

非定常流场降阶模型及其应用研究进展与展望*

陈 刚 李跃明 †

机械结构强度与振动国家重点实验室, 西安交通大学航天航空学院, 西安 710049

摘要 非定常流场模型降阶技术的出现, 为 CFD/CSD 耦合数值模拟方法在工程设计中的广泛应用提供了新机遇。在对非线性系统模型降阶理论与方法进行概述的基础上, 全面系统地介绍了非定常流场降阶模型的国内外研究进展。按基于系统辨识的降阶模型和基于流场特征结构的降阶模型两大类进行评述, 比较了各种降阶模型的优缺点并指出了进一步改进的思路。最后对非定常流场降阶模型的发展趋势和应用前景进行了展望, 并指出自适应鲁棒降阶模型是下一代模型降阶技术的发展方向。

关键词 非定常流场, 降阶模型, 流固耦合, 非线性系统

1 引言

流固耦合系统是流体与结构相互作用的复杂非线性动态系统。随着计算流体力学 (computational fluid dynamics, CFD) 和计算结构力学 (computational structure dynamics, CSD) 以及高性能计算机的发展, 基于高精度物理模型的 CFD/CSD 耦合数值模拟方法成为当前进行非线性气动弹性分析可信度最高的方法^[1-3]。在 CFD/CSD 耦合数值模拟方法中, 气动模型采用欧拉方程或 N-S 方程, 结构模型则采用有限元直接离散。由于采用的模型比传统方法能更准确描述系统的物理本质, 因而能更精确模拟气动非线性和结构非线性耦合导致的非线性气动弹性现象。CFD/CSD 耦合模拟近年来在跨音速静气动弹性、颤振特性和阵风响应分析中得到了广泛的应用^[2-4]。以 CFD/CSD 耦合数值模拟方法为主要代表的计算气动弹性力学 (computational aeroelasticity) 也成为气动弹性力学领域近十年来重大进展之一^[5]。

尽管表征复杂流固耦合系统的偏微分方程可以通过 CFD/CSD 耦合方法直接进行高精度的数值模拟, 从而可以提供离散化流场变量的详尽时空信息。但是如果缺乏其他辅助工具和分析方法, 单靠数值模拟提供的高阶模型和海量数据自身并

不足以让人们深入解释和描述系统的复杂动力学行为。更重要的是大型复杂系统数值模拟计算耗费巨大, 针对单点状态的数值模拟方法很难直接应用于控制模型综合、多变量优化、稳定性预测和实时仿真等多学科设计领域。可见, 在面向单点的高精度高可信度数值分析和面向多点的多学科分析与设计需求之间存在很大的鸿沟。因此在 20 世纪 90 年代中期, 为了解决 CFD/CSD 耦合数值模拟方法用于飞行器气动弹性分析计算耗费太大的缺点, 在 NASA 和美国空军的资助下, 以杜克大学 Dowell^[6]、NASA 的 Silva^[7] 等为代表的气动弹性领域的学者们提出基于 CFD 数值模型构造非定常流场降阶模型 (reduced-order model, ROM) 的思想。

构造 ROM 的目标主要有两点: 一是以远少于原数值模型的阶数和计算耗费提供系统主要动力学特征较精确的数学描述; 二是为研究者解释系统动力学特征提供工具。ROM 是由流场全阶 CFD 模型 (通常在几十万、几百万阶或更高) 的近似投影获得的低阶数学模型。它能以相对较少的自由度 (通常在几十阶或几百阶) 来描述原系统的主要动力学特性, 在保留全阶高精度 CFD 模型的可信度和高保真度的同时, 计算量又不太大 (几乎可以近实时获得结果), 且能够方便地与其他学科模型

收稿日期: 2011-01-18, 修回日期: 2011-06-15

* 国家自然科学基金重大研究计划项目 (91016008), 国家自然科学基金项目 (10902082), 中央高校基本科研费项目 (xjj20100126) 资助
† E-mail: liyueming@mail.xjtu.edu.cn

进行耦合用于多学科耦合分析与优化设计。这样，通过 ROM 就在单点仿真的高可信度 CFD 数值模型和复杂多学科耦合系统仿真与设计之间架起了一座桥梁^[8]。ROM 的思想提出后立刻就得到了学术界和工程界的广泛关注，成为计算气动弹性领域的一个研究热点，被认为是近年来气动弹性领域的又一个重大突破^[5,9]。

2 复杂系统模型降阶理论及应用

2.1 降阶模型的数学基础

模型降阶技术很早就在自动控制和电路系统领域得到应用，也一直是超大规模电路设计自动化软件的理论基础之一。但这一基本而又朴素的思想，作为一类具有理论依据较为系统的数学方法还是近些年的事情^[10-12]。如何将大规模复杂系统在一定条件下转化为较小规模近似降阶系统，并满足降阶系统与原系统误差足够小，尽可能保持原系统稳定性、无源性和结构特性等主要性能，同时降阶算法稳定高效等，也是当前计算数学的前沿研究课题。到目前为止，众多具有较为严格数学理论基础的模型降阶方法基本上是关于线性系统的。从数学上来看，最主要的降阶模型方法包括 Krylov 子空间法、平衡截断法和正交分解法 3 种^[11-12]。

最基本和最重要的模型降阶方法是 Krylov 子空间方法，其核心思想是采用标准正交列向量基对系统进行模型降阶，使得降阶系统的传递函数对于原始线性系统的传递函数在指定频率区域内有很好的近似。Krylov 子空间方法在数学理论上相当完善，其优点是算法稳定、简单高效且能保持系统的基本特性^[13-15]。典型的 Krylov 方法包括 Arnoldi 降阶算法及其改进^[12,16]；Lanczos 降阶算法及其改进^[17-18]；PRIMA 算法及多重 Krylov 子空间算法等^[19-20]。

与 Krylov 子空间法不同，Moor 提出的平衡截断法及其系列改进方法^[21-24]通过选择适当的映射子空间来获得高性能降阶模型。平衡截断法能直接给出降阶系统与原始系统之间的误差关系，并能够保持原始系统的稳定性。其主要缺点在于降阶过程需要求解两个 Lyapunov 方程，计算量比较大^[10-11]。因此对于百万阶以上超大规模系统，平衡截断法降阶过程的巨大计算耗费会使得降阶模型的高效性失去实际意义。

基于函数正交分解的函数逼近论降阶模型方

法目前主要发展了两类。一类是对系统的状态变量或传递函数在已知正交函数基下进行展开，然后再对系统进行降阶^[25-27]。其优点是简单明了，但计算过程不稳定，系统稳定性和无源性难以保证。另一类是由系统的近似样本数据集通过构造一组基向量来对系统进行降阶，即本征正交分解法 (proper orthogonal decomposition, POD)，可有效地对非线性系统进行降阶^[28-30]，在数据处理中得到广泛应用，成为当前最受关注的降阶方法之一。

总的说来，非线性系统模型降阶方法因其机理复杂，发展较为缓慢，其理论还很不成熟，许多问题目前也正在进一步研究探索中。对于自身结构特别复杂的超大规模非线性系统来说，针对线性系统发展起来的模型降阶方法一般并不能直接应用。通常的做法是先对非线性函数进行线性化或预处理，以便获得相对简单的系统，然后再利用线性系统或特殊系统的模型降阶理论来研究非线性系统问题。因此，在非线性系统的降阶方法中，线性化是最基本的过程。基本的思路有以下几种：通过线性化手段与 Krylov 子空间技术结合；利用 Taylor 级数展开思想来形成系统的矩空间；对非线性系统先进行双线性化或参数化后再进行降阶等。近年来在二次化方法基础上发展起来的多点拟合模型降阶方法，包括多点线性和多点二次化方法等非线性系统降阶模型方法^[31-33] 取得了较好的整体逼近效果，但计算量仍然比较大。非线性系统降阶模型理论与方法的完善还有赖于计算数学的进一步发展。

2.2 非定常流场降阶模型技术

目前应用于流固耦合系统中非定常流场的 ROM 主要有两类：一类是基于数据驱动或是信号的方法，另一类是基于流场特征模态的方法。基于信号的降阶方法是利用流体系统的输入和输出之间关系来建立系统的一个低阶传递函数或状态空间模型代替原始的满阶模型。从本质上讲它是一种系统辨识 (system identification) 方法。主要以 NASA 的 Silva WA 发展的 Volterra 级数模型^[7] 和 Gupta 等提出的 ARMA 模型^[34] 为代表。此外，各种非线性气动载荷的代理模型均可归入此类。而基于流场特征模态的降阶模型就是用一组低维流场变量的特征模态来描述总的流场运动，再将整个 CFD 模型通过 Galerkin 方法或 Krylov 方法投影到特征模态空间。各种特征模态方法包括子空间投影法和 POD 方法，主要区别在于特征向量的

选择和求取方法的不同.

非定常流场 ROM 和结构模型可以很方便进行耦合而得到整个气动弹性系统 ROM, 因此被广泛用于气动弹性领域的颤振分析^[35-37]、极限环预测^[38-39]、阵风响应^[40-41] 和颤振主动控制^[42-43], 获得了同 CFD/CSD 耦合计算相近的精度, 而计算效率却提高了一到两个量级. 更进一步, ROM 在流动主动控制^[44-45]、气动外形优化^[46-47] 和飞行仿真^[48-49] 等模型或数据驱动的多点仿真领域开始得到初步应用. ROM 起源于美国, 目前在欧洲(主要是英国、德国和法国) 和亚洲(主要是中国、新加坡、韩国) 也开始流行起来. 近几年, 越来越多的国内学者也开始关注 ROM, 在颤振特性预测、气动弹性主动控制以及阵风响应分析等方面的应用也进行了卓有成效的研究.

3 基于系统辨识的降阶模型研究进展

3.1 Volterra/ROM

Volterra 级数由意大利数学家 Volterra^[50] 在 1880 年作为 Taylor 级数的推广而提出来的. 它是一种范函数, 描述了非线性时不变系统的输入输出关系, 可以任意精度逼近紧集上的连续函数. 但直到 1942 年, 美国著名科学家、控制论的奠基人 Wiener^[51] 才首先将 Volterra 级数用于非线性系统分析. 对于任意输入 $u[n]$, 离散非线性系统的响应 $y[n]$ 可以通过多维卷积得到

$$\begin{aligned} y[n] = & h_0 + \sum_{k=0}^n h_1[n-k]u[k] + \\ & \sum_{k_1=0}^n \sum_{k_2=0}^n h_2[n-k_1, n-k_2]u[k_1]u[k_2] + \dots + \\ & \sum_{k_1=0}^n \sum_{k_2=0}^n \dots \sum_{k_m=0}^n h_m[n-k_1, n-k_2, \dots, n-k_m] \cdot \\ & u[k_1]u[k_2] \dots u[k_m] + \dots \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $n = 0, 1, 2, \dots$ 是离散时间变量, h_0 是定常状态的响应, $h_m[n-k_1, n-k_2, \dots, n-k_m]$ 是系统的 m 阶 Volterra 核. 从式(1)可以看出, 一旦所有 Volterra 核求出, 该系统对于任意输入 $u[n]$ 的时间响应就可以立刻得出. 式(1)是无穷级数, 不便于应用, 但真实物理系统往往只需要前几阶核就可以较准确描述非线性系统的主要动态特性. 特别是对于弱非线性系统, 往往只需要用到二阶核甚至是一阶核就可以. 例如, 非线性电路、机电系

统、电子噪声传感器、流固耦合系统, 以及一些生物系统等.

由于 Volterra 核的辨识存在较大困难, 在 Wiener 将 Volterra 级数引入非线性系统辨识后^[52], Volterra 级数在实际非线性物理系统包括非定常流场建模中的应用进展仍然十分缓慢. 但是人们并没有放弃努力, 陆续提出了多种可以应用于连续及离散系统的时域和频域较实用的 Volterra 核辨识方法. Stalford 等^[53] 提出了一种从已知非线性函数中求取 Volterra 核的解析方法, 并通过建立非线性气动力的 Volterra 模型来模拟机翼—颤振简化模型的极限环现象; Tromp 等^[54] 应用 CFD 方法计算阶跃响应辨识了俯仰—颤振翼型的一阶 Volterra 核; Rodriguez^[55] 应用离散 Volterra 核实现了气动力状态变换, 并用于气动弹性分析.

非定常流场 Volterra 降阶模型在 1993 年取得了突破性进展. 为了考虑系统高响应, Silva^[56] 提出了离散气动力脉冲响应的概念, 发展了基于 CFD 模型求取 Volterra 核的辨识方法, 并成功用于亚声速和跨声速直机翼气动分析. Silva 的研究^[57-60] 表明气动弹性系统可近似看做一种弱非线性系统, 其非定常气动力用前二阶核就能较好描述, 并将这一方法推广到任意输入频率下非定常气动力预测. 与此同时, Raveh 等^[61-63] 发现用 CFD 求解器辨识结构脉冲产生的非定常气动力有时很不稳定, 而采用阶跃响应计算 Volterra 核比用脉冲响应数值计算的稳定性有很大提高; 并且一阶核就能描述大部分气动非线性, 增加高阶核对提高精度效果并不是特别明显. 接着 Silva 等^[64-65] 以 NASA 的 rigid semispan model (RSM) 和 benchmark supercritical wing (BSCW) 两个风洞模型实验数据为例, 表明 Volterra/ROM 也可以不依赖 CFD 求解器而仅利用实验数据得到的脉冲响应来建立, 大大丰富了 Volterra/ROM 的构建手段. Silva 和 Raveh 等^[66-67] 合作, 采用特征实现算法 (REA) 发展了基于 Volterra 降阶模型的气动弹性系统状态空间模型, 有效解决了以往建立气弹系统状态空间模型所需的非定常气动力在频域和时域间的复杂变换. 在 NASA 的 CFL3DV6 软件中的应用, 正式标志着 Volterra/ROM 理论与方法的成熟^[68-69]. 伴随着建模方法研究的同时, Volterra/ROM 的应用研究也越来越多, 被广泛应用于各种翼型、机翼和全机气动弹性和气动伺服弹性分析. Marzocca 等^[70-72] 利用 Volterra/ROM 分析了后掠机翼和超音速机翼的气动弹性响应; Prazenica 等^[73] 则探讨

了 Volterra 级数的二阶核的辨识技术, 将其应用于 AAW 机翼气动弹性建模; Munteanu 等 [74-75] 将阶跃响应辨识 Volterra 核应用于 AGARD445.6 机翼的气弹分析中。

目前, 随着在实际飞行器中的应用越来越广泛, 围绕着 Volterra/ROM 建模效率及非线性描述能力进一步提升的研究仍然在继续。针对以往脉冲响应或阶跃响应一次只能辨识一个结构模态运动下的 Volterra 核, Silva^[76-78] 最近又提出了多输入多输出的 Volterra 核辨识方法, 只需运行一次 CFD 求解器便能求出全部模态的 Volterra 核, 大大提高了需要考虑十几阶或更多阶结构模态复杂飞行器的 ROM 建模效率, 并且可以考虑静气弹效应。Marzocca 等 [79] 提出了一种非线性气动弹性系统的连续时间脉冲响应计算方法; Balajewicz 等 [80-83] 提出了基于 Pruned Volterra 级数方法的高阶核快速辨识方法, 并应用于 NACA0012 翼型气弹系统的颤振和极限环预测, 取得了很好的效果。

国内在 Volterra/ROM 方面的研究也取得了一定进展。徐敏和陈刚等系统研究了基于 CFD/CSD 耦合求解器的 Volterra/ROM 建模方法^[84-89], 发展了基于 Volterra/ROM 的气动弹性主动控制律设计方法, 并将其用于翼型、机翼和全机气动弹性主动控制律设计^[90-91]。杨超和吴志刚等^[92-94] 提出了基于小波的 Volterra 核快速辨识方法, 并将其应用于气弹系统非线性气动力预测, 取得了不错的效果。

3.2 时间序列模型

在 Volterra/ROM 蓬勃发展的同时, 受其启发各种系统辨识方法也开始用于建立非定常流场的降阶模型。Gupta 和 Cowan 等^[34,95-96] 首先研究了基于时间序列 ARMA(linear autoregressive moving average) 模型的非定常气动力降阶模型, 建立了气动弹性系统状态空间模型, 并成功用于 Agard 机翼、BACT 气弹模型和 X-43A 的稳定性预测和控制律设计。Rodrigues^[97] 也发展了一种基于跨音速小扰动势流的非定常气动力状态空间辨识模型; Hiroshi 等^[98] 利用 ARMA 模型预测的翼型颤振边界与风洞试验数据较为吻合; Raveh^[40]、杨国伟等^[41] 和张伟伟等^[99] 用 ARMA 降阶模型研究了翼型和机翼阵风响应问题。

时间序列模型方法的核心在于输入信号的剪裁, 需要反复试验和调整输入信号频率, 以保证输入信号覆盖系统频率范围。该方法基于流场的小

扰动假设, 认为非定常气动力在时间上为线性, 同 Volterra/ROM 相比, 计算效率相对要低, 描述非线性的能力也相对较弱。为此 Attar 等^[100] 研究了能描述一定非线性的 ARMA 降阶模型。为了进一步提高建模效率, Raveh^[101] 采用 Gaussian 噪声模型作为输入并应用不同滤波技术来求得非定常气动力的 ARMA 模型和状态空间模型。Kim 等^[102-103] 则对每一个结构模态同时采用阶梯状阶跃响应作为输入信号, 然后从系统响应中辨识出每个模态的响应。

3.3 代理模型

随着 ROM 技术研究和应用的深入发展, 各种代理模型技术也开始用于对非定常流场降阶模型构建, 典型的有神经网络和各种响应面技术。Marques^[104] 运用多层人工神经网络辨识了跨音速翼型的非定常气动力; Pesonen 等^[105] 运用神经网络预测了机翼的静气弹变形; Johnsonand 等^[106] 发展了一种预测极限环的动态神经网络方法, 计算精度较静态神经网络相比有所提高; Voitcu 等^[107] 利用二层前馈 ANN 网络成功预测了翼型 LCO 现象; Lai 等^[108] 利用非线性神经网络建立流体耦合系统响应的降阶模型, 预测了 AGARD445.6 机翼的颤振; 王博斌等^[109] 采用输入反馈 ANN 网络建立了 NACA64a010 翼型的非定常气动力模型。

在响应面 ROM 方面, Trizila 等^[110-111] 针对扑翼飞行器大变形运动下的非线性非定常气动力, 基于面心立方设计和拉丁超方采样试验设计技术, 利用 Kriging 方法、RBF 神经网络、权重平均代理模型和全局灵敏度分析等建立了各种非线性气动力的代理降阶模型, 获得了良好的预测结果。Bryan 和 Liu 等^[112-113] 基于 Kriging 代理模型发展了计及非定常时间历程效应的非线性流场降阶模型建模方法, 并用于二维翼型非线性气动力预测, 可用于描述旋转机翼非定常流场。Patrick 等^[114] 对各种代理模型方法建立的非定常流场 ROM 精度进行了比较, 用于支持气动弹性飞行试验设计仿真。

3.4 小结

基于系统辨识的 ROM 仅需利用非定常 CFD 程序求解给定状态下流场的输入输出特性来构造, 无需对程序进行大的改动, 所以比较方便工程人员使用。因此从建模方法、求解器开发到应用都有了较深入和系统的研究, 在理论和方法体系上都已经成熟。但是随着应用领域不断拓宽, 基于系

统辨识的 ROM 方法因其简单而遇到了固有的困难。Volterra/ROM 在模拟较强非线性的气动弹性现象时会遇到模型维数灾难的问题，如何继续提高建模效率是其当前主要任务；而 ARMA/ROM 是线性系统辨识模型，存在难以对强非线性特性进行建模的理论限制，且需要反复调制输入信号来确定激励特征频率范围；以神经网络等为代表的响应面模型则难以建立传递函数或是状态空间模型，并容易出现过学习或欠学习的困难，限制了其应用范围。因此系统辨识 ROM 一般只用于小变形的情况，对大变形如非线性极限环的预测通常显得无能为力。更为重要的是基于系统辨识的 ROM 只能反映流场非定常气动力的输入输出特性，无法反映流场内部信息，难以用于高精度流动控制或气动外形反设计。

4 基于流场特征结构的降阶模型研究进展

4.1 POD/ROM

4.1.1 POD 理论

POD 方法，有时也称为 K-L 变换^[115]，利用 n 维空间中的一组数据集合 $\{x^k\}$ （称之为快照，snapshot）来寻找一个 $m(m \ll n)$ 维正交子空间 Ψ ，使得 $\{x^k\}$ 到 Ψ 的映射误差最小，即

$$\begin{aligned} G = \min_{\Phi} & \sum_{k=1}^m \|x^k - \Phi \Phi^H x^k\| = \\ & \sum_{k=1}^m \|x^k - \Psi \Psi^H x^k\|, \Phi^H \Phi = I \end{aligned} \quad (2)$$

式(2)的最小值问题可以转化为如下的一个最大值问题

$$\begin{aligned} \Psi = \max_{\Phi} & \sum_{k=1}^m \frac{\langle (x^k, \Phi)^2 \rangle}{\|\Phi\|^2} = \\ & \sum_{k=1}^m \frac{\langle (x^k, \Psi)^2 \rangle}{\|\Psi\|^2}, \Phi^H \Phi = I \end{aligned} \quad (3)$$

其中： $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 表示内积； $\langle \cdot \rangle$ 为平均操作符，如果快照是由数值仿真得到的，那么该符号可以从式(3)中去掉。对于式(3)这个有约束优化问题，可以通过标准优化技术得到如下拉格朗日方程

$$J(\Phi) = \sum_{k=1}^m (x^k, \Phi)^2 - \lambda (\|\Phi\| - 1) \quad (4)$$

式中 λ 为拉格朗日乘子。将目标函数 $J(\Phi)$ 对 Φ 求偏导数得

$$\frac{d}{d\Phi} J(\Phi) = 2\mathbf{X}\mathbf{X}^H\Phi - 2\lambda\Phi \quad (5)$$

其中矩阵 $\mathbf{X} = \{x^1, x^2, \dots, x^m\}$ ，它是快照点的集合，称为快照矩阵。令方程(5)为零，就能得到式(3)的最优解

$$(\mathbf{X}\mathbf{X}^H - \lambda I)\Psi = \mathbf{0} \quad (6)$$

式(6)是一个实对称矩阵特征值问题。由于 \mathbf{X} 是一个 $n \times m$ 阶的大型矩阵，那么 POD 核 $\mathbf{R} = \mathbf{X}\mathbf{X}^H$ 为 $n \times n$ 的矩阵，求解这样一个大型矩阵的特征值和特征向量在计算上会遇到许多困难。由于矩阵 \mathbf{R} 的秩 $\text{rank}(R) = m$ ，式(6)可以简化为一个 m 维的特征值问题进行求解

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^H \mathbf{X} \mathbf{V} &= \mathbf{V} \Lambda \\ \Psi &= \mathbf{X} \mathbf{V} \Lambda^{-1/2} \end{aligned} \quad (7)$$

矩阵 Ψ 中的每一个列向量 ψ_i 都对应于一个实特征 λ_i 。 λ_i 表征的物理意义是向量 ψ_i 对快照矩阵的贡献，它的值越大表明 ψ_i 的贡献越大。于是将特征值 λ_i 从大到小排列， $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_m$ 。取前 r 个特征值和它对应的特征矩阵 Ψ_r 来代替 Ψ ，把满阶向量 $x^{n \times 1}$ 映射到 Ψ_r 上就能使模型的阶数降低

$$x^{n \times 1} = \Psi_r \xi^{r \times 1} \quad (8)$$

4.1.2 动力学线性化 POD 降阶模型

基于有限体积离散的无量纲化非定常欧拉或 N-S 方程可以写为

$$\frac{dA(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}) \mathbf{w}}{dt} + \mathbf{R}(\mathbf{w}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}) = \mathbf{0} \quad (9)$$

$\mathbf{w} = [\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho E]$ 是流场变量， \mathbf{R} 控制体数值通量， A 是控制体体积， \mathbf{u} 网格位移， $\dot{\mathbf{u}}$ 是网格速度。在指定参考状态下，可以得到稳态解 $(\mathbf{w}_0, \mathbf{u}_0, \dot{\mathbf{u}}_0)$ 。为了求取 POD 正交基，需将非线性系统式(9)进行动力学线性化。将式(9)进行泰勒级数展开并保留一阶项得到全阶动力学线性化方程^[116]

$$A_0 \mathbf{w}_{,t} + H \mathbf{w} + (E + C) \mathbf{u} + G \mathbf{v} = \mathbf{0} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{w}} (w_0, u_0, v_0), \quad \mathbf{G} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{u}} (w_0, u_0, v_0), \\ \mathbf{E} &= \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{u}} w_0, \quad \mathbf{C} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{v}} (w_0, u_0, v_0) \end{aligned}$$

线性化的流体动力学模型(10)可以写成一个线性系统状态空间方程的形式

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{w}} &= \mathbf{Aw} + \mathbf{By} \\ \mathbf{F} &= \mathbf{Pw}\end{aligned}\quad (11)$$

其中, $\mathbf{A} = -\mathbf{A}_0^{-1}\mathbf{H}$, $\mathbf{B} = -\mathbf{A}_0^{-1}(\mathbf{E} + \mathbf{CG})$, $\mathbf{y} = [\mathbf{v} \ \mathbf{u}]^T$. POD 快照可以由方程(11)求时域和频域响应得到. 设 CFD 系统快照矩阵为 W , 由于 W 为实矩阵, 则 POD 核为 $\mathbf{R} = \mathbf{WW}^T$. 采用前面描述的方法求得一个 r ($r << n$) 维的正交子空间 Ψ_r 作为流场的模态. 那么将方程(11)通过 Galerkin 投影法投影到正交基 Ψ_r 上便得到了流体系统的降阶模型

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{w}}_r &= \Psi_r^T \mathbf{A} \Psi_r \mathbf{w}_r + \Psi_r^T \mathbf{y} \\ \mathbf{F} &= \mathbf{P} \Psi_r \mathbf{w}_r\end{aligned}\quad (12)$$

4.1.3 研究进展

POD 方法很早就被用于从湍流测量数据重构流场结构, 但是在广泛用于非定常流场降阶模型之前, 人们做了大量的探索工作. Hall 和 Dowell 等 [117-122] 提出了利用流场特征结构模态建立 ROM 的想法, 并基于势流方程和欧拉方程通过求解矩阵特征值发展了特征模态 ROM 建模方法, 成功用于模拟翼型、叶轮机械叶片的非定常流场. 该方法尽管在分析三维问题时会遇到求解大型矩阵特征值的困难, 计算效率下降, 但却为基于流场特征结构 ROM 构建方法指明了一条道路. Hall 和 Dowell 的早期工作使人们认识到流体也可以像固体利用结构模态描述一样通过流场特征模态进行描述, 对如今非定常流场 ROM 研究蓬勃发展的局面具有启蒙作用.

此后的研究主要围绕如何提高寻求流场特征模态和提高 POD/ROM 构造效率展开. 1996 年, Romanowski^[123] 将 K-L 变换引入非定常流场降阶模型构建. 他基于时域欧拉方程, 以 NACA0012 翼型为例, 利用 K-L 变换寻找经验模态作为流场特征结构, 第一次将 POD 方法用于气动弹性降阶模型的构造, 获得了极大的成功. 为了进一步提高 ROM 建模效率, Kim^[124] 提出了频域 K-L 变换方法. Hall 等^[125-126] 很快也发展了基于频域 POD/ROM 建模方法, 大大提高了 POD 基的求解效率. 其后 Thomas 等^[127] 将该方法推广到三维跨音速流场建模, 并以 Agard 445.6 机翼为例展示了 POD/ROM 的良好性能. 至此, POD/ROM 建模理

论框架基本形成, 人们开始将 POD/ROM 广泛应用于非线性流固耦合系统分析. Beran 和 Dowell 等将 POD/ROM 用于分析机翼颤振特性^[128-129] 和结构非线性导致的极限环预测^[130-132]; Fahart^[9] 和 Lai 等^[133] 将 POD/ROM 用于全机颤振特性分析; Badcock 等^[134] 将其用于各种翼型、机翼和全机的颤振边界分析.

除了不断寻求更高效率的 POD 基求解算法, 如何利用 POD 基来对欧拉或 N-S 方程进行降阶也是提高 POD/ROM 性能的关键之一, 特别是在构造非线性 POD/ROM 时更是如此. Lucia 和 Beran^[135] 研究了 Galerkin 投影法和直接投影法对流场主控方程降阶的方法, 得到和 POD 基阶数相同的常微分方程, 该方法适合线性和非线性 POD/ROM 的构造. Lucia 等^[136] 采用基于区域分解的 POD 方法来提高 POD/ROM 描述含激波振荡流场时的鲁棒性. 当前前沿研究是如何结合投影法和 POD 基的构成来进一步提高构造 POD/ROM 的计算效率和鲁棒性^[137-139].

国内学者在 POD/ROM 方面的研究较系统辨识 ROM 相对较晚, 但进展很快. 陈刚等^[140] 将平衡截断方法应用于传统时域 POD/ROM, 使得时域 POD/ROM 取得了和频域 POD/ROM 相近的性能, 并提出了基于 POD/ROM 的气动弹性主动控制律设计方法^[141-142]; 杨超等^[143] 提出一种 POD-observer 的非定常流场 ROM 混合建模方法, 并应用于翼型非定常气动力预测; 姚伟刚等^[144] 将 POD 方法用于翼型和 Agard 445.6 机翼颤振特性预测; 赵松原等^[47] 将 POD/ROM 作为非定常气动力的代理模型用于翼型设计; Fu Song 等^[145] 结合直接数值模拟将 POD 方法用于分析超音速平板混合流; Ding Peng 等^[146] 基于 POD 模型发展了一种不可压流动与传热问题的快速计算方法.

4.2 高阶谐波平衡模型

4.2.1 HB/ROM

在 POD/ROM 提出并迅速发展起来后, 人们对 ROM 的期望值越来越高, 应用领域越来越广. 但是从非线性系统建模方法的数学理论来看, 广泛流行的 POD/ROM 是整体动力学线性化模型, 描述具有大扰动的非定常流场效果并不好. 例如 POD/ROM 难以捕捉激波振荡诱导的非线性极限环. 由于动力学线性化 POD 降阶模型方法采用泰勒级数一阶展开, 属于全局动力学线性化处理方法, 比较适合于系统扰动离平衡状态不远的情况.

对于极限环周期振荡等扰动相对较大的非线性动力学行为, 需要发展能捕捉更多非线性信息的方法.

谐波平衡 (harmonic balance, HB) 方法就是一种能够捕捉系统更多的非线性信息的当地动力学线性化方法, 很自然人们想到采用 HB/POD 方法建立 ROM 来预测气动非线性导致的极限环. Thomas 和 Dowell^[147] 首先将基于欧拉方程的 HB 求解器和线性结构模型耦合, 成功预测了 NACA64A01A 翼型气弹系统的 LCO 问题; 随后研究了考虑黏性作用构建的 HB/POD 模型预测 NLR7301 翼型跨音速流动中的 LCO 现象^[148]; 进一步发展了基于非线性频域 HB 求解器构建了能预测 F-16 机翼 LCO 的降阶模型, 与飞行试验数据取得了较为一致的结果^[149-150].

4.2.2 HOHB

为了更精确模拟气动强非线性和提高 ROM 稳定性, 当前 HB/ROM 的发展方向是高阶化. 高阶谐波平衡方法 (high-order harmonic balance, HOHB) 是近些年发展起来的能有效模拟强非线性动力学特性的一种当地线性化方法^[151], 可直接模拟出系统周期性非线性振荡现象, 而无需耗费巨大的非定常迭代. 其核心思想是对系统状态变量采用傅里叶级数展开, 将非定常系统变换为一系列与时-频导数算子相关的定常问题求解.

考虑自由非线性动力学系统^[151]

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t, \mathbf{w}) \quad (13)$$

其中, $\mathbf{x}(t)$ 是 $m \times 1$ 阶系统状态向量, t 是时间, \mathbf{w} 是 $p \times 1$ 阶系统参数, \mathbf{f} 是 $m \times 1$ 阶非线性函数. HOHB 方法的目标是利用傅里叶级数逼近系统的强迫或自激振荡周期响应. 将系统响应用傅里叶级数表示为

$$\mathbf{x} = \mathbf{X}_0 + \sum_{k=1}^N (X_{k1} \sin k\omega t + X_{k2} \cos k\omega t) \quad (14)$$

式中, ω 是系统响应基频, X_0, X_{k1}, X_{k2} 为待求系数, N 是傅里叶级数的阶数. 若 $N = 1$ 则是传统一阶 HB 方法; $N > 1$ 则是高阶 HB 方法. 将式 (14)

代入式 (13) 并作整理可以得到

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^N (k\omega X_{k1} \sin k\omega t - k\omega X_{k2} \cos k\omega t) = \\ F_0 + \sum_{k=1}^N (k\omega F_{k1} \sin k\omega t + k\omega F_{k2} \cos k\omega t) \end{aligned} \quad (15)$$

其中 F_0, F_{k1}, F_{k2} 是 $\omega, w, X_0, X_{k1}, X_{k2}$ 的函数, 其值在 $2N + 1$ 个频率点可直接求解, 即

$$\begin{aligned} F_0 &= \frac{1}{2N+1} \sum_{r=0}^{2N} f(x_r) \\ F_{k1} &= \frac{2}{2N+1} \sum_{r=0}^{2N} f(x_r) \sin k\omega t_r \\ F_{k2} &= \frac{2}{2N+1} \sum_{r=0}^{2N} f(x_r) \cos k\omega t_r \\ t_r &= 0, 2\pi/\omega(2N+1), \dots, 4\pi N/\omega(2N+1) \end{aligned} \quad (16)$$

为了使等式 (16) 恒成立, 可得如下 $m(2N+1)$ 个非线性代数方程

$$\begin{aligned} F_0 &= 0 \\ k\omega X_{k2} + F_{k1} &= 0 \\ -k\omega X_{k1} + F_{k2} &= 0 \\ k &= 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (17)$$

改写为

$$g(X_0, X_{k1}, X_{k2}, \omega, w) = 0 \quad (18)$$

方程 (18) 的解向量为 $\mathbf{a} = (X_0, X_{k1}, X_{k2}, \omega)$, 通过 Newton-Raphson 或其改进算法可迭代求解. 将不同频率下的 a 代入式 (14) 即可获得非线性系统的响应或降阶模型所需的系统快照.

上面是在频域内求解非线性系统响应的方法, 计算效率相对较低. 为了进一步提高计算效率, Cameron 等^[152] 基于离散系统的快速傅里叶变换提出了一种在时域进行求解的交替时-频域方法 (alternating frequency and time domain method, AFT). 后来, Hall 等^[153-154] 提出了特别适合非定常流场和非线性气动力模拟的类似的时间域求解 HDHB (high-dimensional harmonic balance) 方法. Gopinath 等^[155] 进一步改进了 Hall 的 HDHB 方法, 提出了一种称为 TSM (time spectral method) 的更适合并行计算的方法. 利用上述 HOHB 方法求出系统响应获得系统快照后, 就可以采用前述 POD 方法构造非线性系统降阶模型了.

在具体应用方面, Liu 等 [156-157] 发展了一种 HDHB 方法, 分析了高阶谐波项对翼型模拟和 Duffing 振子的影响. Dimitriadis 发展了时域高阶 HB 降阶技术, 更精确预测了 BAH 机翼的 LCO 问题 [158], 进一步提出了模拟气动弹性系统 HOHB 方法的理论框架并应用于 GTA 飞机 [40]. Bruno 等 [159] 提出了一种基于 HB 和数值延拓相结合的 HOHB 方法. Woodgate 和 Badcock^[160] 的研究则进一步揭示在物面有激波振荡时, 为了精确模拟当地压力非定常效应, 更多高阶谐波是必需的. 当前高阶 HB/ROM 的有效性已经得到了证实, 并正被作为几种著名 CFD 程序例如 Overflow 2^[161], PUMA^[135] 和 ELSA^[162] 的 ROM 求解器进行开发.

4.3 非线性动力学模型

与完全基于数据驱动或系统辨识 ROM 方法不同, 基于流场特征结构的 ROM 期望能描述更多的非线性特性. 各种非线性动力学方法也被用于非线性气动弹性响应快速分析, 包括 Hopf 分岔^[163]、包元映射^[164]、中心流型^[165]、数值延拓^[166] 等. 但是如何基于非线性动力学分析方法来建立 ROM 进行系统非线性响应的快速预测目前却还很少见. Woodgate 和 Badcock^[167] 发展了一种基于分叉理论的非定常流场降阶模型, 以二维翼型为例, 利用中心流型方法求解系统 Jacobian 矩阵的特征谱来预测系统稳定性和动态响应. 目前已应用于预测三维机翼与全机系统气动非线性诱导的 LCO^[168-169]. 进一步的发展将用于具有大变形运动、大攻角失速等气动强非线性下的非定常流场建模与气动弹性响应分析.

4.4 小结

基于流场特征模态的 ROM 方法需要将原始的全阶 CFD 系统映射到流场特征模态或正交模态基 (reduced-order basis, ROB) 上来得到系统的降阶模型, 因此能较好模拟流场运动细节和较强的非线性. 既可以用于流固耦合系统分析, 也可以直接进行流动预测与控制. 因此, POD/ROM 及其各种改进模型潜在的应用范围更广, 成为当前最受关注和最有前途的降阶模型方法. 当然, 由于基于流场特征结构的 ROM 理论相对而言比较复杂, 程序实现也远比系统辨识 ROM 困难, 需要对 CFD/CSD 耦合数值模拟求解器比较熟悉, 目前在应用中的普及程度远不及系统辨识 ROM. 限于非线性系统降阶模型数学理论的不完善, 当前还有

很多理论工作特别是计算效率和非线性效应模拟需要进一步研究.

5 降阶模型技术发展趋势与展望

5.1 多学科设计对降阶模型提出挑战

由于 ROM 技术提供了比原系统自由度低得多的降阶模型, 使得 ROM 能够得到计算机近乎实时的处理, 同时 ROM 拥有足够的精度, ROM 自然被寄予厚望来进行与流场相关的多学科优化与设计. 然而不幸的是目前几乎所有 ROM 方法, 包括系统辨识方法和特征模态方法都是数据驱动的经验模型, 模型的精度强烈依赖构建 ROM 时流场的状态, 例如, 雷诺数、初始条件和边界条件, 对流场参数变化非常敏感, 缺乏足够的鲁棒性. 当参数发生哪怕是微小变化时 ROM 的精度就会大大降低, 不满足 ROM 在气动弹性设计与控制等多学科领域设计与仿真应用中的要求.

前面曾提到 ROM 以其高精度和高效率在气动弹性领域的颤振分析^[34,36-37,138,143]、极限环预测^[82,133,148-149]、阵风响应^[99,101] 和颤振主动控制^[86,90,142] 等方面得到了广泛的应用. 但是仔细分析这些文献不难发现, 这些应用都不存在流动参数变化或模型摄动; 或者即使存在也没有考虑. 对流动主动控制^[170-171] 的研究往往针对的是二维不可压流进行, 参数变化范围非常小, ROM 对参数变化的敏感性远远小于跨音速流场时的情况. 气动外形优化^[47,172] 目前主要是针对单点研究居多, 对于多点优化或不确定性优化则流场参数变化对 ROM 的影响不可忽略^[173]. Dowell 虽然提出了虚拟颤振飞行试验仿真的概念, 但却是利用频域 POD/ROM 直接对飞行轨迹上所取关键点集的极限环进行离线计算而得到颤振飞行试验性能的评价^[174], 还不是真正意义上近实时的在线飞行仿真^[9,175].

当然, 可以针对每一个工况构造一个 ROM, 但这并不能解决设计中 ROM 的鲁棒性问题. 而且, 尽管 ROM 使用效率很高, 但重新构造 ROM 本身的花费却也并不低, 仍然无法满足近实时仿真与分析的需求. 构造 ROM 和使用 ROM 运行时间的巨大差异自然使人有这样的想法: 如果系统参数变化时, 尽量不要重新生成或尽量少生成 ROM, 或是尽量充分利用原有的 ROM 进行 ROM 快速重构, 就能够较好的解决上述应用遇到的问题. 尽量

不要重新生成或少生成 ROM 意味尽量提高 ROM 的鲁棒性; 而尽量充分利用原有的 ROM 进行新参数下的 ROM 快速重构意味着赋予 POD/ROM 一定的自适应性。因此, 我们认为自适应鲁棒降阶模型是下一代 ROM 的重要发展方向, 是 ROM 技术在非线性气动弹性系统分析与设计中需要着重解决的关键问题。

5.2 自适应降阶模型研究现状

由于传统 POD/ROM 的出现也不过是近 10 年的事情, 而且对它在无流场参数变化系统中的应用仍然是当前计算气动弹性力学的研究热点, 因此很少有人关注 ROM 对流场参数变化敏感的问题。从目前能查到的文献来看, 最早关注这个问题的可能是美国 Syracuse 大学的 Glauser 教授。他在研究微型飞行器时为了对风洞实验在不同马赫数和不同迎角下得到的流场数据利用 POD 方法进行建模, 以便预测柔性机翼在任意飞行状态下的表面流场, 于 2004 年提出了 GPOD 方法^[176]。其主要思想是将参数空间多个点, 如多个马赫数和迎角下的流场解都包括在内构成一个更大的 snapshot 矩阵, 然后再生成 POD 基。该方法在极低马赫数 $0.04 \sim 0.05$ 和 $0^\circ \sim 20^\circ$ 攻角之间变化获得了较好的效果。但是目前框架内的 GPOD 方法有两个主要的缺点。一是 snapshot 假定为非线性定常流场的线性扰动, 因此难以包括不同定常条件下的非线性流场解, 会导致 snapshot 矩阵的不一致性。二是包括不同参数空间的 snapshot 矩阵会大大降低 POD 基的收敛性, 从而会导致 POD 基对任何一个马赫数都不是最优的。此外, 如果飞行包线范围比较大, 会导致巨大的 snapshot 矩阵从而难以求解其特征值。这样 GPOD 在非线性相当严重的跨音速区就失效了。

由于 ROM 是高阶系统在 ROB 上的投影, 如果能够通过预先计算的一些参数下的 ROB 通过插值来快速得到变化后新参数下的 ROB, 那么该参数下的 ROM 也就得到了。显然对 ROB 进行插值是很自然和很有吸引力的想法。沿着这个方向, 斯坦福大学的 Lieu 和 Farhat 等^[177] 在 2005 年提出基于拉格朗日插值 ROB 直接插值法。该方法在非线性不严重的低马赫数下效果尚可, 但由于该方法容易破坏 ROB 的正交性, 在跨音速区效果很不理想。随后 Lieu 和 Farhat 等又提出了子空间插值法^[178], 与直接对 ROB 按照流场参数进行拉格朗日插值不同, 该方法以两个 ROB 的子空间角为

马赫数和迎角等模型参数的度量进行基向量插值。由于该方法能够较好地保留 ROB 的正交性质, 因此在跨音速区域获得了比较好的效果。但是美中不足的是该方法是一种低阶插值方法, 在推广到两个以上的 ROB 基时遇到了困难。这样当两个参数相距较远时 ROM 的精度较差; 而当参数相距很近时计算效率又很低。显然同时采用多个 ROB 进行插值能够获得精度更高和鲁棒性更好的 ROM, 这也是 Farhat 研究小组当前正在做的工作^[9,179]。基于 Farhat 的鲁棒 POD/ROM, 陈刚等发展了气动弹性系统的 LPV 模型, 能够自动设计不同飞行状态下的自适应主动控制律^[180], 为近实时虚拟颤振飞行试验仿真提供了算法基础。

定常流场数据对 ROM 的性能有很大影响。尽管通过 ROB 插值能够很快重构出新参数下的 ROB, 但是将全阶 CFD 方程采用 Galerkin 方法向 ROB 构成的正交空间投影形成 ROM 的时候, 还是需要新参数下的定常流场数据。Farhat 教授的插值 POD 方法没有特别对参数变化情况下定常流场进行处理, 而是直接计算要待插值参数下的定常流场数据。这样做最大的问题是失去了 ROB 插值所能带来的近实时在线处理的能力, 用于可以预知插值参数点的离线仿真任务还可以。对于主动流动控制或多点设计优化或是虚拟颤振飞行仿真这类插值点不确知的在线近实时仿真任务, 还需进一步研究生成 ROM 时所需定常流场数据的自动处理方法。因此, 插值 POD/ROM 的自适应性还有待提高。波兰的 Marek 教授和德国柏林工大、美国西北大学的合作者组成研究小组^[181] 在研究流动主动控制中为了建立流体系统的被控模型提出了一种称之为连续模态插值的 ROB 更新方法。尽管这种方法只报道了不可压流的结果, 也只能在两个 ROB 间进行插值, 是否适合于描述跨音速流动还没有明确结论, 但他们考虑了 ROB 插值中定常流场影响, 提出了通用平均流场的概念来处理 ROB 插值过程中定常流场的变化。

5.3 鲁棒降阶模型研究现状

POD/ROM 或其他类似构造的先验 ROM 在整个参数空间内缺乏鲁棒性, 其主要原因之一是用于构造 ROM 的采样数据只覆盖了状态空间中非常小的区域, 甚至仅仅只是一个点。因此, 在构造 ROM 的状态点邻域上 POD 基可以获得很高的精度, 但是该基却不能在参数空间较大范围获得高精度的解空间。此外, 定常流场是来流马赫数和

迎角的函数, 因此 POD 基对这两个参数的变化也很敏感。当迎角和马赫数偏离 ROM 构造点状态邻域时, 自然不能期望传统的 POD/ROM 构造方法能够很好逼近非线性非定常流场特征。

与 Glauser 的思路不同, 不是直接从快照矩阵的使用入手, 而是从快照的生成入手, Dowell 所在的研究小组^[182]通过对流动控制方程的动力学线性化方法进行了修正, 通过保留了高阶的非线性项使得快照对流动参数在一定范围内具有鲁棒性, 从而发展了一种非线性 HB/ROM。针对翼型气动弹性系统仿真结果表明这种方法能够模拟结构大变形下的气动弹性响应, 也具有一定的参数鲁棒性, 这是传统 POD/ROM 所不具备的能力。不过该方法计算量也很大, 目前还正在发展中。Bergmann 等^[183]通过直接将压力项加入 POD/ROM, 将直接数值模拟与 ROM 相结合, 提高了 ROM 对雷诺数变化的鲁棒性。Mathelin 等^[184]针对流动主动控制问题, 将控制视为流场的随机干扰, 在概率空间求取二维流动速度场的 POD 基, 得到了对来流条件鲁棒的 ROM。

美国 Sandia 国家实验室的 Eldred 将 CA (combined approximation) 方法引入到 POD/ROM 建模中^[173], 将 ROB 利用 CA 方法展开, 并对灵敏度分析做了初步探讨。该方法对设计优化和参数不确定性分析具有较好的效果, 可以看成是一种鲁棒的 POD/ROM。不过该方法主要针对定常流场建模, 是否适合非定常流动建模还需要进一步探讨。而美国弗吉利亚理工的 Borggaard 教授及其合作者从数学角度对二维流体力学方程的灵敏度分析方法做了理论探讨^[185-186], 为利用灵敏度分析来提高 POD/ROM 的鲁棒性奠定了理论基础, 并将其成功应用于二维流动主动控制^[187]。

Badcock 等^[167-169]基于流型分析的降阶模型通过直接求解系统 Jacobian 矩阵得到流场模态, 而不是利用流场响应数据建立 POD 基, 能够预测结构大变形情况下的流场结构和 LCO, 也是一种典型的鲁棒降阶模型。陈刚基于流动方程的二阶 Taylor 展开发展了一种高阶非线性 POD/ROM, 能够有效模拟结构大变形诱导的 LCO^[188], 为非线性气动弹性控制提供了状态空间模型, 并将其用于翼型 LCO 的主动控制^[189], 避免了基于线性 ROM 模型设计的控制律需要经过 CFD/CSD 求解器验证的不足^[90]。

5.4 应用前景展望

对于流动控制、颤振主动控制和阵风减缓这类具有在一定范围内变化的不确定性参数的应用来说, 鲁棒 ROM 能够提供性能良好的非定常流场低阶被控对象模型, 而且还能反映系统在一定范围内的不确定性。而自适应 ROM 的快速重构技术将使得数据驱动的颤振近实时仿真成为可能。基于 ROM 数据驱动的颤振飞行试验虚拟仿真将为危险的颤振飞行试验提供一个性能良好的飞行试验方案设计和安全性评估的基于物理模型的高可信度工具^[9,177]。在此基础上, 将气动弹性 ROM 与飞行控制模型相结合, 计算量更大的气动伺服弹性近实时仿真也能成为可能, 从而为气动弹性主动控制系统设计/主动控制与飞行控制系统一体化设计提供一个强有力的性能评价和仿真工具。这些都是下一代先进多功能飞行器设计所梦寐以求的工具, 也正是 NASA 和美国空军之所以对 ROM 研究进行持续不断资助的重要原因。

6 结语

非定常流场降阶模型为多学科仿真与分析提供了强有力的工具。尽管 ROM 已经在很多领域展现出现优良性能, 但是现有降阶模型方法还远不能满足众多工程领域的应用需求, 其内容还远未完善。未来一段时间, 还需要发展更多保精度、保性能和保效率的高性能大规模复杂非线性系统的降阶模型方法。非定常流场降阶模型需要重点开展以下几个方面的研究: (1) 对非线性系统降阶模型理论进行深入系统的研究, 为建立性能更为优良的非定常流场降阶模型奠定理论基础; (2) 对于系统辨识模型, 需要进一步提高其非线性描述能力和计算效率; (3) 对于流场特征结构模型, 需要发展自适应性和鲁棒性的 ROM 构造方法, 并通过并行化来提高计算效率; (4) 发展基于 ROM 的流动主动控制和气动伺服弹性分析与设计方法; (5) 发展基于 ROM 的近实时弹性飞行器虚拟飞行仿真方法。

参 考 文 献

- Dowell E H, Hall K C. Modeling of fluid-structure interaction. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2001, 33: 445-490
- Badcock K J, Timme S, Marques S, et al. Transonic aeroelastic simulation for instability searches and uncertainty analysis. *Progress in Aerospace Sciences* 2011, 47: 392-423

- 3 安效民, 徐敏, 陈士橹. 多场耦合求解非线性气动弹性的研究综述. 力学进展, 2009, 39(3): 284-298
- 4 杨国伟. 计算气动弹性若干研究进展. 力学进展, 2009, 39(4): 406-420
- 5 Dowell E H. Some recent advances in nonlinear aeroelasticity: fluid-structure interaction in the 21st century. AIAA 2010-3137, 2010
- 6 Dowell E H. Eigenmode analysis in unsteady aerodynamics: reduced order models. *AIAA Journal*, 1996, 34(8): 1578-1583
- 7 Silva W A . Identification of linear and nonlinear aerodynamic impulse responses using digital filter techniques. AIAA 1997-3712, 1997
- 8 Lucia D J, Beran P S, Silva W A. Reduced-order modeling: new approaches for computational physics. *Progress in Aerospace Sciences*, 2004, 40(1-2): 51-117
- 9 Amsallem D, Julien C, Farhat C. Towards real-time computational fluid dynamics based aeroelastic computations using a database of reduced-order information. *AIAA Journal*, 2010, 48(9): 2029-2037
- 10 蒋耀林. 模型降阶方法. 北京: 科学出版社, 2010
- 11 Antoulas A C. Approximation of large-scale dynamical systems. Philadelphia: SIAM, 2005
- 12 Schilders W H A, van der Vorst H A, Rommes J. Model Reduction: Theory, Research Aspects and Applications. Berlin: Springer, 2008
- 13 Freund R W. Krylov-subspace methods for reduced-order modeling in circuit simulation. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2000, 123(1-2): 395-421
- 14 Gugercin S, Antoulas A C, Beattie C A. H₂ model reduction for large-scale linear dynamical Systems. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 2008, 30(2): 609-638
- 15 Gugercin S. An iterative SVD-Krylov based method for model reduction of large-scale dynamical systems. *Linear Algebra and Its Applications*, 2008, 428(8-9): 1964-1968
- 16 Silveira L M, Kamn M, Felfadel I. A coordinate-transformed Arnoldi algorithm for generating guaranteed stable reduced-order models of RLC circuits. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1999, 169(3): 975-993
- 17 Gallivan K, Grimme E, van Dooren P. A rational Lanczos algorithm for model reduction. *Numerical Algorithms*, 1996, 12(1): 33-63
- 18 Feldmann P, Freund R W. Efficient linear circuit analysis by Padé approximation via the Lanczos process. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 1995, 14(5): 639-649
- 19 Lin Y L, Bao L, Wei YM. Model-order reduction of large-scale kth-order linear dynamical system via a kth-order Arnoldi method. *International Journal of Computer Mathematics*, 2010, 87(2): 435-453
- 20 Salimbahrami B, Lohmann B. Order reduction of large scale second-order systems using Krylov subspace methods. *Linear Algebra and its Applications*, 2006, 415(2-3): 385-405
- 21 Moore B C. Principal component analysis in linear systems: controllability, observability and model reduction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1981, 26(1): 17-32
- 22 Gugercin S, Antoulas A C. A survey of model reduction by balanced truncation and some new results. *International Journal of Control*, 2004, 77(8): 748-766
- 23 Wang G, Sreeram V, Liu W Q. A new frequency-weighted balanced truncation method and an error bound. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, 44(9): 1734-1737
- 24 Willcox K E, Peraire J. Balanced model reduction via proper orthogonal decomposition. *AIAA Journal*, 2002, 40(11): 2323-2330
- 25 Knockaert L, De Zutter D. Stable Laguerre-SVD reduced-order modeling. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 2003, 50(4): 576-579
- 26 Achar R, Nakhla M S. Simulation of high-speed interconnects. *Proceedings of the IEEE*, 2001, 89(5): 693-728
- 27 Chen Y, Balakrishnan V, Koh C K, et al. Model reduction in the time-domain using laguerre polynomials and Krylov methods. In: Proceedings of the Conference on Design, Automation and Test in Europe, 2002. 931-935
- 28 Rowley C W. Model reduction for fluids using balanced proper orthogonal decomposition. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2005, 15(3): 997-1103
- 29 Kunisch K, Volkwein S. Galerkin proper orthogonal decomposition methods for a general equation in fluid dynamics. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 2002, 40(2): 492-515
- 30 Homescu C, Petzold L R, Serban R. Error estimation for reduced-order models of discrete-time systems. *SIAM Review*, 2007, 49(2): 277-299
- 31 Rewienski M J, White J. Model order reduction for nonlinear dynamics system based on trajectory piecewise-linear approximations. *Linear Algebra and Its Applications*, 2006, 415(2-3): 426-454
- 32 Dong N, Roychowdhury J. Piecewise polynomial nonlinear model reduction. In: Proceedings of The 40th Design Automation Conference, 2003
- 33 Bond B N, Daniel L. A piecewise-linear moment-matching approach to parameterized model-order reduction for highly nonlinear systems. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design*, 2007, 26(12): 2116-2119
- 34 Gupta K K, Voelker L S. CFD-based aeroelastic analysis of the X-43 hypersonic flight vehicle. AIAA 2001-071, 2001
- 35 Silva W A, Bartels R E. Development of reduced-order models for aeroelastic analysis and flutter prediction using the CFL3Dv6.0 code. *Journal of Fluids and Structures*, 2004, 19(6): 729-745
- 36 张伟伟, 叶正寅. 基于非定常气动力辨识技术的气动弹性数值模拟. 航空学报, 2006, 27(4): 579-583
- 37 Liu D D , Wang Z , Yang S . Nonlinear aeroelastic analysis using ROM/ROM methodology: membrane-on-wedge with attached shock. Presented at the Bifurcation and Model Reduction Techniques for Large Multi-Disciplinary Systems Meeting at the University of Liverpool, 26-27 June, 2008
- 38 Thomas J P, Dowell E H, Hall K C. Modeling viscous transonic limit cycle oscillation behavior using a harmonic balance approach. *Journal of Aircraft*, 2004, 41(6): 1266-1274
- 39 Hu G, Dowell E H. Physics-based identification, modeling and management infrastructure for aeroelastic limit-cycle oscillations. US Air Force Annual Structural Dynamics Conference, Arlington, VA, June, 2008
- 40 Raveh D E. CFD-based models of aerodynamics gust response. *AIAA Journal*, 2007, 44(3): 888-897
- 41 杨国伟, 王济康. CFD 结合降阶模型预测阵风响应. 力学学报, 2008, 40(2): 145-153
- 42 陈刚. 非定常气动力降阶模型及其应用研究: [硕士论文]. 西安: 西北工业大学, 2004

- 43 Zhang W W, Ye Z Y. Control law design for transonic aeroservoelasticity. *Aerospace Science and Technoloy*, 2007, 11(2-3): 136-145
- 44 Choi H, Jeon W P, Kim J. Control of flow over a bluff body. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2008, 40: 113-139
- 45 Caraballo E, Little J, Debiasi M, et al. Reduced order model for feedback control of cavity flow- the effects of control input separation. In Proceedings of the 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV, 2007
- 46 Robinson T D , Willcox K E , Eldred M S . Multifidelity optimization for variable-complexity design. In: Proceedings of the 11th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, Portsmouth, VA, September 6-8, 2006
- 47 赵松原, 黄明格. 模拟退火算法和 POD 降阶模态计算在翼型反设计中的应用. 空气动力学学报, 2007, 25(2): 236-240
- 48 Thomas J P, Dowell E H, Hall K C. Virtual aeroelastic flight testing for the F-16 fighter with stores. U.S. Air Force T&E Days, 13-15 February 2007, Destin, Florida
- 49 Hu P, Bodson M, Brenner M. Towards real-time simulation of aeroservoelastic dynamics for a flight vehicle from subsonic to hypersonic regime. Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit, Honolulu, Hawaii, 18-21, August, 2008
- 50 Volterra V. Theory of Functionnal and of Integral And Itegro-differential Equtions. New York: Dover Publications, 1959
- 51 Wiener N. Response of a nonlinear device to noise. MIT Technical Report 129, 1942
- 52 Wiener N. Nonlinear Problems in Random Theory. Cambridge: MIT Press, 1958
- 53 Stalford H, Baumann, et al. Accurate modeling of nonlinear systems using volterra series summodels. American Control Conference, Minneapolis, MN, June, 1987
- 54 Tromp J C, Jenkins. A volterra kernel identification scheme applied to aerodynamic reactions. AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, 1990
- 55 Rodriguez E A. Linear and nonlinear discrete-time state-space modeling of dynamic systems for control applications. [Dissertation]. West Lafayette: Purdue University, 1993
- 56 Silva W A. Application of nonlinear systems theory to transonic unsteady aerodynamic responses. *Journal of Aircraft*, 1993, 30(5): 660-668
- 57 Silva W. A Discrete-time Linear and Nonlinear Aerodynamic Impulse Responses for Efficient CFD Analyses. Williamsburg: College of William & Mary, 1997
- 58 Silva W A. Reduced-order models based on linear and nonlinear aerodynamic impulse responses. CEAS/AIAA/ICASE/NASA International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, June, 1999
- 59 Marzocca P, Librescu L, Silva Walter A. Volterra series approach for nonlinear aeroelastic response of 2-D lifting surfaces. AIAA 2001-1459, 2001
- 60 Silva W A, Bartels R E. Development of reduced-order models for aeroelastic analysis and flutter prediction using the CFL3Dv6.0 code. *Journal of Fluids and Structures*, 2004, 19(6): 729-745
- 61 Raveh D E, Mavris D N. Reduced-order models based on CFD impulse and step responses. AIAA 2001-1527, 2001
- 62 Raveh D E. Identification of computational-fluid-dynamic based unsteady aerodynamic models for aeroelastic analysis. *Journal of Aircraft*, 2004, 41(3): 620-632
- 63 Raveh D E. Computational-fluid-dynamics-based aeroelastic analysis and structural design optimization-a researchers perspective. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg*, 2005, 194(30-33): 3453-3471
- 64 Silva W A, Piatak D J, Scott R C. Identification of experimental unsteady aerodynamic impulse responses. 44th AIAA/ASME/ASCE/AHS Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, 2003
- 65 Silva W A, Hong M S, Bartels R E, et al. Identification of computational and experimental reduced-order models. International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, Amsterdam, the Netherlands, June 4-6, 2003
- 66 Silva W A, Raveh D E. Development of aerodynamic/aeroelastic state-space models from CFD-based pulse responses. AIAA 2001-1213, 2001
- 67 Piergiovanni M, Silva W A, Liviu L. Open/closed-loop nonlinear aeroelasticity for airfoils via volterra series approach. 43rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, Denver, Colorado, 22-25 April, 2002
- 68 Silva W A, Bartels R E. Development of reduced-order models for aeroelastic analysis and flutter prediction using the CFL3Dv6.0 code. *Journal of Fluids and Structures*, 2004, 19(4): 729-745
- 69 Silva W A. Identification of nonlinear aeroelastic systems based on the volterra theory: progress and opportunities. *Journal of Nonlinear Dynamics*, 2005, 39(1-2): 25-62
- 70 Marzocca P, Librescu L, Silva W A. Flutter, post flutter, and control of a supersonic wing section. *J Guidance Control Dyn*, 2002, 25(5): 962-70
- 71 Marzocca P, Librescu L, Silva W A. Aeroelastic response of nonlinear wing sections using a functional series technique. *AIAA Journal*, 2002, 40(5): 813-824
- 72 Marzocca P, Librescu L, Silva W A. Aeroelastic response and flutter of swept aircraft wings. *AIAA Journal*, 2002, 40(5): 801-812
- 73 Prazenica R J, Reisenthel P H, Kurdila A J. Volterra kernel identification and extrapolation for the F/A-18 active aeroelastic wing. AIAA 2004-1939, 2004
- 74 Munteanu S, Rajadas J, Nam C. An efficient approach for solving nonlinear aeroelastic phenomenon using reduced-order modeling. AIAA 2004-2037, 2004
- 75 Munteanu S, Rajadas J, Nam C. A volterra kernel reduced-order model approach for nonlinear aeroelastic analysis. AIAA 2005-1854, 2005
- 76 Silva W A. Recent enhancements to the development of CFD-based aeroelastic reduced order models. AIAA 2007-2051, 2007
- 77 Silva W A. Simultaneous excitation of multiple-input multiple-output CFD-based unsteady aerodynamic systems. *Journal of Aircraft*, 2008, 45(4): 1267-1274
- 78 Silva W A, Vatsa V N, Biedron R T. Development of unsteady aerodynamic and aeroelastic reduced-order models using the Fun3d code. 2009 International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, Seattle, USA, June, 2009
- 79 Milanese A, Marzocca P. Volterra kernels identification using continuous time impulses applied to nonlinear aeroelastic problems. In: The 50th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, Palm Springs, CA, 4-7 May, 2009
- 80 Balajewicz M. Reduced order modeling of transonic flutter and limit cycle oscillations using the pruned volterra series. 51st AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures,

- Structural Dynamics, and Materials Conference, Orlando, Florida, 12-15 April, 2010
- 81 Balajewicz M, Nitzsche F, Feszty D. On the application of multi-input volterra theory to nonlinear multi-degree-of-freedom aerodynamic systems. *AIAA Journal*, 2009, 48(1): 56-62
- 82 Balajewicz M, Nitzsche F, Feszty D. Reduced order modeling of nonlinear transonic aerodynamic using a pruned volterra series. In: 50th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, Palm Springs, California, May, 2009
- 83 Balajewicz M, Nitzsche F, Feszty D. Application of multi-input volterra theory to nonlinear multi-degree-of-freedom aerodynamic systems. *AIAA Journal*, 2010, 48(1): 56-62
- 84 陈刚, 徐敏, 陈士橹. 基于 Volterra 级数的非定常气动力降阶模型. 宇航学报, 2004, 25(5): 492-496
- 85 陈刚, 徐敏, 陈士橹. 非定常气动力低阶模型及其在气动伺服弹性建模中的应用. 空军工程大学学报(自然科学版), 2004, 5(5): 1-4
- 86 徐敏, 陈刚, 陈士橹, 等. 基于非定常气动力低阶模型的气动弹性主动控制律设计. 西北工业大学学报, 2004, 22(6): 748-752
- 87 徐敏, 李勇, 曾宪昂, 等. 基于 Volterra 级数的非定常气动力降阶模型. 强度与环境, 2007, 34(5): 22-28
- 88 姚伟刚, 徐敏. 基于 Volterra 级数降阶模型的气动弹性分析. 宇航学报, 2008, 29(6): 1711-1716
- 89 张子健, 徐敏, 陈士橹, 等. 基于气动力辨识的 ASE 模型降阶研究. 力学学报, 2009, 41(5): 641-650
- 90 Chen G, Li Y M, Yan G R. Active control system design based on reduced order model. 2009 AISA-PACIFIC Syposium on Aerospace, Jifu Japan, Nov. 4-6, 2009
- 91 Chen G, Li Y M, Yan G R. Active control stability/augmentation system design based on reduced order model. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2010, 23: 637-644
- 92 吴志刚, 杨超. 基于 Volterra 级数的跨音速非定常气动力建模. 北京航天航天大学学报, 2006, 32(4): 373-376
- 93 刘晓燕, 杨超, 吴志刚. 适用于气动弹性的气动力自适应辨识方法. 工程力学, 2010, 27(12): 201-205
- 94 刘晓燕, 杨超, 吴志刚. 适用于气动弹性的小波非定常气动力降阶方法. 航空学报, 2010, 31(6): 1149-1155
- 95 Cowan T J, Andrew S A, Kajal K. Accelerating CFD-based aeroelastic predictions using system identification. 36th AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit, No. 2001-0712, Boston, MA, Aug. AIAA 1998-4152. 1998. 85-93
- 96 Cowan T J, Arena Jr A S, Gupta K K. Development of a discrete-time aerodynamic model for CFD-based aeroelastic analysis. AIAA 1999-0765, 1999
- 97 Rodrigues E A. Linear/nonlinear behavior of the typical section immersed in subsonic flow. In: Proceedings of the 42nd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit, No. 2001-1584, Seattle, WA, April, AIAA 2001-1584, 2001
- 98 Torii H, Yuii M. Flutter margin evaluation for discrete-time systems. *Journal of Aircraft*, 2001, 38(1): 42-47
- 99 张伟伟, 叶正寅, 杨青, 等. 基于 ROM 技术的阵风响应分析方法. 力学学报, 2008, 40(5): 593-598
- 100 Attar P J, Dowell E H, White J R, et al. Reduced order nonlinear system identification methodology. *AIAA Journal*, 2006, 40(8): 1895-1904
- 101 Raveh D E. Identification of computational-fluid-dynamic based unsteady aerodynamic models for aeroelastic analysis. *Journal of Aircraft*, 2004, 41(3): 620-632
- 102 Kim T. Efficient reduced-order system identification for linear systems with multiple inputs. *AIAA Journal*, 2005, 43(7): 1455-1464
- 103 Kim T, Hong M, Bhatia K G, et al. Aeroelastic model reduction for affordable computational fluid dynamics-based flutter analysis. *AIAA Journal*, 2005, 43(12): 2487-2495
- 104 Marques F D. Identification and prediction of unsteady transonic aerodynamic loads by multi-layer functions. *Journal of Fluids and Structures*, 2001, 15: 83-106
- 105 Pesonen U J, Agarwal R K. Artificial neural network prediction of aircraft aeroelastic behavior. AIAA 2002-0947, 2002
- 106 Johnsonand M R, Denegri C M. Comparison of static and dynamic artificial neural networks for limit cycle oscillation prediction. *Journal of Aircraft*, 2003, 40(1): 194-203
- 107 Voitcu O, Wong Y S. An improved neural network model for nonlinear aeroelastic analysis. In: Proceedings of the 14th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, Norfolk, USA, AIAA 2003-1493, 2003
- 108 Lai K L, Won K S, Koh E P C. Flutter simulation and prediction with CFD-based reduced-order model. AIAA 2006-2026, 2006
- 109 王博斌, 张伟伟, 叶正寅. 基于神经网络模型的动态非线气动力辨识方法. 航空学报, 2010, 31(7): 1379-1388
- 110 Trizila P C, Kang C, Visbal M R, et al. Unsteady fluid physics and surrogate modeling of low reynolds number, flapping airfoils. 38th Fluid Dynamics Conference and Exhibit, Seattle, Washington, June 23-26, AIAA 2008-3821, 2008
- 111 Trizila P C, Kang C, Visbal M R, et al. A surrogate model approach in 2D versus 3D flapping wing aerodynamic analysis. In: 12th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, Victoria, British Columbia Canada, 10-12 September, AIAA 2008-5914, 2008
- 112 Liu L, Friedmann P P, Padthe A K. An approximate unsteady aerodynamic model for flapped airfoils including improved drag predictions. In: Proceedings of the 34th European Rotorcraft Forum, Liverpool, UK, Sept, 2008
- 113 Glaz B, Liu L, Friedmann P P. Reduced-order nonlinear unsteady aerodynamic modeling using a surrogate-based recurrence framework. *AIAA Journal*, 2010, 48(10): 2418-2429
- 114 Hu P, Qu K, Xue L P, et al. Efficient aeroelastic model updating in support of aircraft flight testing. AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, Chicago, Illinois, Aug. 10-13, AIAA 2009-5713, 2009
- 115 Karhunen K. Zur spektral theorie stochastischer prozesse. *Ann. Acad. Sci. Fennicae. Ser. A*, 1946, 37(1): 34
- 116 Lesoinne M, Sarkis M, Hetmaniuk U, et al. A linearized method for the frequency analysis of three-dimensional fluid/structure interaction problems in all flow regimes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2001, 190(24-25): 3121-3146
- 117 Hall K C. Eigenanalysis of unsteady flows about airfoils, cascades and wings. *AIAA Journal*, 1994, 32(12): 2426-2432
- 118 Romanowski M C, Dowell E H. Using eigenmodes from an efficient Euler based unsteady aerodynamics analysis. ASME Int Mech Eng Congress and Exposition, Chicago, IL, Nov, 1994
- 119 Hall K C, Florea R, Lanzkron P J. Reduced order model of unsteady flows in turbomachinery. *Journal of Turbomachinery*, 1995, 117(3): 375-383

- 120 Romanowski M C, Dowell E H. Reduced order Euler equations for unsteady aerodynamic flows: numerical techniques. AIAA paper, 1996-0528, 1996
- 121 Dowell E H, Hall K C, Romanowski M C. Eigenmode analysis in unsteady aerodynamics: reduced order models. *Applied Mechanics Review*, 1997, 50(6): 371-386
- 122 Hall K C, Florea R. Eigenmode analysis of unsteady flows about airfoils. *Journal of Computational Physics*, 1998, 147(2): 568-593
- 123 Romanowski M C. Reduced order unsteady aerodynamic and aeroelastic models using Karhunen-Loeve eigenmodes. AIAA paper, 1996-3981, 1996
- 124 Kim T. Frequency-domain Karhunen-Loeve method and its application to linear dynamic systems. *AIAA Journal*, 1998, 36(11): 2117-2123
- 125 Hall K C, Thomas J P, Dowell E H. Reduced order modelling of unsteady small-disturbance flows using a frequency-domain proper orthogonal decomposition technique. AIAA 1999-0655, 1999
- 126 Hall K C, Thomas J P, Dowell E H. Proper orthogonal decomposition technique for transonic unsteady aerodynamic flows. *AIAA Journal*, 2000, 38(10): 1853-1862
- 127 Thomas J P, Dowell E H, Hall K C. Three-dimensional transonic aeroelasticity using proper orthogonal decomposition based reduced order models. *Journal of Aircraft*, 2003, 40(3): 544-551
- 128 Pettit C L, Beran P S. Reduced-order modeling for flutter prediction. AIAA 2000-1446-CP, 2000
- 129 Beran P S, Pettit C L. Prediction of nonlinear panel response using proper orthogonal decomposition. In: 42nd AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, Bellvue, WA, April, 2001
- 130 Beran P S, Lucia D J, Pettit C L. Reduced order modeling of limit-cycle oscillation for aeroelastic systems. IMECE 2002-32954, 2002 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, New Orleans, LA, November 17-22, 2002
- 131 Lucia D J, Beran P S, King P I. Reduced order modeling of an elastic panel in transonic flow. *J Aircr*, 2003, 40(2): 338-347
- 132 Dowell E H, Thomas J P, Hall K C. Transonic limit cycle oscillation analysis using reduced order modal aerodynamic models. *Journal of Fluids and Structures*, 2004, 19(1): 17-27
- 133 Lai K L, Tsai H M. Reduced-order based flutter analysis for complex aeroelastic systems. AIAA 2008-6240, 2008
- 134 Henshaw M J, Badcock K J, Vio G A. Non-linear aeroelastic prediction for aircraft applications. *Progress in Aerospace Sciences*, 2007, 43(4-6): 65-137
- 135 Lucia D J, Beran P S. Projection methods for reduced order models of compressible flows. *J Comput Phys*, 2003, 188(1): 252-280
- 136 Lucia D J, King P I, Beran P S. Reduced order modeling of a two dimensional flow with moving shocks. *Comput Fluids*, 2003, 32(7): 917-938
- 137 Rapun M L, Vega J M. Reduced order models based on local POD plus Galerkin projection. *Journal of Computational Physics*, 2010, 229(8): 3046-3063
- 138 Alonso D, Velazquez A, Vega J M. A method to generate computationally efficient reduced order models. *Comput Methods Appl Mech Engrg*, 2009, 198(33-36): 2683-2691
- 139 P G A Cizmas, B R Richardson, T A Brenner. Acceleration techniques for reduced-order models based on proper orthogonal decomposition. *J. Comput. Physics*, 2008, 227(16): 7791-7812
- 140 陈刚, 李跃明, 闫桂荣. 基于 POD 降阶模型的气动弹性快速预测方法研究. 宇航学报, 2009, 30(5): 1765-1769
- 141 陈刚, 李跃明, 闫桂荣. 基于降阶模型的气动弹性主动控制律设计. 航空学报, 2010, 31(1): 12-18
- 142 Chen G, Li Y M. Design of active control law for aeroelastic system based on proper orthogonal decomposition reduced order model. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2010, 31(1): 12-18
- 143 Yang C, Liu X Y, Wu Z G. Unsteady aerodynamic modeling based on POD-observer method. *Sci China Tech Sci*, 2010, 53(8): 2032-2037
- 144 姚伟刚, 徐敏, 叶茂. 基于特征正交分解的非定常气动力建模技术. 力学学报, 2010, 42(4): 637-644
- 145 Yang Q, Fu S. Analysis of flow structures in supersonic plane mixing layers using the POD method. *Sci China Ser G-Phys Mech Astron*, 2008, 51(5): 541-558
- 146 Ding P, Wu X H, He Y L, et al. A fast and efficient method for predicting fluid flow and heat transfer problems. *ASME Journal of Heat Transfer*, 2008, 130(3): 1-17
- 147 Thomas J P, Dowell E H, Hall K C. Nonlinear inviscid aerodynamic effects on transonic divergence, flutter and limit cycle oscillations. *AIAA Journal*, 2002, 40(4): 638-646
- 148 Thomas J P, Dowell E H, Hall K C. Modeling viscous transonic limit cycle oscillation behavior using a harmonic balance approach. *Journal of Aircraft*, 2004, 41(6): 1266-1274
- 149 Thomas J P, Dowell E H, Hall K C. Modeling limit cycle oscillation behavior of the F-16 fighter using a harmonic balance approach. In: 45th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference; Palm Springs, CA, Apr, 19-22, 2004
- 150 Schwarz J B, Dowell E H, Thomas J P. Improved flutter boundary prediction for an isolated two degree of freedom airfoil. *Journal of Aircraft*, 2009, 46(6): 2069-2076
- 151 Dimitriadis G. Continuation of higher-order harmonic balance solutions for nonlinear aeroelastic systems. *Journal of aircraft*, 2008, 45(2): 523-537
- 152 Cameron T M, Griffin J H. An alternating frequency/time domain method for calculating the steady-state response of nonlinear dynamic systems. *Journal of Applied Mechanics*, 1989, 56(1): 149-153
- 153 Hall K C, Thomas J P, Clark W S. Computation of unsteady nonlinear flows in cascades using a harmonic balance technique. *AIAA Journal*, 2002, 40(5): 879-886
- 154 Hall K C, Thomas J P, Ekici K, et al. Frequency domain techniques for complex and nonlinear flows in turbomachinery. AIAA 2003-3998, 2003
- 155 Gopinath A, Jameson A. Time spectral method for periodic unsteady computations over two- and three-dimensional bodies. AIAA 43rd Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno Nevada, January 10-13, AIAA 2005-1220, 2005
- 156 Liu L, Dowell E H. The secondary bifurcation of an aeroelastic airfoil motion: effect of higher harmonics. *Nonlinear Dynamics*, 2004, 37(1): 31-49
- 157 Liu L, Thomas J P, Dowell E H, et al. A comparison of classical and high dimensional harmonic balance approaches for a duffing oscillator. *Journal of Computational Physics*, 2006, 215(1): 298-320
- 158 Dimitriadis G, Vio G A, Cooper J E. Application of

- higher-order harmonic balance to non-linear aeroelastic system. AIAA paper 2006-2023, 2006
- 159 Cochelin B, Vergez C. A high order purely frequency-based harmonic balance formulation for continuation of periodic solutions. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 324(1-2): 243-262
- 160 Woodgate M A, Badcock K J. Implicit harmonic balance solver for transonic flow with forced motions. *AIAA Journal*, 2009, 47(4): 893-901
- 161 Custer C H, Thomas J P, Dowell E H, et al. A nonlinear harmonic balance method for the CFD code OVERFLOW 2. International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, Paper 2009-050, Seattle, Washington, June, 2009
- 162 Blanc F, Roux F X, Jouhaud J C. Harmonic-balance-based code-coupling algorithm for aeroelastic systems subjected to forced excitation. *AIAA Journal*, 2010, 48(11): 2472-2481
- 163 Badcock K J, Woodgate M A, Richards B E. Direct aeroelastic bifurcation analysis of a symmetric wing based on the Euler equations. *J Aircr*, 2005, 42(3): 731-737
- 164 Ding Q, Cooper J E, Leung AYT. Application of an improved cell mapping method to bilinear stiffness aeroelastic systems. *J Fluids Struct*, 2005, 20(1): 35-49
- 165 Liu L, Wong Y S, Lee BHK. Application of the centre manifold theory in non-linear aeroelasticity. *J Sound Vibr*, 1999, 234(4): 641-659
- 166 Roberts I, Jones D P, Lieven NAJ. Analysis of piecewise linear aeroelastic systems using numerical continuation. *Proc Inst Mech Eng Part G: J Aerosp Eng*, 2002, 216(1): 1-11
- 167 Woodgate M A, Badcock K J. A reduced order model for damping derived from CFD based aeroelastic simulations. In: 47th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, Newport, Rhode Island, 1-4 May, AIAA 2006-2021, 2006
- 168 Woodgate M A, Badcock K J. Fast prediction of transonic aeroelastic stability and limit cycles. *AIAA Journal*, 2007, 45(6): 1370-1381
- 169 Badcock K J, Woodgate M A. Bifurcation prediction of large-order aeroelastic models. *AIAA Journal*, 2010, 48(6): 1037-1046
- 170 Choi H, Jeon W P, Kim J. Control of flow over a bluff body. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2008, 40: 113-139
- 171 Caraballo E, Little J, Debiasi M, et al. Reduced order model for feedback control of cavity flow- the effects of control input separation. AIAA 2007-1125, 2007
- 172 Robinson T D, Willcox K E, Eldred M S. Multifidelity optimization for variable-complexity design. In: Proceedings of the 11th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, Portsmouth, VA, September 6-8, 2006, AIAA paper, AIAA 2006-7114, 2006
- 173 Weickum M S, Eldred S, Maute K. Multi-point extended reduced order modeling for design optimization and uncertainty analysis. In: 47th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 1-4 May 2006, Newport, Rhode Island, AIAA 2006-2145, 2006
- 174 Thomas J P, Dowell E H, Hall K C. Virtual aeroelastic flight testing for the F-16 fighter with stores. AIAA 2007-1640, 2007
- 175 Hu P, Bodson M, Brenner M. Towards real-time simulation of aeroservoelastic dynamics for a flight vehicle from subsonic to hypersonic regime. AIAA 2008-6375, AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit, Honolulu, Hawaii, Aug. 18-21, 2008
- 176 Schmidt R, Glauser M. Improvements in low dimensional tools for flow-structure interaction problems: using global POD. AIAA 2004-0889, American Physical Society, Division of Fluid Dynamics 56th Annual Meeting, East Rutherford, New Jersey, November 23-25, 2003
- 177 Lieu T, Farhat C, Lesoinne M. POD-based aeroelastic analysis of a complete F-16 configuration: ROM adaptation and demonstration. AIAA 2005-2295, 2005
- 178 Lieu T, Farhat C. Adaptation of aeroelastic reduced-order models and application to an F-16 configuration. *AIAA Journal*, 2007, 45(6): 1244-1257
- 179 Amsallem D, Farhat C. Interpolation method for adapting reduced-order models and application to aeroelasticity. *AIAA Journal*, 2008, 46(7): 1803-1813
- 180 Chen G, Sun J, Zuo Y. Linear parameter varying control for active flutter suppression based on adaptive reduced order model. AIAA SDM, 2011-1773, 2011
- 181 Mark M, Bernd R N, Tombad G. Global flow stability analysis and reduced order modeling for bluff-body flow control. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2007, 45(3): 621-642
- 182 Thomas J P, Dowell E H, Hall K C. Using automatic differentiation to create a nonlinear reduced order model aeroelastic solver. *AIAA Journal*, 2010, 48(1): 19-24
- 183 Bergmann M, Bruneau C H, Iollo A. Enablers for robust POD models. *Journal of Computational Physics*, 2009, 228(2): 516-538
- 184 Mathelin L, Maitre O P L. Robust control of uncertain cylinder wake flows based on robust reduced order models. *Computers & Fluids*, 2009, 38(6): 1168-1182
- 185 Pelletier D, Hay A, Etienne S, et al. The sensitivity equation method in fluid mechanics. *Eur. J. Comput. Mech.*, 2008, 17(1): 31-61
- 186 Alexander H, Mran A, Borggaard J. On the sensitivity analysis of angle-of-attack in a model reduction setting. 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting, Orlando, Florida, USA, AIAA 2010-1473, 2010
- 187 Imran A, Jeff B, Miroslav S. On commutation of reduction and control: linear feedback control of a von K' arm' an street. AIAA 2010-4832, 2010
- 188 Chen G, Li Y M, Yan G R. Nonlinear POD reduced order model for limit cycle oscillation prediction. *Science in China G*, 2010, 53(7): 1325-1332
- 189 Chen G, Li Y M, Yan G R. Limit cycle oscillation prediction and control design method for aeroelastic system based on new nonlinear reduced order model. *International Journal of Computational Method*, 2011, 8(1): 77-90

ADVANCES AND PROSPECTS OF THE REDUCED ORDER MODEL FOR UNSTEADY FLOW AND ITS APPLICATION^{*}

CHEN Gang LI Yueming[†]

State Key Laboratory for Strength and Vibration of Mechanical Structure,
School of Aerospace, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China

Abstract With the development of the large scale numerical simulation, computational fluid dynamics and computational solid mechanics couple simulation becomes the powerful accurate tool in engineering analysis. But the large computation cost postpones its widely application in design. Reduced order model (ROM) for unsteady flow field, with good accuracy, low order and high efficiency, gives an opportunity to CFD/CSD couple simulation in practical design. Based on the description of model reduction theory and method in the view of mathematics, the advances of the reduced order models for unsteady flow field were systematically introduced. The system identification based ROM such as Volterra/ROM, ARMA/ROM, Surrogate ROM, and flow eigen mode based ROM such as POD/ROM, HB/ROM, ND/ROM were reviewed. The advantages and drawbacks were analyzed with the possible direction of their improvements. The trends and prospects of the ROM for unsteady flow field were discussed, with the indication that the next generation ROM will be more robust and adaptive.

Keywords unsteady flow, reduced order model, fluid-structure interaction, nonlinear system

李跃明, 1961 年生, 工学博士, 教授, 博士生导师. 现主要从事流固耦合及结构多场耦合动力学响应等方面的研究工作.



* The project supported by the National Natural Science Foundation of China (91016008, 10902082), the Fundamental Research Funds for the Central Universities (xjj20100126).

† E-mail: liyueming@mail.xjtu.edu.cn