪广

wanghg@mail.xjtu.edu.cn

<http://gr.xjtu.edu.cn/web/wanghg> “教学” 栏目



考核方式

考勤/作业 (10%)

实 验 (10%)

期末考试 (80%)

信号与系统的应用领域

电类

控制

信号处理

信号检测

计算机等

人工智能

卫星测控

军事国防

互联网...

非电类:

机械、热力、光学、声学等

社科领域:

股市分析、人口统计等

课程特点

专业基础
课

- 内容比较抽象

数学应用
多

- 具有一定难度

基本概念、
基本方法

- 讲究学习方法

信号与系统分析导论

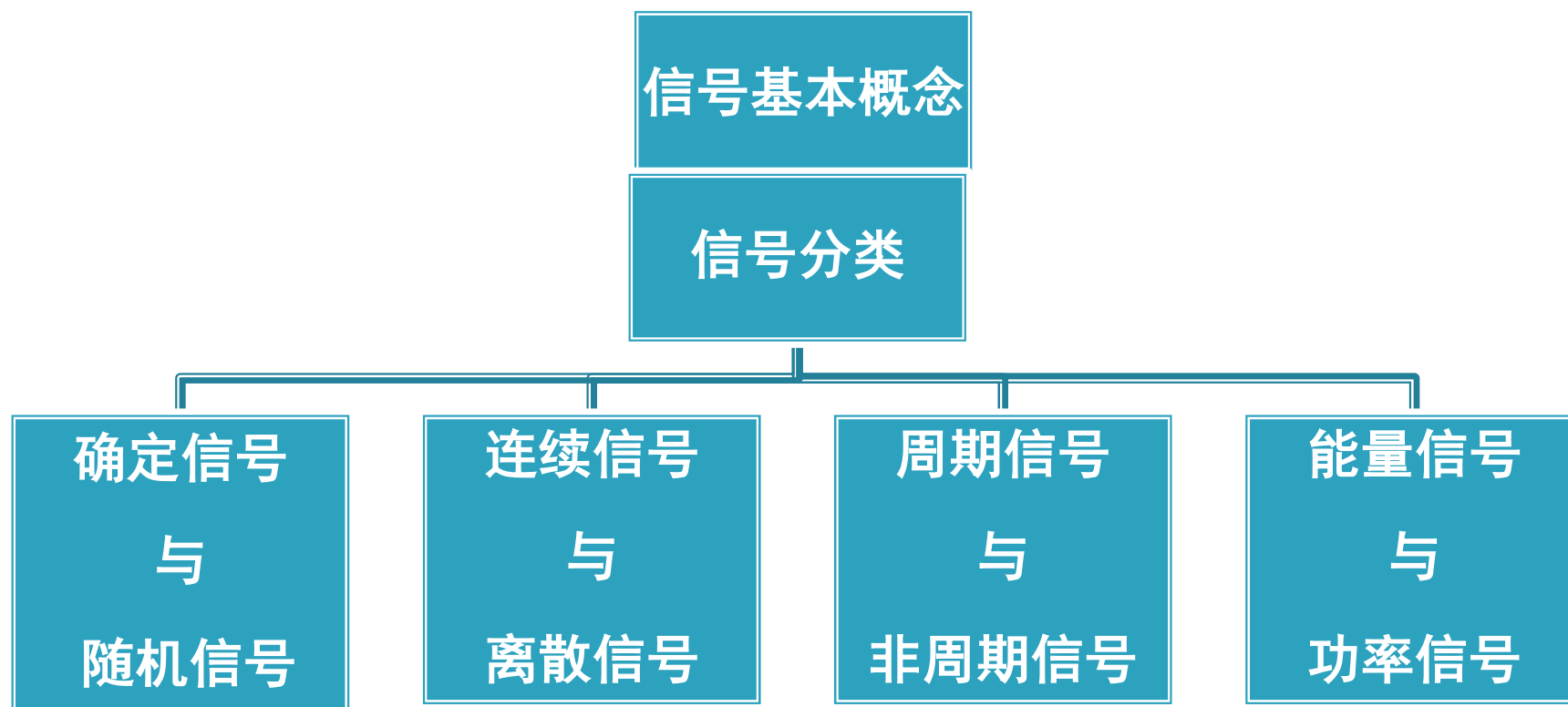
信号的描述及分类

系统的描述及分类

信号与系统分析概述



信号的描述与分类



信号的基本概念

} 定义

- 广义： 信号是随某些参量变化的某种物理量。
- 严格： 信号是消息的表现形式与传送载体。

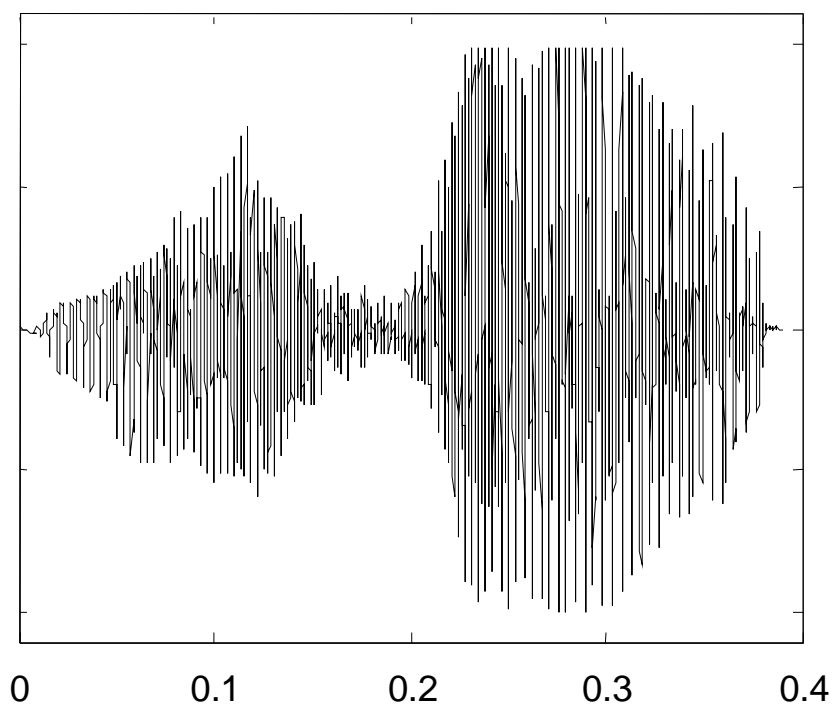
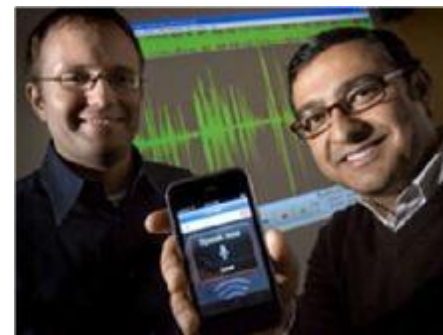
ü 电信号通常是随时间变化的电压或电流。

} 表示（函数）

- 数学解析式
- 图形



语音信号



你好

空气压力随时间变化的函数。

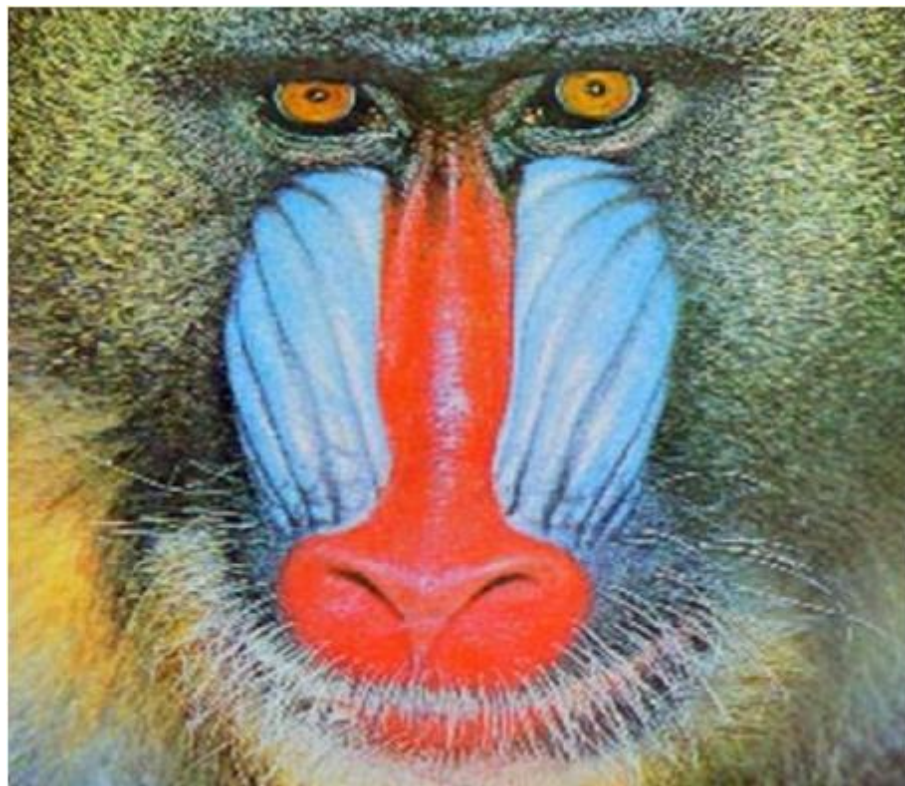


灰度图像信号



亮度随空间位置变化的信号 $f(x,y)$ 。

彩色图像信号

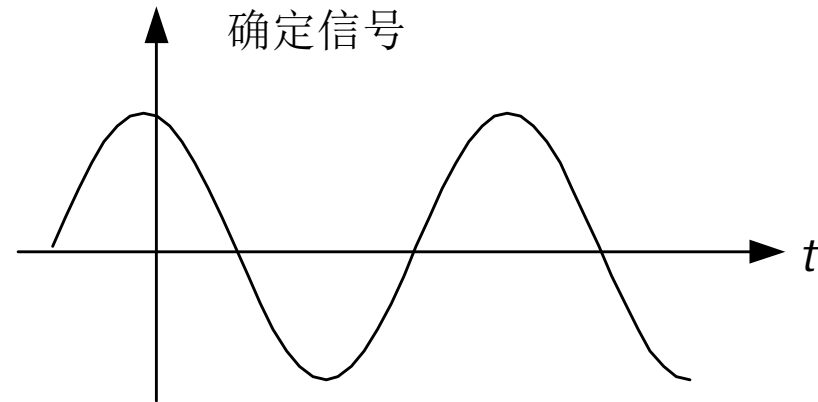


$$I(x, y) = \begin{bmatrix} I_R(x, y) \\ I_G(x, y) \\ I_B(x, y) \end{bmatrix}$$

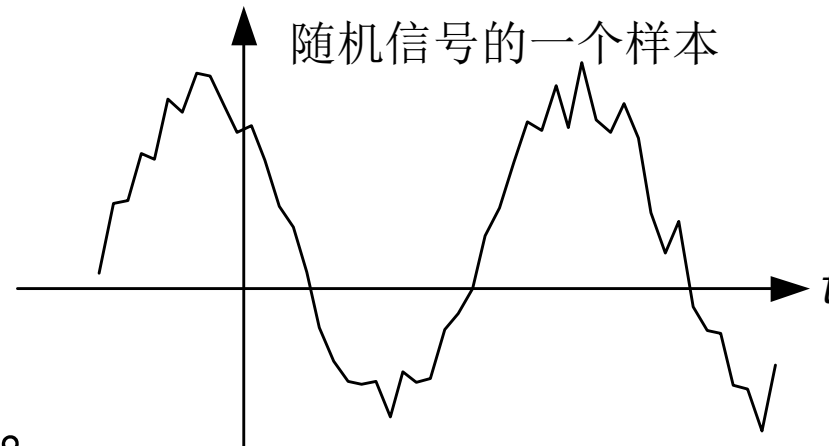
信号的分类

确定信号与随机信号

- 确定信号
能够以确定的时间
函数表示的信号。



- 随机信号
也称为不确定信号，
不是时间的确定函数。



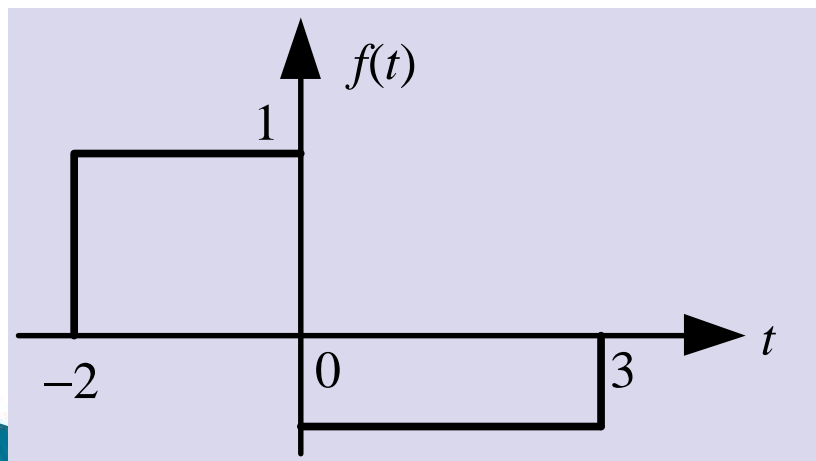
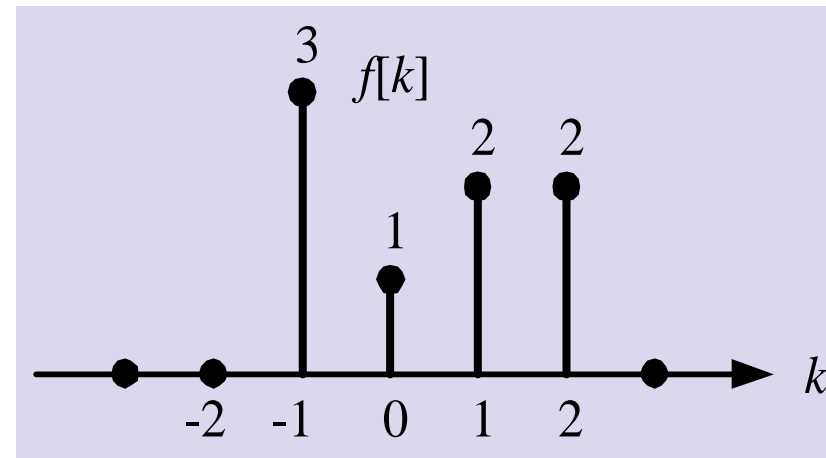
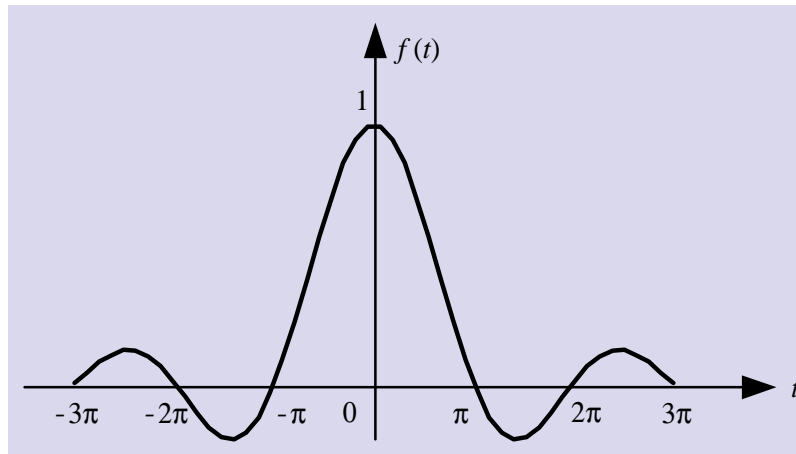
信号的分类

} 连续时间信号 与 离散时间信号

- **连续信号：** 在观测过程的连续时间范围内信号有确定的值。允许在其时间定义域上存在有限个间断点。通常以 $f(t)$ 表示。
- **模拟信号：** 如果连续信号在任意时刻的取值是连续的。
- **离散信号：** 信号仅在规定的离散时刻有定义。通常以 $f[k]$ 表示。
- **数字信号：** 取值为离散的离散信号。



连续时间信号与离散时间信号波形



离散信号的产生

- 1) 对连续信号抽样 $f[k] = f(kT)$
- 2) 信号本身是离散的
- 3) 计算机产生

信号的分类

} 周期信号 与 非周期信号

- 连续时间周期信号定义: $\forall t \in \mathbf{R}$, 存在正数 T , 使得

$$f(t + T) = f(t)$$

- 离散时间周期信号定义: $\forall k \in \mathbf{I}$, 存在正整数 N , 使得

$$f[k + N] = f[k]$$

- 满足上述条件的最小的正 T 、正 N 称为信号的基本周期。
- 不满足周期信号定义的信号称为非周期信号。



【例】：判断下列信号是否为周期信号：

$$(1) g(t) = 10\sin(12pt) + 4\cos(18pt)$$

$$(2) g(t) = 10\sin(12pt) + 4\cos(18t)$$

$$(3) f[k] = \cos(\Omega_0 k)$$

} 解：

$$(1) g(t) = 10\sin(12pt) + 4\cos(18pt) \quad \text{周期信号}$$

$$(2) g(t) = 10\sin(12pt) + 4\cos(18t) \quad \text{非周期信号}$$

$$(3) f[k] = \cos(\Omega_0 k) \quad \text{仅在 } \frac{\Omega_0}{2p} \text{ 为有理数时为周期信号}$$



信号的分类

} 能量信号与功率信号

- 能量信号: $0 < W < \infty, P = 0$ 。
- 功率信号: $W \rightarrow \infty, 0 < P < \infty$ 。

归一化能量 W 与归一化功率 P 的计算

连续信号

$$W = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt$$

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt$$

离散信号

$$W = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{-N}^N |f[k]|^2$$

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{-N}^N |f[k]|^2$$

直流信号与周期信号都是功率信号。

注意: 一个信号可以既不是能量信号也不是功率信号, 但不可能既是能量信号又是功率信号。

在此处键入公式。【例】：判断下列信号是能量信号还是功率信号：

(1) $f_1(t) = A \sin(\omega_0 t + q)$

(2) $f_2(t) = e^{-t}$

(3) $f[k] = (4/5)^k \quad k > 0$

} 解：

$f_1(t) = A \sin(\omega_0 t + q)$

功率信号

$f_2(t) = e^{-t}$

非能量，非功率

$f[k] = (4/5)^k$

能量信号



系统的描述及分类

系统的
描述

系统的分类

系统的
数学模
型

系统的
方框图
表示

连续时
间系统
与离
散时间
系统

线性系
统与
非线性
系统

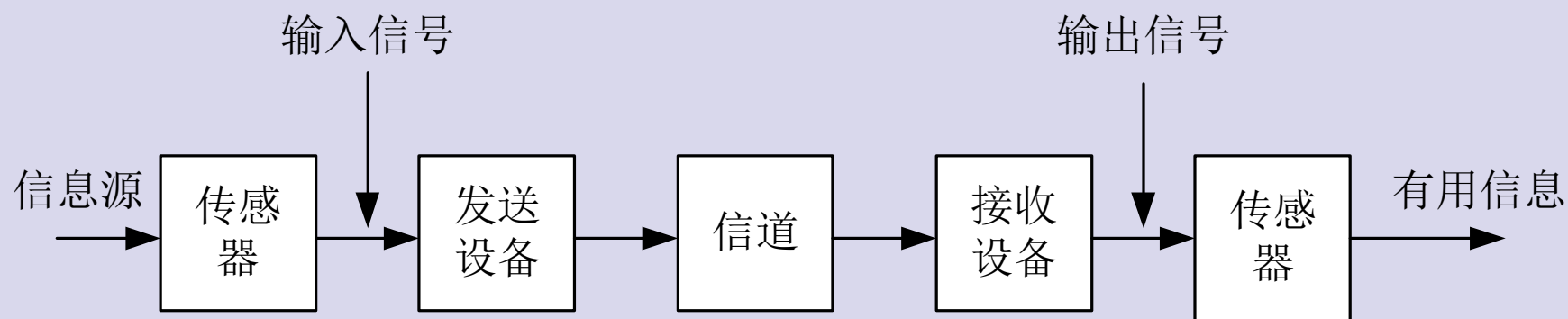
时不变
系统与
时
变系统

因果系
统与
非因果
系统

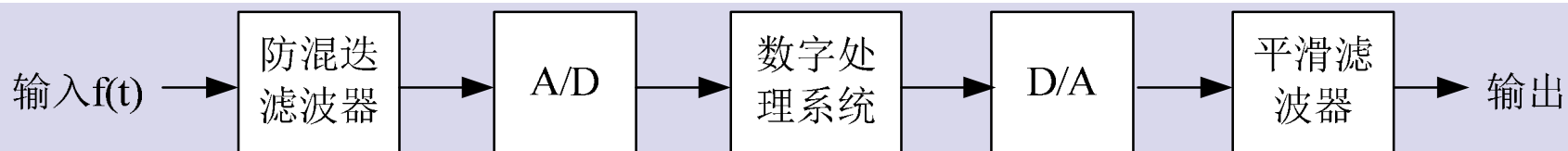
稳定系
统与
不稳定
系统

系统的定义

- 系统是指由相互作用和依赖的若干事物组成的、具有特定功能的整体。



电视广播通信系统框图



信号处理系统

系统的描述

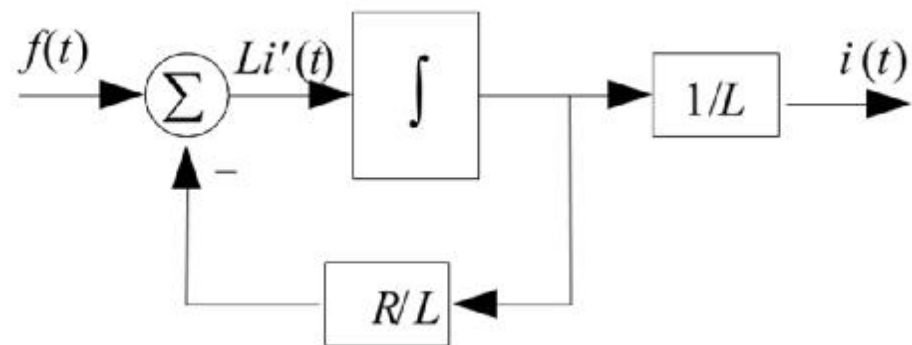
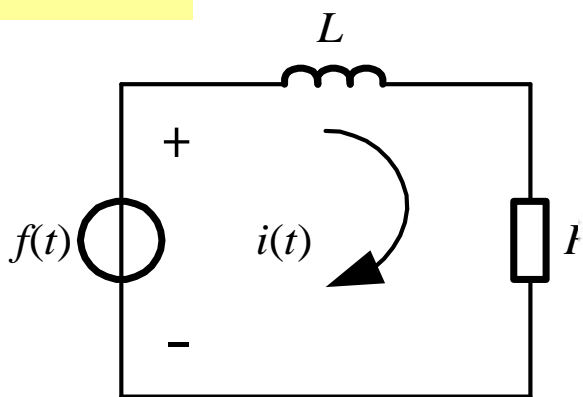
1. 数学模型

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = f(t)$$

- 输入输出描述: N 阶微分方程或 N 阶差分方程
- 状态空间描述: N 个一阶微分方程组或 N 个一阶差分方程组

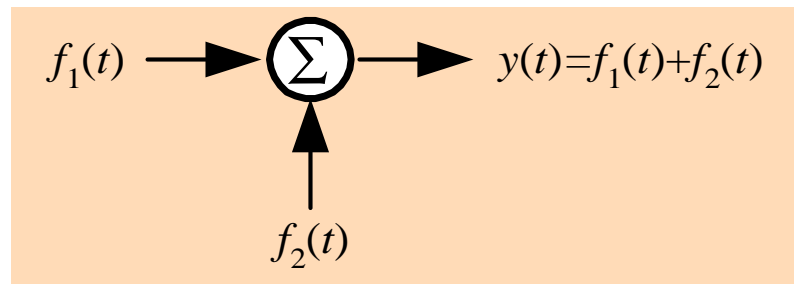
2. 方框图表示

RL
串联电路

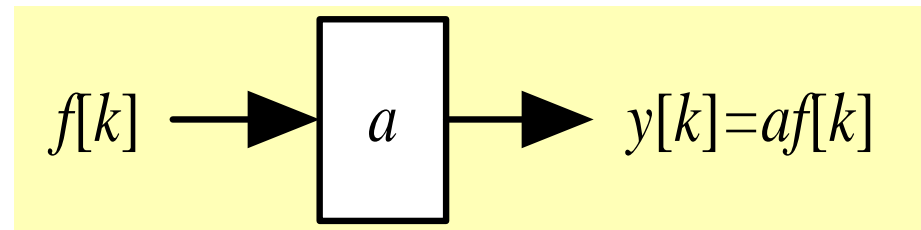
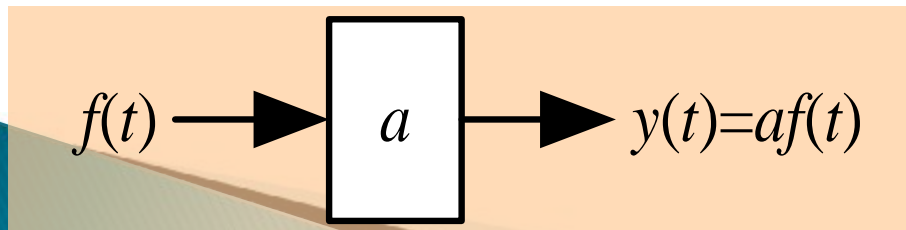
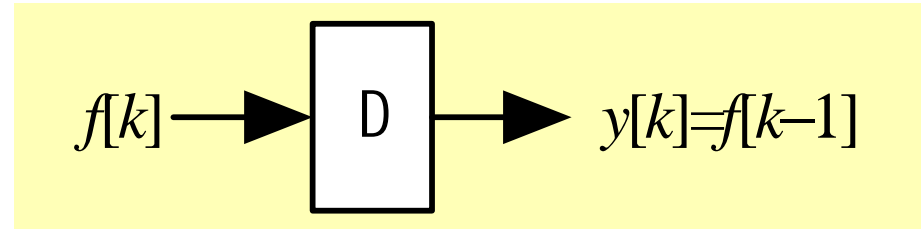
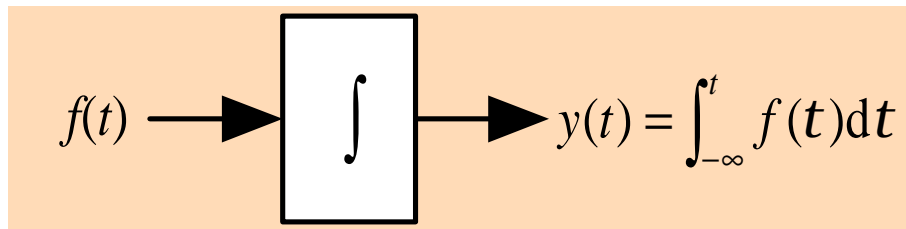
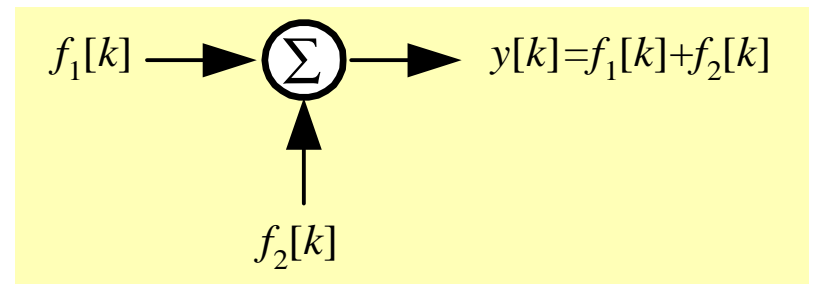


描述系统的基本单元方框图

连续时间系统



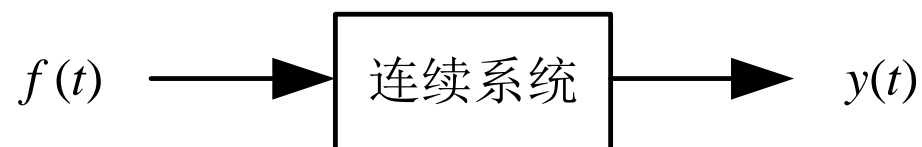
离散时间系统



系统的分类

1. 连续时间系统与离散时间系统

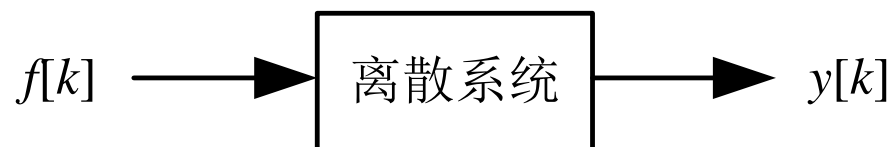
∅ 连续时间系统:



系统的输入激励与输出响应都必须为连续时间信号

p 连续时间系统的数学模型是微分方程式。

∅ 离散时间系统:



系统的输入激励与输出响应都必须为离散时间信号

p 离散时间系统的数学模型是差分方程式。



系统的分类

} 线性系统与非线性系统

- 线性系统：具有线性特性的系统。
- 线性特性包括均匀特性与叠加特性。

- 均匀特性：

$$\text{若 } f_1(t) \longrightarrow y_1(t)$$

$$\text{则 } Kf_1(t) \longrightarrow Ky_1(t)$$

- 叠加特性：

$$\text{若 } f_1(t) \longrightarrow y_1(t), f_2(t) \longrightarrow y_2(t)$$

$$\text{则 } f_1(t) + f_2(t) \longrightarrow y_1(t) + y_2(t)$$

系统的分类

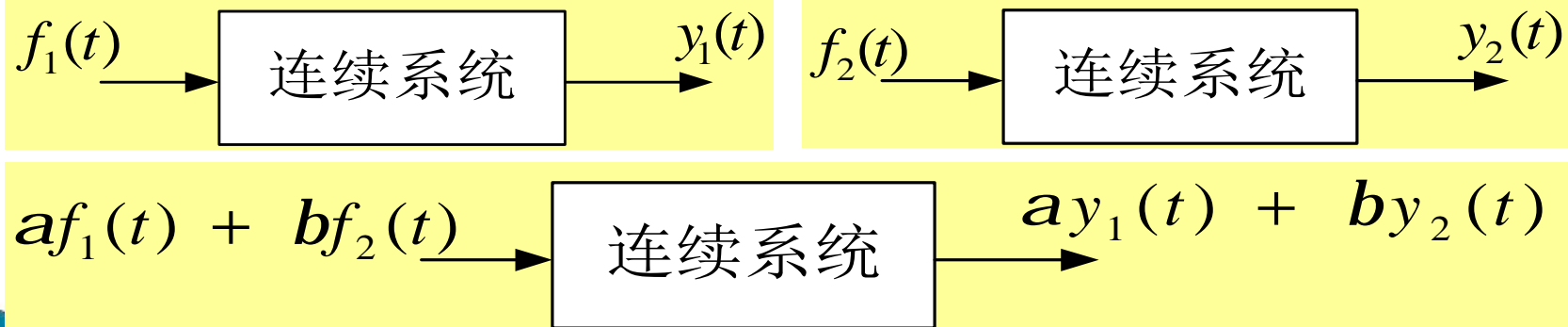
线性系统与 非线性系统

同时具有 均匀特性 与 叠加特性 方为 线性特性

线性特性 可表示为 $f_1(t) \longrightarrow y_1(t), f_2(t) \longrightarrow y_2(t)$

$$a \cdot f_1(t) + b \cdot f_2(t) \longrightarrow a \cdot y_1(t) + b \cdot y_2(t)$$

其中 a 、 b 为任意常数



系统的分类

线性系统 与 非线性系统

具有线性特性的离散时间系统可表示为

$$f_1[k] \longrightarrow y_1[k], f_2[k] \longrightarrow y_2[k]$$

$$a \cdot f_1[k] + b \cdot f_2[k] \longrightarrow a \cdot y_1[k] + b \cdot y_2[k]$$

其中 a, b 为任意常数

| 非线性系统：不具有线性特性的系统。

线性系统的数学模型是线性微分方程式或线性差分方程式。

系统的分类

} 线性系统 与 非线性系统

u 含有初始状态线性系统的定义

连续时间系统

若

$$T \left\{ \begin{bmatrix} f_1(t) \\ \mathbf{v} \\ x_1(0) \end{bmatrix} \right\} = y_1(t)$$

$$T \left\{ \begin{bmatrix} f_2(t) \\ \mathbf{v} \\ x_2(0) \end{bmatrix} \right\} = y_2(t)$$

则

$$T \left\{ a \begin{bmatrix} f_1(t) \\ \mathbf{v} \\ x_1(0) \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} f_2(t) \\ \mathbf{v} \\ x_2(0) \end{bmatrix} \right\} = a y_1(t) + b y_2(t)$$

系统的分类

} 线性系统 与 非线性系统

- 含有初始状态线性系统的定义

离散时间系统

若

$$T \left\{ \begin{bmatrix} f_1[k] \\ \mathbf{v} \\ x_1[0] \end{bmatrix} \right\} = y_1[k]$$

$$T \left\{ \begin{bmatrix} f_2[k] \\ \mathbf{v} \\ x_2[0] \end{bmatrix} \right\} = y_2[k]$$

则

$$T \left\{ a \begin{bmatrix} f_1[k] \\ \mathbf{v} \\ x_1[0] \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} f_2[k] \\ \mathbf{v} \\ x_2[0] \end{bmatrix} \right\} = a y_1[k] + b y_2[k]$$

系统的分类

} 线性系统与非线性系统

p 含有初始状态线性系统的定义

u 结论:

具有初始状态的线性系统，输出响应等于零输入响应与零状态响应之和。



[例] 判断下列系统是否为线性系统。

$$(1) y(t) = t^2 f(t)$$

$$(2) y(t) = 3f(t) + 4$$

$$(3) y(t) = 4 \frac{df(t)}{dt}$$

解： (1) $y(t) = t^2 f(t)$

① 均匀特性

$$f_1(t) \rightarrow t^2 f_1(t) \quad Kf_1(t) \rightarrow t^2 Kf_1(t)$$

② 叠加特性

$$f_1(t) \rightarrow t^2 f_1(t) \quad f_2(t) \rightarrow t^2 f_2(t)$$

$$f_1(t) + f_2(t) \rightarrow t^2 [f_1(t) + f_2(t)]$$

满足均匀特性和叠加特性，该系统为线性系统。

[例] 判断下列系统是否为线性系统。

$$(1) y(t) = t^2 f(t)$$

$$(2) y(t) = 3f(t) + 4$$

$$(3) y(t) = 4 \frac{df(t)}{dt}$$

解: (2) $y(t) = 3f(t) + 4$

$$f_1(t) \rightarrow 3f_1(t) + 4$$

$$Kf_1(t) \rightarrow 3Kf_1(t) + 4$$

不满足均匀特性，该系统为非线性系统。



[例] 判断下列系统是否为线性系统。

$$(1) y(t) = t^2 f(t)$$

$$(2) y(t) = 3f(t) + 4$$

$$(3) y(t) = 4 \frac{df(t)}{dt}$$

解：

$$(3) y(t) = 4 \frac{df(t)}{dt}$$

① 均匀特性

$$f_1(t) \rightarrow 4 \frac{df_1(t)}{dt} \quad Kf_1(t) \rightarrow 4 \frac{dKf_1(t)}{dt} = 4K \frac{df_1(t)}{dt}$$

② 叠加特性

$$f_1(t) \rightarrow 4 \frac{df_1(t)}{dt} \quad f_2(t) \rightarrow 4 \frac{df_2(t)}{dt}$$

$$f_1(t) + f_2(t) \rightarrow 4 \frac{d[f_1(t) + f_2(t)]}{dt} = 4 \frac{df_1(t)}{dt} + 4 \frac{df_2(t)}{dt}$$

满足均匀特性和叠加特性，该系统为线性系统。

注：微积分运算是线性运算。

[例] 判断下列输出响应所对应的系统是否为线性系统？（其中 $y(0)$ 为系统的初始状态， $f(t)$ 为系统的输入激励， $y(t)$ 为系统的输出响应）。

$$(1) y(t) = 5y(0) + 4f(t)$$

线性系统

零状态响应非线性

$$(2) y(t) = 2y(0) + 6f^2(t)$$

非线性系统

不满足可分解性

$$(3) y(t) = 4y(0) \cdot f(t) + 3f(t)$$

非线性系统

$$(4) y(t) = 4y(0) + 3f(t) + 2 \frac{df(t)}{dt}$$

线性系统

解： 分析

任意线性系统的输出响应都可分解为零输入响应与零状态响应两部分之和,即。

$$y(t) = y_x(t) + y_f(t)$$

因此, 判断一个系统是否为线性系统, 应从三个方面来判断:

1、具有可分解性

$$y(t) = y_x(t) + y_f(t)$$

2、零输入线性, 系统的零输入响应必须对所有的初始状态呈现线性特性。

3、零状态线性, 系统的零状态响应必须对所有的输入信号呈现线性特性。

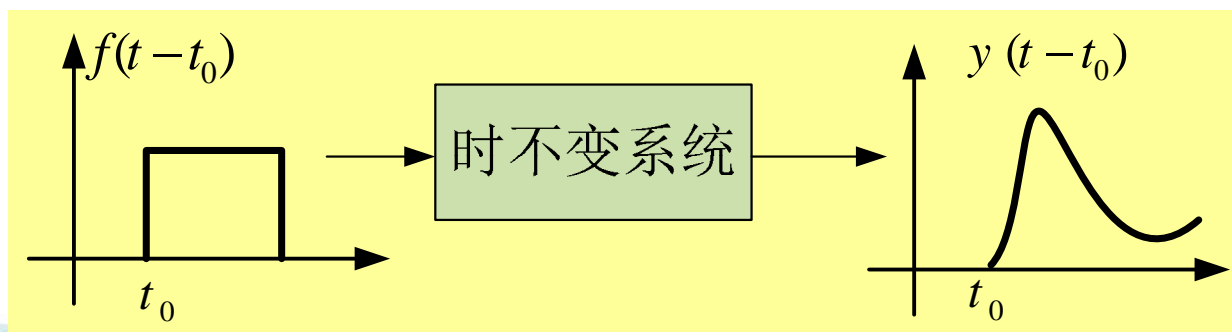
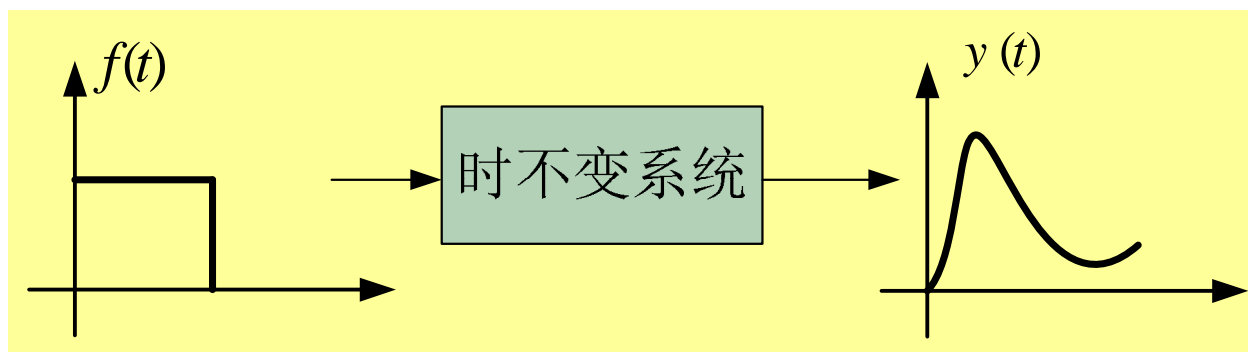
判断系统是否线性注意问题

1. 在判断可分解性时，应考察系统的完全响应 $y(t)$ 是否可以表示为两部分之和，其中一部分只与系统的初始状态有关，而另一部分只与系统的输入激励有关。
2. 在判断系统的零输入响应 $y_x(t)$ 是否具有线性时，应以系统的初始状态为自变量（如上述例题中 $y(0)$ ），而不能以其它的变量（如 t 等）作为自变量。
3. 在判断系统的零状态响应 $y_f(t)$ 是否具有线性时，应以系统的输入激励为自变量（如上述例题中 $f(t)$ ），而不能以其它的变量（如 t 等）作为自变量。

系统的分类

时不变系统与 时变系统

- 系统的输出响应与输入激励的关系不随输入激励作用于系统的时间起点而改变，就称为时不变系统。否则，就称为时变系统。



[例] 试判断下列系统是否为时不变系统。

$$(1) y(t) = \sin[f(t)]$$

时不变系统

$$(2) y(t) = \cos t \cdot f(t)$$

时变系统

$$(3) y(t) = 4f^2(t) + 3f(t)$$

时不变系统

$$(4) y(t) = 2t \cdot f(t)$$

时变系统

分析：判断一个系统是否为时不变系统，只需判断当输入激励 $f(t)$ 变为 $f(t-t_0)$ 时，相应的输出响应 $y(t)$ 是否也变为 $y(t-t_0)$ 。由于系统的时不变特性只考虑系统的零状态响应，因此在判断系统的时不变特性时，不涉及系统的初始状态。

系统的分类

} 因果系统 与 非因果系统

∅ 因果系统:

当且仅当输入信号激励系统时才产生系统输出响应的系统。

∅ 非因果系统:

不具有因果特性的系统称为非因果系统。



系统的分类

} 稳定系统与不稳定系统

∅ 稳定系统:

指有界输入产生有界输出的系统。

BI BO: Bounded Input, Bounded Output

∅ 不稳定系统:

系统输入有界而输出无界。

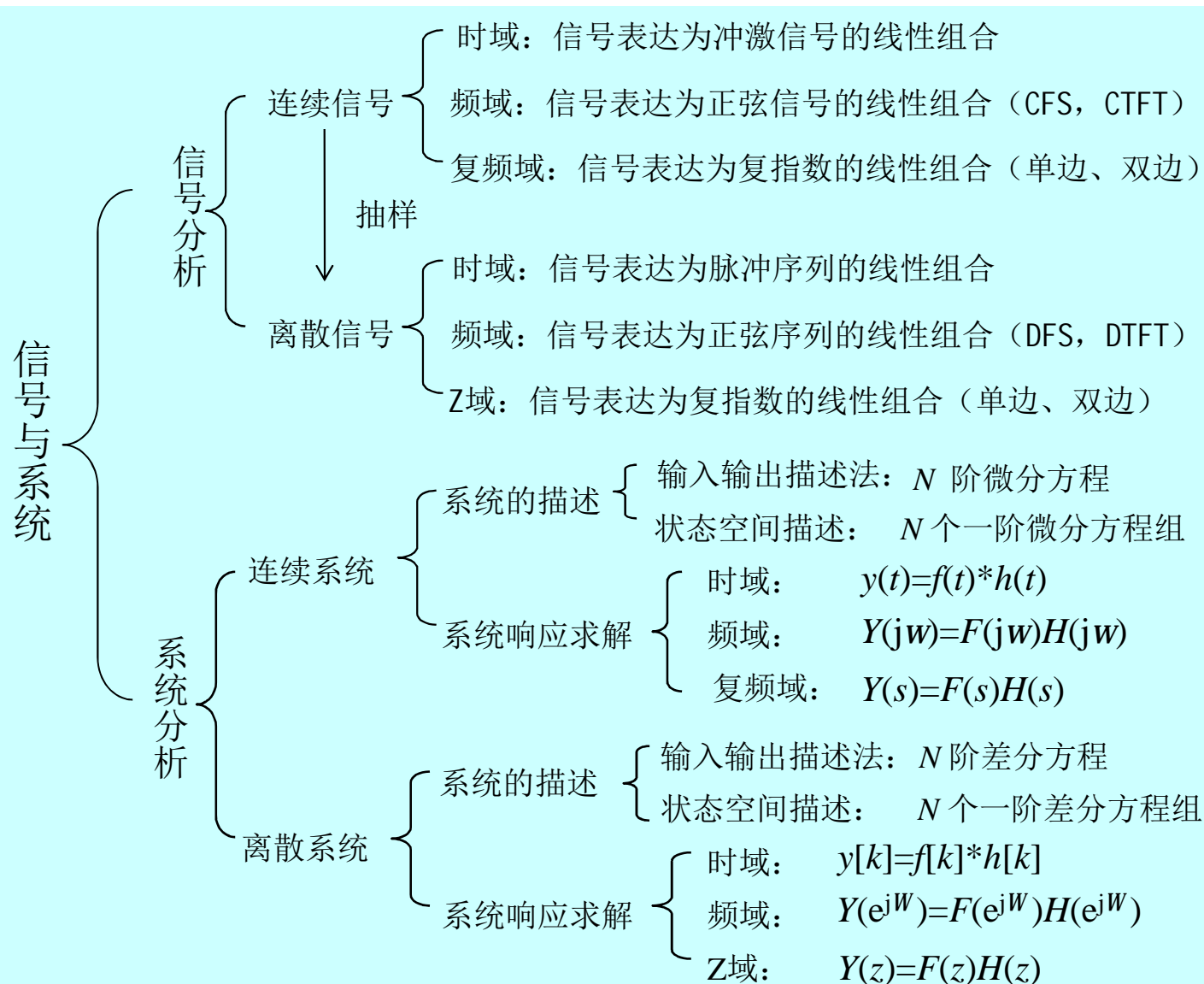


信号与系统分析概述

- ◆ 信号分析的主要内容
- ◆ 系统分析的主要内容
- ◆ 信号与系统之间的关系
- ◆ 系统与电路之间的关系
- ◆ 信号与系统的应用领域
- ◆ 课程学习的基本方法



信号与系统课程体系



信号分析

连续信号

时域：信号分解为冲激信号的线性组合

频域：信号分解为不同频率正弦信号的线性组合

复频域：信号分解为不同频率复指数的线性组合

抽样

离散信号

时域：信号分解为单位脉冲序列的线性组合

频域：信号分解为不同频率正弦序列的线性组合

复频域：信号分解为不同频率复指数的线性组合

系统分析

连续系统

系统的描述

输入输出描述法: N 阶微分方程

状态空间描述: N 个一阶微分方程组

系统响应的求解

时域: $y_f(t) = f(t) * h(t)$

频域: $Y_f(j\omega) = F(j\omega)H(j\omega)$

复频域: $Y_f(s) = F(s)H(s)$

离散系统

系统的描述

输入输出描述法: N 阶差分方程

状态空间描述: N 个一阶差分方程组

系统响应的求解

时域: $y_f[k] = f[k] * h[k]$

频域: $Y_f(e^{jW}) = F(e^{jW})H(e^{jW})$

Z域: $Y_f(z) = F(z)H(z)$

信号与系统之间的关系

} 信号与系统是相互依存的整体

1. 信号必定是由系统产生、发送、传输与接收，离开系统没有孤立存在的信号；
2. 系统的重要功能就是对信号进行加工、变换与处理，没有信号的系统就没有存在的意义。



系统与电路的关系


1. 通常把系统看成比电路更为复杂、规模更大的组合

2. 处理问题的观点不同：

ü 电路：着重在电路中各支路或回路的电流及各节点的电压上

ü 系统：着重在输入输出之间的关系上，即系统能实现何种功能。

课程学习的基本方法

1. 着重掌握信号与系统分析的原理与方法，将数学概念、物理概念及其工程概念相结合。
 2. 注意提出问题，分析与解决问题的认知过程。
 3. 加强实践环节(学会用MATLAB进行信号分析)，通过实验加深对理论与概念的理解。
 4. 通过练习、复习和归纳等深刻理解基本概念，掌握分析与解决问题的方法。
- 

学而不思则罔

思而不学则殆

温故而知新

学而时习之，不亦悦乎

作业：

} P16:

◦ 1-3

} P17

◦ 1-5: (1)、(7)

◦ 1-8: (3)、(6)

◦ 1-10: (2)

} P18

◦ 1-16