第3讲

傅里叶级数/变换的性质

徐静

内容提要

- 回顾:傅里叶级数的定义
- 傅里叶级数的性质

- 回顾:傅里叶变换的定义
- 傅里叶变换的物理含义
- 傅里叶变换的性质

傅里叶变换的性质与傅里叶变换对列表

(掌握)

傅里叶级数回顾

综合公式 $$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}a_k e^{jk(2\pi/T)t}$$

分析公式 $$a_k=\frac{1}{T}\int_T x(t)e^{-jk(2\pi/T)t}dt$$

连续时间傅里叶级数的性质

Properties of Continuous-Time Fourier Series

学习这些性质，有助于对概念的理解和对信号进行级数展开。

一. 线性：

若$x(t)$和$y(t)$都是以T为周期的信号，且

$$x(t) \xleftrightarrow{F} a_k \qquad y(t) \xleftrightarrow{F} b_k$$

则 $$Ax(t) + By(t) \xleftrightarrow{F} Aa_k + Bb_k$$

二. 时移： 若$x(t)$是以 T为周期的信号，且

$$x(t)\overset{F}{\longleftrightarrow} a_k \text{则 } x(t-t_0)\overset{F}{\longleftrightarrow} a_k e^{-jk\omega_0 t_0} \quad \omega_0=\frac{2\pi}{T}$$

三. 反转： 若$x(t)$是以 T为周期的信号，且

$$x(t)\overset{F}{\longleftrightarrow} a_k \text{ 则 } x(-t)\overset{F}{\longleftrightarrow} a_{-k}$$

四. 尺度变换：若$x(t)$是以 T为周期的信号，且

$x(t)\overset{F}{\longleftrightarrow} a_k$ 则 $x(at)$ 以 T/a 为周期，于是

$$x(at)\overset{F}{\longleftrightarrow} b_k=\frac{a}{T}\int_{T/a} x(at)e^{-jka\omega_0 t}dt$$

$a>0$ 正实数

令$at=\tau$，当 t 在$0\sim T/a$变化时，τ从$0\sim T$变化，

于是有：$b_k=\dfrac{1}{T}\int_T x(\tau)e^{-jk\omega_0\tau}d\tau=a_k$

频谱
一模一样?

$$\therefore \quad x(at)\xleftrightarrow{F} b_k=a_k$$

五. 相乘：若$x(t)$和$y(t)$都是以 T 为周期的信号，且

$$x(t)\xleftrightarrow{F} a_k \qquad\qquad y(t)\xleftrightarrow{F} b_k$$

则 $x(t)\bullet y(t)\xleftrightarrow{F} C_k=\dfrac{1}{T}\int_T x(t)y(t)e^{-jk\omega_0 t}dt$

也即 $C_k=\dfrac{1}{T}\int_T \sum_{l=-\infty}^{\infty} a_l e^{jl\omega_0 t}\bullet y(t)e^{-jk\omega_0 t}dt$

$$C_k=\sum_{l=-\infty}^{\infty}a_l\frac{1}{T}\int_T y(t)e^{-j(k-l)\omega_0 t}dt=\sum_{l=-\infty}^{\infty}a_l b_{k-l}$$

$$\therefore\quad x(t)y(t)\overset{F}{\longleftrightarrow}\sum_{l=-\infty}^{\infty}a_l b_{k-l}=a_k * b_k$$

六. 共轭对称性:

若 $x(t)$ 是以 T 为周期的信号，且 $x(t)\overset{F}{\longleftrightarrow}a_k$

则 $x^*(t)\longleftrightarrow a_{-k}^*$

由此可推得，对实信号有：$a_k=a_{-k}^*$ 或 $a_k^*=a_{-k}$

当 $a_k=A_k e^{j\theta_k}$ 时有：$A_k=A_{-k}\qquad \theta_k=-\theta_{-k}$

当 $a_k = B_k + jC_k$时有：$B_k = B_{-k}$ $C_k = -C_{-k}$

对实信号，当$x(t) = x(-t)$时，$a_k = a_{-k}$（实偶函数）

当$x(t) = -x(-t)$时，$a_k = -a_{-k}$（虚奇函数）

七. Parseval 定理：

$$\frac{1}{T}\int_T |x(t)|^2 dt = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |a_k|^2$$

表明：一个周期信号的平均功率就等于它所有谐波分量的平均功率之和.

* 掌握表3.1

学而不思则罔

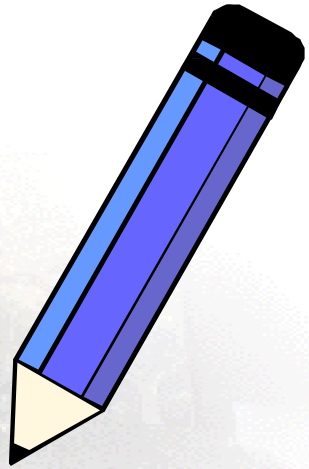
傅里叶级数的尺度变换与反转变换为什么要拆成两条描述？

$$x(t) \xleftrightarrow{F} a_k$$

$$x(-t) \xleftrightarrow{F} a_{-k}$$

$$x(at) \xleftrightarrow{F} b_k = a_k$$

$a > 0$ 正实数



思考题

证明连续时间傅里叶级数的微分积分性质。

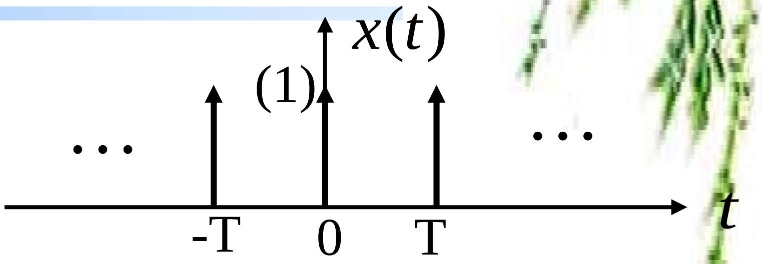
$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$\frac{dx(t)}{dt} \xleftrightarrow{F} jk\omega_0 a_k$$

$$\int_{-\infty}^{t} x(t)dt \xleftrightarrow{F} \frac{a_k}{jk\omega_0}$$

仅当 $a_0 = 0$ 才为有限值且为周期的)。

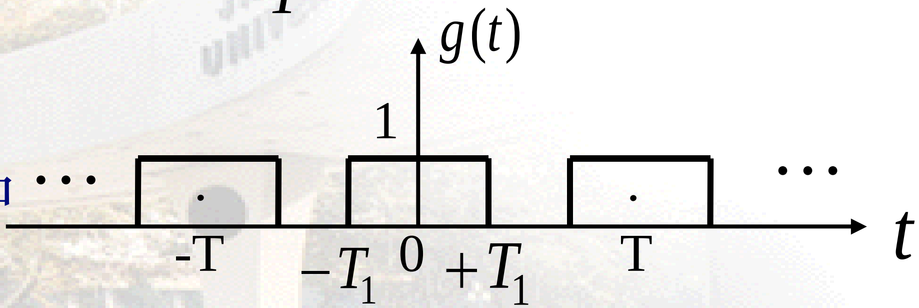
例1： $x(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(t-kT)$



$$a_k=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}\delta(t)e^{-jk\omega_0 t}dt=\frac{1}{T}$$

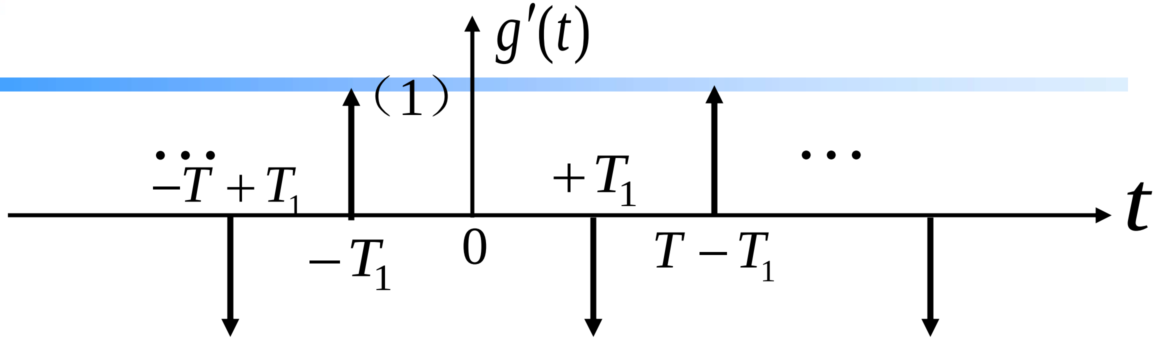
$$\therefore x(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{1}{T}e^{jk\omega_0 t} \qquad \omega_0=\frac{2\pi}{T}$$

例3.8：周期性矩形脉冲



将其微分后，可利用例1表示为 $a_k=\frac{2T_1}{T_0}\mathrm{Sa}(k\omega_0 T_1)$

$$g'(t)=x(t+T_1)-x(t-T_1)$$



设 $g(t) \xleftrightarrow{F} c_k$ $g'(t) \xleftrightarrow{F} b_k$ 由时域微分性质有

$b_k = jk\omega_0 c_k$ 根据时移特性，有

$$b_k = a_k\left[e^{jk\omega_0 T_1} - e^{-jk\omega_0 T_1}\right] = 2ja_k \sin k\omega_0 T_1$$

由例1知 $a_k = 1/T$ $\omega_0 = 2\pi/T$

c_0??

$$\therefore c_k = \frac{b_k}{jk\omega_0} = \frac{2\sin k\omega_0 T_1}{k\omega_0 T} = \frac{2T_1}{T}\frac{\sin k\omega_0 T_1}{k\omega_0 T_1}$$

傅里叶变换的性质

讨论傅里叶变换的性质，旨在通过这些性质揭示信号的时域特性与频域特性之间的关系，同时掌握和运用这些性质可以简化傅里叶变换对的求取。

内容提要

- 回顾:傅里叶变换的定义
- 傅里叶变换的性质
  - 线性性质
  - 时移性质
  - 共轭及共轭对称性
  - 微分与积分
  - 时域与频域尺度变换
  - 对偶性
  - 帕斯瓦尔定理
  - 卷积定理
  - 相乘定理

性质的一致性
（周期信号）
傅里叶级数和
傅里叶变换

傅里叶变换回顾

- 傅里叶变换的数学定义：

时域信号 $x(t)$ $\xrightarrow{\text{傅里叶变换}}$ 频域表示 $X(j\omega)$

$x(t)$ $\xleftarrow{\text{傅里叶反变换}}$ $X(j\omega)$

傅里叶变换 $X(j\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)e^{-j\omega t}dt$

傅里叶反变换 $x(t)=\dfrac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}X(j\omega)e^{j\omega t}d\omega$

傅里叶变换的物理含义

$$x(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}X(j\omega)e^{j\omega t}d\omega \Rightarrow x(t)=\begin{cases}X(j\omega_1)e^{j\omega_1 t}\\ + \\ X(j\omega_2)e^{j\omega_2 t}\\ + \\ X(j\omega_3)e^{j\omega_3 t}\\ + \\ \vdots \\ + \\ X(j\omega_N)e^{j\omega_N t}\\ + \\ \vdots\end{cases}$$

$$N\to\infty,\quad \omega_i\in(-\infty,\infty)$$

傅里叶变换的物理含义

复正弦信号 $e^{j\omega_i t}$：代表一个频率

复正弦信号之和！

$$x(t)=\begin{cases} X(j\omega_1)e^{j\omega_1 t} & \cos\omega_1 t + j\sin\omega_1 t \\ + & + \\ X(j\omega_2)e^{j\omega_2 t} & \cos\omega_2 t + j\sin\omega_2 t \\ + & + \\ X(j\omega_3)e^{j\omega_3 t} & \cos\omega_3 t + j\sin\omega_3 t \\ + & + \\ \vdots & \vdots \\ + & + \\ X(j\omega_N)e^{j\omega_N t} & \cos\omega_N t + j\sin\omega_N t \end{cases}$$

对应复正弦信号的系数！

$X(j\omega)$

可能为复数：

1. 幅度：强度
2. 相位：正弦波一个周期内的位置

$$N\to\infty,\quad \omega_i\in(-\infty,\infty)$$

线性性质

$$x(t) \xleftrightarrow{F} X(j\omega)$$

$$y(t) \xleftrightarrow{F} Y(j\omega)$$

$$ax(t)+by(t) \xleftrightarrow{F} aX(j\omega)+bY(j\omega)$$

线性性质对应的物理含义?

线性性质

复正弦信号之和！

复正弦信号 $e^{j\omega_i t}$：代表一个频率

$$x(t)=\begin{cases} X(j\omega_1)e^{j\omega_1 t} \\ + \\ X(j\omega_2)e^{j\omega_2 t} \\ + \\ X(j\omega_3)e^{j\omega_3 t} \\ + \\ \vdots \\ + \\ X(j\omega_N)e^{j\omega_N t} \end{cases} \quad y(t)=\begin{cases} Y(j\omega_1)e^{j\omega_1 t} \\ + \\ Y(j\omega_2)e^{j\omega_2 t} \\ + \\ Y(j\omega_3)e^{j\omega_3 t} \\ + \\ \vdots \\ + \\ Y(j\omega_N)e^{j\omega_N t} \end{cases} \quad x(t)+y(t)=\begin{cases} [X(j\omega_1)+Y(j\omega_1)]e^{j\omega_1 t} \\ + \\ [X(j\omega_2)+Y(j\omega_2)]e^{j\omega_2 t} \\ + \\ [X(j\omega_3)+Y(j\omega_3)]e^{j\omega_3 t} \\ + \\ \vdots \\ + \\ [X(j\omega_N)+Y(j\omega_N)]e^{j\omega_N t} \end{cases}$$

$$N\to\infty,\quad \omega_i\in(-\infty,\infty)$$

时移性质

$$x(t) \xleftrightarrow{F} X(j\omega)$$

$$x(t-t_0) \xleftrightarrow{F} e^{-j\omega t_0} X(j\omega)$$

证明：

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t-t_0)e^{-j\omega t}dt \overset{u=t-t_0}{=} \int_{-\infty}^{\infty} x(u)e^{-j\omega(u+t_0)}du$$

$$= e^{-j\omega t_0}\int_{-\infty}^{\infty} x(u)e^{-j\omega u}du = e^{-j\omega t_0}X(j\omega)$$

时移性质

$$x(t) \xleftrightarrow{F} X(j\omega)$$

$$x(t-t_0) \xleftrightarrow{F} e^{-j\omega t_0} X(j\omega)$$

- 时移对信号的影响：
  - 延迟不改变任何频率的幅度
  - 延迟仅改变频谱的相位特性

    因此，可以由相位特性来表征某给定频率的延迟
  - 所有复正弦信号所经历延迟均相同

共轭

$$x(t) \xleftrightarrow{F} X(j\omega)$$

$$x^*(t) \xleftrightarrow{F} X^*(-j\omega)$$

证明：

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^*(t)e^{-j\omega t}dt = \left(\int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j(-\omega)t}du\right)^* = X^*(-j\omega)$$

实信号的共轭对称性

$$x(t) \xleftrightarrow{F} X(j\omega)$$

$$x^*(t) \xleftrightarrow{F} X^*(-j\omega)$$

若$x(t)$为实函数，则其傅里叶变换满足

$$X(-j\omega) = X^*(j\omega)$$

共轭及共轭对称性

若$x(t)$为实偶函数，则其傅里叶变换一定是实偶函数

若$x(t)$为实奇函数，则其傅里叶变换一定是虚奇函数

用途：

$$Ev\{x(t)\}=\frac{1}{2}\left[x(t)+x(-t)\right]\xleftrightarrow{F}\mathrm{Re}\{X(j\omega)\}$$

$$Od\{x(t)\}=\frac{1}{2}\left[x(t)-x(-t)\right]\xleftrightarrow{F}j\,\mathrm{Im}\{X(j\omega)\}$$

实信号的共轭对称性

例： $u(t)$ 的频谱：

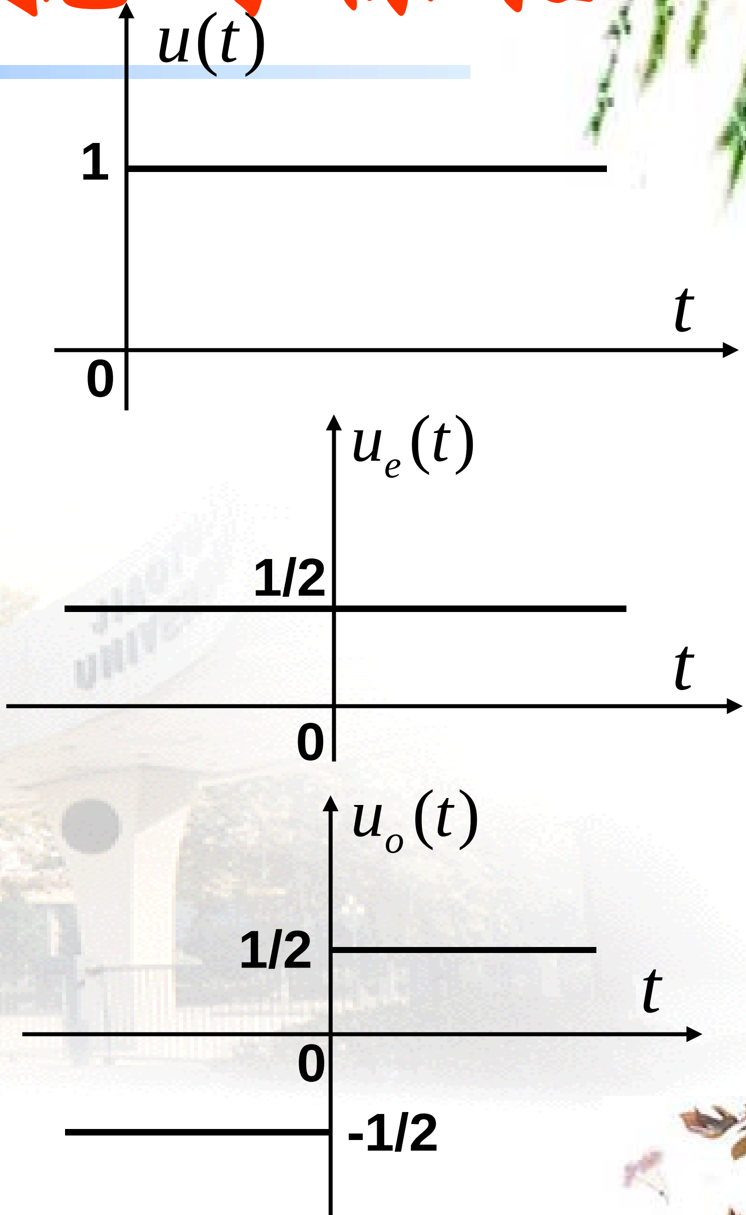
将$u(t)$分解为偶部和奇部有

$$u(t)=u_e(t)+u_o(t)$$

$$u_e(t)=\frac{1}{2}$$

$$u_o(t)=\frac{1}{2}\mathrm{Sgn}(t)$$

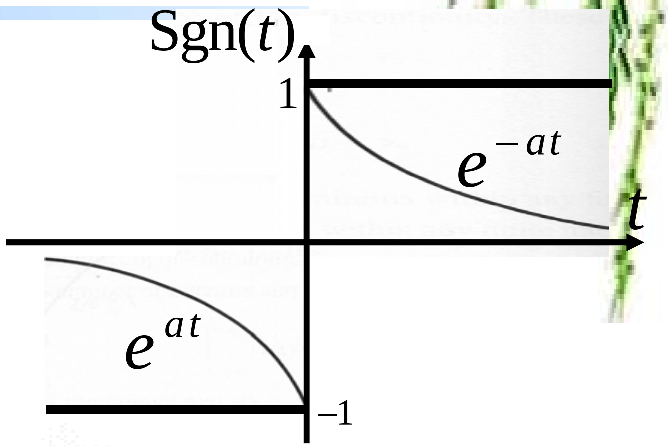
$$\mathrm{Sgn}(t)=\begin{cases}1, & t>0\\ -1, & t<0\end{cases}$$



单位阶跃函数的频谱

$$u_e(t) \leftrightarrow \pi\delta(\omega)$$

$$\mathrm{Sgn}(t) = \lim_{a\to 0}[e^{-at}u(t) - e^{at}u(-t)]$$



$$\mathbb{F}[\mathrm{Sgn}(t)] = \lim_{a\to 0}[\frac{1}{a+j\omega} - \frac{1}{a-j\omega}]$$

$$= \lim_{a\to 0}\frac{-j2\omega}{a^2+\omega^2} = \frac{2}{j\omega}$$

$$\therefore u_o(t) = \frac{1}{2}\mathrm{Sgn}(t) \leftrightarrow \frac{1}{j\omega}$$

$$u(t) \leftrightarrow \frac{1}{j\omega} + \pi\delta(\omega)$$

时域微分与积分
Differentiation and Integration

若 $x(t) \leftrightarrow X(j\omega)$

则 $\boxed{\dfrac{dx(t)}{dt} \leftrightarrow j\omega X(j\omega)}$ (可将微分运算转变为代数运算)

(将 $x(t) = \dfrac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega)e^{j\omega t}d\omega$ 两边对 t 微分即得该性质)

$\boxed{\int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau \leftrightarrow \dfrac{1}{j\omega}X(j\omega) + \pi X(0)\delta(\omega)}$ (时域积分特性)

积分所产生的直流或平均值

由时域积分特性从 $\delta(t) \leftrightarrow 1$

也可得到: $u(t) \leftrightarrow \dfrac{1}{j\omega} + \pi\delta(\omega)$

微分?

微分

$$x(t) \xleftrightarrow{F} X(j\omega)$$

$$\frac{dx(t)}{dt} \xleftrightarrow{F} j\omega X(j\omega)$$

用途：微分方程描述**LTI**系统

微分在图像处理中的应用

原始图

微分后

积分

$$x(t) \xleftrightarrow{F} X(j\omega)$$

$$\int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau \xleftrightarrow{F} \frac{1}{j\omega}X(j\omega)+\pi X(0)\delta(\omega)$$

别忽略直流分量！

时间与频率的尺度变换

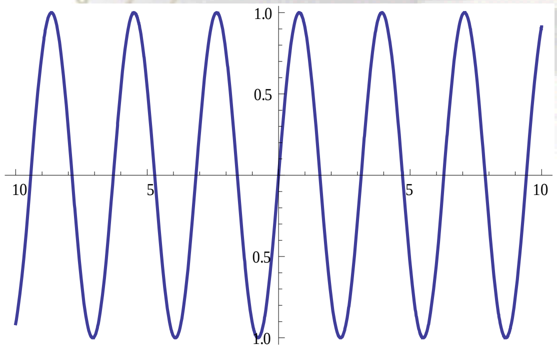
$$x(t)\xleftrightarrow{F}X(j\omega)$$

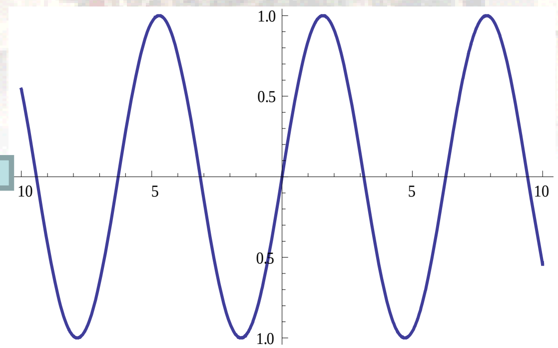
$$x(at)\xleftrightarrow{F}\frac{1}{|a|}X\left(\frac{j\omega}{a}\right)$$

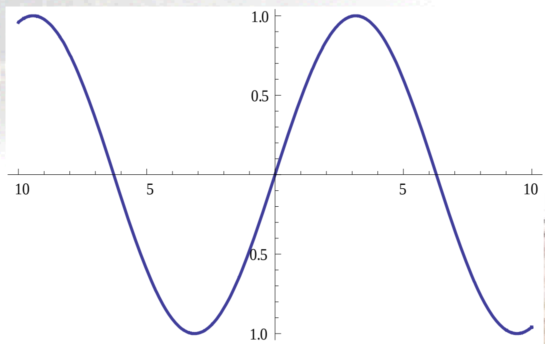
a为实数

$|a|>1$ 时域压缩 ⟺ 频域展宽

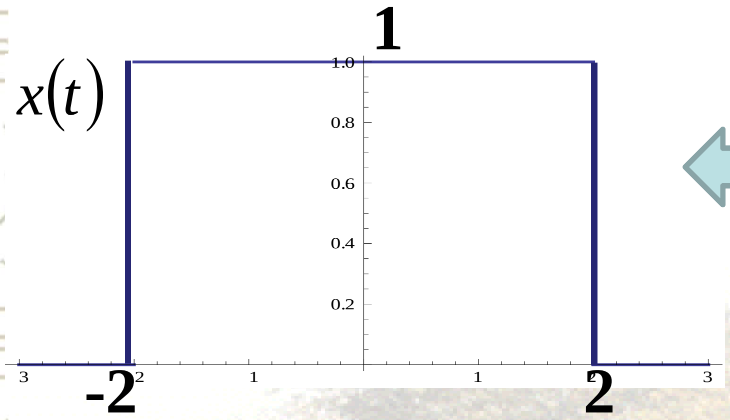
$|a|<1$ 时域展宽 ⟺ 频域压缩

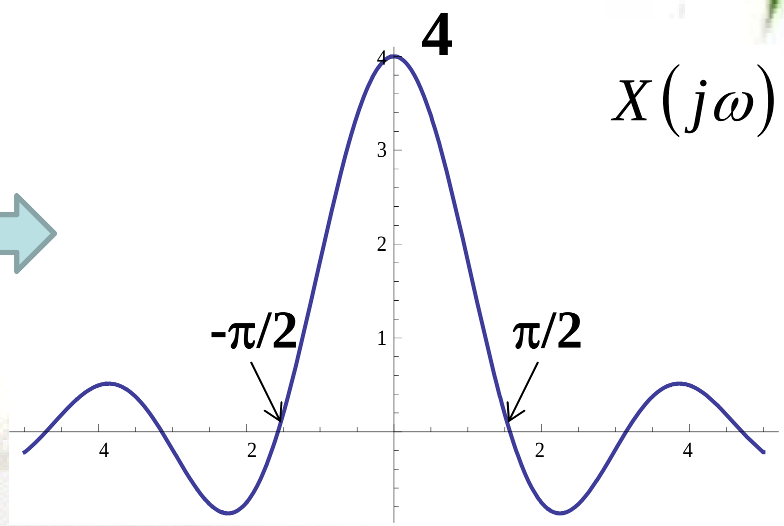


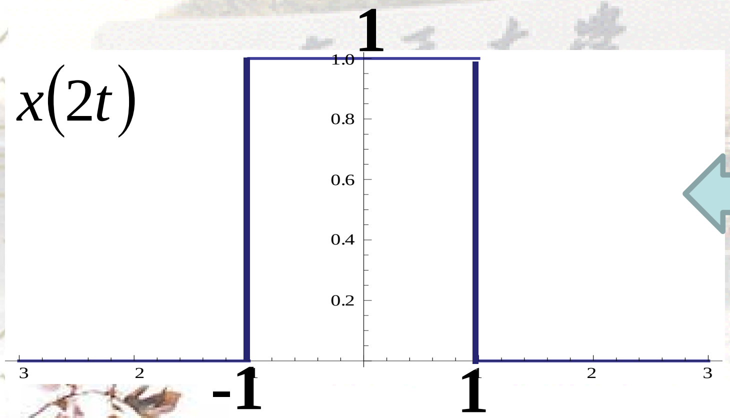


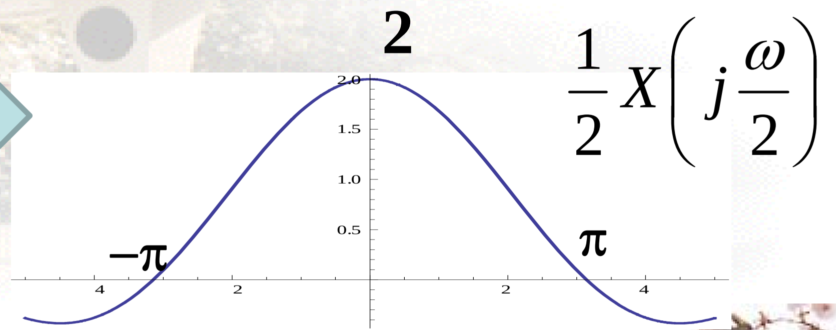


时间与频率的尺度变换


$x(t)$
1
-2
2


4
$X(j\omega)$
-π/2
π/2


$x(2t)$
1
-1
1


2
$\frac{1}{2}X\left(j\frac{\omega}{2}\right)$
−π
π

对偶性

$$x(t) \xleftrightarrow{F} X(j\omega)$$

$$X(jt) \xleftrightarrow{F} 2\pi x(-\omega)$$

证明： $x(t) = \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega)e^{j\omega t}d\omega$

$$2\pi x(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(jt)e^{j\omega t}dt$$

$$2\pi x(-\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(jt)e^{-j\omega t}dt$$

$$\therefore X(jt) \leftrightarrow 2\pi x(-\omega)$$

对偶性

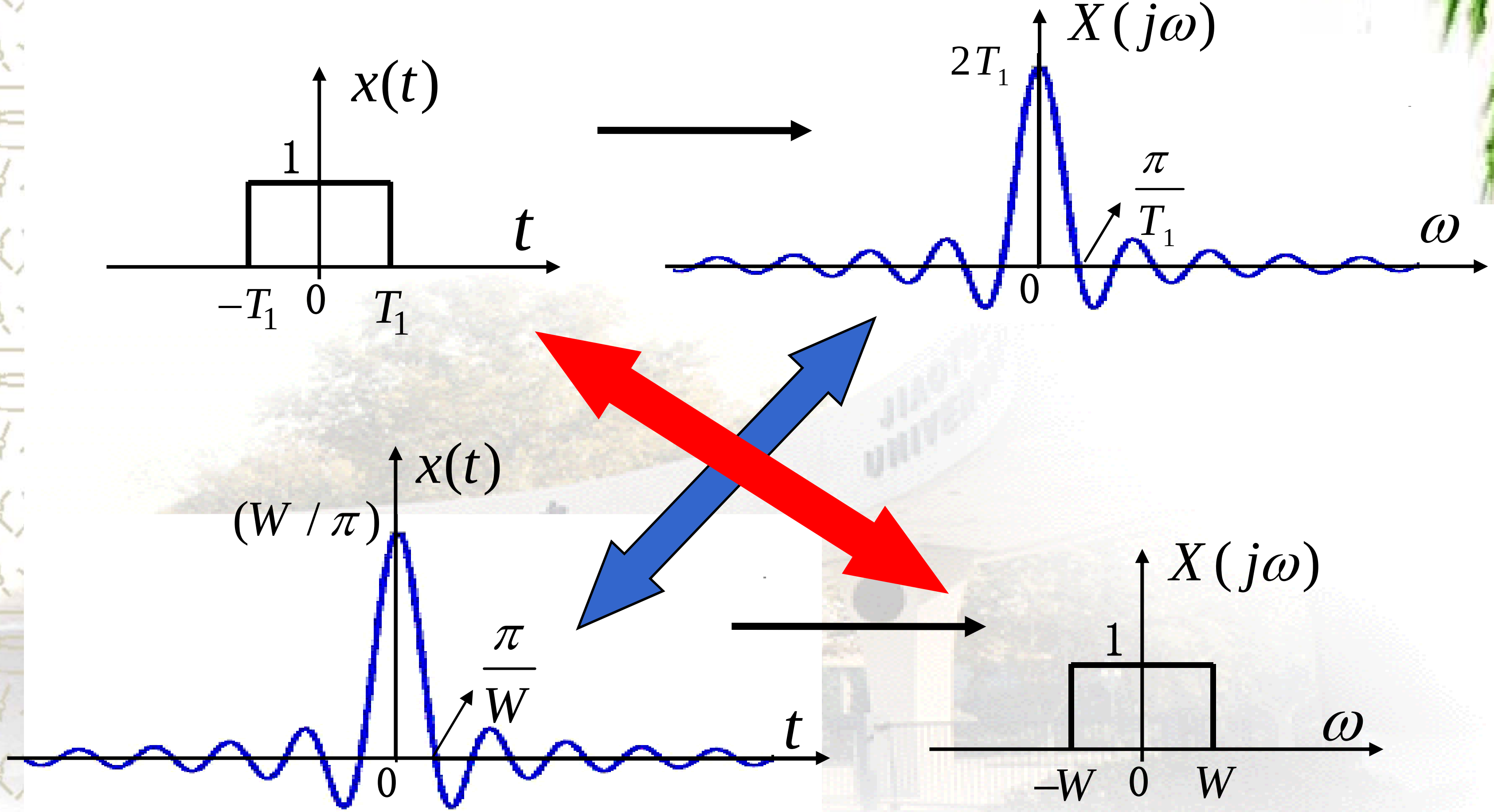
$$x(t) \xleftrightarrow{F} X(j\omega)$$

$$X(jt) \xleftrightarrow{F} 2\pi x(-\omega)$$

傅里叶变换 $X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$

傅里叶反变换 $x(t) = \dfrac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$

对偶性



$x(t)$
1
t
$-T_1$
0
T_1
$X(j\omega)$
$2T_1$
$\frac{\pi}{T_1}$
ω
0
$x(t)$
(W/π)
$\frac{\pi}{W}$
t
0
$X(j\omega)$
1
ω
$-W$
0
W

对偶性--->频移特性

对偶性也可由 $X(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)e^{-j\omega t}dt$ 得到证明。

$$X(jt)=\int_{-\infty}^{\infty}x(\omega)e^{-j\omega t}d\omega=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}2\pi x(-\omega)e^{j\omega t}d\omega$$

由对偶性可以方便地将时域的某些特性对偶到频域

例如：由 $x(t)\leftrightarrow X(j\omega)$有对偶关系 $X(jt)\leftrightarrow 2\pi x(-\omega)$

利用时移特性有 $X[j(t-t_0)]\leftrightarrow 2\pi x(-\omega)e^{-j\omega t_0}$

再次对偶有 $2\pi x(-t)e^{-j\omega_0 t}\leftrightarrow 2\pi X[j(-\omega-\omega_0)]$

根据 $x(-t)\leftrightarrow X(-j\omega)$ 得

$\boxed{x(t)e^{j\omega_0 t}\leftrightarrow X[j(\omega-\omega_0)]}$ 这就是移频特性

频域微分特性(1/2)

由 $X(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt$ 得

$$\frac{d}{d\omega}X(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} -jtx(t)e^{-j\omega t}dt$$

所以 $\boxed{-jtx(t)\leftrightarrow \frac{d}{d\omega}X(j\omega)}$

频域微分特性(2/2)

该特性也可由对偶性从时域微分特性得出:

$$x(t) \leftrightarrow X(j\omega) \qquad\qquad X(jt) \leftrightarrow 2\pi x(-\omega)$$

利用时域微分特性有 $\dfrac{d}{dt}X(jt) \leftrightarrow 2\pi j\omega x(-\omega)$

再次对偶得 $2\pi jtx(-t) \leftrightarrow 2\pi \dfrac{d}{d(-\omega)}X(-j\omega)$

由 $x(-t) \leftrightarrow X(-j\omega)$ 有

频域微分特性 $\boxed{-jtx(t) \leftrightarrow \dfrac{d}{d\omega}X(j\omega)}$

$$\frac{dx(t)}{dt} \xleftrightarrow{F} j\omega X(j\omega)$$

对偶性--->频域积分特性

由时域积分特性，可对偶出频域积分特性

$$x(t) \leftrightarrow X(j\omega) \qquad X(jt) \leftrightarrow 2\pi x(-\omega)$$

利用时域积分特性

$$\int_{-\infty}^{t} X(j\tau)d\tau \leftrightarrow [\frac{2\pi x(-\omega)}{j\omega} + 2\pi^2 x(0)\delta(\omega)]$$

再次对偶 $2\pi[\frac{x(-t)}{jt} + \pi x(0)\delta(t)] \leftrightarrow 2\pi\int_{-\infty}^{-\omega} X(j\tau)d\tau$

由 $x(-t) \leftrightarrow X(-j\omega)$ 有

$$\boxed{\frac{x(t)}{-jt} + \pi x(0)\delta(t) \leftrightarrow \int_{-\infty}^{\omega} X(j\tau)d\tau}$$ 频域积分特性

$$\int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau \xleftrightarrow{F} \frac{1}{j\omega}X(j\omega) + \pi X(0)\delta(\omega)$$

帕斯瓦尔定理

若 $x(t) \leftrightarrow X(j\omega)$ 则

频谱密度?

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |X(j\omega)|^2 d\omega$$

这表明：信号的能量既可以在时域求得，也可以在频域求得。由于 $|X(j\omega)|^2$ 表示了信号能量在频域的分布，因而称其为“能量谱密度”函数。

周期信号的帕斯瓦尔定理

$$\frac{1}{T}\int_{T}|x(t)|^{2}dt=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}|a_k|^{2}$$

表明：一个周期信号的平均功率就等于它所有谐波分量的平均功率之和.

频谱的概念

频谱图其实就是将 a_k 随频率的分布表示出来，即 $a_k \sim \omega$ 的关系。由于信号的频谱完全代表了信号，研究它的频谱就等于研究信号本身。因此，这种表示信号的方法称为频域表示法。

帕斯瓦尔定理

系数？

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |X(j\omega)|^2 d\omega$$

$$\frac{1}{T}\int_T |x(t)|^2 dt = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |a_k|^2$$

回顾：傅里叶变换对的定义

傅里叶变换 $X(j\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)e^{-j\omega t}dt$

傅里叶反变换 $x(t)=\dfrac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}X(j\omega)e^{j\omega t}d\omega$

$x(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}X(j2\pi f)e^{j2\pi ft}df$

频率f

从傅里叶级数到傅里叶变换

由于$X(j\omega)=\lim\limits_{T_0\to\infty}T_0a_k=\lim\limits_{T_0\to\infty,f_0\to 0}\dfrac{a_k}{f_0}$具有频谱随频率分布的物理含义，因而称$X(j\omega)$为频谱密度函数。

帕斯瓦尔定理

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 \, dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(j\omega)|^2 d\omega$$

$$\frac{1}{T} \int_T |x(t)|^2 dt = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |a_k|^2$$

卷积定理

$$x(t) \xleftrightarrow{F} X(j\omega)$$

$$y(t) \xleftrightarrow{F} Y(j\omega)$$

$$z(t) = y(t) * x(t) \xleftrightarrow{F} Z(j\omega) = Y(j\omega)X(j\omega)$$

$$z(t) = y(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t-\tau)x(\tau)d\tau$$

卷积定理

复正弦信号之和！

复正弦信号 $e^{j\omega_i t}$：代表一个频率

$$x(t)=\begin{cases} X(j\omega_1)e^{j\omega_1 t} \\ + \\ X(j\omega_2)e^{j\omega_2 t} \\ + \\ X(j\omega_3)e^{j\omega_3 t} \\ + \\ \vdots \\ + \\ X(j\omega_N)e^{j\omega_N t} \end{cases} \quad y(t)=\begin{cases} Y(j\omega_1)e^{j\omega_1 t} \\ + \\ Y(j\omega_2)e^{j\omega_2 t} \\ + \\ Y(j\omega_3)e^{j\omega_3 t} \\ + \\ \vdots \\ + \\ Y(j\omega_N)e^{j\omega_N t} \end{cases} \quad x(t)*y(t)=\begin{cases} [X(j\omega_1)\times Y(j\omega_1)]e^{j\omega_1 t} \\ + \\ [X(j\omega_2)\times Y(j\omega_2)]e^{j\omega_2 t} \\ + \\ [X(j\omega_3)\times Y(j\omega_3)]e^{j\omega_3 t} \\ + \\ \vdots \\ + \\ [X(j\omega_N)\times Y(j\omega_N)]e^{j\omega_N t} \end{cases}$$

$$N\to\infty,\quad \omega_i\in(-\infty,\infty)$$

相乘定理

$$s(t) \xleftrightarrow{F} S(j\omega)$$

$$p(t) \xleftrightarrow{F} P(j\omega)$$

$$r(t) = s(t)p(t) \xleftrightarrow{F} R(j\omega) = \frac{1}{2\pi}\left[S(j\omega) * P(j\omega)\right]$$

傅里叶变换/级数的性质

- 线性性质
- 时频移性质
- 共轭及共轭对称性
- 时频域微分与积分
- 时域与频域尺度变换
- 对偶性
- 帕斯瓦尔定理
- 卷积定理
- 相乘定理

强调：
理解记忆
对偶性
帕斯瓦尔定理
物理含义

对系统的研
究非常重要

内容提要

- 周期信号的傅里叶级数表示
  连续时间傅里叶变换
  傅里叶级数与傅里叶变换的关系

- 常用周期信号的傅里叶级数
  常用信号的傅里叶变换

- 傅里叶级数、傅里叶变换的性质

- 系统的频率响应及系统的频域分析

课件资源

http://gr.xjtu.edu.cn/web/jing.xu

第3章作业

3.2 ae 3.3 3.6ace 3.8ce 3.9
3.11be 3.12 3.13 3.15 3.17 3.28

时间顺流而下，生活逆水行舟

10%

独立完成

平时作业