

# 第十七章 光参量放大、参量振荡

## 17.1 参量放大的基本方程

在第十六章讨论了在非线性晶体中的三波相互作用，包括：

倍频 (  $\omega_3 = \omega + \omega$  )

和频 (  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$  )

差频 (  $\omega_2 = \omega_3 - \omega_1$  )

本章讨论三波相互作用的另一种重要过程：

**参量放大：**  $\omega_2 = \omega_3 - \omega_1$

**输入光：** 弱信号光  $\omega_1$  ； 强泵浦光  $\omega_3$  ；

**输出光：** 被放大的信号光  $\omega_1$  ； 空闲光  $\omega_2$  ；

**参量放大与差频过程的区别：**

参量放大与差频过程类似，差别仅在于输入条件（差频过程的输入光  $\omega_1$  和  $\omega_3$  通常为强度相近的泵浦光；参量放大一般是使用单个强泵浦光  $\omega_3$  的激发过程）。

## 参量放大（振荡器）的应用：

参量放大（振荡器）可以提供从可见到红外的可调谐相干辐射（正在取代染料激光器成为波长可调谐激光光源）。

根据(16.6-3)式，在非抽空抽运近似下，取  $A_3(z) = A_3(0)$

耦合波方程可以写成

$$\begin{aligned}\frac{dA_1}{dz} &= -\frac{1}{2}\alpha_1 A_1 - \frac{i}{2}gA_2^* e^{-i(\Delta k)z} \\ \frac{dA_2^*}{dz} &= -\frac{1}{2}\alpha_2 A_2^* + \frac{i}{2}gA_1 e^{i(\Delta k)z}\end{aligned}\quad (17.1-1)$$

式中的  $g$  为参量增益，

$$g = \kappa A_3(0) = d' E_3(0) \sqrt{\left(\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}\right) \frac{\omega_1 \omega_2}{n_1 n_2}} \quad (17.1-2)$$

假定输入光中同时存在信号光  $A_1(0)$  和空闲光  $A_2(0)$ ，及无损耗 ( $\alpha = 0$ ) 情况，(17.1-1)式的解为

$$A_1(z)e^{i(\Delta kz/2)} = A_1(0)\left[\cosh(bz) - \frac{i\Delta k}{2b}\sinh(bz)\right] - \frac{ig}{2b}A_2^*(0)\sinh(bz) \quad (17.1-3)$$

$$A_2^*(z)e^{-i(\Delta kz/2)} = A_2^*(0)\left[\cosh(bz) - \frac{i\Delta k}{2b}\sinh(bz)\right] + \frac{ig}{2b}A_1(0)\sinh(bz) \quad (17.1-4)$$

式中 
$$b = \frac{1}{2}\sqrt{g^2 - (\Delta k)^2} \quad (17.1-5)$$

$$\Delta k = k_3 - k_1 - k_2 \quad (17.1-6)$$

一般情况下，输入仅存在信号光  $A_1(0)$ ，而空闲光  $A_2(0) = 0$  并考虑在相位匹配情况  $\Delta k = 0$ ，则由(17.1-3)和(17.1-4)式可

得，

$$\begin{aligned} A_1(z) &= A_1(0) \cosh\left(\frac{gz}{2}\right) \\ A_2^*(z) &= iA_1(0) \sinh\left(\frac{gz}{2}\right) \end{aligned} \quad (17.1-7)$$

可见信号光  $\omega_1$  和空闲光  $\omega_2$  均随 $z$ 增加而增加，其增加的能量以消耗抽运光  $\omega_3$  的能量为代价。

由(16.6-3)可得

$$-\frac{d}{dz}(A_3 A_3^*) = \frac{d}{dz}(A_1 A_1^*) = \frac{d}{dz}(A_2 A_2^*) \quad (17.1-8)$$

$A_i A_i^*$  与频率为  $\omega_i$  光子流成正比，因此(17.1-8)式表明：  
 信号光  $\omega_1$  每增加一个光子，空闲光  $\omega_2$  也同时增加一个光子，同时  
 伴随着泵浦光  $\omega_3$  损失一个光子。即能量守恒  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$  。

### 数值举例：

考虑行波泵浦抽运的LiNbO3晶体的参量增益。

$$\nu_1 = \nu_2 = 3 \times 10^{14} \text{ 赫兹} \quad (\lambda_1 = \lambda_2 = 1 \text{ 微米})$$

$$\nu_3 = 6 \times 10^{14} \text{ 赫兹} \quad d_{15} \approx 0.5 \times 10^{-22} \text{ MKS}$$

$$n_1 = n_2 \approx 2.2 \quad I_3 = 5 \times 10^6 \text{ 瓦/厘米}^2$$

$$E_3 = 4.13 \times 10^5 \text{ V/m} \quad (\text{利用 } I_\nu = \frac{cn\varepsilon_0 E_0^2}{2} )$$

$$\text{代入(17.1-2)式可得} \quad g = 0.667 \text{ cm}^{-1}$$

## 17.2 参量振荡

三光波在非线性晶体中相互作用  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ ，泵浦光  $\omega_3$  能同时放大信号光  $\omega_1$  和空闲光  $\omega_2$ 。

如果三束光多次通过非线性晶体，则信号光  $\omega_1$  和空闲光  $\omega_2$  可以获得多次放大。

**光参量振荡器：** 如图17.1所示，将非线性晶体置于光学谐振腔（对信号光  $\omega_1$  或空闲光  $\omega_2$  或对两者构成的谐振腔）内，并用强的泵浦光  $\omega_3$  照射，当达到某个阈值泵浦强度时，**参量增益** 能从噪声中建立起信号光  $\omega_1$  和空闲光  $\omega_2$  振荡（类似激光振荡）。

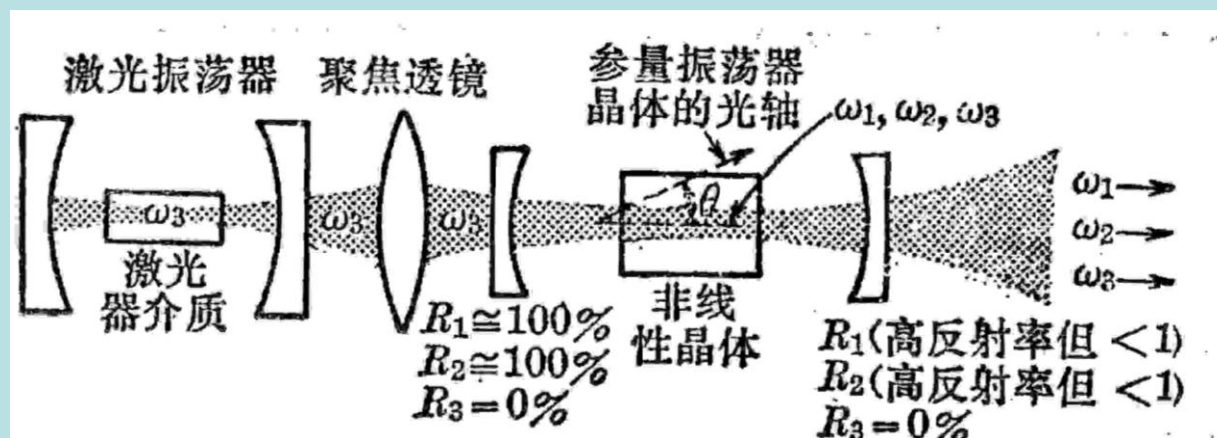


图17.1

## 双共振参量振荡器

双共振参量振荡器：如图17.1所示那样，谐振腔对信号光  $\omega_1$  和空闲光  $\omega_2$  都能获得高Q值。

使用类似第九章讨论激光振荡条件的方法，可以得到关于**阈值增益**，

$$g_t l = 2\sqrt{(1-R_1)(1-R_2)} \quad (17.2-16)$$

根据(17.1-2)式的  $g = d' E_3(0) \sqrt{\left(\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}\right) \frac{\omega_1 \omega_2}{n_1 n_2}}$ ，和

$$I_3 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0 n_3^2}{\mu_0}} E_3^2 \quad (17.2-16) \text{式变为:}$$

$$I_{3t} = 2 \left(\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}\right)^{3/2} \frac{n_1 n_2 n_3 (1-R_1)(1-R_2)}{\omega_1 \omega_2 l^2 d^2} \quad (17.2-17)$$

例如：考虑LiNbO3晶体作参量振荡器的泵浦阈值强度。

$$(1 - R_1) = (1 - R_2) = 2 \times 10^{-2}$$

$$\nu_1 = \nu_2 = 3 \times 10^{14} \text{ 赫兹 } (\lambda_1 = \lambda_2 = 1 \mu m)$$

$$d_{311} = d_{31} = d_{15} \approx 5 \times 10^{-23} \text{ MKS}$$

$$n_1 = n_2 = n_3 = 1.5$$

代入(17.2-17)式可得  $I_{3t} = 5.67 \times 10^3 \text{ 瓦/厘米}^2$

可见，即使是使用连续激光器作为泵浦光也很容易达到该阈值强度。



## 双共振参量振荡器的稳定性

参量振荡器的还需满足频率和位相条件：

$$\begin{aligned}\omega_3 &= \omega_1 + \omega_2 \\ \frac{\omega_1 n_1 l}{c} &= m\pi + \phi_1 / 2 \quad \text{m和s为两个整数。} \\ \frac{\omega_2 n_2 l}{c} &= s\pi + \phi_2 / 2\end{aligned}\tag{17.2-18}$$

由于要同时使信号光  $\omega_1$  和空闲光  $\omega_2$  满足上述频率和位相条件，所以当由于振动或温度漂移等原因使谐振腔腔长发生微小变化时，致使频率  $\omega_1$  和  $\omega_2$  发生较大的跳动。为了提高稳定性，需要精确地控制腔长  $l$ 。

由于振动或温度漂移等原因使谐振腔腔长  $l$  发生微小的变化  $\Delta l$  时,  $\omega_1$  和  $\omega_2$  分别改变  $\Delta\omega_1$  和  $\Delta\omega_2$  (而  $\omega_3$  固定), 使得另一组频率  $\omega_1'$  和  $\omega_2'$  开始满足频率和位相条件 (对新的腔长)。

$$\omega_1' = (m + \Delta m)\pi c / n_1(l + \Delta l)$$

$$\omega_2' = (s + \Delta m)\pi c / n_2(l + \Delta l)$$

$$\omega_1' + \omega_2' = \omega_3$$

于是可得 
$$\Delta m \approx \omega_3 \left( \frac{\Delta l}{l} \right) / \left( \frac{\pi c}{n_1 l} \right) \left( \frac{n_2 - n_1}{n_2} \right)$$

进一步可以得到  $\Delta l$  引起的参量振荡频率移动量为

$$\begin{aligned} \Delta\omega &= \omega_1' - \omega_1 = \omega_2' - \omega_2 = \left[ \frac{n_2}{n_2 - n_1} \omega_3 - \omega_1 \right] \frac{\Delta l}{l} \\ &\approx \frac{n_2}{n_2 - n_1} \omega_3 \frac{\Delta l}{l} \end{aligned}$$

由此可见， $\Delta l / l = 10^{-7}$  的变化仅使腔纵膜频率移动  $10^{-7}$ ，  
确使双共振参量振荡器的输出频率变化达到  $10^{-5} \omega_3 \approx 10^{10}$   
(取  $|n_2 - n_1| / n_2 = 10^{-2}$ )。可见，由于腔长的微小变化，  
双共振参量振荡器的输出频率起伏被放大到纵模间隔  
( $\pi c / nl \approx 10^9$ ) 的数十倍。

### 单共振参量振荡器

如图17.5所示，在单共振振荡器中， $\omega_1$  和  $\omega_2$  频率中仅有一个频率（假如  $\omega_1$  信号光）有高的Q值，而  $\omega_2$  空闲光为低Q值（利用低反射率反射镜或非共线位相匹配）。

对于非共线位相匹配情况，三束光沿不同方向传播，匹配条件

为：
$$\vec{k}_3 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 \quad (17.2-20)$$

$\vec{k}_3$  方向：沿泵浦光入射方向

$\vec{k}_1$  方向：沿谐振腔腔轴

$\vec{k}_2$  量值和方向、 $\vec{k}_1$  的量值会自动调节使得位相匹配条件

( $\vec{k}_3 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2$ ) 和能量守恒条件 ( $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ ) 得到满足。

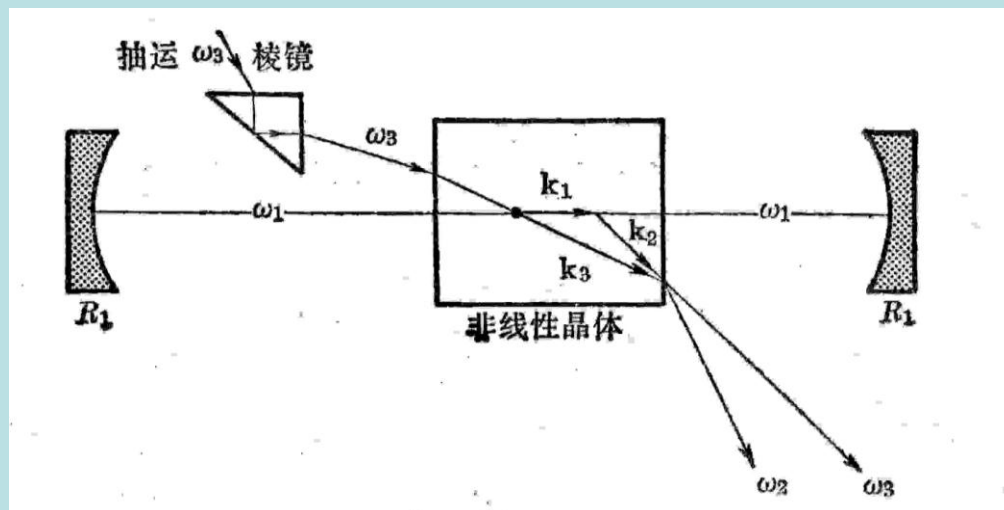


图17.5

由(17.2-12)式可以得到单共振振荡器的位相条件:

$$\varphi_1 - 2k_1l = 2m\pi \quad (17.2-23)$$

和阈值条件:

$$g_t l = \sqrt{8} \sqrt{1 - R_1} \quad (17.2-25)$$

把(17.2-25)式和(17.2-16)式相比较可得

$$\frac{(g_t l)_{\text{single resonant}}}{(g_t l)_{\text{doubly resonant}}} = \frac{2}{(1 - R_2)} \quad (17.2-26)$$

### 单共振振荡器与双共振振荡器的比较:

单共振振荡器: 阈值高, 当  $R_2 = 98\%$  时, 高**100**倍。一般

用脉冲激光作为泵浦光源频率稳定性好。

双共振振荡器: 阈值低, 频率稳定性差。

## 17.3 参量振荡器中的功率输出和抽运饱和

由(17.1-2)式可知,  $g = d' E_3(0) \sqrt{\left(\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}\right) \frac{\omega_1 \omega_2}{n_1 n_2}}$  泵浦光场增

加, 可以使参量增益  $g$  增加。在稳态情况下, 当参量增益  $g$  增加到阈值  $g_t$  后, 泵浦光场的继续增加必然都转换为  $\omega_1$  和  $\omega_2$  光的功率。所以在高于阈值时, 每输入一个泵浦光子可以产生一个信号光子和一个空闲光子:

$$\frac{P_1}{\omega_1} = \frac{P_2}{\omega_2} = \frac{(P_3)_t}{\omega_3} \left[ \frac{P_3}{(P_3)_t} - 1 \right] \quad (17.3-1)$$

当  $P_3 / (P_3)_t \gg 1$  ，即泵浦功率远高于阈值时，参量振荡器能够获得高转换效率。

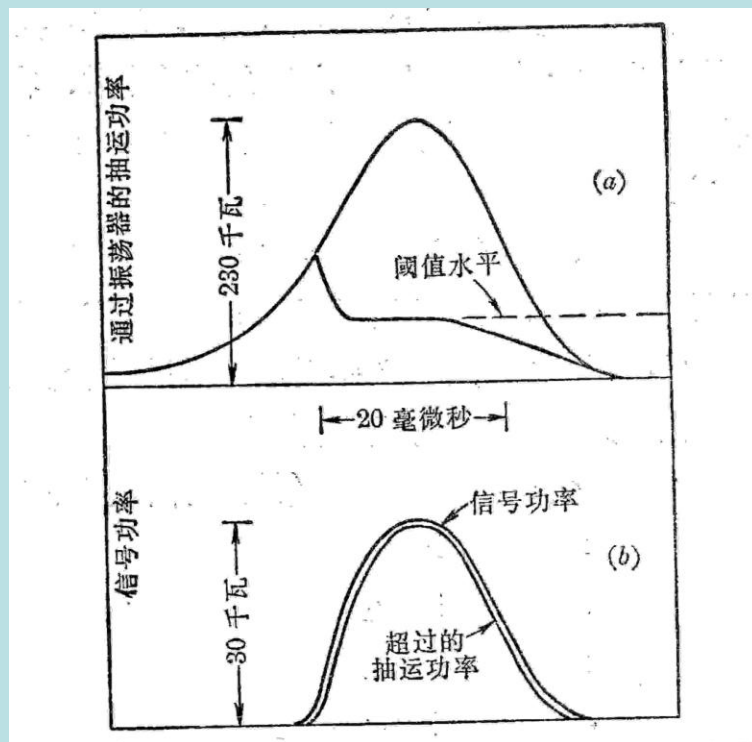


图17.6参量振荡器的抽运和信号功率波形

## 17.4 参量振荡器中的频率调谐

参量振荡器的一个最大优点是能在很宽的频率范围内调谐。

振荡的信号频率  $\omega_1$  和空闲频率  $\omega_2$  必须同时满足：

位相匹配条件：
$$\omega_3 n_3 = \omega_1 n_1 + \omega_2 n_2 \quad (17.4-1)$$

频率条件：
$$\omega_3 = \omega_1 + \omega_2 \quad (17.4-2)$$

晶体的折射率  $n_1, n_2, n_3$  一般来说与晶体的取向、温度、

电场、压力有关。所以可以通过控制这些变量的任何一个来

调谐参量振荡器的输出频率  $\omega_1$  和  $\omega_2$  。



## 频率调谐----角度调谐

选择泵浦光  $\omega_3$ : 非寻常光。

$\omega_1$  和  $\omega_2$  光: 寻常光。

当晶体光轴与谐振腔轴之间的交角为  $\theta_0$  时, 有

$$\omega_3 n_{30}(\theta_0) = \omega_1 n_{10} + \omega_2 n_{20}$$

考虑  $\theta$  由  $\theta_0 \rightarrow \theta_0 + \Delta\theta$ , 则发生下列变化

$$\omega_3 \rightarrow \omega_3 \quad (\text{不变})$$

$$n_{30} \rightarrow n_{30} + \Delta n_3$$

$$n_{10} \rightarrow n_{10} + \Delta n_1$$

$$n_{20} \rightarrow n_{20} + \Delta n_2$$

$$\omega_{10} \rightarrow \omega_{10} + \Delta\omega_1$$

$$\omega_{20} \rightarrow \omega_{20} + \Delta\omega_2$$

$$\Delta\omega_2 = -\Delta\omega_1$$

需要满足(17.4-1)式的位相匹配条件

$$\begin{aligned} & \omega_3 (n_{30} + \Delta n_3) \\ &= (\omega_{10} + \Delta\omega_1)(n_{10} + \Delta n_1) \\ &+ (\omega_{20} - \Delta\omega_1)(n_{20} + \Delta n_2) \end{aligned}$$

忽略二级项  $\Delta n \Delta \omega$  , 并利用(17.4-2)式可得

$$(\Delta\omega_1)_{\theta \approx \theta_0} = \frac{\omega_3 \Delta n_3 - \omega_{10} \Delta n_1 - \omega_{20} \Delta n_2}{n_{01} - n_{20}} \quad (17.4-3)$$

$n_3$ 是  $\theta$ 的函数,  $n_1$ 和  $n_2$ 与频率有关, 而与  $\theta$ 无关。于是有,

$$\Delta n_1 = \left(\frac{\partial n_1}{\partial \omega}\right)_{\omega_{10}} \Delta \omega_1$$
$$\Delta n_2 = \left(\frac{\partial n_2}{\partial \omega}\right)_{\omega_{20}} \Delta \omega_2 \quad (17.4-4)$$

$$\Delta n_3 = \left(\frac{\partial n_3}{\partial \theta}\right)_{\theta_0} \Delta \theta \quad (17.4-5)$$

将上面的关系式代入(17.4-3)式, 可以得到振荡频率相对于晶体取向的改变为:

$$\frac{\partial \omega_1}{\partial \theta} = \frac{\omega_3 \frac{\partial n_3}{\partial \theta}}{(n_{10} - n_{20}) + [\omega_{10} \left(\frac{\partial n_1}{\partial \omega}\right) - \omega_{20} \left(\frac{\partial n_2}{\partial \omega}\right)]} \quad (17.4-6)$$

再利用(5.4-2)式可得

$$\frac{\partial \omega_1}{\partial \theta} = \frac{-\frac{1}{2} \omega_3 n_{30}^3 \left[ \left( \frac{1}{n_e^{\omega_3}} \right)^2 - \left( \frac{1}{n_o^{\omega_3}} \right)^2 \right] \sin(2\theta)}{(n_{10} - n_{20}) + \left( \omega_{10} \frac{\partial n_1}{\partial \omega} - \omega_{20} \frac{\partial n_2}{\partial \omega} \right)} \quad (17.4-7)$$

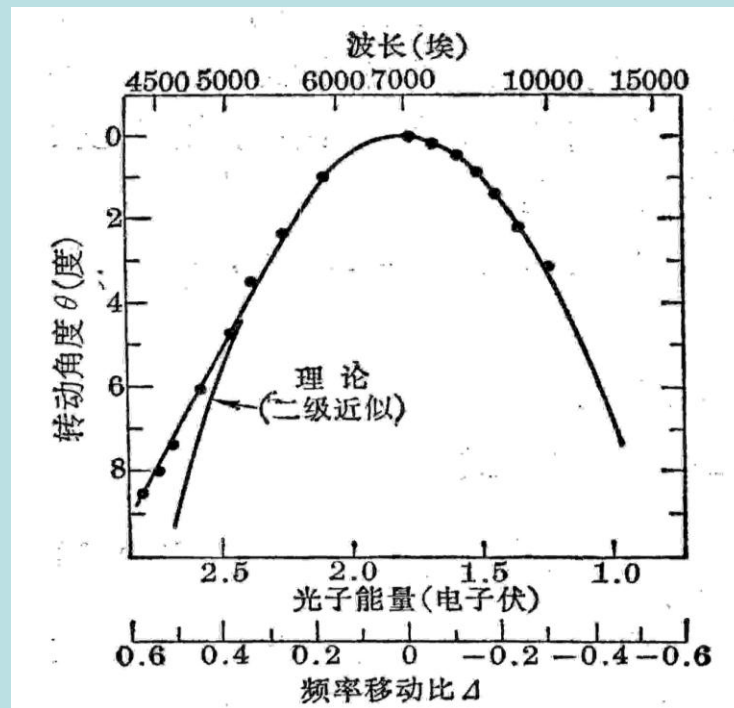


图17.7 ADP晶体信号频率  $\theta$  与  $\omega_1$  的实验关系曲线

## 频率调谐---温度调谐

使用类似的方法可以进行温度调谐，在温度T下有

$$\omega_3 n_3^e(\theta_0) = \omega_1 n_1^o + \omega_2 n_2^o$$

可以得到

$$\Delta\omega = \frac{\omega_3 \left( \frac{\partial n_3^e}{\partial T} - \frac{\partial n_1^o}{\partial T} \right)_{T_0}}{\left[ 2 \left( \frac{\partial n^o}{\partial \omega} \right) - \frac{\omega_3}{2} \left( \frac{\partial^2 n^o}{\partial \omega^2} \right)_{\omega_3/2} \right]^{1/2}} (\Delta T)^{1/2}$$

## 17.4 频率上转换

**频率上转换：** 将低频信号光  $\omega_1$  与频率为  $\omega_2$  的强激光在晶体中进行混频（和频），可以把低频  $\omega_1$  转换成高频  $\omega_3$  光波。

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 \quad (17.6-1)$$

即一个信号光子  $\omega_1$  和一个抽运光子  $\omega_2$  湮灭，同时产生一个频率为  $\omega_3$  的光子。

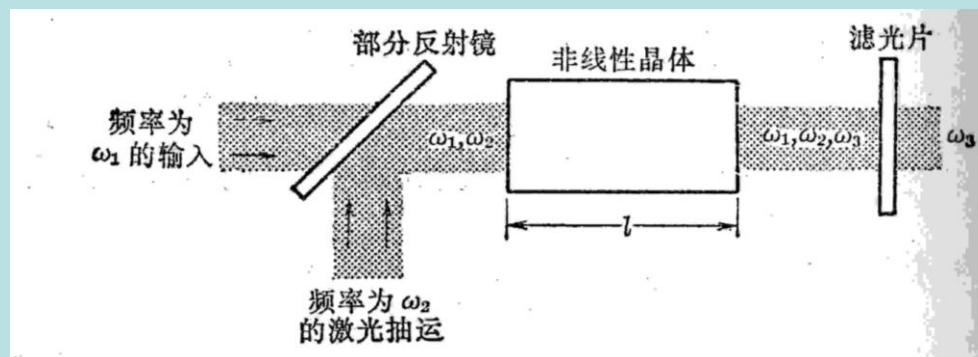


图17.9 频率上转换的实验图

由(16.6-3)式的耦合波方程，并假定抽运光  $\omega_2$  的功率衰减可以忽略，可以推出转换效率为

$$\frac{P_3(l)}{P_1(0)} = \frac{\omega_3}{\omega_1} \sin^2\left(\frac{g}{2}l\right) \quad (17.6-8)$$

其中  $l$  为晶体长度，因子

$$g = d E_2 \sqrt{\left(\frac{\mu_0}{\epsilon_0}\right) \frac{\omega_1 \omega_3}{n_1 n_3}}$$

其中  $d$  和  $E_2$  分别为晶体的非线性系数和抽运光的电场振幅。

考虑低转换效率，(17.6-8)式可以写成，

$$\frac{P_3(l)}{P_1(0)} = \frac{\omega_3^2 l^2 d^2}{2 n_1 n_2 n_3} \left(\frac{\mu_0}{\epsilon_0}\right)^{3/2} \left(\frac{P_2}{A}\right) \quad (17.6-9)$$

其中  $A$  为相互作用区的截面积。

## 参量相互作用概述

以上我们讨论了在非线性晶体中三光波相互作用的和频、差频参量放大，这些过程均需满足：

$$\text{能量守恒 } \Delta\omega = 0 ; \quad \text{动力守恒 } \Delta\vec{k} = 0$$

考虑下列入射条件，

入射光：弱信号光  $\omega_1$ ；强泵浦光  $\omega_2$ 。

产生光： $\omega_3$

◆  $\omega_1 > \omega_2$  情形：

➤ 差频： $\omega_3 = \omega_1 - \omega_2$

$\omega_1$  光子湮灭，同时产生  $\omega_2$  和  $\omega_3$  光子。



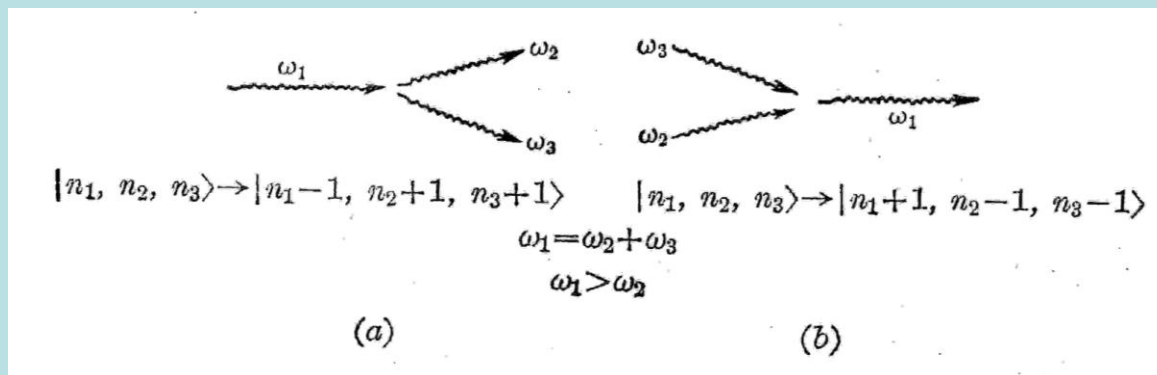


图17.10

►和频:  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$

$\omega_1$  光子和  $\omega_2$  光子湮灭, 同时产生  $\omega_3$  光子。

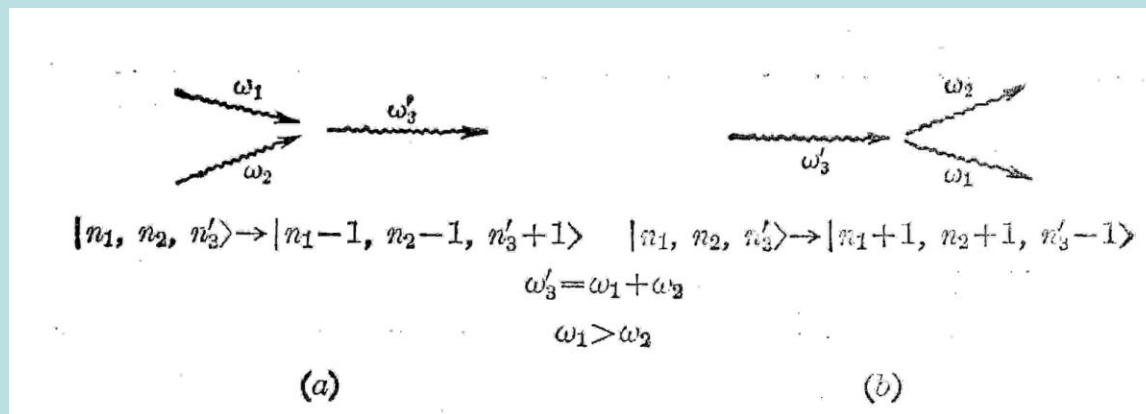


图17.11

上述差频及和频过程输入条件完全一致，究竟发生何种相互作用？由动量守恒（相位匹配条件）决定。

➤若满足下列条件

$$k_1 = k_2 + k_3$$

则发生上面的差频过程。

➤若满足下列条件

$$k_3 = k_1 + k_2$$

则发生上面的和频过程。

**位相匹配条件的物理意义：**当位相匹配条件被满足时，在晶体内各处产生的辐射功率在累积起来会相干加强（否则将相消）。

◆  $\omega_1 < \omega_2$  情形:

➤ 参量放大过程:  $\omega_2 = \omega_1 + \omega_3$

$\omega_2$  光子劈裂为一个  $\omega_1$  光子和一个  $\omega_3$  光子。

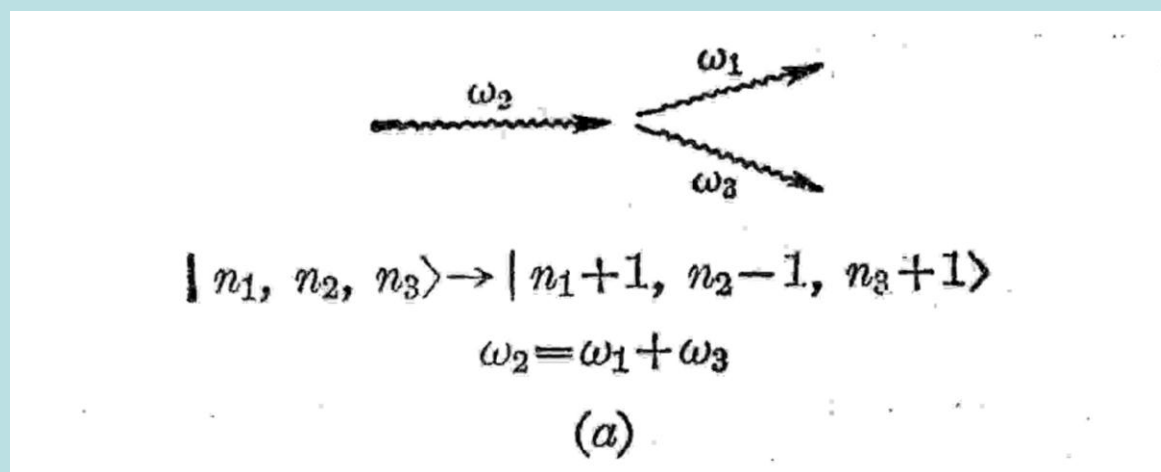


图17.12

➤ 和频过程:

$\omega_1$  光子和  $\omega_2$  光子湮灭, 同时产生  $\omega_3$  光子。(与上面和频过程相同)