

一种有效的非线性 Galerkin 算法 *

侯延仁 李开泰

(西安交通大学, 710049, 西安)

摘要 研究了一种改进的 Marion & Temam 型非线性 Galerkin 算法的全离散形式, 通过理论证明和数值实验说明了这是一种稳定和高效的算法.

关键词 Navier-Stokes 方程 非线性 Galerkin 方法 Fourier 方法

中国图书资料分类法分类号 O241.82

An Effective Nonlinear Galerkin Scheme

Hou Yanren Li Kaitai

(Xi an Jiaotong University, 710049, Xi an)

Abstract Based on Marion & Temam type of nonlinear Galerkin method, a kind of full discrete form of improved nonlinear Galerkin method is studied. By theoretical demonstration and numerical examination, we intend to indicate that it is a stable and high performance scheme.

Key words Navier-Stokes equations nonlinear Galerkin method Fourier method

为了利用有限维常微分系统来研究 Navier-Stokes 方程的长时间动力学行为, 在 1988 年, Foias, Sell 和 Temam^[1] 引进了惯性流形 (IM) 的概念. 随后, 为了使这种新方法可用于实际, Foias, Manley 和 Temam^[2] 又引入了近似惯性流形 (AIM), 将大尺度和小尺度运动分别对应于谱表示中的低频和高频分量, 则 AIM 所讨论的就是确定一种高频分量的近似方法. 最直接地, 将其作为低频分量的函数, 这一思想后来发展形成了 Marion & Temam 型非线性 Galerkin 方法 (NGM)^[3]. 随后, 人们对该方法所进行的稳定性和收敛性分析得到了一些令人振奋的结果. 但用这种 NGM 得到的计算结果又如何呢? 作者曾做过一些数值实验, 意外的是, 所得结果离期望甚远. 究其原因, 我们发现 Marion & Temam 型

NGM 强烈依赖于高频分量的一阶时间导数远远小于其二阶空间导数这样一种直观假设. 虽然理论上, 只要低频分量的个数充分多就可以保证这一假设的正确性. 但就目前的计算资源而言, 即便是对二维问题, 也很难实现这一点, 因而出现了 Marion & Temam 型 NGM 体现不出优越性的现象. 另一方面, 若保留高频分量的时间导数, 几乎不会增加 Marion & Temam 型 NGM 的计算量. 既然如此, 我们为什么一定要略去它呢?

本文针对二维周期边界条件 Navier-Stokes 方程, 在 Marion & Temam 型 NGM 的基础上加上高频分量一阶时间导数的影响, 利用 Fourier 方法, 就是一种简单的向前 Euler 差分格式, 来证明我们这里所给出的是一种稳定且高效的算法.

收到日期: 1996-04-26. 侯延仁: 男, 1969 年 11 月生, 理学院科学计算系, 博士生.

* 国家自然科学基金 (19671067) 和攀登计划资助项目.

