

# 非球形颗粒的阻力系数与升力系数的数值求解

许卫疆, 车得福, 徐通模

(西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安)

**摘要:** 对非球形颗粒在无剪切流中作旋转运动时受到的阻力与升力进行了数值模拟。在  $50 \leq Re_p \leq 300$  和  $0 \leq \Omega \leq 2.0$  条件下 ( $\Omega$  为无量纲速度), 研究了拖曳速度、旋转速度和颗粒形状对其阻力系数与升力系数的影响。结果表明: 当旋转轴为  $x$  轴时, 阻力系数随着转速的升高而增大, 随着颗粒雷诺数的增大而减小, 升力系数随着旋转速度和颗粒雷诺数的增大而增大, 阻力系数与升力系数与其形状有密切关系, 其变化均为非线性的; 当旋转轴为  $y$  轴时, 在  $Re_p = 50$  时, 除了  $a = 2b = 2c$  ( $a, b, c$  为颗粒的长、宽、高) 的情况外, 阻力系数总是随着转速的升高而减小, 对于  $Re_p > 50$  的情况, 阻力系数先增大后减小, 在  $a = b = c$  的条件下, 升力系数随着转速的升高而减小, 沿着旋转方向上颗粒长度的增加会使其升力系数增大。

**关键词:** 非球形颗粒; 旋转速度; 阻力系数; 升力系数

中图分类号: TK16 文献标识码: A 文章编号: 0253-987X(2006)03-0298-04

## Drag and Lift Forces Acting on Rotational Nonspherical Particles

Xu Weijiang, Che Defu, Xu Tongmo

(School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract:** The drag and lift forces acting on rotational nonspherical particles in a uniform un-sheared flow are numerically investigated. The effects of the drag velocity, rotating speed and shape characters of cuboids on the drag and lift forces are examined as the particle Reynolds number  $50 \leq Re_p \leq 300$  and the dimensionless rotating angular speed  $0 \leq \Omega \leq 2.0$ . The results show that the drag coefficient  $C_D$  with  $x$  axis rises with increased rotating speed and lessens with increased particle Reynolds number. When the particle rotates about  $y$  axis, the lift coefficient  $C_L$  rises with increased rotating speed and particle Reynolds number. Both  $C_D$  and  $C_L$  are related with the shape characters of nonspherical particles closely, and  $C_D$  and  $C_L$  vary nonlinearly.  $C_D$  decreases with rotating speed at  $Re_p = 50$  except for  $a = 2b = 2c$ , where  $a$ ,  $b$  and  $c$  respectively denote the 3 dimensional size of the particle.  $C_D$  increases firstly and then decreases for higher Reynolds number.  $C_L$  decreases with rotating speed as  $a = b = c$ , and increases with rotating speed with the lengthened size in rotational direction.

**Keywords:** nonspherical particle; rotational speed; drag coefficient; lift coefficient

自然界中经常会遇到颗粒运动现象的发生, 如

气力或水力输送、颗粒分离、沙尘暴天气等。颗粒的运动分为平动和转动。以往人们对球形颗粒的平动过程研究较多, 也获得了大量实验成果。真实颗粒运动状况往往是平动伴随着转动。目前, 对颗粒转动过程的研究较少, 其成果也主要集中在数值模拟方

面<sup>[1-6]</sup>。

规则的球形颗粒在自然界中几乎是不存在的, 大量的颗粒往往以非球形的形状出现, 这就使得在应用上述的研究成果时带来误差, 对于不转动的情形, 一些研究工作者根据实验得到了一些修正公式, 而对于非球形颗粒转动的情形, 还没有进行进一步

的研究<sup>[7-14]</sup>.

本文采用数值模拟的方法, 研究了非球形的长方体颗粒在无剪切流动中的旋转运动。通过改变长方体的长宽高的比值改变形状因子, 在不同旋转速度和颗粒雷诺数下研究了非球形颗粒的阻力系数与升力系数, 为研究非球形颗粒的运动特征提供了一种行之有效的方法。

## 1 控制方程及边界条件

计算前, 假设流体是稳态、轴对称、层流的牛顿流体, 其物理性质在运动过程中不发生变化。运动方程如下

$$(\mathbf{V} \cdot \nabla) u = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{2}{Re_p} \nabla^2(u) \quad (1)$$

$$(\mathbf{V} \cdot \nabla) v = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{2}{Re_p} \nabla^2(v) \quad (2)$$

$$(\mathbf{V} \cdot \nabla) w = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{2}{Re_p} \nabla^2(w) \quad (3)$$

连续方程为

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (4)$$

压力泊松方程为

$$\nabla^2 p = -\nabla \cdot [(\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V}] + \frac{2}{Re_p} \nabla^2 (\nabla \cdot \mathbf{V}) \quad (5)$$

$$Re_p = \frac{2d_n u_c}{v} \quad (6)$$

$$d_n = (6V/\pi)^{1/3} \quad (7)$$

式中:  $V$  为颗粒的体积;  $u_c$  为正对颗粒中心的来流速度。边界条件如下:

入口

$$v = w = 0 \quad u \text{ 为常数} \quad (8)$$

出口

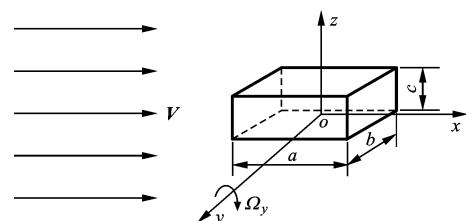
$$\partial V / \partial x = 0 \quad (9)$$

在颗粒表面

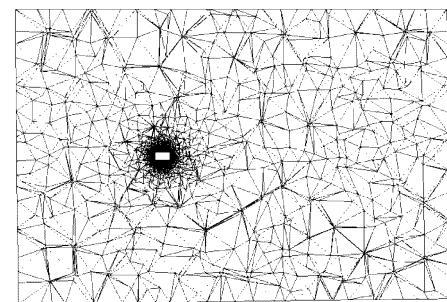
$$v \cdot \mathbf{n} = 0, \mathbf{n} \times (\tau \cdot \mathbf{n}) = 0 \quad (10)$$

## 2 网格划分

采用滑动网格技术进行计算, 采用四面体非结构化网格对计算区域进行了剖分, 如图 1 所示。计算区域分为两部分, 贴近立方体颗粒区域的网格将与颗粒一起转动, 此区域之外的网格保持静止。计算区域(见图 1)长度为  $120a$ , 宽和高均为  $40a$ 。生成网格总数大约为 150 000。这里, 定义无量纲转动速度  $\Omega = d_n \omega / 2u_c$ ,  $\omega$  为颗粒转动角速度。



(a) 坐标系统



(b) 网格划分

图 1 坐标系与网格划分

## 3 结果分析

阻力系数的定义为

$$C_D = \frac{8F_D}{\Omega u_c^2 \pi d_n^2}$$

$$F_D = F_{D,p} + F_{D,f} = - \int_A p \mathbf{e}_x \cdot \mathbf{n} dA + \int_A \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{e}_x dA \quad (11)$$

升力系数的定义为

$$C_L = \frac{8F_L}{\Omega u_c^2 \pi d_n^2}$$

$$F_L = F_{L,p} + F_{L,f} = - \int_A p \mathbf{e}_z \cdot \mathbf{n} dA + \int_A \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{e}_z dA \quad (12)$$

为了考验计算的精确性, 对  $\Omega = 0$  的情况下颗粒的阻力系数进行了计算, 如图 2 所示。结果表明, 颗粒在无旋转的条件下, 采用数值计算得到的阻力系数与 Ganser 得到的阻力系数吻合较好, 最大偏差出现在  $Re_p = 10$  时, 此时偏差约为 10.5%。在计算范围( $50 \leq Re_p \leq 300$ )内, 其偏差不超过 5%。

图 3、图 4 给出了立方体颗粒在绕  $x$  轴旋转时, 其阻力系数与升力系数的变化规律。由图中可以看出, 阻力系数和升力系数随着无量纲转速的升高而增大, 随着雷诺数的减小, 颗粒的阻力系数减小, 而升力系数增大。

当立方体颗粒的旋转轴为  $y$  轴时, 其阻力系数的变化规律如图 5 所示。在外形尺寸为  $a=b=c$  时, 在小雷诺数 ( $Re_p \leq 100$ ) 下, 颗粒的阻力系数随转速的升高而减小, 这一点与球形颗粒的阻力系数随转速的变化正好相反, 这是因为组成拖曳力的 2 个分力都有逐渐减小的趋势, 因此其合力也逐渐减小, 导致阻力系数下降。当  $Re_p > 100$  后, 阻力系数呈现出先增大后减小的趋势。此时, 阻力系数依然随着雷诺数的增大而减小, 不过减小的程度随着颗粒  $x$  方向上长度的增加而变慢。当立方体颗粒的长宽高比值发生变化后, 其阻力系数的变化是比较复杂的, 在  $a=2b=2c$  的情况下, 阻力系数随转速的升高而增大, 当进一步增加  $x$  方向上长度 ( $a=4b=4c$ ) 时, 阻力系数的变化又呈现出先增大后减小的趋势。

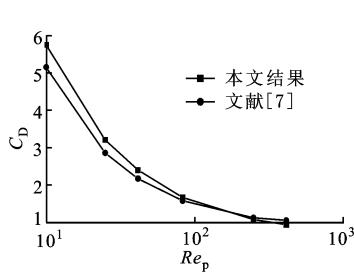


图 2 无旋立方体阻力系数  
计算值与文献值比较

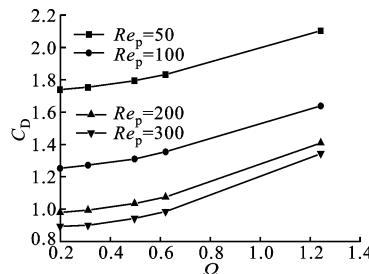


图 3 阻力系数  $C_D$  变化规律(旋  
转轴为  $x$  轴,  $a=b=c$ )

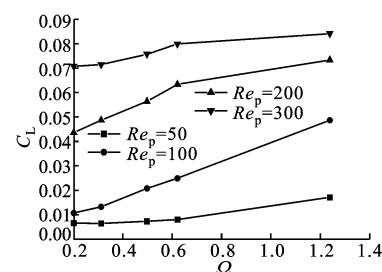
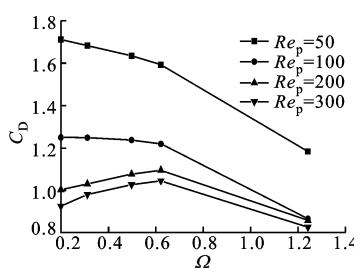
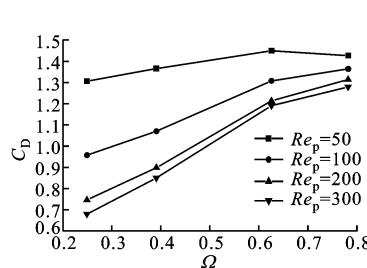


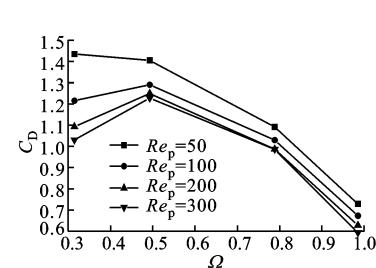
图 4 升力系数  $C_L$  变化规律(旋  
转轴为  $x$  轴,  $a=b=c$ )



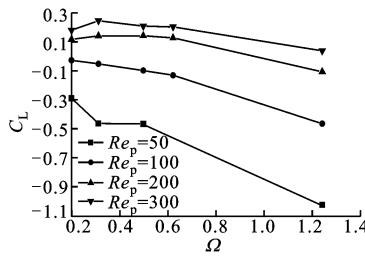
(a)  $a=b=c$



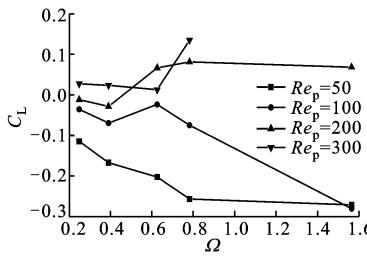
(b)  $a=2b=2c$



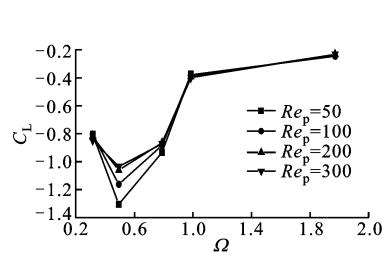
(c)  $a=4b=4c$



(a)  $a=b=c$



(b)  $a=2b=2c$



(c)  $a=4b=4c$

图 5 阻力系数  $C_D$  变化规律(旋转轴为  $y$  轴)

## 4 结 论

采用数值模拟的方法研究了非球形颗粒在无剪切流中的阻力系数和升力系数。计算结果表明: 颗粒的阻力系数和升力系数与其形状密切相关, 在  $50 \leq Re_p \leq 300$  和  $0 \leq \Omega \leq 20$  的条件下, 当旋转轴为  $x$  轴时, 阻力系数随着转速的升高而增大, 随着颗粒雷诺数的增大而减小, 升力系数随着转速和颗粒雷诺数的增大而增大; 当旋转轴为  $y$  轴时, 阻力系数与升力系数的变化非常复杂, 在  $Re_p = 50$  时, 除了  $a = 2b = 2c$  外, 阻力系数总是随转速的增大而减小, 对于  $Re_p > 50$  的情况, 阻力系数先增大后减小, 在  $a = b = c$  的条件下, 升力系数随转速升高而减小, 沿着旋转方向上的颗粒长度的增加会使其升力系数增大。在不同雷诺数下, 阻力系数、升力系数之间的差别随着颗粒  $x$  方向上长度的增加而减小。

### 参考文献:

- [1] Clift R, Grace J R, Weber M E. Bubbles, drops and particles[ M ]. New York: Academic Press, 1978.
- [2] Rudinger G. Fundamentals of gas-particle flow [ M ]. London: Elsevier Scientific Publishing Company, 1980.
- [3] Best J L. The influence of particle rotation on wake stability at particle Reynolds numbers,  $Re_p < 300$  implications for turbulence modulation in two-phase flows [ J ]. Int J Multiphase Flow, 1998, 24( 5 ): 693-720.
- [4] Kurose R, Komori S. Drag and lift forces on a rotating sphere in a linear shear flow[ J ]. J Fluid Mech, 1999, 384( March ): 183-206.
- [5] Salem M B, Oesterle B. A shear flow around a spinning sphere: numerical study at moderate Reynolds numbers[ J ]. Int J Multiphase Flow, 1998, 24( 4 ): 563-585.
- [6] Doojoo K, Haecheon C. Laminar flow past a sphere rotating in the streamwise direction[ J ]. J Fluid Mech, 2002, 461( July ): 365-386.
- [7] Unnikrishnan A, Chhabra R P. An experimental study of motion of cylinders in Newtonian fluids: wall effects and drag coefficient[ J ]. Can J Chem Eng, 1991, 69 ( September ) : 729-735.
- [8] Roger R P, Hussey R G. Stokes drag on a flat annular ring[ J ]. Phys Fluids, 1982, 25 ( 6 ): 915-922.
- [9] Baba J, Komar P D. Settling velocities of irregular grains at low Reynolds number[ J ]. J Sediment Petrol, 1981, 51 ( 1 ): 121-127.
- [10] Lasso I A, Weidman P D. Stokes drag on hollow cylinders and conglomerates[ J ]. Phys Fluids, 1986, 29 ( 12 ): 3921-3934.
- [11] Hartman M, Trnka O, Svoboda K. Free settling of nonspherical particles[ J ]. Ind Eng Chem Res, 1994, 33( September ) : 1979-1983.
- [12] Hui Y, Hu E. Saltation characteristics of particle motions in water[ J ]. J Hydraulic Engineering, 1991, 117 ( 12 ): 59-64.
- [13] Lee H Y, Hsu L S. Investigation of saltating particle motions[ J ]. J Hydraulic Engineering, 1994, 120( 11 ): 831-845.
- [14] Lee H Y, Hsu L S. Particle spinning motion during saltation process[ J ]. J Hydraulic Engineering, 1996, 122( 2 ): 587-590.

(编辑 王焕雪)

(上接第 297 页)

## 4 结 论

(1) 二甲醚和柴油混合燃料的饱和蒸气压相对纯二甲醚大大降低。随着二甲醚添加比例的增大, 二甲醚/柴油混合燃料的饱和蒸气压上升, 浊点相对柴油降低, 互溶区扩大。

(2) 为保证发动机的动力性, 混合燃料中二甲醚质量分数以 10%~20% 为佳。

(3) 采用优化后的供油提前角( $12^\circ$ ), 二甲醚/柴油混合燃料发动机碳烟比原柴油机降低 60% 以上,  $\text{NO}_x$  排放比原柴油机降低 30% 左右。

### 参考文献:

- [1] Zhou Longbao, Wang Hewu, Jiang Deming, et al. Study of performance and combustion characteristics of a DME-fuel light-duty direct-injection diesel engine [ R ]. SAE paper, 1999-01-3669. Toronto, Canada: Society of Automotive Engineers Inc, 1999. 326-332.
- [2] 王贺武, 边耀章, 陈世海. 柴油机掺烧二甲醚的性能 [ J ]. 长安大学学报(自然科学版), 2002, 22( 5 ): 72-75.
- [3] 丁河清, 王忠俊, 吕林, 等. 直喷式柴油机掺烧二甲醚的试验研究[ J ]. 武汉造船, 2000, 134( 5 ): 21-23.

(编辑 王焕雪)