光学基础知识与光场传播规律

2.5 光波的表示与传播特性

2.5.1 光波的电磁表示

2.5.2 各种类型的传播光波

2.5.3 折射和反射定律、菲涅耳公式

2.5.4 光学薄膜的反射与透射性质

2.5.1 光波的电磁表示

在光电子学中，常用光波的电场分量来表示光波电磁场

- 可见光的一个主要特点是对人的眼睛能够引起视觉
- 实验表明，引起视觉和光化学效应的是光波中电场矢量E
- 另一方面，相对于带电粒子受电场的作用力来说，一般带电粒子运动时受磁场的作用力要小的多，以致可以忽略不计
- 因此，常把E矢量称为光矢量，用E而不是用H表示光强
- 根据麦克斯韦方程，电磁场的磁场分量与电场分量之间有确定关系，因而电场分量求出后，可直接根据关系推导出磁场分量

光波电磁场的三角函数表达式

- 当波函数 $\vec{E}$ 取余弦或正弦三角函数的形式时，对应的波动称为简谐波或单色波。
- 对于一些实际光源，如激光，某些单色光源，它们发射出来的光波可以用简谐波来近似。很多复杂的光波可以用一系列的简谐波来叠加。
- 一维简谐波的波函数可以写成如下的形式（三角函数表达式）

波传播的速度，波速度

初位相

$$E(z,t) = E_0 \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(z - \upsilon t) + \varphi_0\right]$$

振幅

称为波的位相或相位

t=0

传播方向

$$\frac{2\pi}{\lambda} z + \varphi_0$$

称为z点的初位相

光波电磁场的三角函数表达式

空间参量

$$E(z,t)=E_0\cos[\frac{2\pi}{\lambda}(z-\upsilon t)+\varphi_0]$$

①波长

简谐波具有空间周期性，波形变化一个周期时波在空间传播的距离称为波的空间周期，一维简谐波的空间周期为波的波长；即为λ，具有长度的量纲L

②空间频率

空间周期即波长的倒数称为空间频率；$f=1/\lambda$，其量纲为L^{-1}

③空间角频率

$k=2\pi f$，在数值上等于空间频率的2π倍，也称传播常数

光波电磁场的三角函数表达式

时间参量

$$E(z,t)=E_0\cos[\frac{2\pi}{\lambda}(z-\upsilon t)+\varphi_0]$$

①时间周期

波振动一周所需要的时间，用T来表示：$T=\dfrac{\lambda}{|\upsilon|}$

T——具有时间的量纲。

②时间频率

时间周期的倒数，表示单位时间内波振动的次数，用符号ν表示：$\nu=\dfrac{1}{T}$

对于简谐波，T和 ν具有唯一的确定值，在可见光范围内，一个时间频率对应一种颜色，所以简谐波又称为单色波。

③时间角频率

$$\omega=2\pi\nu=\frac{2\pi}{T}$$

光波电磁场的三角函数表达式

- 时间参量与空间参量的关系为： $\omega = k\upsilon$

  可见两组参量由波的传播速度联系起来

- 简谐波的位相可以利用上述几个空间和时间参量表示：

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda}(z - \upsilon t)$$

$$\phi = kz - \omega t + \phi_0$$

$$\varphi = 2\pi(fz - \nu t) + \varphi_0$$

$$\phi = 2\pi\left(\frac{z}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) + \phi_0$$

光波电磁场的复数表达式

简谐波的复指数表示和复振幅（复数表达式）

$$E(z,t)=E_0\cos[\frac{2\pi}{\lambda}(z-\upsilon t)+\varphi_0]$$

$$E(z,t)=E_0\exp\{j[\frac{2\pi}{\lambda}(z-\upsilon t)+\varphi_0]\}$$

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}、\omega=2\pi\nu=\frac{2\pi\upsilon}{\lambda}$$

$$E(z,t)=E_0\exp\{j[(kz-\omega t)+\phi_0]\}$$

$$=\boxed{E_0\exp\left[j(kz+\phi_0)\right]}\exp(-j\omega t)$$

复振幅，它描述了波动随着空间的变化情况

优越性：可以将时间和空间分两分离开来;简化运算

三维简谐平面波

(1) 一维简谐波函数可扩展到三维简谐平面波，即有：

$$E(\vec{r},t)=E_0\cos(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t+\varphi_0)$$

而波矢量则为： $\vec{k}=k(\cos\alpha\vec{e}_x+\cos\beta\vec{e}_y+\cos\gamma\vec{e}_z)$

$\cos\alpha$、$\cos\beta$、$\cos\gamma$ 为方向余弦

$\varphi=\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t+\varphi_0$ 称为三维波的位相

(2) 波面

- 通常把某一时刻，具有相同位相φ的点的位置的轨迹或集合称为光波的波面或称等相面
- 方程—— $\boxed{\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t=\text{常数}}$ ——决定等相面
- 等相面为平面、且等相面上各点的扰动大小时刻相等的光波称为均匀平面光波

三维简谐平面波

三维简谐平面波 $E(\vec{r},t)=E_0\cos(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t+\varphi_0)$

①空间周期 $T_x=\dfrac{\lambda}{\cos\alpha}$ $T_y=\dfrac{\lambda}{\cos\beta}$ $T_z=\dfrac{\lambda}{\cos\gamma}$

②空间频率 $f_x=\dfrac{\cos\alpha}{\lambda}$ $f_y=\dfrac{\cos\beta}{\lambda}$ $f_z=\dfrac{\cos\gamma}{\lambda}$

$$f_x^{\,2}+f_y^{\,2}+f_z^{\,2}=f^{\,2}=\frac{1}{\lambda^2}$$

③波矢$\vec{k}$ $|\vec{k}|=k=\dfrac{2\pi}{\lambda}$

复指数表示和复振幅：

$$E(\vec{r})=E_0\exp\left[j(\vec{k}\cdot\vec{r}+\phi_0)\right]$$

光强

- 电磁波强度(光强)的定义是：能流密度$\vec{S}$在接收器可分辨的时间间隔(即响应时间)τ内的时间平均值。
- 光强表示为： $$I = <\vec{S}> = \frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} S dt$$
- 光强I的量纲和S的量纲相同，常用单位是J/s·m^{2}或W/ m^2。
- 电磁波的强度是把电磁波传递的能量与接收器结合起来，使电磁波传递的能量成为一个可测量和评价的物理量。对于光波而言则称为光强
- E和B等电磁场量随着时间快速变化，S也随时间快速变化。对于可见光波来说，S的变化频率高达10^{15}Hz的数量级。迄今为止，任何接收器都无法探测到S的瞬时值。
- 在许多光学问题中，由于只对光强的相对分布感兴趣，因此可直接用电场振幅的平方表征光强。

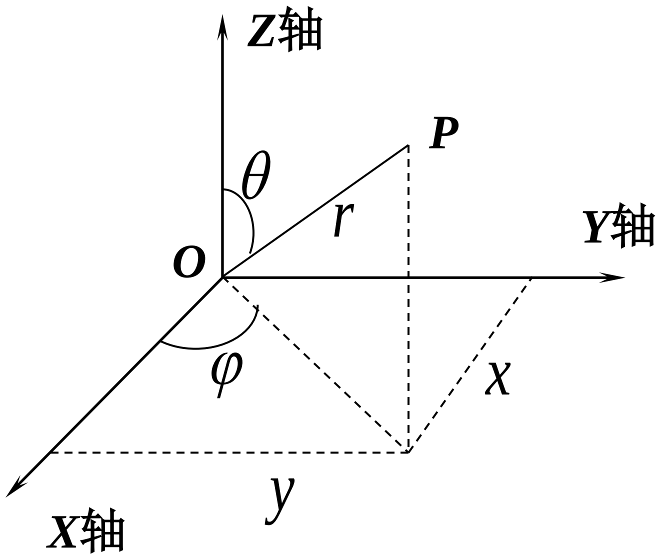
光波的分类

根据光波电场复数形式中位置分量$\vec{E}(\vec{r})$的不同形式，对光波进行分类

分类	电场表达式	等相位面为	光强
平面波	$\vec{E}(\vec{r})=\vec{A}e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}}$	平面	$\lvert A\rvert^2$
球面波	$\vec{E}(\vec{r})=\dfrac{A}{\vec{r}}e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}}$	球面	$\dfrac{\lvert A\rvert^2}{r^2}$
柱面波	$\vec{E}(\vec{r})=\dfrac{A}{\sqrt{\vec{r}}}e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}}$	圆柱面	$\dfrac{\lvert A\rvert^2}{r}$
抛物面波	$\vec{E}(\vec{r})=\dfrac{A}{z}e^{-i\vec{k}\cdot z}e^{-ik\frac{x^2+y^2}{2z}}$	/	/

球面波

- 球面波：点状振动源的振动向周围空间均匀的传播形成球面波
- 从对称性考虑，球面波的等相面是球面，并且其上的振幅处处相等
- 当考察点远离振动源，等相面的曲率半径逐渐增大，最后接近于平面
- 平面波是球面波的一种特殊形式



波矢量$\vec{k}$与矢径$\vec{r}$ 同向

$$x = r\sin\theta\cos\varphi \qquad r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

$$y = r\sin\theta\sin\varphi \qquad \cos\theta = \frac{z}{r}, tg\varphi = \frac{y}{x}$$

$$z = r\cos\theta$$

各场量仅与矢径大小**r**有关，而与方位角无关

球面波

$$\nabla^2[\vec{E}(r)] = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}[r^2\frac{\partial \vec{E}(r)}{\partial r}] = \frac{1}{r}\frac{\partial^2[r\vec{E}(r)]}{\partial r^2}$$

$$\nabla^2\vec{E}(\vec{r}) + k^2\vec{E}(\vec{r}) = 0$$

Helmholtz's Equation

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2}[r\vec{E}(r)] + k^2[r\vec{E}(r)] = 0$$

解有两种可能形式

$$\vec{E}^+(r) = \frac{A}{r}e^{ikr}$$

是自源点向外发散的球面波

和

$$\vec{E}^-(r) = \frac{A}{r}e^{-ikr} = \left[\vec{E}^+(r)\right]^*$$

是向源点会聚的球面波

显然它们是一对相位共轭波

柱面波

- 柱面波是由无限长同步线状振动源（同步线源）产生的波动
- 同步线源：在整条直线上所有点都是一个点源，各个点源的振动完全相同（在简谐振动下各点的初位相，频率和振幅完全相同）
- 在光学上可以用平面波照亮一个极细的长缝来获得近似的柱面波
- 需要注意的是，一般单色线光源不产生柱面波，因其上各点的振动不是同步的
- 柱面波波函数应在柱面坐标系中描述，它的波函数可写为

$$E(r,t)=\frac{A}{\sqrt{r}}\exp\left[i(kr-\omega t)\right]$$

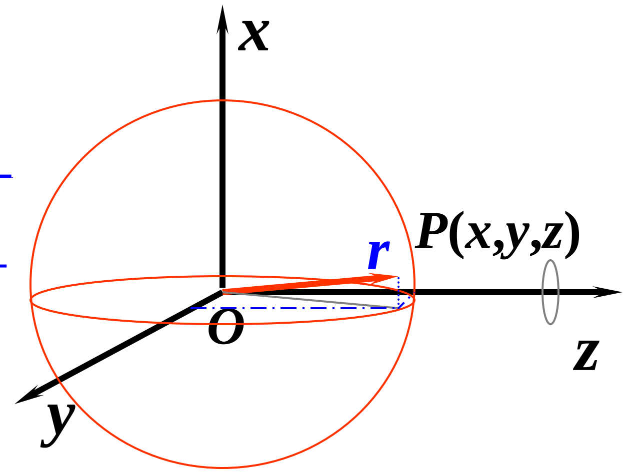
其复振幅为 $$E(r)=\frac{A}{\sqrt{r}}\exp(ikr)$$

A为线光源的源强度

抛物面波

原点在r=0的球面波沿着z传播到近轴且远离原点的考察点，即

$$x^2+y^2 \ll z^2$$



$$r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}=z\sqrt{1+\frac{x^2+y^2}{z^2}}$$

$$\approx z\left(1+\frac{x^2+y^2}{2z^2}\right)$$

$$\boxed{=z+\frac{x^2+y^2}{2z}}$$

$$\vec{E}(\vec{r})=\frac{A}{r}e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}}\approx\frac{A}{z}e^{-ik\left(z+\frac{x^2+y^2}{2z}\right)}=\frac{A}{z}e^{-ikz}e^{-ik\frac{x^2+y^2}{2z}}$$

$\boxed{r\approx z}$

抛物面波是球面波的傍轴近似

思考题

1. 请根据下面抛物面波复振幅表达式，分析其等相位面和光强

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{A}{z} e^{-i\vec{k}\cdot z} e^{-ik\frac{x^2+y^2}{2z}}$$