第二章 光学基础知识与光场传播规律

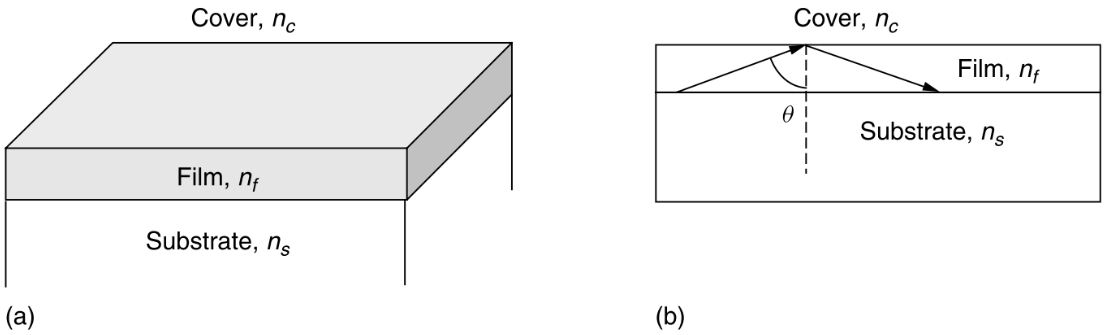
光学基础知识与光场传播规律

- 2.1 光学基础知识
- 2.2 麦克斯韦方程组
- 2.3 电介质
- 2.4 波动方程
  - 简单介质中的时域波动方程
  - 简单介质中的频域波动方程
- 2.5 光波的表示与传播特性
- 2.6 高斯光束

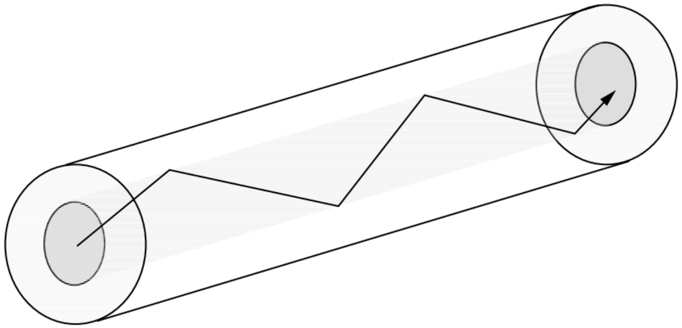
建立波动方程的意义

通过解波动方程，可以求出空间中电场场量和磁场场量的分布情况。

以波导为例： 简单波导结构的色散特性以及本征模式场分布可以依据波动方程解析求解



(a) Asymmetric planar waveguide. (b) Zig-zag trajectory of a ray inside the film

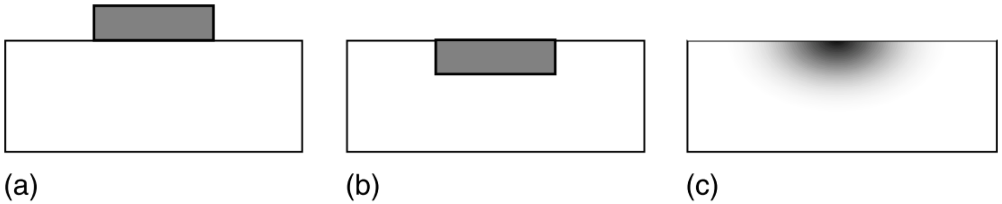


Optical path followed by a ray of light inside an optical fibre. The light is confined in two dimensions due to the total internal reflection occurring at the core–cover interface

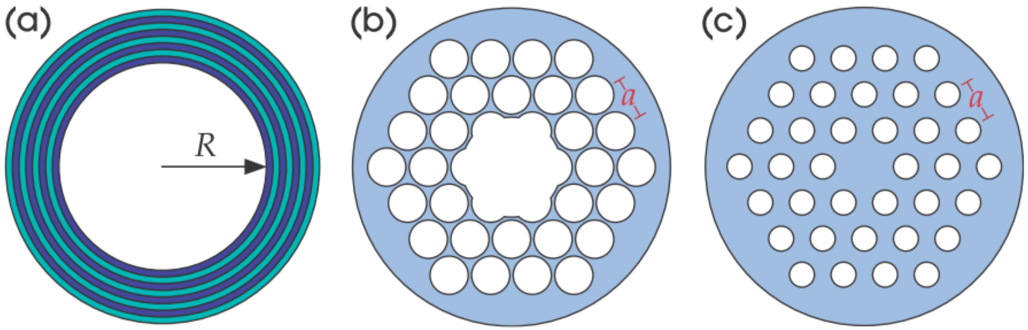
建立波动方程的意义

但需要注意的是：只有少数特殊情况可以通过直接求解波动方程求解

以波导为例：　复杂波导结构的色散特性以及本征模式场分布需要利用数值方法来计算，但其基础依然是波动方程



Channel or 2D waveguides: (a) load type or stripe channel waveguide; (b) buried channel waveguide; (c) graded-index buried channel waveguide



Three examples of photonic-crystal fibers. (a) Bragg fiber, with a one-dimensionally periodic cladding of concentric layers. (b) Two-dimensionally periodic structure (a triangular lattice of air holes, or "holey fiber"), confining light in a hollow core by a band gap. (c) Holey fiber that confines light in a solid core by index guiding.

2.4 波动方程

麦克斯韦方程组

$$\begin{cases}\nabla\times\vec{E}=-\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t} & (1)\\ \nabla\times\vec{H}=\vec{J}_s+\sigma\vec{E}+\dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t} & (2)\\ \nabla\cdot\vec{D}=\rho & (3)\\ \nabla\cdot\vec{B}=0 & (4)\end{cases}$$

电介质的本构方程（物质方程，介质方程）

$$\begin{cases}\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}=\varepsilon\vec{E} & (a)\\ \vec{B}=\mu_0\vec{H}+\mu_0\vec{M}=\mu_0\vec{H} & (b)\end{cases}$$

非磁性材料 $\vec{M}=0$

$$\left.\begin{array}{l}\nabla\times\vec{E}=-\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}\\ \vec{B}=\mu_0\vec{H}\end{array}\right\} \xrightarrow{\text{把(b)带入(1)}} \nabla\times\vec{E}=-\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\vec{H}$$

μ_0为常数

等式(2)

$$\xrightarrow[\text{等式两边取旋度}]{} \nabla\times(\nabla\times\vec{E})=\nabla\times[-\mu_0\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}]=-\mu_0\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\times\vec{H})$$

式左端利用矢量运算法则

$$\nabla\times(\nabla\times\vec{E})=\nabla(\nabla\cdot\vec{E})-\nabla^2\vec{E}$$

$$=-\mu_0\frac{\partial}{\partial t}[\vec{J}_s+\sigma\vec{E}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}]$$

2.4 波动方程

$$-\mu_0 \frac{\partial}{\partial t}[\vec{J}_s + \sigma\vec{E} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}]$$

$$= -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t}[\vec{J}_s + \sigma\vec{E} + \frac{\partial(\varepsilon_0\vec{E} + \vec{P})}{\partial t}]$$

将（a）代入

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$$

$$= -\mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} - \mu_0\sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu_0 \frac{\partial \vec{J}_s}{\partial t}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$$

$$= -\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} - \mu_0\sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu_0 \frac{\partial \vec{J}_s}{\partial t}$$

$$\underline{\nabla(\nabla\cdot\vec{E})} - \nabla^2\vec{E} = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \underline{\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2}} - \mu_0\sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu_0 \frac{\partial \vec{J}_s}{\partial t}$$

简单介质中的时域波动方程

线性、非色散、均匀、各向同性的电介质，称为简单介质

本构方程

$$\boxed{\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}=\varepsilon\vec{E}\quad \varepsilon\text{为常数}}$$

$$\nabla\cdot\vec{D}=\rho$$

$$\nabla\cdot(\varepsilon\vec{E})=\rho \rightarrow \nabla\cdot\vec{E}=\frac{\rho}{\varepsilon} \rightarrow \boxed{\nabla(\nabla\cdot\vec{E})=\frac{1}{\varepsilon}\nabla\rho}$$

$$\boxed{\vec{P}=\chi\varepsilon_0\vec{E}\quad \chi\text{为常数}} \rightarrow \mu_0\frac{\partial^2\vec{P}}{\partial t^2}=\chi\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=\chi\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla(\nabla\cdot\vec{E})-\nabla^2\vec{E}=-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}-\mu_0\frac{\partial^2\vec{P}}{\partial t^2}-\mu_0\sigma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}-\mu_0\frac{\partial\vec{J}_s}{\partial t}$$

$$\rightarrow \frac{1}{\varepsilon}\nabla\rho-\nabla^2\vec{E}=-\underline{\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}-\chi\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}}-\mu_0\sigma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}-\mu_0\frac{\partial\vec{J}_s}{\partial t}$$

简单介质中的时域波动方程

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{\varepsilon}\nabla\rho-\nabla^2\vec{E}=-\frac{1}{c^2}\underline{(1+\chi)}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}-\mu_0\sigma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}-\mu_0\frac{\partial\vec{J}_s}{\partial t}$$

$$n=\sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}}=\sqrt{\varepsilon_r}=\sqrt{1+\chi}$$

n为常数

$$\Rightarrow \quad n^2=1+\chi$$

移项并整理

简单介质中电场的时域波动方程

$$\underbrace{\nabla^2\vec{E}-\frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}}_{\text{波动项}}\underbrace{-\mu_0\sigma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}}_{\text{阻尼项}}=\underbrace{\frac{1}{\varepsilon}\nabla\rho+\mu_0\frac{\partial\vec{J}_s}{\partial t}}_{\text{电荷、电流源}}$$

Laplace(标量)算符 $\nabla^2=\nabla\cdot\nabla=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$

$$\nabla\cdot(\nabla\varphi)=(\nabla\cdot\nabla)\varphi=\nabla^2\varphi$$

$\nabla^2\vec{A}$是一个矢量场，其分量为$\left(\nabla^2\vec{A}\right)_x=\nabla^2A_x$

回顾：数理方程

数学物理方程（简称数理方程）是指从物理学及其它各门自然科学、技术科学中所导出的函数方程，主要指偏微分方程和积分方程

常用数学物理方程多数为二阶线性偏微分方程

三类典型数学物理方程及所描述物理规律

双曲型方程	抛物型方程	椭圆型方程
波动方程为代表	热传导方程为代表	泊松方程为代表
$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}-a^2\nabla^2 u=f(x,y,z,t)$	$\frac{\partial u}{\partial t}-a^2\nabla^2 u=f(x,y,z,t)$	$\nabla^2 u=f(x,y,z,t)$ $\nabla^2 u=0$
振动与波（振动波，电磁波）传播满足波动方程	热传导问题和扩散问题满足热传导方程	静电场和引力势满足拉普拉斯方程或泊松方程

注：其中物理量$u(x, y, z, t)$为需要求解的物理量， $f(x, y, z, t)$为源

简单介质中的时域波动方程

简单介质中电场的时域波动方程

$$\nabla^2\vec{E}-\frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}-\mu_0\sigma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}=\frac{1}{\varepsilon}\nabla\rho+\mu_0\frac{\partial\vec{J}_s}{\partial t}$$

简单介质中磁场的时域波动方程

$$\nabla^2\vec{H}-\frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2}-\mu_0\sigma\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}=-\nabla\times\vec{J}_s$$

(1) 不导电介质中有源波动方程 $\sigma=0$

$$\boxed{\begin{aligned}&\nabla^2\vec{E}-\frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=\frac{1}{\varepsilon}\nabla\rho+\mu_0\frac{\partial\vec{J}_s}{\partial t}\\&\nabla^2\vec{H}-\frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2}=-\nabla\times\vec{J}_s\end{aligned}}$$

无阻尼（损耗）项

(2) 不导电介质中无源波动方程 $\sigma=0$ $\rho=0$ $\vec{J}_s=0$

$$\boxed{\nabla^2\vec{E}-\frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=0\qquad\nabla^2\vec{H}-\frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2}=0}$$

无损耗的等幅波

简单介质中的时域波动方程

简单介质中电场的时域波动方程

$$\nabla^2\vec{E}-\frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}-\mu_0\sigma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}=\frac{1}{\varepsilon}\nabla\rho+\mu_0\frac{\partial\vec{J}_s}{\partial t}$$

简单介质中磁场的时域波动方程

$$\nabla^2\vec{H}-\frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2}-\mu_0\sigma\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}=-\nabla\times\vec{J}_s$$

(3) 有源扩散方程

系统为低频缓变电磁场，即 $\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2}=0$ $\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=0$ $\sigma\neq 0$

$$\boxed{\nabla^2\vec{E}-\mu_0\sigma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}=\frac{1}{\varepsilon}\nabla\rho+\mu_0\frac{\partial\vec{J}_s}{\partial t}\qquad \nabla^2\vec{H}-\mu_0\sigma\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}=-\nabla\times\vec{J}_s}$$

(4) 无源扩散方程

$$\boxed{\nabla^2\vec{E}-\mu_0\sigma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}=0\qquad \nabla^2\vec{H}-\mu_0\sigma\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}=0}$$

(5) 恒定场 不随时间变化的场 $\frac{\partial}{\partial t}=0$ $\frac{\partial^2}{\partial t^2}=0$

$$\boxed{\nabla^2\vec{E}=\frac{1}{\varepsilon}\nabla\rho\qquad \nabla^2\vec{H}=-\nabla\times\vec{J}_s}$$

简单介质中的时域波动方程

$$\nabla^2\vec{E}=\frac{1}{\varepsilon}\nabla\rho$$

$$\nabla\times(\nabla\times\vec{E})=\nabla(\nabla\cdot\vec{E})-\underline{\nabla^2\vec{E}}$$

移项

$$\nabla^2\vec{E}=\nabla(\nabla\cdot\vec{E})-\nabla\times(\underline{\nabla\times\vec{E}})$$

$$\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}=0 \qquad \nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla^2\vec{E}=\nabla(\nabla\cdot\vec{E})=\frac{1}{\varepsilon}\nabla\rho$$

ε为常数

$$\nabla(\nabla\cdot\vec{E})=\nabla\frac{\rho}{\varepsilon}$$

$$\boxed{\nabla\cdot\vec{E}=\frac{\rho}{\varepsilon}}$$

$$\nabla^2\vec{H}=-\nabla\times\vec{J}_s$$

$$\nabla\times(\nabla\times\vec{H})=\nabla(\nabla\cdot\vec{H})-\underline{\nabla^2\vec{H}}$$

移项

$$\nabla^2\vec{H}=\nabla(\underline{\nabla\cdot\vec{H}})-\nabla\times(\nabla\times\vec{H})$$

$$\nabla\cdot\vec{B}=0$$

$$\vec{B}=\mu_0\vec{H}$$

$$\nabla\cdot\vec{H}=0$$

$$\nabla^2\vec{H}=-\nabla\times(\nabla\times\vec{H})=-\nabla\times\vec{J}_s$$

$$\boxed{\nabla\times\vec{H}=\vec{J}_s}$$

结论：对于恒定电/磁场，不存在相互感应，电场与磁场不发生相互作用，可分别进行研究

简单介质中的时域波动方程

不导电介质中无源波动方程（电场）：$\nabla^2\vec{E}-\dfrac{n^2}{c^2}\dfrac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=0$

式中∇^2为拉普拉斯算符，在直角坐标系中

$$\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

而波动方程在直角坐标系中可分解为三个标量方程

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2}-\frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}=0$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2}-\frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}=0$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2}-\frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2}=0$$

- ◇ 波动方程的解是空间一个沿特定方向传播的电磁波。
- ◇ 电磁波的传播问题归结为在给定边界条件和初始条件下求解波动方程。

简单介质中的时域波动方程

不导电介质中无源波动方程（电场）：$\nabla^2\vec{E}-\frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=0$

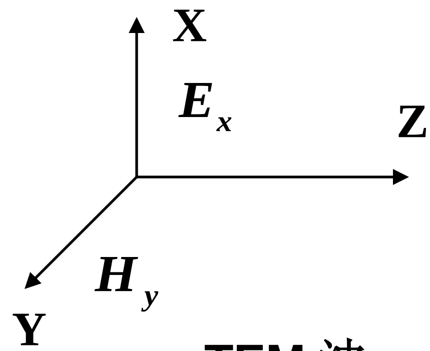
最简单的沿着z方向传输的一维传播情况下（此时仅有E_x和H_y两个分量）：

$$E_x(x,y,z,t)=E_x(z,t)$$

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2}-\frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}=0$$

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2}=0,\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2}=0$$

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2}-\frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}=0$$



TEM 波

TE波

TM波

通解 $$E_x(z,t)=Af_1(t-\frac{z}{\upsilon})+Bf_2(t+\frac{z}{\upsilon})$$

$f_1(t-\frac{z}{\upsilon})$ 表示以速度$v=c/n$向z轴正方向传播的行波，称为右行波。

$f_2(t+\frac{z}{\upsilon})$ 表示以速度$v=c/n$向z轴负方向传播的行波，称为左行波。

简单介质中的频域波动方程

简单介质中电场的时域波动方程

$$\nabla^2\vec{E}-\frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}-\mu_0\sigma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}=\frac{1}{\varepsilon}\nabla\rho+\mu_0\frac{\partial\vec{J}_s}{\partial t}$$

简单介质中磁场的时域波动方程

$$\nabla^2\vec{H}-\frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2}-\mu_0\sigma\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}=-\nabla\times\vec{J}_s$$

2. 简单电介质情况下的频域波动方程

在时谐条件下，即

$$\vec{E}(x,y,z,t)=\vec{E}(x,y,z)e^{i\omega t}$$

$$\vec{H}(x,y,z,t)=\vec{H}(x,y,z)e^{i\omega t}$$

$$\vec{J}_s(x,y,z,t)=\vec{J}_s(x,y,z)e^{i\omega t}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}e^{i\omega t}=i\omega$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}e^{i\omega t}=(i\omega)^2=-\omega^2$$

$$\frac{n^2}{c^2}=\left(\frac{1}{\upsilon}\right)^2=\left(\sqrt{\mu\varepsilon}\right)^2=\mu_0\varepsilon$$

因此有，

$$\boxed{\begin{aligned}&\nabla^2\vec{E}-i\omega\mu_0\sigma\vec{E}+\omega^2\mu_0\varepsilon\vec{E}=\frac{1}{\varepsilon}\nabla\rho+i\omega\mu_0\vec{J}_s\\&\nabla^2\vec{H}-i\omega\mu_0\sigma\vec{H}+\omega^2\mu_0\varepsilon\vec{H}=-\nabla\times\vec{J}_s\end{aligned}}$$

此处的$\vec{E},\vec{H}$与t无关的量，而时域场波动方程中的$\vec{E},\vec{H}$与t有关

简单介质中的频域波动方程

简单电介质情况下的频域波动方程

$$\nabla^2\vec{E} - \underline{i\omega\mu_0\sigma\vec{E}} + \underline{\omega^2\mu_0\varepsilon\vec{E}} = \frac{1}{\varepsilon}\nabla\rho + i\omega\mu_0\vec{J}_s$$

$$\nabla^2\vec{H} - i\omega\mu_0\sigma\vec{H} + \omega^2\mu_0\varepsilon\vec{H} = -\nabla\times\vec{J}_s$$

(1) 高频低电导有源 $\sigma << \omega\varepsilon$

第二项：$\omega\mu_0\sigma\vec{E} = \omega\underline{\sigma}\mu_0\vec{E}$

第三项：$\omega^2\mu_0\varepsilon\vec{E} = \omega\underline{\omega\varepsilon}\mu_0\vec{E}$

$\sigma << \omega\varepsilon$

$$\omega\sigma\mu_0\vec{E} << \omega\omega\varepsilon\mu_0\vec{E}$$

第二项 $\omega\mu_0\sigma\vec{E} << \omega^2\mu_0\varepsilon\vec{E}$ 第三项

$$\nabla^2\vec{E} + \omega^2\mu\varepsilon\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon}\nabla\rho + i\omega\mu\vec{J}_s$$

$$\nabla^2\vec{H} + \omega^2\mu\varepsilon\vec{H} = -\nabla\times\vec{J}_s$$

简单介质中的频域波动方程

(2) 高频低电导无源

$\sigma << \omega\varepsilon \qquad \rho = 0, \vec{J}_s = 0$

亥姆霍兹方程（Helmholtz）

$$\nabla^2\vec{E} + \omega^2\mu\varepsilon\vec{E} = 0$$

$$\nabla^2\vec{H} + \omega^2\mu\varepsilon\vec{H} = 0$$

(1) 高频低电导有源 $\sigma << \omega\varepsilon$

$$\nabla^2\vec{E} + \omega^2\mu\varepsilon\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon}\nabla\rho + i\omega\mu\vec{J}_s$$

$$\nabla^2\vec{H} + \omega^2\mu\varepsilon\vec{H} = -\nabla\times\vec{J}_s$$

(3) 导电介质无源波动方程

σ 不可忽视 $\quad \rho = 0, \vec{J}_s = 0$

$$\nabla^2\vec{E} - i\omega\mu_0\sigma\vec{E} + \omega^2\mu\varepsilon\vec{E} = 0$$

$$\nabla^2\vec{H} - i\omega\mu_0\sigma\vec{H} + \omega^2\mu\varepsilon\vec{H} = 0$$

简单电介质中的频域波动方程

$$\nabla^2\vec{E} - \underline{i\omega\mu_0\sigma\vec{E}} + \underline{\omega^2\mu_0\varepsilon\vec{E}} = \frac{1}{\varepsilon}\nabla\rho + i\omega\mu_0\vec{J}_s$$

$$\nabla^2\vec{H} - i\omega\mu_0\sigma\vec{H} + \omega^2\mu_0\varepsilon\vec{H} = -\nabla\times\vec{J}_s$$

(4) 导电介质中缓变有源 $\sigma >> \omega\varepsilon$

有源扩散方程

$$\nabla^2\vec{E} - i\omega\mu_0\sigma\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon}\nabla\rho + i\omega\mu_0\vec{J}_s$$

$$\nabla^2\vec{H} - i\omega\mu_0\sigma\vec{H} = -\nabla\times\vec{J}_s$$

第二项： $\omega\mu_0\sigma\vec{E} = \omega\sigma\mu_0\vec{E}$

第三项： $\omega^2\mu_0\varepsilon\vec{E} = \omega\omega\varepsilon\mu_0\vec{E}$

$$\omega\sigma\mu_0\vec{E} >> \omega\omega\varepsilon\mu_0\vec{E}$$

第二项 $\quad \omega\mu_0\sigma\vec{E} >> \omega^2\mu_0\varepsilon\vec{E} \quad$ 第三项

简单介质中的频域波动方程

(5) 导电介质中缓变无源

$\sigma >> \omega\varepsilon \quad \rho = 0, \vec{J}_s = 0$

无源扩散方程

$$\nabla^2 \vec{E} - i\omega\mu_0\sigma\vec{E} = 0$$

$$\nabla^2 \vec{H} - i\omega\mu_0\sigma\vec{H} = 0$$

(4) 导电介质中缓变有源

有源扩散方程

$\sigma >> \omega\varepsilon$

$$\nabla^2 \vec{E} - i\omega\mu_0\sigma\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon}\nabla\rho + i\omega\mu_0\vec{J}_s$$

$$\nabla^2 \vec{H} - i\omega\mu_0\sigma\vec{H} = -\nabla\times\vec{J}_s$$

简单电介质情况下的频域波动方程

$$\boxed{\begin{aligned} &\nabla^2 \vec{E} - \underline{i\omega\mu_0\sigma\vec{E} + \omega^2\mu_0\varepsilon\vec{E}} = \frac{1}{\varepsilon}\nabla\rho + i\omega\mu_0\vec{J}_s \\ &\nabla^2 \vec{H} - i\omega\mu_0\sigma\vec{H} + \omega^2\mu_0\varepsilon\vec{H} = -\nabla\times\vec{J}_s \end{aligned}}$$

波矢量 $k^2 = \omega^2\mu_0\varepsilon - i\omega\mu_0\sigma$

在低频高电导介质中（良导体 $\sigma >> \omega\varepsilon$）$k^2 = -i\omega\mu_0\sigma$

在电介质中或高频低电导介质中（光在无损耗介质中传播）$k^2 = \omega^2\mu_0\varepsilon$

真空中的波矢量 $\quad k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0} = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0}$

介质中的波矢量 $\quad k = k_0 n = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} = \frac{\omega}{\upsilon} = \frac{2\pi f}{\upsilon} = \frac{2\pi}{\lambda}$

思考题

1. 推导课本公式（2-45b）

2. 推导公式（2-52a）和（2-52b），并说明其意义