



西安交通大学

xi'an jiaotong university

能源与动力工程学院
School of Energy & Power Engineering

<http://epe.xjtu.edu.cn>



气固两相流及其燃烧

西安交通大学能源与动力工程学院

主讲人：周屈兰



5. 颗粒的沉降运动及终端沉降速度

5.1 球形颗粒在静止气流中的自由沉降运动

5.2 颗粒的终端沉降速度

5.3 终端沉降速度的计算

5.4 颗粒形状对终端沉降速度的影响及等降颗粒

5.5 有限空间对终端沉降速度的影响

5.6 重力沉降分离



- 自由沉降：单个颗粒在无限空间中的沉降
- 干扰沉降：颗粒群在有限空间中的沉降



5.1 球形颗粒在静止气流中的自由沉降运动

考虑浮力，并考虑不同的阻力系数表达式

$$\frac{1}{6}\pi d_p^3 \rho_p \frac{du_p}{dt} = -\frac{1}{4}\pi d_p^2 C_d \frac{1}{2}\rho_g (u_g - u_p)^2 + \frac{1}{6}\pi d_p^3 (\rho_p - \rho_g) g_x, \quad \text{由 } u_g=0, g_x=g$$

整理得
$$\frac{du_p}{dt} = -\frac{3}{4} C_d \frac{\rho_g}{\rho_p} \frac{u_p^2}{d_p} + \left(1 - \frac{\rho_g}{\rho_p}\right) g$$

由 $Re = \frac{\rho_g u_p d_p}{\mu}$ 得 $u_p = \frac{Re \mu}{\rho_g d_p}$, $\frac{du_p}{dt} = \frac{\mu}{\rho_g d_p} \frac{dRe}{dt}$, 带入前式, 得

$$\frac{dRe}{dt} = \frac{3}{4} \frac{\mu}{\rho_g d_p^2} \left[\frac{4g\rho_g(\rho_p - \rho_g)}{3\mu^2} d_p^3 - C_d Re^2 \right] = \frac{1}{24\tau_v} (\beta - C_d Re^2) \quad (1)$$

式中 $\beta = \frac{4g\rho_g(\rho_p - \rho_g)}{3\mu^2} d_p^3 = \frac{4}{3} Ar$, 阿基米德准则数



又因为 $\frac{d Re}{dt} = \frac{d Re}{dx} \frac{dx}{dt} = u_p \frac{d Re}{dx} = \frac{Re \mu}{\rho_g d_p} \frac{d Re}{dx}$ ， 带入(1)并整理得

$$\frac{d Re}{dx} = \frac{3 \rho_g}{4 \rho_p d_p} \frac{\beta - C_d Re^2}{Re}$$

积分上式并注意到 $Re|_{t=0} = Re_0$ ， $x|_{t=0} = 0$

得 $t = 24 \tau_v \int_{Re_0}^{Re} \frac{d Re}{\beta - C_d Re^2}$ ， $x = \frac{4 \rho_p}{3 \rho_g} d_p \int_{Re_0}^{Re} \frac{Re d Re}{\beta - C_d Re^2}$

上式中的积分除非阻力服从Stokes或Newton定律外，计算都十分复杂，一般要用数值方法求解。



- 1、对于Stokes阻力情况下，有 $C_d Re^2 = 24 Re$ ，
带入上式积分得

$$t = \tau_v \ln\left(\frac{\beta - 24 Re_0}{\beta - 24 Re}\right) \quad x = \frac{\rho_p d_p}{18\rho_g} \left[(Re_0 - Re) - \frac{\beta}{24} \ln\left(\frac{\beta - 24 Re_0}{\beta - 24 Re}\right) \right]$$

- 2、对Newton阻力情况，则有 $C_d Re^2 = C Re$ ， C为
常数

$$t = \frac{24\tau_v}{\sqrt{\beta C}} \ln\left(\frac{\sqrt{\beta} + Re\sqrt{C}}{\sqrt{\beta} - Re\sqrt{C}}\right) \quad x = \frac{2\rho_p d_p}{3\rho_g} \ln\left(\frac{\beta}{\beta - C Re^2}\right)$$



5.2 颗粒的终端沉降速度

令 $\frac{dRe}{dt} = 0$ ，得到颗粒达到终端沉降速度的条件 $\beta = C_d Re_t^2$ ，
解之得

$$u_t = \sqrt{\frac{4d_p g (\rho_p - \rho_g)}{3C_d \rho_g}}$$

该式是终端沉降速度的一般表达式，由于 $C_d = f(Re)$ ，所以必须分区讨论：

1、在Stokes区， $Re \leq 1$ ， $C_d = \frac{24}{Re}$ ，代入上式得 $u_t = \frac{(\rho_p - \rho_g) d_p^2 g}{18\mu}$

2、在Allen区 ($1 < Re \leq 500$)，若用 $C_d = \frac{10}{\sqrt{Re}}$ ，得

$$u_t = \left[\left(\frac{2g}{15} \right)^2 \frac{(\rho_p - \rho_g)^2 d_p^2}{\mu \rho_g} \right]^{1/3} = 1.195 d_p \left[\frac{(\rho_p - \rho_g)^2}{\mu \rho_g} \right]^{1/3}$$

3、在Newton区 ($500 < Re \leq 2 \times 10^5$)， $C_d = 0.44$

$$u_t = 5.45 \sqrt{\frac{d_p (\rho_p - \rho_g)}{\rho_g}}$$



5.3 终端沉降速度的计算

- $t=5\tau_v$ 时颗粒已基本完成了加速过程，由于一般小颗粒的 τ_v 很小，所以工程上一般忽略加速过程，取 u_t 作整个过程计算。计算颗粒终端沉降速度的几种方法：
 - 1、逐步逼近法
 - ▶ 先假定Re范围，计算 u'_t ；
 - ▶ 用 u'_t 计算Re'；
 - ▶ 若Re'和Re在同一范围，则 $u_t = u'_t$ ；
 - ▶ 否则重新假设，重复1-3。
 - 2、界限粒径法

- 对于Stokes阻力区，由于 $u_t = \frac{(\rho_p - \rho_g)d_p^2 g}{18\mu}$ ， $u_p = \frac{\text{Re} \mu}{\rho_g d_p}$ ，可解得

$$d_p = \left[\frac{18 \text{Re}}{g} \frac{\mu^2}{\rho_g (\rho_p - \rho_g)} \right]^{1/3}$$

由于 $\text{Re} \leq 1$ ，可得 $d_p \leq 1.225 \left[\frac{\mu^2}{\rho_g (\rho_p - \rho_g)} \right]^{1/3}$

- 同理，对Allen阻力区 $0.95 \left[\frac{\mu^2}{\rho_g (\rho_p - \rho_g)} \right]^{1/3} \leq d_p \leq 20.4 \left[\frac{\mu^2}{\rho_g (\rho_p - \rho_g)} \right]^{1/3}$

- 对Newton阻力区 $20.4 \left[\frac{\mu^2}{\rho_g (\rho_p - \rho_g)} \right]^{1/3} \leq d_p \leq 1100 \left[\frac{\mu^2}{\rho_g (\rho_p - \rho_g)} \right]^{1/3}$

由上各式可计算得到煤粉颗粒 ($\rho_p=1500\text{kg/m}^3$) 在 20°C 空气 ($\rho_g=1.2\text{kg/m}^3$, $\mu=18.2 \times 10^{-6}\text{Ns/m}^2$) 中沉降时，使用于不同阻力区的粒径范围：

Stokes区： $d_p \leq 0.07\text{mm}$

Allen区： $0.052\text{mm} \leq d_p \leq 1.165\text{mm}$

Newton区： $1.165\text{mm} \leq d_p \leq 62.8\text{mm}$



5.4 颗粒形状对终端沉降速度的影响 及等降颗粒

- 应用球形度来修正 $u_{t\phi} = \phi u_t$
- 把密度不同而在流体中具有相同沉降速度的颗粒叫做等降颗粒，等降颗粒的粒度比为等降比E。
- 颗粒浓度对终端沉降速度的影响
- 在颗粒的体积浓度大于2~3%时，颗粒之间的干扰渐趋严重，经验公式把干扰沉降速度写成空隙率的指数形式 $u'_t = u_t \sqrt{\varepsilon^n}$



5.5 有限空间对终端沉降速度的影响

- u_t 比无限空间中的小，因为气流诱发速度使阻力增加
- 使用一个通流有效截面系数

$$\left[1 - \left(\frac{d_p}{D} \right)^2 \right]$$



5.6 重力沉降分离

5.1 层流条件下的沉降分离

- 水平气流速度 u_g ，分离速度 u_t ，

$$\frac{dx}{dt} = u_g, \quad \frac{dy}{dt} = u_t, \quad \text{颗粒向捕集面}$$

$$\text{移动的轨迹为 } \frac{dy}{dx} = \frac{u_t}{u_g}$$

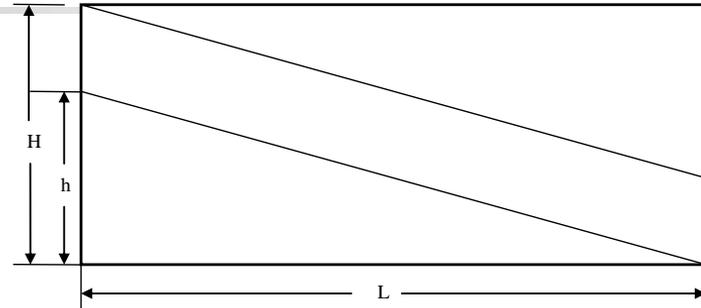
- 临界原始位置, $h = \int_0^h dy = \int_0^L \frac{u_t}{u_g} dx = \frac{u_t}{u_g} L$

>h不能分离, <h可以沉降

- 分离效率 $\eta_d = \frac{h}{H} = \frac{u_t L}{u_g H} = \frac{L}{u_g H} \sqrt{\frac{4d_p g (\rho_p - \rho_g)}{3C_d \rho_g}}$

Stokes区, $C_d = \frac{24}{Re}$, $\eta_d = \frac{d_p^2 g L (\rho_p - \rho_g)}{18 \mu H u_g}$

在沉降分离装置中能完全分离的最小颗粒粒径： $d_{\min} = \sqrt{\frac{18 \mu H u_g}{g L (\rho_p - \rho_g)}}$





5.6.2 湍流条件下的沉降

- 在讨论湍流条件下的沉降分离时作以下两个基本假设：
 - 1、湍流的扰动作用将气流中全部尺寸的颗粒沿沉降室截面均匀分布；
 - 2、靠近沉降室的底部是一层流层，湍流扰动不起作用，任何颗粒进入该层流层内即被分离。

如果用 dy 表示层流层的厚度，设一个颗粒穿过 dy 上表面沿 x 方向的下游移动距离 dx 后沉降到底面而被捕集，则颗粒到达底部要求的移动距离为 $dx = u_g dt$

dt 是颗粒沉降到底部需要的时间， $u_t dt = dy$ ， $dy = \frac{u_t}{u_g} dx$



- 进入dy层内的颗粒是被捕集的颗粒，根据假设1、2，有

$$\frac{\text{被捕集的颗粒量}}{\text{总颗粒量}} = \frac{dN}{N} = \frac{dy \text{层面积}}{\text{总断面积}}, \quad \text{即} \quad -\frac{dN}{N} = \frac{dy}{H} = \frac{u_t}{u_g H} dx$$

设x=0时，N=N0，从沉降室入口到指定位置将上式积分

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\int_0^x \frac{u_t}{u_g H} dx$$

得 $\frac{N}{N_0} = e^{-\frac{u_t x}{u_g H}}$ ，在沉降室的出口 $\frac{N_L}{N_0} = e^{-\frac{u_t L}{u_g H}}$

则湍流条件下，给定颗粒粒径的分离效率为

$$\eta = \frac{N_0 - N_L}{N_0} = 1 - e^{-\frac{u_t L}{u_g H}} = 1 - e^{-\eta_{\text{层流}}} = 1 - e^{-\frac{d_p^2 g L (\rho_p - \rho_g)}{18 \mu H u_g}}$$

Stokes ☒



6 管内气固两相流悬浮流动及气力输送

- 6.1 管内气固两相流的基本问题
- 6.2 单颗粒的自由悬浮运动
- 6.3 颗粒群的均匀悬浮运动
- 6.4 弯管中的颗粒群的运动
- 6.5 管内气固两相流的压损计算



6.1 管内气固两相流的基本问题

6.1.1 水平管内气固两相流的流动状态

一、悬浮流动，包括

- 1、**均匀流**：气力输送的理想形式，仅当气流速度很高时才会出现。
- 2、**疏密流**：颗粒在管道截面形成上稀下浓，上细下粗的不均匀分布。
- 3、**管底流**：颗粒密集于管道底部，运动速度小，作为一个整体转动前进，流动不稳定、压力出现脉动。

二、集团流动

沙丘流动、柱塞流动，颗粒团类似于极易变形的塑性体，靠颗粒集团前后的压差力推动。



6.1.2 管内颗粒的悬浮机理

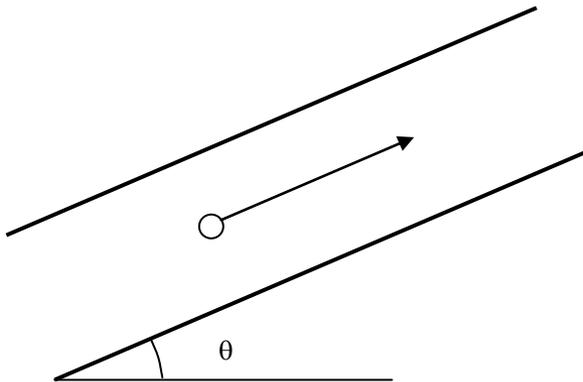
- 竖直管道：颗粒的浮重力与曳引力在同一直线上。若浮重力=曳引力，颗粒相对固定在气流中某一水平位置呈摆动状态，此时气流速度为颗粒的悬浮速度，与终端沉降速度大小相等，方向相反。
- 水平管道：式颗粒能够悬浮于气流中的主要因素：湍流扩散效应、Saffman力、Magnus效应、壁面及颗粒之间的相互作用力。



6.2 单颗粒的自由悬浮运动

6.2.1 数学模型的建立

物理模型：颗粒之间及颗粒于管壁之间无碰撞和摩擦，每个颗粒受气流的推动及运动规律相同。



颗粒的运动方程：

$$\frac{1}{6} \pi d_p^3 \rho_p \frac{du_p}{dt} = \frac{1}{4} \pi d_p^2 C_d \frac{1}{2} \rho_g (u_g - u_p)^2 \mp \frac{1}{6} \pi d_p^3 (\rho_p - \rho_g) g \sin \theta$$

“-” 向上，“+” 向下。



终端沉降速度时的阻力系数为 $C_t = \frac{\alpha}{\text{Re}^k} = \frac{\alpha}{\left(\frac{u_t d_p \rho_g}{\mu}\right)^k}$

$$\therefore \frac{C_d}{C_t} = \left(\frac{u_t}{u_g - u_p}\right)^k$$

由终端沉降速度的一般表达式 $u_t = \sqrt{\frac{4gd_p\rho_g}{3C_t\rho_g}}$ ，得 $C_t = \frac{4gd_p\rho_g}{3u_t^2\rho_g}$

于是 $C_d = \frac{4gd_p\rho_g}{3u_t^2\rho_g} \left(\frac{u_t}{u_g - u_p}\right)^k$ ，代入悬浮运动方程

$$\frac{du_p}{dt} = g \left(\frac{u_g - u_p}{u_t}\right)^{k-2} \mp g \sin \theta \quad \text{或} \quad \frac{d\phi}{dF} = \frac{\phi^k}{\phi} (1-\phi)^{2-k} \mp \frac{\phi^2}{\phi} \sin \theta$$

引入无量纲参数 $\phi = \frac{u_p}{u_g}$ ， $\phi = \frac{u_t}{u_g}$ ， $T = \frac{gt}{u_t}$ ， $F = \frac{gx}{u_t^2}$

原方程整理为 $\frac{d\phi}{dT} = \frac{(1-\phi)^{2-k}}{\phi^{1-k}} \mp \phi \sin \theta$ 或 $\frac{d\phi}{dF} = \frac{\phi^k}{\phi} (1-\phi)^{2-k} \mp \frac{\phi^2}{\phi} \sin \theta$



6.2.2 管内单颗粒的运动规律

一、Stokes区, $k=1$

$$\frac{d\phi}{dT} = (1-\phi) \mp \phi \sin \theta \quad \text{或} \quad \frac{d\phi}{dF} = \frac{\phi}{1-\phi} (1-\phi) \mp \frac{\phi^2}{1-\phi} \sin \theta$$

对于水平管流动, $\theta=0$, $\sin\theta=0$, 得

$$\begin{cases} \frac{d\phi}{dT} = (1-\phi) \\ \frac{d\phi}{dF} = \frac{\phi}{1-\phi} (1-\phi) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = \ln\left(\frac{1}{1-\phi}\right) \\ F = \frac{1}{\phi} \left[\ln \frac{1}{1-\phi} - \phi \right] \end{cases}$$

对于竖直管流动, $\theta=\pi/2$, $\sin\theta=1$, 得

$$\begin{cases} \frac{d\phi}{dT} = (1-\phi) - \phi \\ \frac{d\phi}{dF} = \frac{\phi}{1-\phi} (1-\phi) - \frac{\phi^2}{1-\phi} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = \ln\left(\frac{1-\phi}{1-\phi-\phi}\right) \\ F = \left(\frac{1}{\phi} - 1\right) \left[\ln \frac{1-\phi}{1-\phi-\phi} - \frac{\phi}{1-\phi} \right] \end{cases}$$



二、Newton区, $k=0$

$$\frac{d\phi}{dT} = \frac{(1-\phi)^2}{\phi} \mp \phi \sin\theta \quad \text{或} \quad \frac{d\phi}{dF} = \frac{1}{\phi}(1-\phi)^2 \mp \frac{\phi^2}{\phi} \sin\theta$$

对于水平管流动, $\theta=0$, $\sin\theta=0$, 得

$$\begin{cases} \frac{d\phi}{dT} = \frac{(1-\phi)^2}{\phi} \\ \frac{d\phi}{dF} = \frac{1}{\phi}(1-\phi)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = \frac{\phi\phi}{1-\phi} \\ F = \frac{\phi}{1-\phi} + \ln(1-\phi) \end{cases}$$

对于垂直管流动, $\theta=\pi/2$, $\sin\theta=1$, 得

$$\begin{cases} T = \frac{1}{2} \ln \frac{(1-\phi)\phi - (1-\phi^2)}{(1+\phi)\phi - (1-\phi^2)} \\ F = \frac{1}{2} \left[\ln \frac{(1-\phi)^2 - \phi^2}{1-\phi^2} + \frac{1}{\phi} \ln \frac{(1-\phi)\phi - (1-\phi^2)}{(1+\phi)\phi - (1-\phi^2)} \right] \end{cases}$$



6.2.3 管内颗粒的最大理论速度

- 当颗粒达到最大速度时， $\frac{du_p}{dt} = g \left(\frac{u_g - u_p}{u_t} \right)^{k-2} \mp g \sin \theta = 0$ ，

$$\text{则 } (u_g - u_{p \max})^{k-2} = \pm u_t^{k-2} \sin \theta$$

- 对水平管， $\sin \theta = 0$ ， $u_{p \max} = u_g$ ，在水平管内，颗粒运动的最大速度等于气流速度。
- 对垂直管， $\sin \theta = 1$ ， $u_{p \max} = u_g \mp u_t$ ，“-”向上，“+”向下。

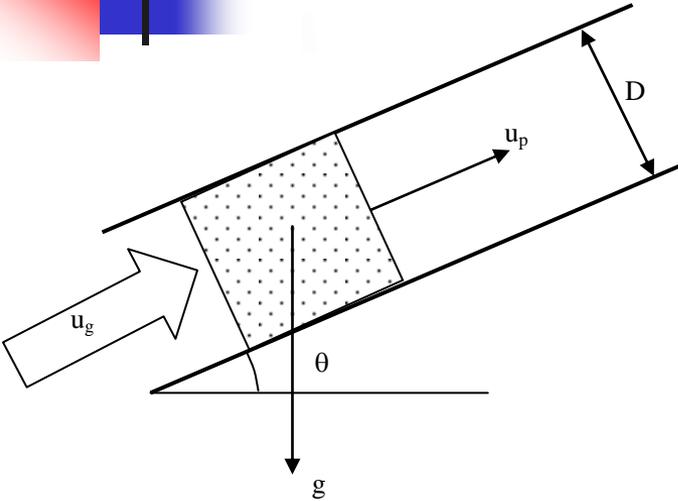


6.3 颗粒群的均匀悬浮运动

- 当颗粒在管内均匀分布，且每个颗粒以相同的速度运动，把两相流视作以流体流动为主加上颗粒的移动，即把固体颗粒也当作一种特殊的流体。



6.3.1 倾斜管中颗粒群的运动微分方程



颗粒群的运动方程为

dx 段内颗粒群所受的气流曳引力

$$F_d = \frac{C_m A_m \rho_g (u_g - u_p)^2}{2}$$

下标“ m ”颗粒群

dx 段管壁阻力 $F_f = \lambda_m \frac{dx}{D} \rho_m \frac{u_p^2}{2} A = \Delta p \cdot A$

dx 段内颗粒群所受的重力 $F_g = m_m g \sin \theta$

$$m_m \frac{du_p}{dt} = \frac{C_m A_m \rho_g (u_g - u_p)^2}{2} - \lambda_m \frac{dx}{D} \rho_m \frac{u_p^2}{2} A - m_m g \sin \theta \quad (1)$$

设 q_m 为管内颗粒输送量 (kg/s)，则在 dx 段颗粒质量为 $m_m = \frac{q_m}{u_p} dx$

在 dx 段颗粒密度为 $\rho_m = \frac{m_m}{A dx} = \frac{q_m}{A u_p}$

- 又设在管内按密度 ρ_m 分布的颗粒群终端沉降速度为 u_{mt} ，对应的阻力系数为 C_{mt} ，并通输送状态一样服从同一阻力规律，即

$$C_m = \frac{\alpha}{\text{Re}^k} = \frac{\alpha}{\left[\frac{(u_g - u_p) d_p \rho_g}{\mu} \right]^k}, \quad C_{mt} = \frac{\alpha}{\text{Re}_t^k} = \frac{\alpha}{\left[\frac{u_{mt} d_p \rho_g}{\mu} \right]^k}$$

■ 则 $\frac{C_m}{C_{mt}} = \left(\frac{u_{mt}}{u_g - u_p} \right)^k$ ，按定义， u_{mt} 是阻力与重力相平衡时的速度

$$\frac{C_{mt} A_m \rho_g u_{mt}^2}{2} = \frac{q_{mp} g}{u_p} dx, \quad C_{mt} A_m = \frac{2}{\rho_g u_{mt}^2} \frac{q_{mp} g}{u_p} dx$$

代入(1)中

$$\frac{du_p}{dt} = \left(\frac{u_g - u_p}{u_{mt}} \right)^{2-k} g - \frac{\lambda_m u_p^2}{2D} A \mp g \sin \theta, \quad u_p \frac{du_p}{dx} = \left(\frac{u_g - u_p}{u_{mt}} \right)^{2-k} g - \frac{\lambda_m u_p^2}{2D} A \mp g \sin \theta$$

- 引入无量纲参数 $\varphi = \frac{u_p}{u_g}$ ， $\phi_m = \frac{u_{mt}}{u_g}$ ， $T_m = \frac{gt}{u_{mt}}$ ， $F_m = \frac{gx}{u_{mt}^2}$ ， $\xi_d = \frac{\lambda_m u_{mt}^2}{2gD}$

得无量纲运动方程

$$\begin{cases} \frac{d\varphi}{dT_m} = \frac{(1-\varphi)^{2-k}}{\phi_m^{1-k}} - \frac{\xi_d}{\phi_m} \varphi^2 \mp \phi_m \sin \theta \\ \frac{d\varphi}{dF_m} = \frac{\phi_m^k}{\varphi} (1-\varphi)^{2-k} - \xi_d \varphi \mp \frac{\phi_m^2}{\varphi} \sin \theta \end{cases}$$



6.3.2 倾斜管中颗粒群的最大理论速度

$$\frac{d\varphi}{dT_m} = \frac{(1-\varphi)^{2-k}}{\phi_m^{1-k}} - \frac{\xi_d}{\phi_m} \varphi^2 \mp \phi_m \sin \theta = 0$$

Stokes阻力区, $k=1$

- 水平流动时 $\varphi_{\max} = \frac{\phi_m}{2\xi_d} \left(\sqrt{1 + 4 \frac{\xi_d}{\phi_m}} - 1 \right)$
- 竖直流动时 $\varphi_{\max} = \frac{\phi_m}{2\xi_d} \left(\sqrt{1 + 4 \frac{\xi_d}{\phi_m} (1 - \phi_m)} - 1 \right)$
- 倾斜流动时 $\varphi_{\max} = \frac{\phi_m}{2\xi_d} \left(\sqrt{1 + 4 \frac{\xi_d}{\phi_m} (1 - \phi_m \sin \theta)} - 1 \right)$



6.4 弯管中的颗粒群的运动

弯管中的颗粒群的运动状态已由实验得出下述结果：

- 1、绕弯管外半径滑动的颗粒层相当松散，颗粒运动速度比气流速度慢得多。
- 2、物料通过弯管时，经过数次碰撞，其轨迹为折线，通常在大颗粒运动时可以观察到。
- 3、当物料已较低的速度与弯管外侧内壁碰撞而失去动能后，最终将导致颗粒与管壁保持接触，并沿管壁作减速滑动。
- 4、由于离心力的作用，在径向平面内形成旋涡，引起二次流动，使流动状态更为复杂。



6.5 管内气固两相流的压损计算

目前对管道悬浮输送中，气固两相流的压力损失按下述原则处理：

- 1、将两相流的颗粒群运动视作一种特殊流体，和一般流体一样，有摩擦阻力和局部阻力，所引起的附加压损，分别服从单相流体的一般公式。
- 2、在确定纯气流的压损时，忽略物料所占的断面和容积，而按单相气流的压损计算。
- 3、两相流的总压力损失 Δp_m 是气流各项压损 Δp_0 与颗粒群运动附加的各项压损 Δp_s 之和。



6.5.1 管内气固悬浮流动的压损分析

一、加速压损

物料进入管道中，初速度很小（按0处理），经加速后，物料和气流均达到最大速度 u_p 和 u_g ，设二者加速完成后所需的压差为 Δp_{ma} ，则单位时间内气流供给的功应等于气流和物料增加的动能

$$\Delta p_{ma} Au_g = \frac{1}{2} q_{mg} u_g^2 + \frac{1}{2} q_{mp} u_p^2$$

$$\Delta p_{ma} = \frac{1}{Au_g} \left(\frac{1}{2} q_{mg} u_g^2 + \frac{1}{2} q_{mp} u_p^2 \right) = \frac{1}{2} \rho_g u_g^2 \left(1 + \frac{q_{mp}}{q_{mg}} \frac{u_p^2}{u_g^2} \right) = \frac{1}{2} \rho_g u_g^2 (1 + m\phi^2)$$

$$m = \frac{q_{mp}}{q_{mg}}, \text{ 为混合比}$$



6.5.1 管内气固悬浮流动的压损分析

二、摩擦压损

气流
$$\Delta p_{gf} = \lambda_g \frac{L}{D} \frac{1}{2} \rho_g u_g^2$$

颗粒群
$$\Delta p_{pf} = \lambda_p \frac{L}{D} \frac{1}{2} \rho_m u_p^2 = \lambda_g \frac{L}{D} \frac{1}{2} \rho_g u_g^2 m \varphi \frac{\lambda_p}{\lambda_g}$$

$$\Delta p_{mf} = \Delta p_{gf} + \Delta p_{pf} = \lambda_g \frac{L}{D} \frac{1}{2} \rho_g u_g^2 \left(1 + m \varphi \frac{\lambda_p}{\lambda_g} \right), \quad \text{令} \quad k_1 = \varphi \frac{\lambda_p}{\lambda_g}$$

→
$$\Delta p_{mf} = \lambda_g \frac{L}{D} \frac{1}{2} \rho_g u_g^2 (1 + m k_1)$$



6.5.1 管内气固悬浮流动的压损分析

三、悬浮压损

$$\text{重力} = m_m g = \frac{q_{mp} L g}{u_p}$$

根据功能原理 $\Delta p_{px} A u_g = \frac{q_{mp} L g}{u_p} u_{mt}$ ，颗粒群假想的落下功

$$\Delta p_{px} = \frac{q_{mp}}{A u_g} L g \frac{u_{mt}}{u_p} = g \frac{q_{mp}}{q_{mg}} \frac{q_{mg}}{A u_g} L \frac{u_{mt}}{u_p} = g m \rho_g L \frac{u_{mt}}{u_p} \propto u_g^{-1}$$



6.5.1 管内气固悬浮流动的压损分析

四、提升压损

$$\Delta p_{pt} Au_g = \frac{q_{mp} L g}{u_p} u_p \sin \theta, \quad \text{颗粒群重力势能的增加}$$

$$\Delta p_{pt} = \frac{q_{mp}}{Au_g} L g \sin \theta = g \frac{q_{mp}}{q_{mg}} \frac{q_{mg}}{Au_g} L \sin \theta = g m \rho_g L \sin \theta$$



6.5.1 管内气固悬浮流动的压损分析

五、局部压损

气流的：
$$\Delta p_{gj} = \xi_g \frac{1}{2} \rho_g u_g^2$$

颗粒群的：
$$\Delta p_{pj} = \xi_p \frac{1}{2} \rho_m u_p^2 = m\varphi \frac{\xi_p}{\xi_g} \xi_g \rho_g \frac{u_g^2}{2}$$

$$\Delta p_j = \Delta p_{gj} + \Delta p_{pj} = \xi_p \frac{1}{2} \rho_m u_p^2 = \left(1 + m\varphi \frac{\xi_p}{\xi_g} \right) \xi_g \rho_g \frac{u_g^2}{2}$$



6.5.1 管内气固悬浮流动的压损分析

六、管内总压损（由气源的流体机械提供）

悬浮提升的总压损
$$\Delta p_{xt} = \Delta p_{px} + \Delta p_{pt} = gm\rho_g L \left(\frac{u_{mt}}{u_g} + \frac{u_p \sin \theta}{u_g} \right) \frac{u_g}{u_p} = \frac{gm\rho_g L f_G}{\phi}$$

其中 $f_G = \frac{u_{mt} + u_p \sin \theta}{u_g}$ ，水平管 $\sin \theta = 0$ ， $f_G = \phi$ ，竖直管， $\sin \theta = 1$ ， $f_G = 1$

对L长管段，写成达西公式形式
$$\Delta p_{gxt} = m \left(\frac{2f_G}{\phi} \frac{gD}{u_g^2} \right) \frac{L}{D} \frac{1}{2} \rho_g u_g^2$$

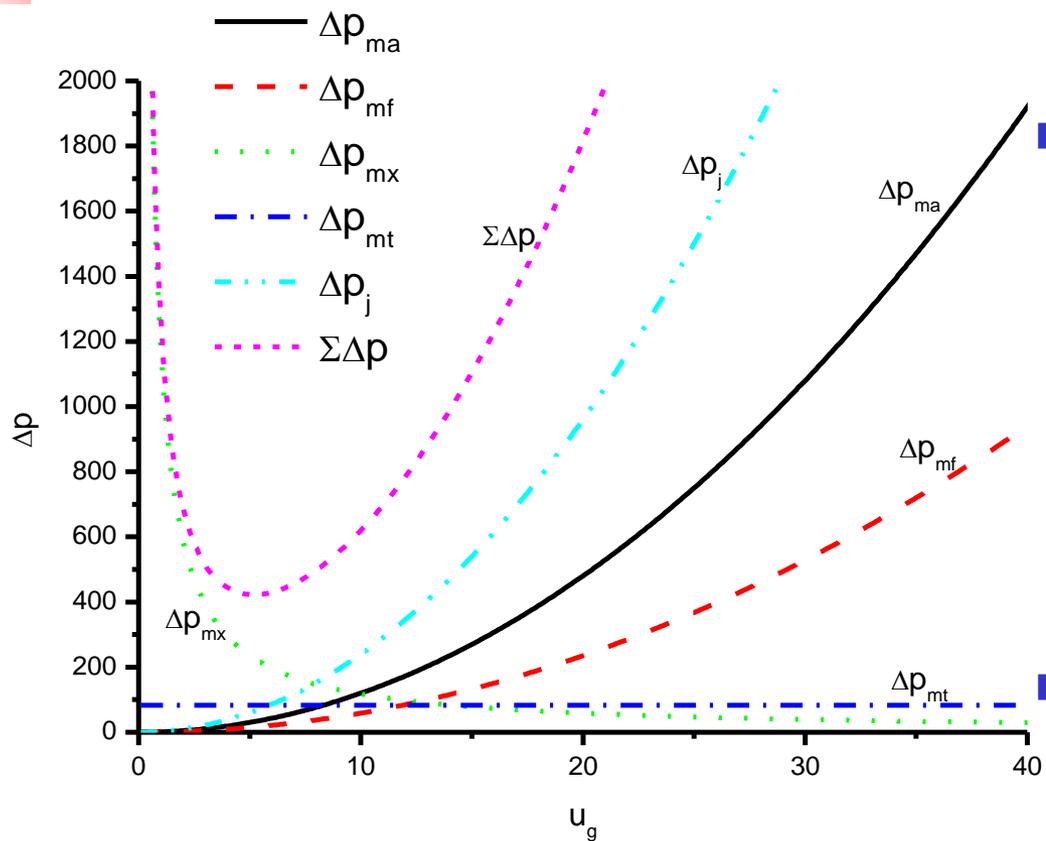
则管内总压损

$$\Delta p_m = \Delta p_{ma} + \Delta p_{mf} + \Delta p_{xt} + \Delta p_j = \frac{1}{2} \rho_g u_g^2 \left[(1 + m\phi) + (1 + mk_1) \lambda_g \frac{L}{D} + \left(\frac{2f_G}{\phi} \frac{gD}{u_g^2} \right) \frac{L}{D} + (1 + mk_2) \xi_g \right]$$

式中 $k_1 = \phi \frac{\lambda_p}{\lambda_g}$ ， $k_2 = \phi \frac{\xi_p}{\xi_g}$ ，都含有固气速度比 $\phi = \frac{u_p}{u_g}$ 这一重要参数



6.5.2 气固两相流的压损叠加曲线及最佳 输送风速

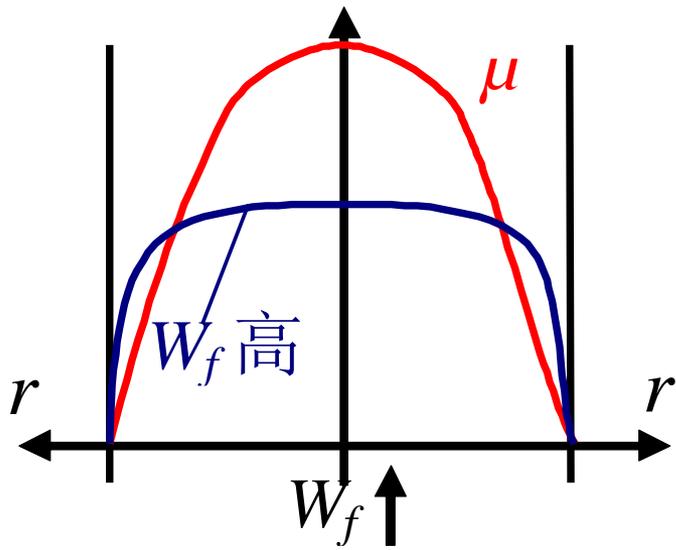


■ 最佳输送风速：在任意管径何输送浓度下动力消耗最小的工况对应的风速，但这是一个很容易发生堵管的风速

■ 理论上通过 $dp_m/du_g=0$ 求得



6.6 输粉管道工作特性



- 6.6.1 竖直上升管：
- 对于等粒径的颗粒，在垂直管内的断面上的浓度分布与速度分布相似
- 即中心浓度大，边壁浓度小
- 并随着 w_f 的增大中心高浓度区的范围扩大。



6.6.2 颗粒在水平管道内的输送

一、颗粒的悬浮

- 当气流脉动速度 $w'_y \geq$ 沉降速度 w 时，颗粒悬浮在管中随气流流动
- 当气流脉动速度 $w'_y <$ 沉降速度 w 时，则沉积堵粉

一般 $w'_y \approx \left(\frac{1}{5} \sim \frac{1}{7}\right) w_x$



二、浓度分布

- 湍流引起质量扩散量 $G = -\rho_r D_t \frac{d\mu}{dy}$
kg/(m² s)

其中： D_t —湍流扩散系数 m²/s

ρ_r —颗粒密度 kg/m³

μ_v —颗粒体积混合比 m³/m³

- 自由沉降量 $G' = \rho_r w_q \mu_v$ kg/(m² s)

其中： w_q —颗粒群沉降速度 m/s

颗粒群的沉降速度与单颗粒的沉降速度可认为：

$$w_q = w(1 - \mu)^2$$



湍流引起质量扩散量 = 自由沉降量

$$-\rho_r D_t \frac{d\mu}{dy} = \rho_r w (1-\mu)^2 \mu$$

$$-\frac{w}{D_t} dy = \frac{d\mu}{(1-\mu)^2 \mu} = \frac{d\mu}{\mu} + \frac{d\mu}{1-\mu} + \frac{d\mu}{(1-\mu)^2}$$

- 积分区间 y : 从 $0 \rightarrow y$
 μ : 从 $\mu_0 \rightarrow \mu$

积分方程左边 $-\int_0^y \frac{w}{D_t} dy = -\frac{w}{D_t} \cdot y$



积分方程右边

$$\text{相加} \left\{ \begin{aligned} \int_{\mu_0}^{\mu} \frac{d\mu}{\mu} &= \ln \frac{\mu}{\mu_0} \\ \int_{\mu_0}^{\mu} \frac{d\mu}{1-\mu} &= -\int_{\mu_0}^{\mu} \frac{d(1-\mu)}{1-\mu} = -\ln \frac{1-\mu}{1-\mu_0} \\ \int_{\mu_0}^{\mu} \frac{d\mu}{(1-\mu^2)} &= -\int_{\mu_0}^{\mu} d\left(\frac{-1}{1-\mu}\right) = \frac{1}{1-\mu} - \frac{1}{1-\mu_0} = \ln \exp\left(\frac{1}{1-\mu}\right) - \ln \exp\left(\frac{1}{1-\mu_0}\right) \end{aligned} \right.$$

$$\underbrace{\ln \left[\frac{\mu}{1-\mu} \cdot \exp\left(\frac{1}{1-\mu}\right) \right]}_{\ln p} - \underbrace{\ln \left[\frac{\mu_0}{1-\mu_0} \cdot \exp\left(\frac{1}{1-\mu_0}\right) \right]}_{\ln p_0} = -\frac{\omega}{D_t} \cdot y$$

$$\text{即 } \ln p - \ln p_0 = -\frac{\omega}{D_t} \cdot y$$



$$\frac{p}{p_0} = \exp\left(-\frac{w}{D_t} \cdot y\right)$$

$$p = \frac{\mu}{1-\mu} \cdot \exp\left(\frac{1}{1-\mu}\right)$$

p 是随 μ 增大而增大的递增函数



- 当体积流量比 $\mu_v < 2\sim 3\%$ ，颗粒群沉速 $w_q \approx w$
 w —单颗粒沉速
- 湍流扩散量=自由沉降量

$$\therefore G = G', \text{即} -\rho_r D_t \frac{d\mu_v}{dy} = \rho_r w \mu_v$$

$$-\int_0^y \frac{w}{D_t} dy = \int_{\mu_0}^{\mu} \frac{d\mu_v}{\mu}$$

$$-\frac{w}{D_t} y = \ln \frac{\mu}{\mu_0}$$

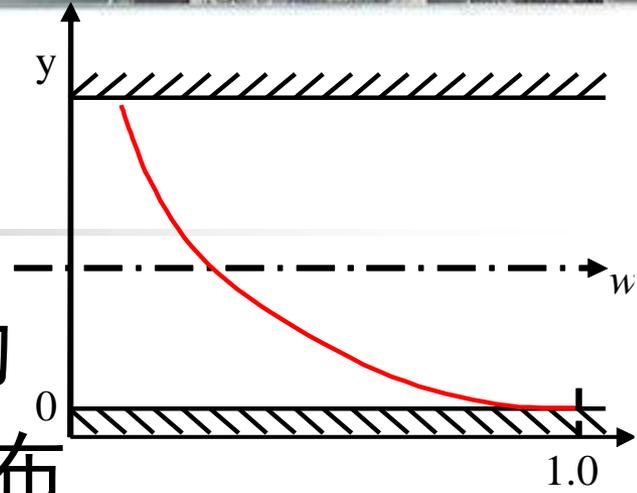


$$\frac{\mu}{\mu_0} = \exp\left(-\frac{w}{D_t} y\right)$$



结 论

■ ①在水平管内输送煤粉颗粒的浓度分布沿高度 y 呈指数函数分布



■ ②气流流速 $w_x \uparrow$ (即 $Re \uparrow$) — 湍动 \uparrow — $D_t \uparrow$

— $\frac{\mu}{\mu_0} \uparrow$, 颗粒沿高度分布均匀,

反之 $w_x \downarrow$ — $\frac{\mu}{\mu_0} \downarrow$ — 沉积堵粉

■ ③沉降速度 w_x 愈大, $\frac{\mu}{\mu_0} \downarrow$ — 分布愈不均匀, 如要达到均匀, 则需要更高的流速 w_x (或者更高的 Re)



6.6.3 煤粉—空气混合场的阻力特性和并联管分配特性

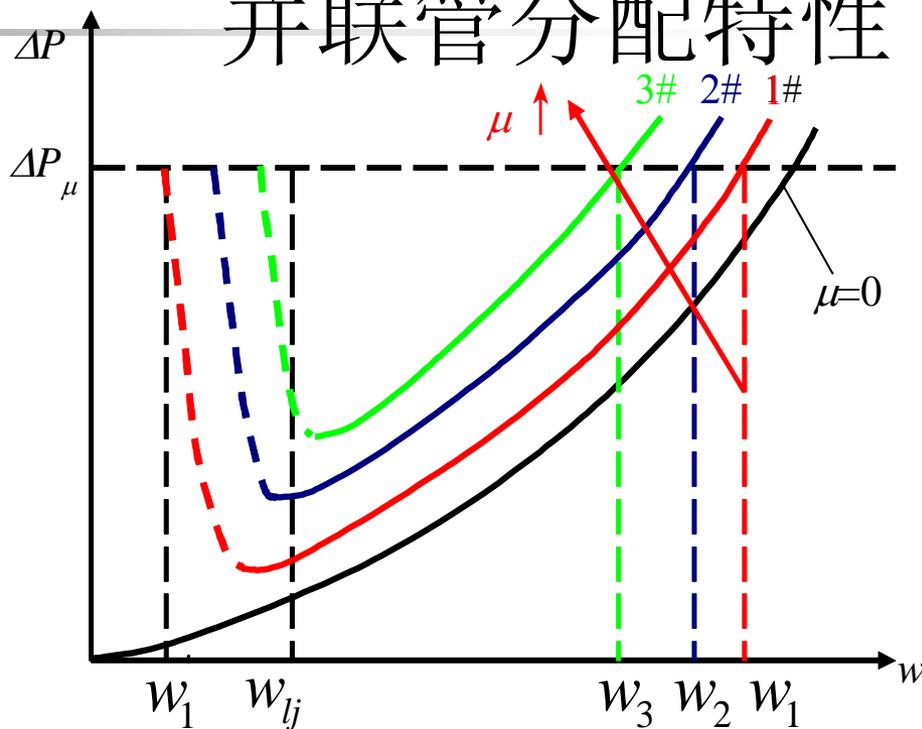
一、阻力特性

$$\frac{\Delta P_\mu}{\Delta P_0} = 1 + c\mu$$

ΔP_0 —单相气流阻力

c —试验系数

μ —颗粒混合比



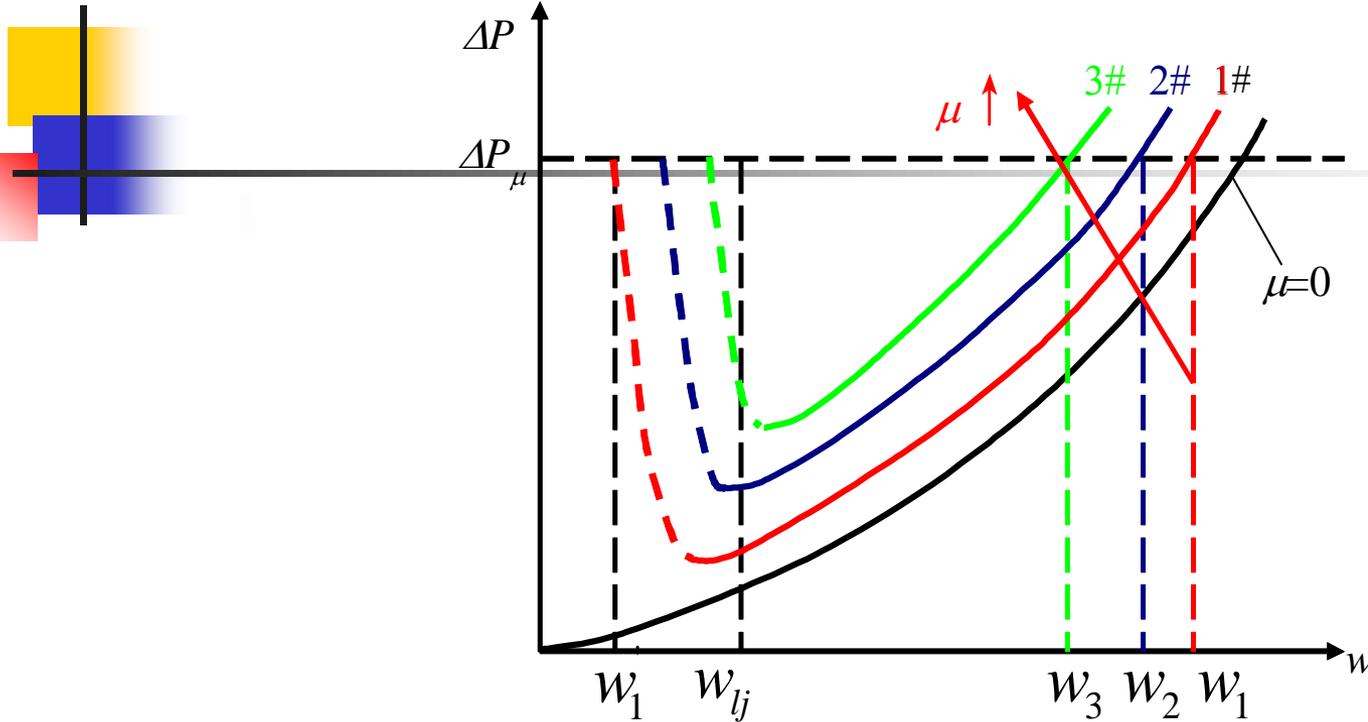
当气体流速 $w \downarrow$ 到某一定值时，即 w_{lj} 值（对 μ 高的，临界值 w_{lj} 高），颗粒出现沉积堵管， $\xi_\mu \uparrow \uparrow$ —所以 ΔP 在 $w \leq w_{lj}$ 后，随 $w \downarrow$ 而 \uparrow 。



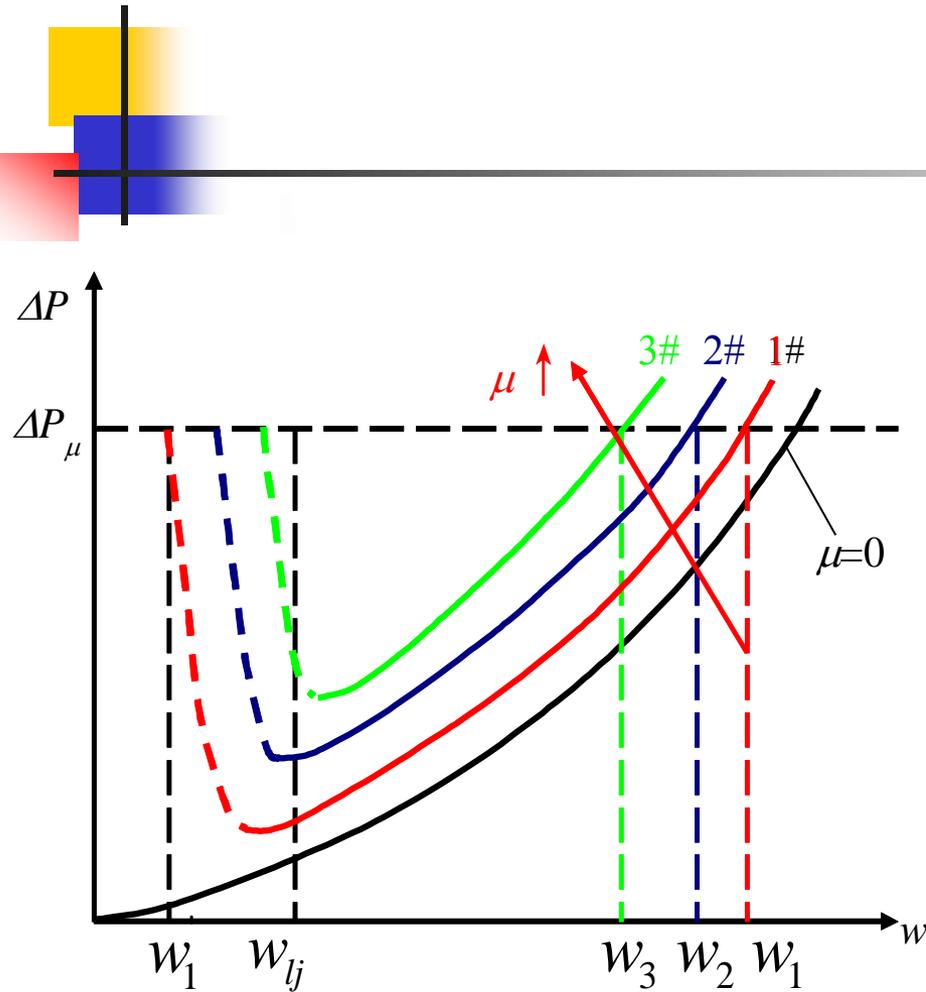
$$\begin{aligned}\Delta P_{\mu} &= \Delta P_0(1 + c\mu) \\ &= \xi_0 \frac{\rho_o w^2}{2} (1 + c\mu) \\ &= \xi_0(1 + c\mu) \frac{\rho_o w^2}{2}\end{aligned}$$

- 可理解双相流时的阻力系数:

$$\xi_{\mu} = \xi_0(1 + c\mu)$$



当气体流速 $w \downarrow$ 到某一定值时，即 w_{lj} 值（对 μ 高的，临界值 w_{lj} 高），颗粒出现沉积堵管， $\xi_\mu \uparrow \uparrow$ —所以 ΔP 在 $w \leq w_{lj}$ 后，随 $w \downarrow$ 而 \uparrow 。



启示：①从上图可知，同样流速 w 下，两相流阻力 $\Delta P_\mu >$ 单向流阻力 ΔP 。

②并联管路，即同样压降 ΔP_μ 下，由于各管煤粉分配不均匀，造成 $w_1 > w_2 > w_3$ ，而 $\mu_3 > \mu_2 > \mu_1$ 。就是说，浓度高的管内流速低，反之浓度低的管内流速高。

③对同一根管道，在同一压降 ΔP 下，可能出现管内（即 μ 一定）流速波动（即不稳定工况），流速低的瞬间出现堵粉。



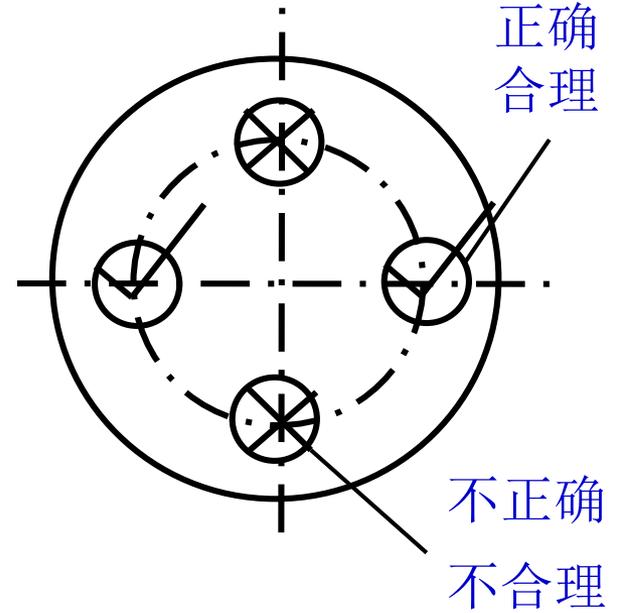
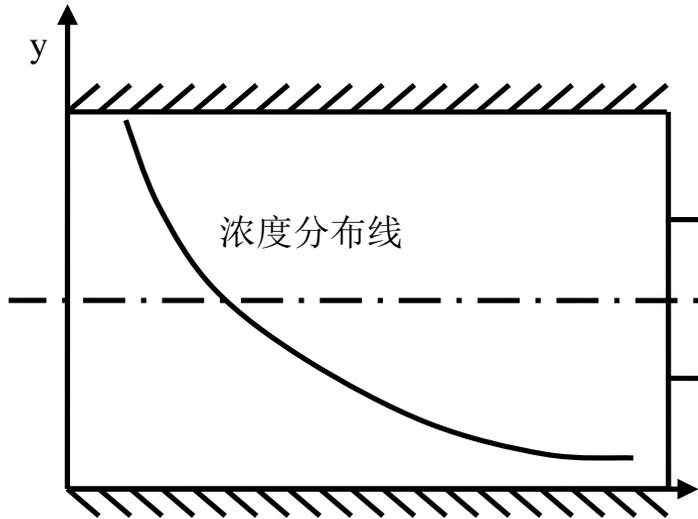
二、分配特性

对单相并联管保证分配均匀的原则是：

- ①各管的总阻力系数 $\sum(\xi + \lambda \frac{l}{d})$ 相等
- ②各管段进出口压差 $\Delta P = \sum \xi_i \times \frac{\rho w^2}{2}$ 相等
- ③对两相流动的并联管，除调平并联管总阻力系数外，要调平分配器前的颗粒浓度分布

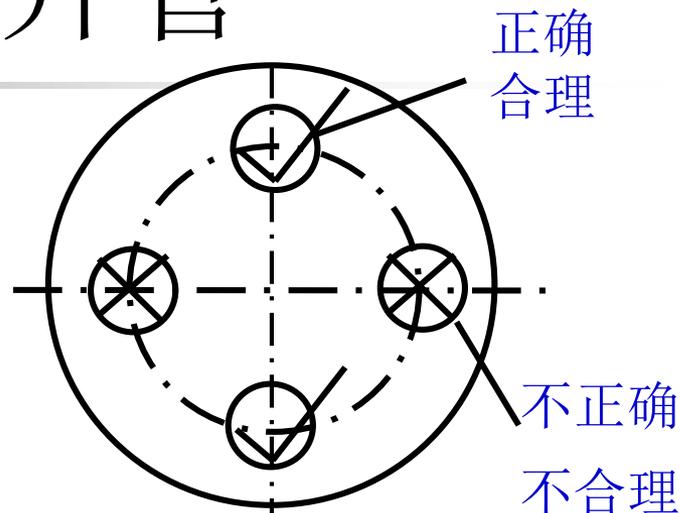
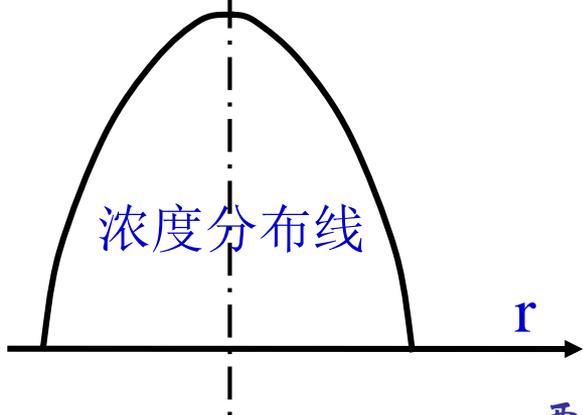
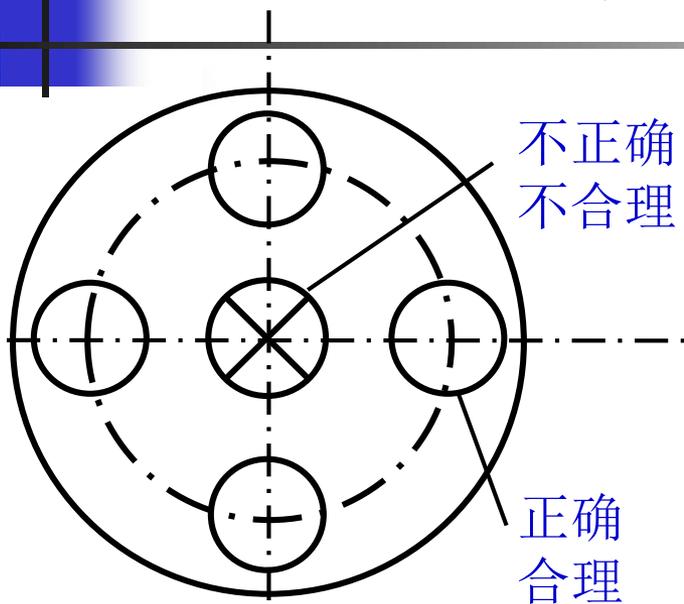


(1) 对水平管





(2) 对垂直上升管





7 气固两相流旋转运动及离心分离理论

- 7.1 颗粒在平面旋转流场中的运动
- 7.2 惯性分离及其计算模型
- 7.3 旋风分离及其计算模型



7.1 颗粒在平面旋转流场中的运动

设有一个拟刚体旋转的气流场，以角速度 ω 绕轴作恒速圆周运动。 $t=0$ 时，一个颗粒在 $r=R$ 处引入流场

$$\begin{cases} u_p = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \\ v_p = \frac{dy}{dt} = \dot{y} \end{cases}$$

颗粒所在位置气体速度 V_g 具有分量 u_g 和 v_g $\begin{cases} u_g = -\omega y \\ v_g = \omega x \end{cases}$

$$V_g = \sqrt{u_g^2 + v_g^2} = \omega \sqrt{y^2 + x^2} = \omega R$$

设颗粒受Stokes阻力，则运动方程

$$\begin{cases} \frac{du_p}{dt} = \ddot{x} = \frac{-\omega y - \dot{x}}{\tau_v} \\ \frac{dv_p}{dt} = \ddot{y} = \frac{\omega x - \dot{y}}{\tau_v} \end{cases}$$

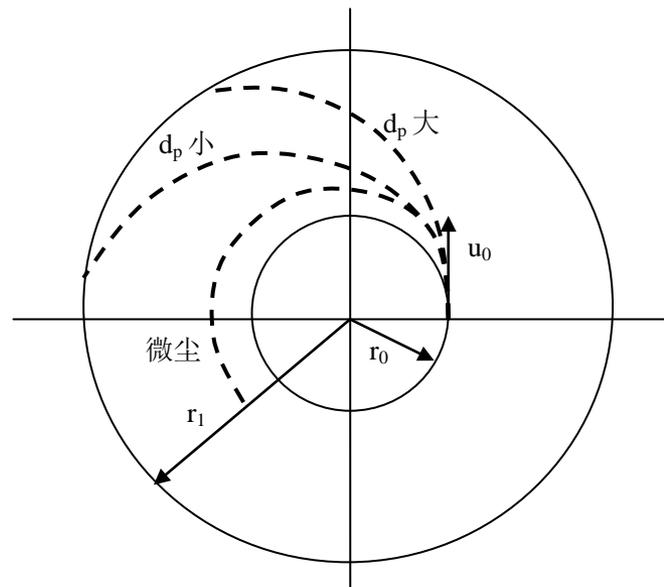


- 由于 $\phi = \omega t$ ，则 $\frac{d}{dt} = \omega \frac{d}{d\phi}$ ， $\frac{d^2}{dt^2} = \omega^2 \frac{d^2}{d\phi^2}$ ，方程组化为

- $$\begin{cases} \frac{d^2 x}{d\phi^2} + \frac{1}{A} \frac{dx}{d\phi} + \frac{y}{A} = 0 \\ \frac{d^2 y}{d\phi^2} + \frac{1}{A} \frac{dy}{d\phi} - \frac{x}{A} = 0 \end{cases}$$
，其中 $A = \tau_v \omega = \frac{\frac{1}{6} \pi d_p^3 \rho_p \omega^2 r}{3 \pi d_p \mu \omega}$ ，

- $F_r = 3\pi\mu d_p u_\infty$ 是作用在颗粒上的离心力与Stokes阻力之比。

方程需使用近似解或数值解

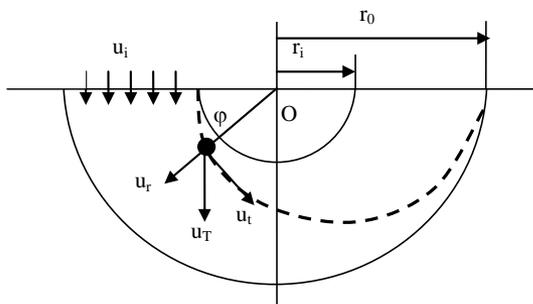




7.2 惯性分离及其计算模型

7.2.1 塞流模型

u_r 离心力方向, u_t 切向, u_T 重力方向



$$\frac{dr}{dt} = u_r + u_g \sin \varphi$$

$$r \frac{d\varphi}{dt} = u_t + u_g \cos \varphi$$

二式相除, 得颗粒运动的轨迹方程

$$\frac{dr}{d\varphi} = r \frac{u_r + u_T \sin \varphi}{u_t + u_T \cos \varphi}$$

- 简化: 1、只有重力作用而无离心力 (进口气流速度很小) ;
- 2、只有离心力作用而无重力作用 (进口气流速度很大)



1、只有重力作用

$$\frac{dr}{d\varphi} = r \frac{u_T \sin \varphi}{u_t + u_T \cos \varphi}, \quad \text{可分离变量} \quad \frac{dr}{r} = \frac{u_T \sin \varphi d\varphi}{u_t + u_T \cos \varphi} = -\frac{u_T d \cos \varphi}{u_t + u_T \cos \varphi}$$

积分得 $r = \frac{C}{u_t + u_T \cos \varphi}$

根据 $\varphi=0$ 时, $r=r_i$ 得 $C = r_i(u_i + u_T)$

得 $r_\varphi = r_i \frac{u_i + u_T}{u_t + u_T \cos \varphi}$



2、只有离心力作用

$$\frac{dr}{d\varphi} = r \frac{u_r}{u_t}$$

- 若设气流无径向速度，则径向运动方程

离心力=阻力 $m_p \frac{u_t^2}{r} = \frac{1}{2} C_d A \rho_g u_r^2$

取 $m_p = \frac{1}{6} \pi d_p^3 \rho_p$, $A = \frac{1}{4} \pi d_p^2$, $C_d = \frac{24}{Re} f(Re)$, $Re = \frac{d_p \rho_g u_r}{\mu}$

代入上式得 $u_r = \frac{d_p^2 \rho_p}{18 \mu f(Re)} \frac{u_t^2}{r} = u_T \frac{u_t^2}{rg}$

即离心沉降速度是重力沉降速度的 $\frac{u_t^2}{rg}$ 倍。

$$\frac{dr}{d\varphi} = r \frac{u_r}{u_t} = \frac{d_p^2 \rho_p u_t}{18 \mu f(Re)} = \frac{\tau_v u_t}{f(Re)} \quad (1)$$

求解需要知道 u_t ，则不同的气流速度分布得到不同形式的结果



1) 设气流速度沿截面始终不变，各处均为 u_i ，则 $u_t = u_i$

积分 (1)
$$r_\phi = r_i + \frac{d_p^2 \rho_p u_i}{18 \mu f(\text{Re})} \phi$$

阿基米德螺线，是分离后含颗粒气流与排气的分界线

■ 分离效率
$$\eta_d = \frac{r_\phi - r_i}{r_0 - r_i} = \frac{d_p^2 \rho_p u_i}{18 \mu f(\text{Re})(r_0 - r_i)} \phi = \frac{\tau_v u_i \phi}{f(\text{Re})(r_0 - r_i)}$$

■ 使颗粒完全分离所需的回转角
$$\phi_C = \frac{18 \mu f(\text{Re})(r_0 - r_i)}{d_p^2 \rho_p u_i} = \frac{f(\text{Re})(r_0 - r_i)}{\tau_v u_i}$$

2) 设气流流动近似按自由涡分布，即 $u_t = u_i = \frac{C}{r}$ ，常数C由进口流量求得

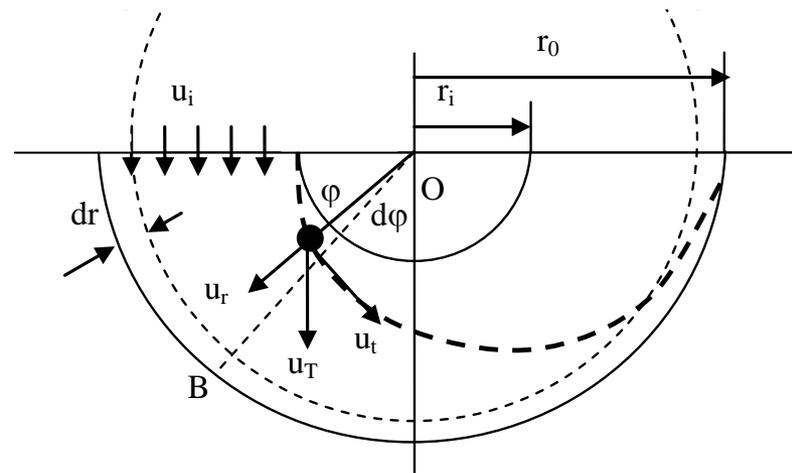
$$Q = b \int_{r_i}^{r_0} u_i dr = bC \ln \frac{r_0}{r_i} \Rightarrow C = \frac{Q}{b \ln \frac{r_0}{r_i}}$$
，积分 (1) 得
$$r_\phi = r_i \sqrt{1 + \frac{d_p^2 \rho_p Q u_i}{9 \mu r_i^2 f(\text{Re}) b \ln \frac{r_0}{r_i}} \phi}$$

同理得
$$\eta_d = \frac{\sqrt{1 + \frac{d_p^2 \rho_p Q u_i}{9 \mu r_i^2 f(\text{Re}) b \ln \frac{r_0}{r_i}} \phi - 1}{\frac{r_0}{r_i} - 1}$$

及
$$\phi_C = \frac{9 \mu b f(\text{Re})(r_0^2 - r_i^2) \ln \frac{r_0}{r_i}}{d_p^2 \rho_p Q u_i}$$



7.2.2 横混模型



- 由于湍流作用，任意截面混合均匀，颗粒在靠近壁面的层流层内被捕集。

在断面 $\varphi \rightarrow \varphi + d\varphi$ 之间，平均浓度为 C

颗粒总量 $q = b(r_o - r_i)C$ ，被捕集 $dq = Cbdr$ ，

则 $d\varphi$ 角度内减少率为 $\frac{dq}{q} = \frac{dr}{r_o - r_i}$ ，代入 (1) 得

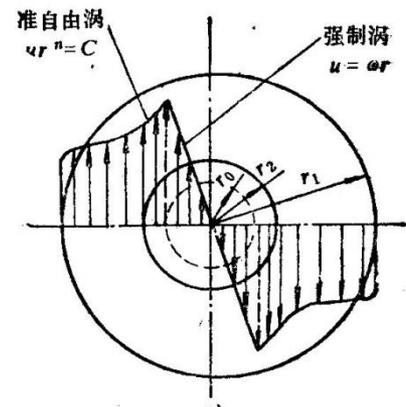
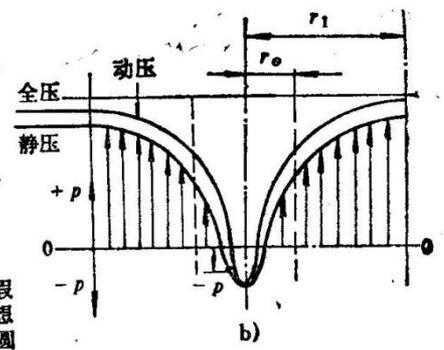
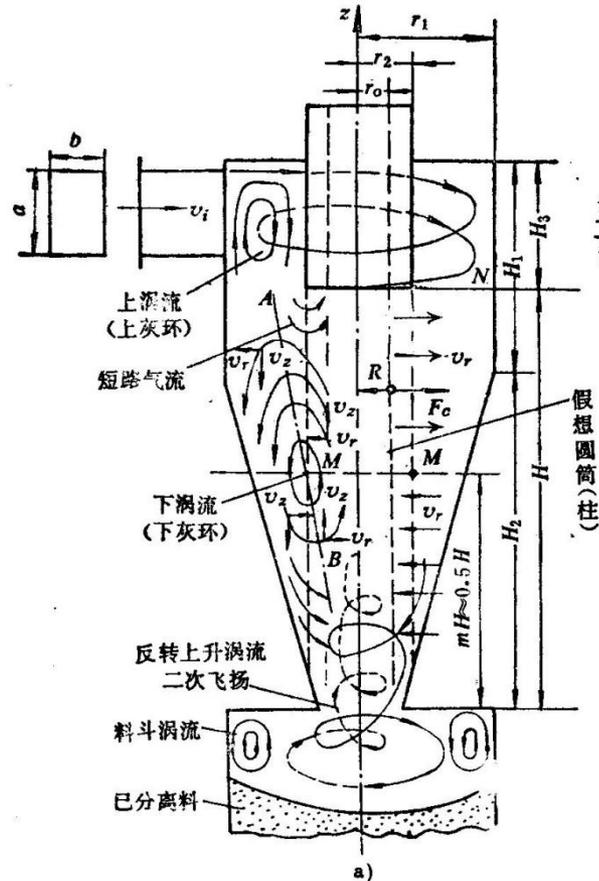
$$\frac{dq}{q} = -\frac{\tau_v}{f(\text{Re})} \frac{u_t}{r_o - r_i} d\varphi, \quad q_\varphi = q_0 \exp\left(-\frac{\tau_v}{f(\text{Re})} \frac{u_t}{r_o - r_i} \varphi\right)$$

分离效率 $\eta_t = 1 - \frac{q_\varphi}{q_0} = 1 - \exp\left(-\frac{\tau_v}{f(\text{Re})} \frac{u_t}{r_o - r_i} \varphi\right)$



7.3 旋风分离器及其计算模型

7.3.1 旋风分离器中的颗粒运动



顶部切向引入，
受离心力和重力作用分离，干净气体
从顶部排气管排出



- 任意时刻 t ，颗粒位置为 (r, ϕ, z) ，其瞬时速度 $u_p = \left(\frac{dr}{dt}, r \frac{d\phi}{dt}, \frac{dz}{dt} \right)$ 。实际上，颗粒在分离器中除受到流体曳引力和重力外，还受到各种扩散作用及颗粒与壁面、颗粒之间的碰撞弹跳等。
- 旋风分离器中颗粒含量不是很高，可假设颗粒的存在不影响气流流场，颗粒之间相互作用不计，颗粒运动方程为：

切向
$$\frac{d}{dt} \left(r^2 \frac{d\phi}{dt} \right) = -\frac{1}{\tau} \left(r \frac{d\phi}{dt} - v_t \right)$$

径向
$$\frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\phi}{dt} \right)^2 = -\frac{1}{\tau} \left(\frac{dr}{dt} - v_r \right)$$

轴向
$$\frac{d^2 z}{dt^2} = -g - \frac{1}{\tau} \left(\frac{dz}{dt} - v_z \right)$$

上述方程是耦合的非线性方程组，只有在流场已知的基础上用数值求解。



7.3.2 旋风分离机理模型

- 转圈理论
- 平衡轨道理论
- 边界层理论



一、转圈理论

类比平流重力沉降室的沉降原理发展起来的。颗粒一面随气流向下作螺旋运动，一面在离心力作用下向外作离心沉降。分离条件：在旋转下降到底部前离心沉降碰到筒壁，该颗粒即被分离。

切向 $u_t = r \frac{d\phi}{dt} \approx u_i$ ，径向加速度 $\frac{u_t^2}{r}$ ，则 $\frac{dr}{dt} = \frac{\tau u_t^2}{f(\text{Re})r} = \frac{\rho_p d_p^2 u_t^2}{18\mu f(\text{Re})r}$

颗粒从 r_e 沉降到 R 所需的时间 $t_r = \frac{18\mu f(\text{Re})}{\rho_p d_p^2} \int_{r_e}^R \frac{r dr}{u_t^2}$

$t_r = t_N$ 时求得临界粒径（能被分离的最小直径） $d_p = \sqrt{\frac{18\mu f(\text{Re})}{\rho_p t_N} \int_{r_e}^R \frac{r dr}{u_t^2}}$

对于式中 t_N 和 u_t 两个参数，不同的学者有不同的简化，得到不同的结果。



二、平衡轨道理论

不同大小颗粒在离心力与径向汇流曳引力的共同作用下平衡在不同的轨道上旋转（径向无位移），又称筛分理论。

$$\text{切割粒径 } d_{c50} = \sqrt{\frac{18\mu f(\text{Re})r_i v_{rm}}{\rho_p v_{tm}^2}}$$

v_{rm} 径向速度， v_{tm} 切向速度

三、边界层理论

横向参混模型，考虑了气流的湍流混合等，径向返混是完全的。



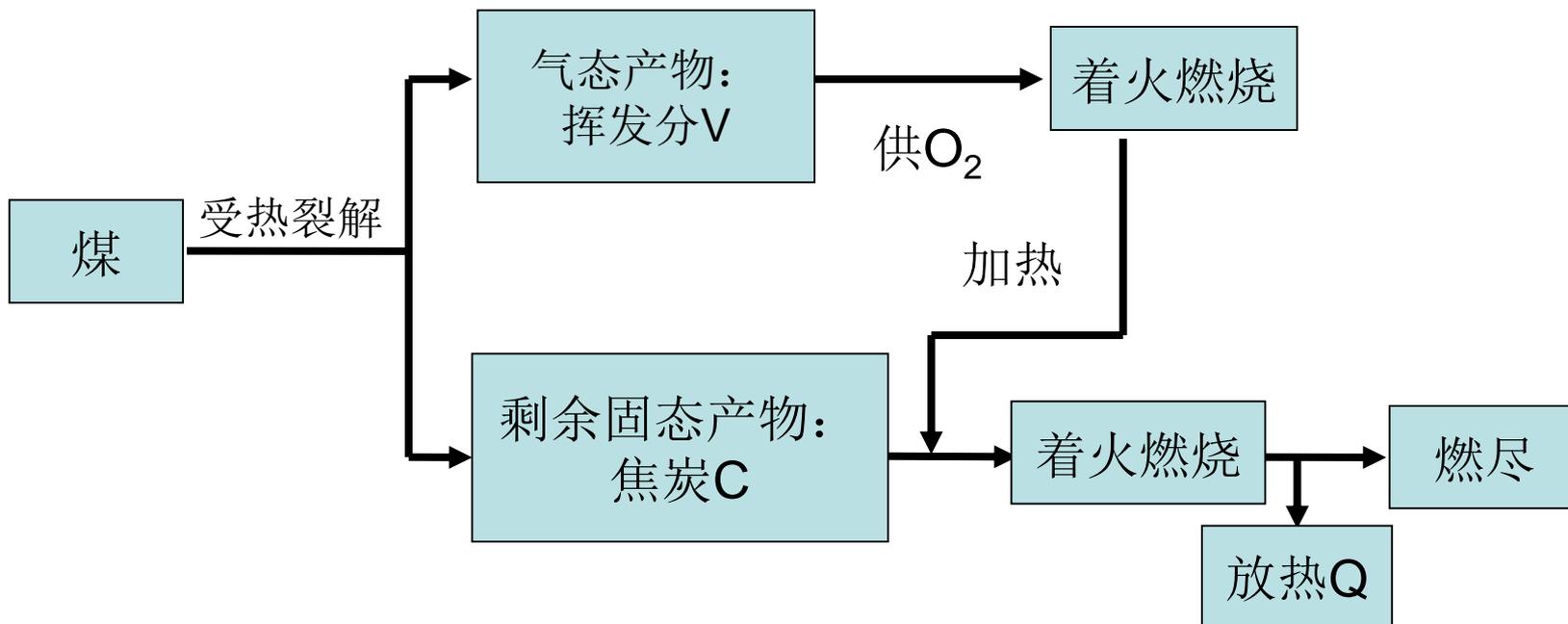
8 固体燃料燃烧

- 8.1 概述
- 8.2 异相化学反应及碳化学反应速度
- 8.3 碳球燃烧过程与燃尽时间
- 8.4 煤粉两相流的燃烧
- 8.5 煤粉的火炬燃烧



8.1 概述

- 煤的燃烧过程有自己的特点：





	焦炭占可燃成分的质量百分比, %	焦炭发热量占煤总发热量的百分比, %
无烟煤	96.5	95
烟煤	57-78	59.5-83.5
褐煤	55	66
泥煤	30	40.5
木柴	15	20

- 可见：焦炭（C）无论在煤中的质量百分比或燃烧放热（发热量）的百分比都是占主要地位。
- ① 煤中焦炭量占55-96.5%，发热量占66-95%。
- ② 焦炭燃烧是异相化学反应，反应速度慢。焦炭燃烧的时间约占全部燃烧时间的90%，也就是说，挥发分燃烧时间仅约10%。这也说明了焦炭燃烧比气体燃料燃烧要困难的多。
- ③ 从提供热量的角度，焦炭具有主要意义，∵它提供了大量的热量。
- 所以可以认为：煤的燃烧过程主要是一个异相（非均相）化学反应。



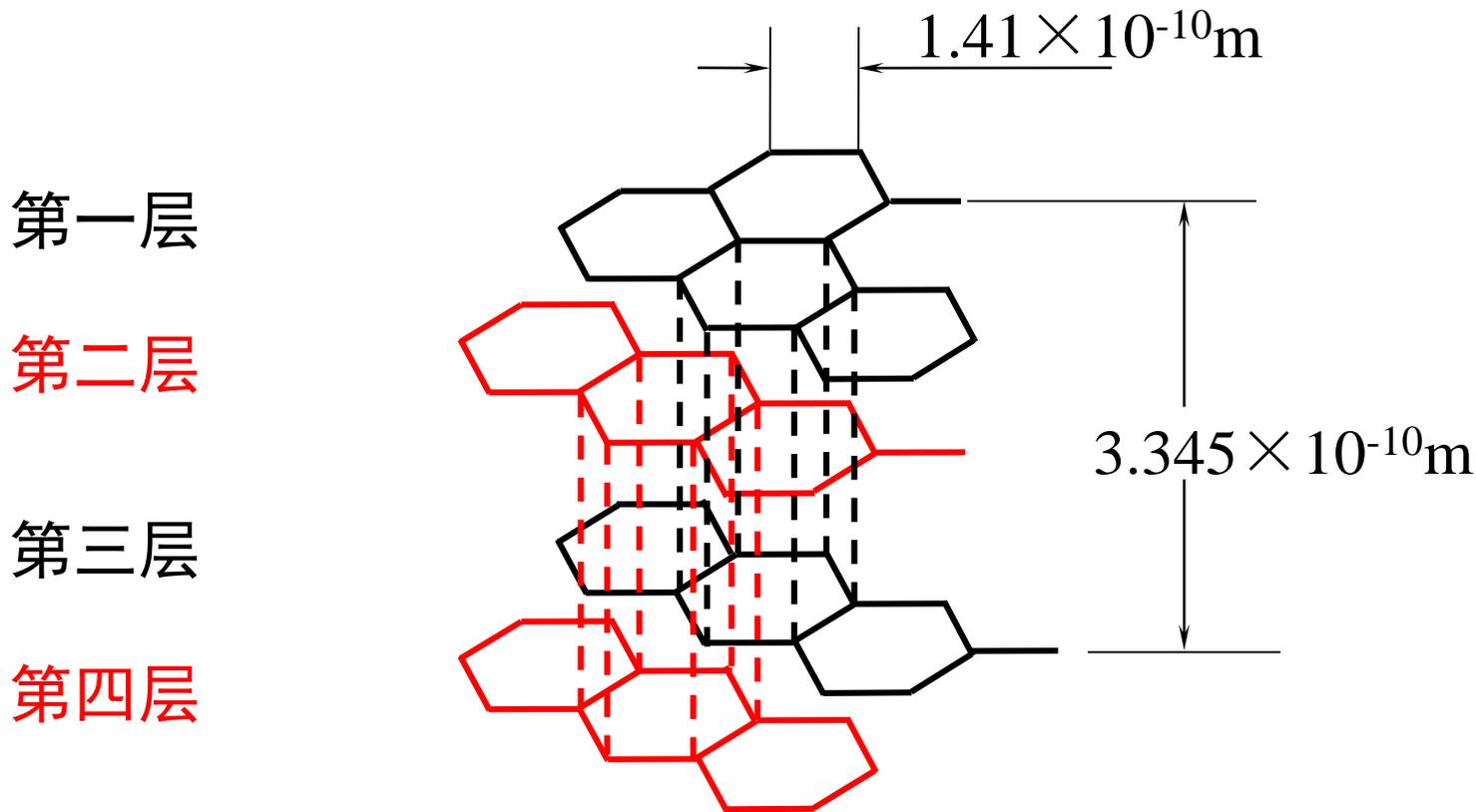
煤中碳的结构特征

- 固体碳的两种结构——金刚石和石墨
- 金刚石的晶格结构中C原子排列十分紧密，原子键结合力很大，所以金刚石硬度高而活性小，很不容易氧化，且压力越高热稳定性越好，故没有燃烧价值。



煤中碳的结构特征

煤中主要是石墨晶格，石墨晶格是复杂的六棱柱结构组合。





煤中碳的结构特征

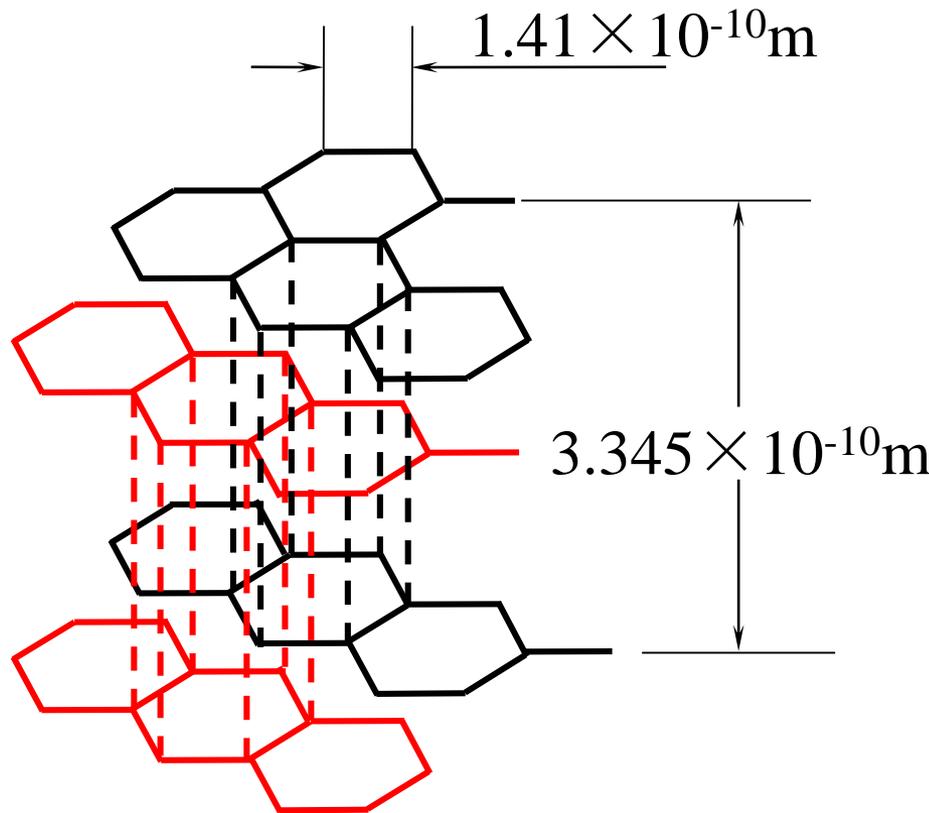
在六角形基面中，碳原子间距 $1.41 \times 10^{-10}m$ ，所以结合比较牢固。

第一层

第二层

第三层

第四层



而六角形基面之间的距离较大，可达 $3.345 \times 10^{-10}m$ ，故结合较弱，不能阻止其它原子（如O原子）的深入，而发生氧化反应。



煤中碳的结构特征

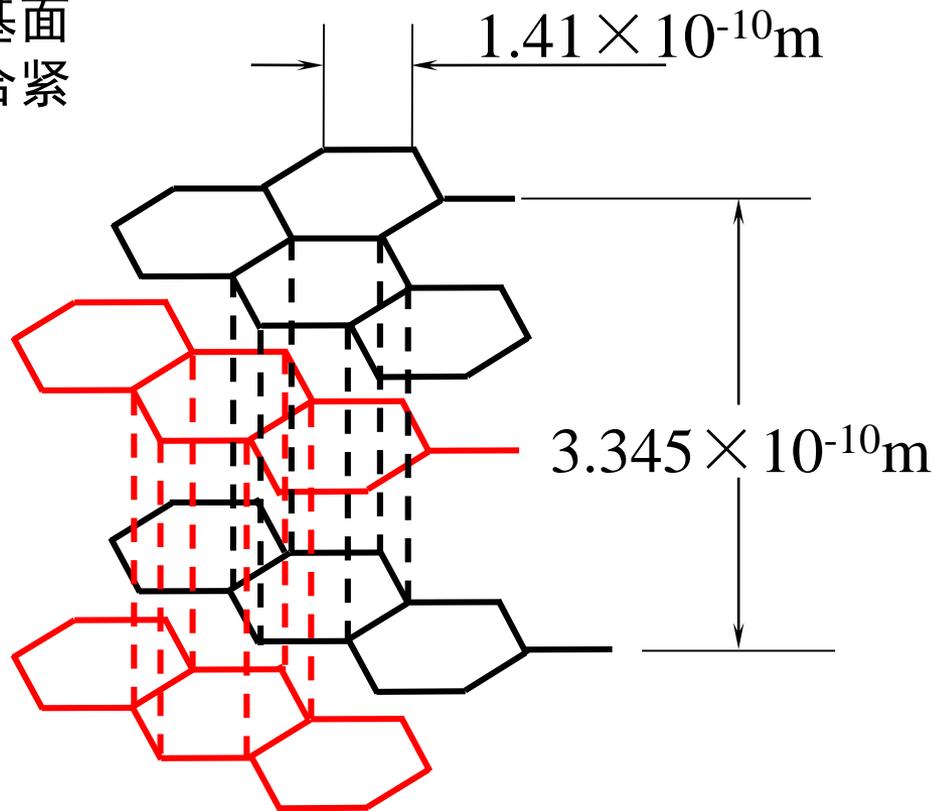
另外，六角形基面上的C原子都是以3个价电子与基面上其它C原子结合，结合紧密，反应活性就低。

第一层

第二层

第三层

第四层



而周界和边缘上的C原子的结合键要少，因此活性较好，但是活化能仍然较高。



- 内空隙及表面积、密度
- 煤中含有水分
- 煤中含有灰分
- 煤中挥发份的量以及析出过程
- 这些都影响着焦炭的反应特性



8.2 异相化学反应动力学

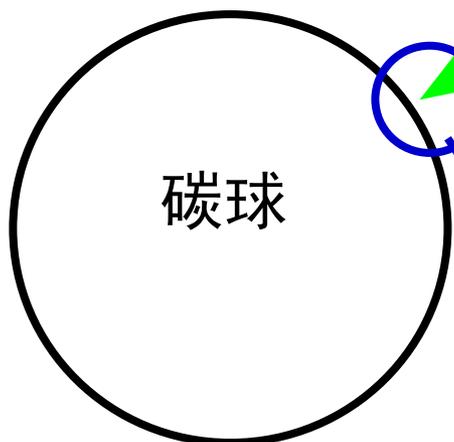
- 8.2.1 异相化学反应基本步骤
- 碳的燃烧是一种气固两相间在碳的表面上进行的化学反应(非均相化学反应)。
- 通常气固异相反应包括如下步骤：



8.2.1 异相化学

而整个碳表面上的
反应速度决定于其
中最慢的一步。

第一步：O₂ 必须通过扩散到达碳的表面，并被碳表面吸附



碳球

第二步：在碳表面上进行碳—氧反应，并生成反应产物

第三步：反应产物从碳的表面上脱离（解吸），并从碳表面向外扩散开去



温度与吸附的关系

温度条件	吸附原理	吸附的化学变化
常温	主要是物理吸附，并随 $T \uparrow$ ---吸附气体脱离	无化学变化
中温	气体分子溶入晶格基面之间----形成固溶络合物	发生化学变化 (\because 络合物与原来的气体-- O_2 的性质不同)
高温	不存在物理吸附，仅有很少的固溶络合物。主要是晶体周界和边缘上的C原子对气体(O_2)的化学吸附，但吸附活化能很大。 \therefore 只能在很高温下，化学吸附才显著。	发生化学变化，产生新气体。化学吸附后的新气体可能自动或被撞击而解吸。

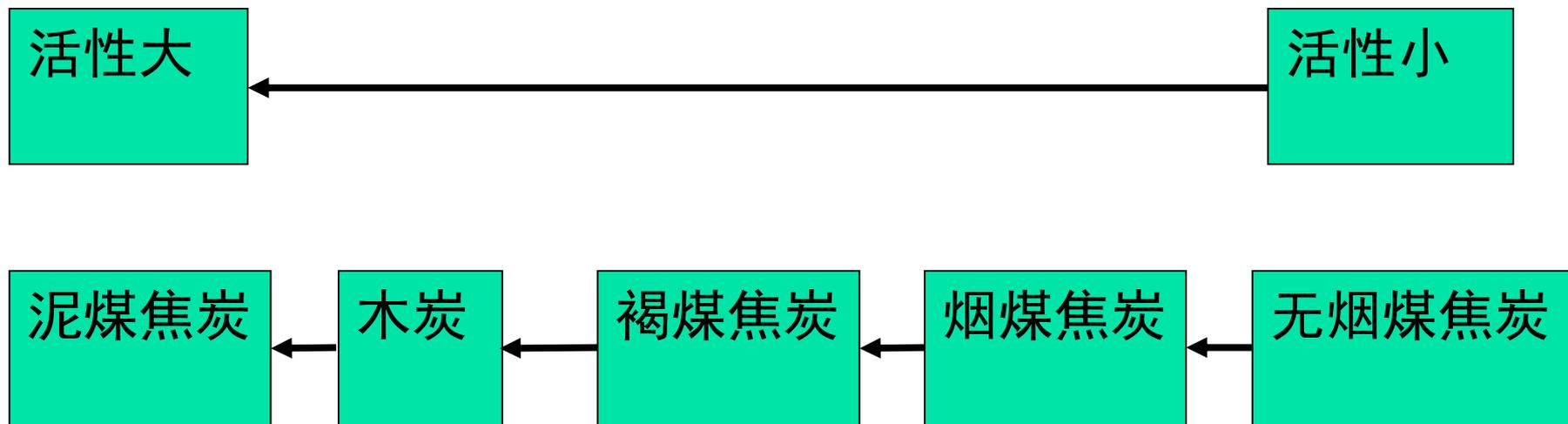


焦炭反应活性

- 由于碳晶体边界与中心的活性不同（价电子低）——**边界反应活性更好。**
- 基本上与基面间的活性不同（间隙大）——**基面间反应活性更好。**
- 内、外表面积大小不同——**表面积大反应活性更好。**
- 所以不同的焦炭其化学反应速度相差甚大。**一般密度小孔隙率高（疏松）的焦炭，粒径小的焦炭（比表面积大，内空隙易暴露），反应活性更强。**



对 $C + CO_2 = 2CO$ 反应的焦炭活性顺序

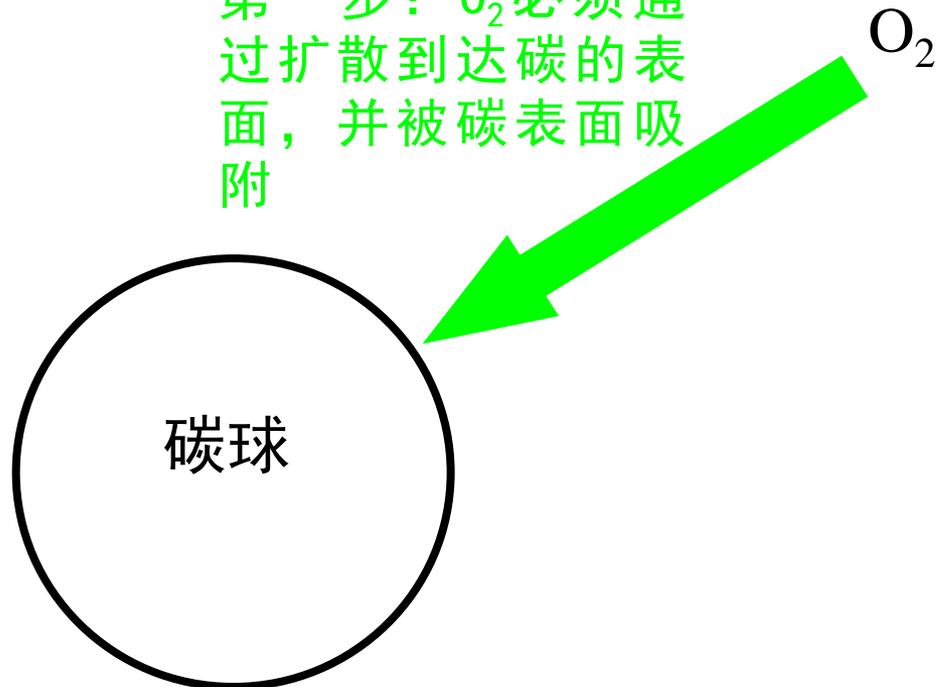




8.2.2 碳燃烧异相反应理论

- 根据异相反应的步骤，首先需要建立的理论，是吸附（解吸）的理论

第一步： O_2 必须通过扩散到达碳的表面，并被碳表面吸附

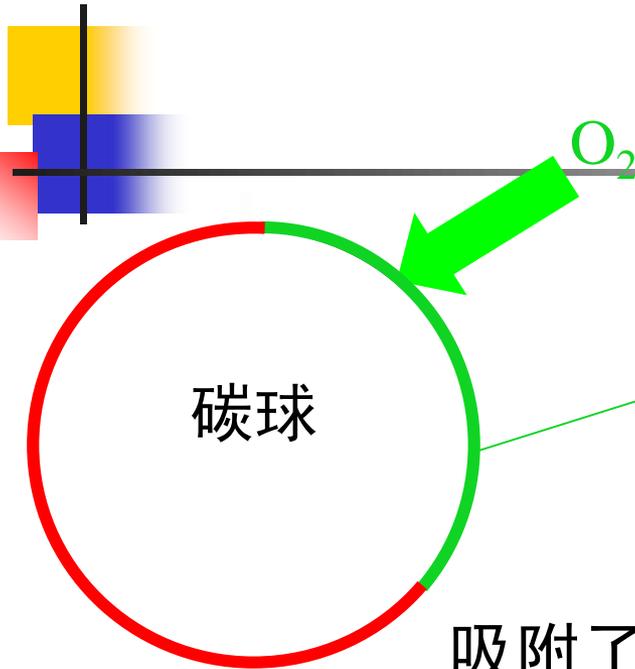




设碳表面上的吸附了氧的面积
份额为 q ，则

$$q = \frac{\text{吸附了 } O_2 \text{ 分子的表面积}}{\text{碳的总表面积}}$$

又称表面遮盖率

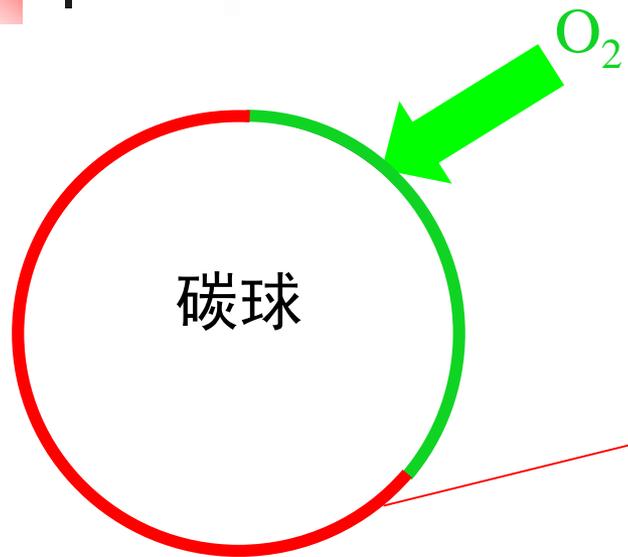


吸附了 O_2 的碳表面上，不能再吸附新的 O_2 分子，而只能把碳—氧反应产物解吸出去。因此，解吸的速率 w_j 与碳表面上 O_2 的吸附面积份额 q 成正比，即吸附面积率 q 愈大，反应物愈多，向外解吸速度 w_j 愈快

- $w_j \propto q$ 或 $w_j = k_{-1} \cdot q$ (k_{-1} ——解吸的比例常数)



吸附与解吸的平衡



同样，在碳表面上 $(1-q)$ 的面积份数上没有吸附 O_2 ，故碳表面附近的 O_2 就有可能再吸附上去。吸附上去的速率 w_x 决定于碳表面附近的 O_2 浓度 C_b 和 $(1-q)$ 的大小。

$$w_x \propto C_b (1-q) \text{ 或 } w_x = k_1 C_b (1-q)$$

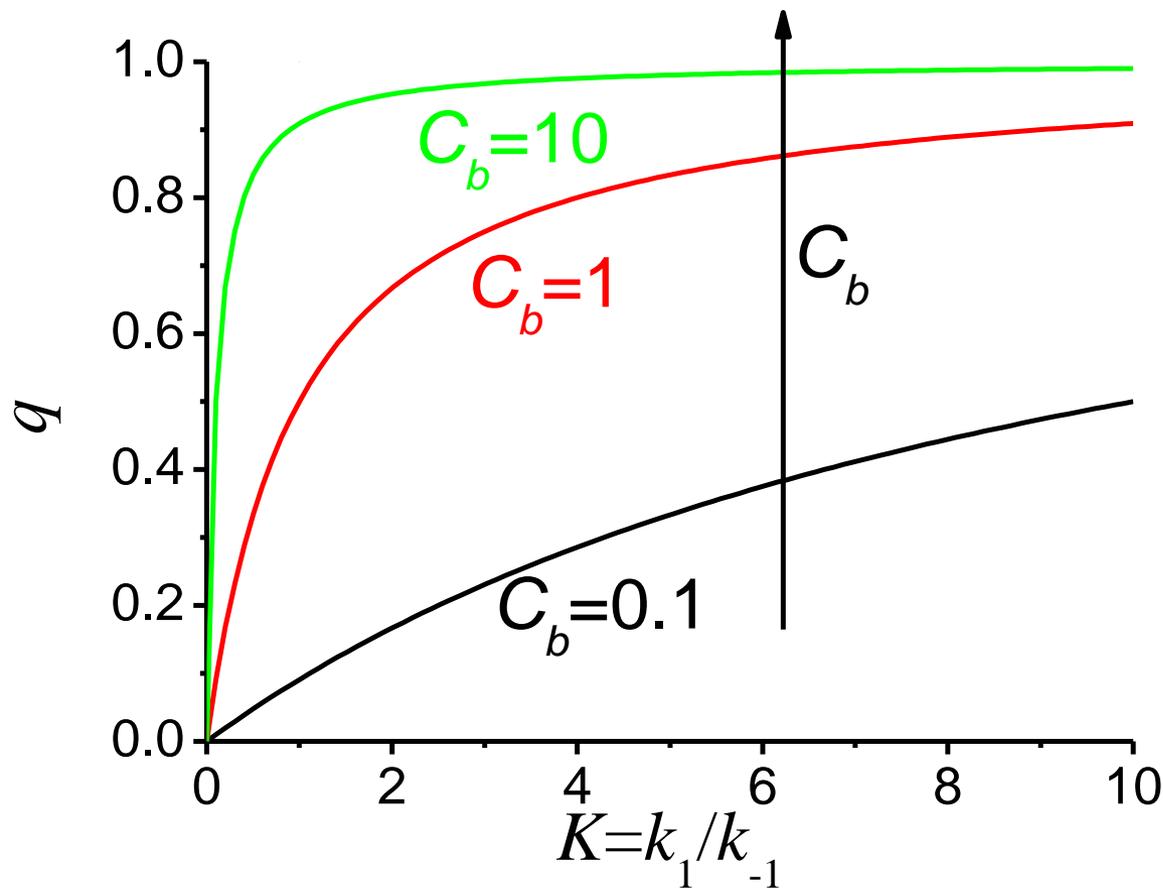
(k_1 ——吸附的比例常数)

当达到平衡时 $w_j = w_x$ 即 $k_{-1} \cdot q = k_1 C_b (1-q)$

$$q = \frac{k_1 C_b}{k_{-1} + k_1 C_b} = \frac{KC_b}{1 + KC_b} \text{ 其中 } K = \frac{k_1}{k_{-1}}$$



q 与 K 及 C_b 的关系





碳表面O₂浓度很低的情况

- 显然：化学反应只能在吸附了O₂的那一部分表面 q 上发生，因此 $q \uparrow$ ——发生碳燃烧反应的机会 \uparrow ——燃烧速度 \uparrow 。所以：碳燃烧化学反应速度 $w_m \propto q$

或

$$w_m = k'q = k' \frac{KC_b}{1 + KC_b}$$

- 讨论：① 当碳表面附近O₂浓度很低时，即 $KC_{O_2} \ll 1$ ，则 $w_m \propto q \approx KC_{O_2} \ll 1$
- 结论：a. 化学反应速度 w_m 与氧浓度 C_b 一次方成比例。反应级数为一级， $n=1$ ；
- b. $q \ll 1$ ，说明碳表面吸附的O₂很少，吸附能力很弱。



碳表面O₂浓度很高的情况

- ② 当碳表面O₂浓度C_{O₂}很高，即 $KC_{O_2} \gg 1$ ，则

$$w_m = k'q = k' \frac{KC_b}{1 + KC_b} \Rightarrow w_m \propto q \approx KC_{O_2}^0 = 1$$

- 结论：a. 此时w_m与C_b的0次方成比例，与碳表面附近O₂浓度无关。此时为0级反应 $n=0$
- b. 此时， $q \approx 1$ 说明碳表面吸附O₂的能力很强，几乎达到了饱和，同时说明解吸能力很弱。
- ③ 当碳表面O₂浓度C_{O₂}中等时，可认为
- $w_m \propto q \approx C_{O_2}^n$
- $n=0 \sim 1$ 即为分数的反应级数。



温度对化学反应因素的影响

温度T	碳表面O ₂ 浓度C _{O₂}	吸附能力q	反应级数n
<800℃ (低温阶段)	C _{O₂} 高	q≈1, 吸附强	n=0
>1200℃ (高温阶段)	C _{O₂} 低	q≪1, 吸附弱	n≥1
800℃~1200℃	中等	q=0~1	n=0~1

- 通常，在处理碳的燃烧反应时，有时为简化问题起见，可以把它当作n=1的一级反应处理。即

$$w_m = kC_b^1 = \left[k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \right] C_b$$



8.2.3 碳燃烧异相化学反应动力学

氧从远方向单位碳表面积单位时间内扩散的流量 q_m (mol/m² s) 为:

$$q_m = \alpha_{zl} (C_\infty - C_b) = \frac{C_\infty - C_b}{\left(\frac{1}{\alpha_{zl}}\right)}$$

把此两式消去 C_b

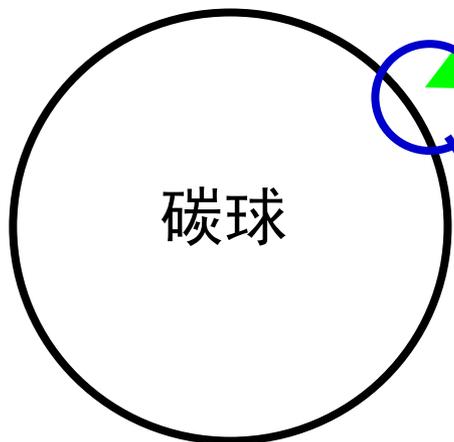
$$q_m = K_b^{O_2} = \frac{C_\infty - C_b}{\frac{1}{\alpha_{zl}}} = \frac{C_b}{\frac{1}{k}} = \frac{(C_\infty - C_b) + C_b}{\frac{1}{\alpha_{zl}} + \frac{1}{k}} = \frac{C_\infty}{\frac{1}{\alpha_{zl}} + \frac{1}{k}}$$

质量交换系数

远方 O₂ 浓度

碳表面 O₂ 浓度

O₂



碳球

扩散到碳表面的 O₂ 与碳发生化学反应, 当达到平衡时, 消耗的 O₂ 量就是 q_m

$$q_m = K_b^{O_2} = k C_b^{n-1} = \left[k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \right] C_b = \frac{C_b}{\frac{1}{k}}$$

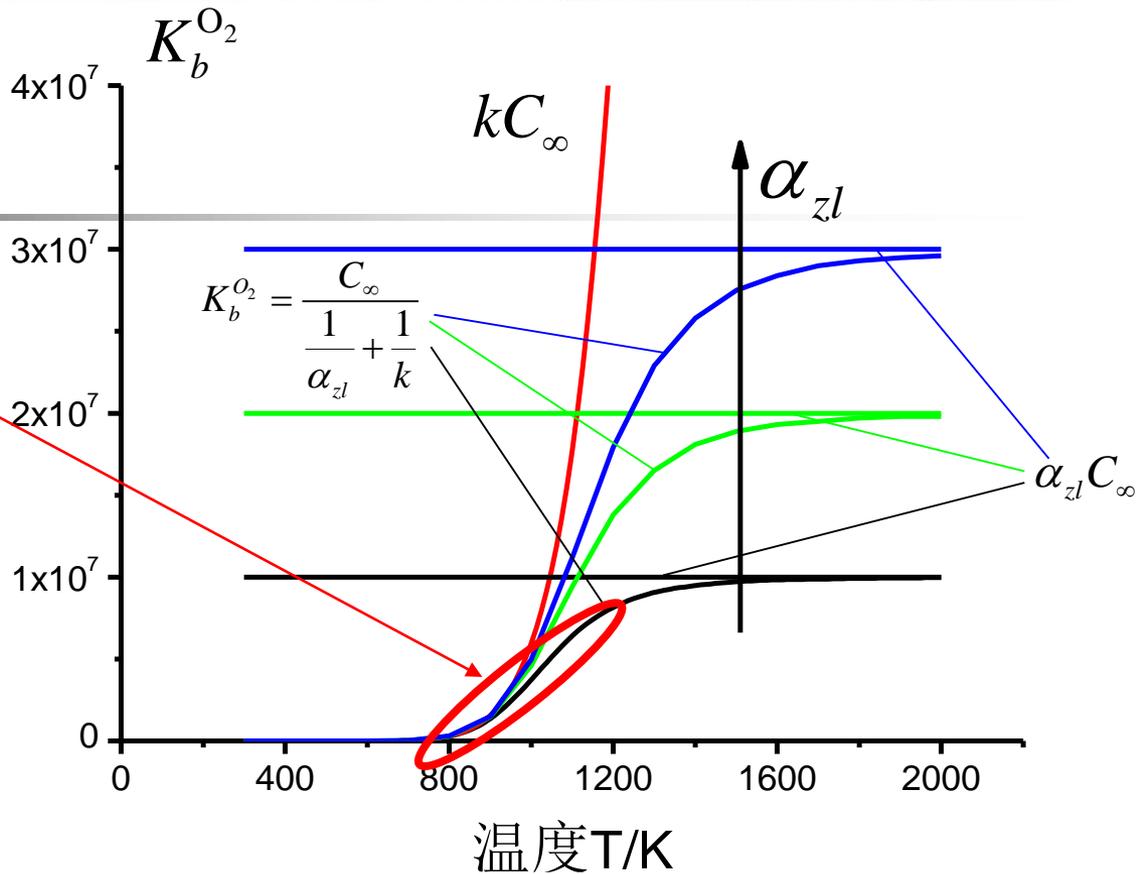
单位时间, 单位碳表面积上燃烧消耗的氧量, mol/m² s



当温度T很低时 $k = k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right)$ 很小

$$\frac{1}{k} \gg \frac{1}{\alpha_{zl}} \rightarrow K_b^{O_2} = \frac{C_\infty}{\left(\frac{1}{k}\right)} = kC_\infty$$

反应速率



结论：①此时，燃烧反应速度决定于化学反应常数 $k(T)$ ——称为动力燃烧（区）（或动力燃烧控制）；

②由于 k 很小，化学反应很慢，碳表面上的 O_2 消耗不掉， \therefore 表面上的 O_2 浓度= C_∞ ，化学反应速度与 O_2 浓度无关，即为0级反应。

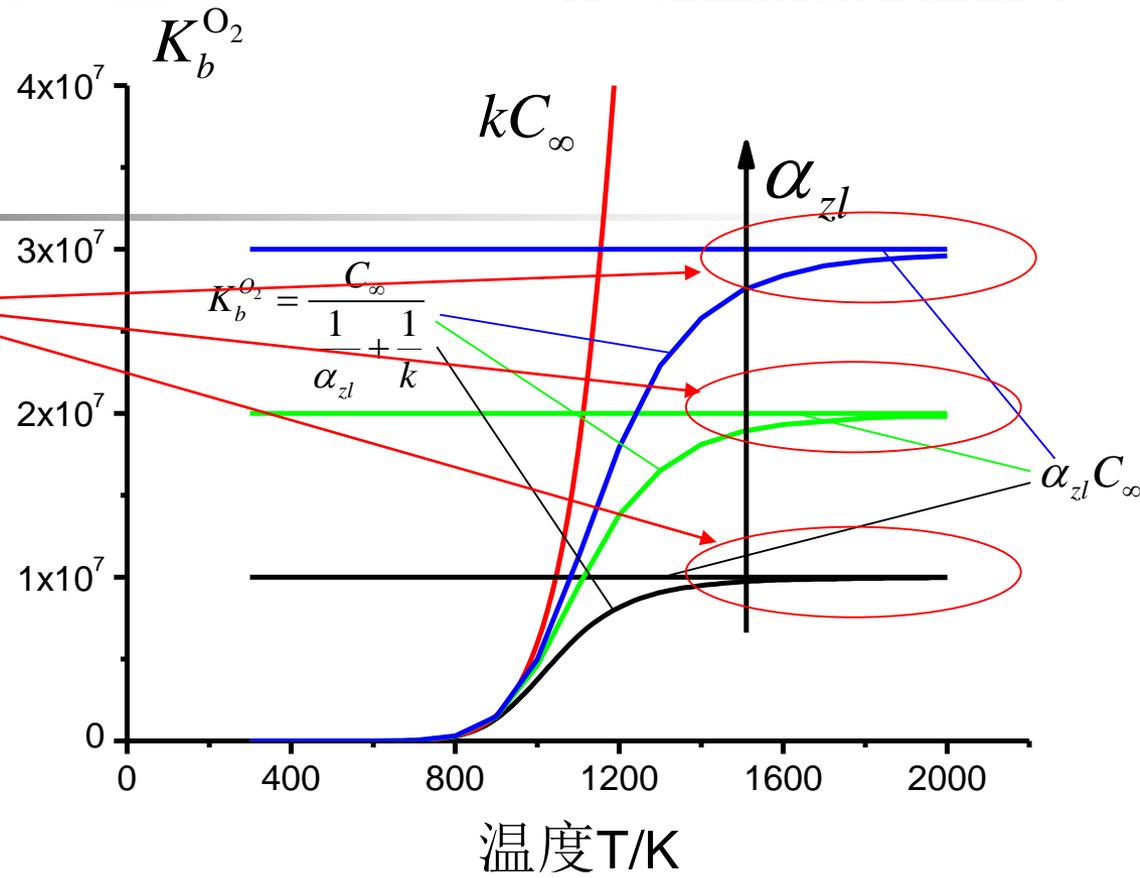


当温度T很高时 $k = k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right)$ 很大

$$\frac{1}{k} \ll \frac{1}{\alpha_{zl}} \rightarrow$$

$$K_b^{O_2} = \alpha_{zl} C_\infty$$

反应速率



结论：①此时燃烧反应速度完全决定于扩散 (α_{zl}) ——称为扩散燃烧 (区) (或扩散燃烧控制)

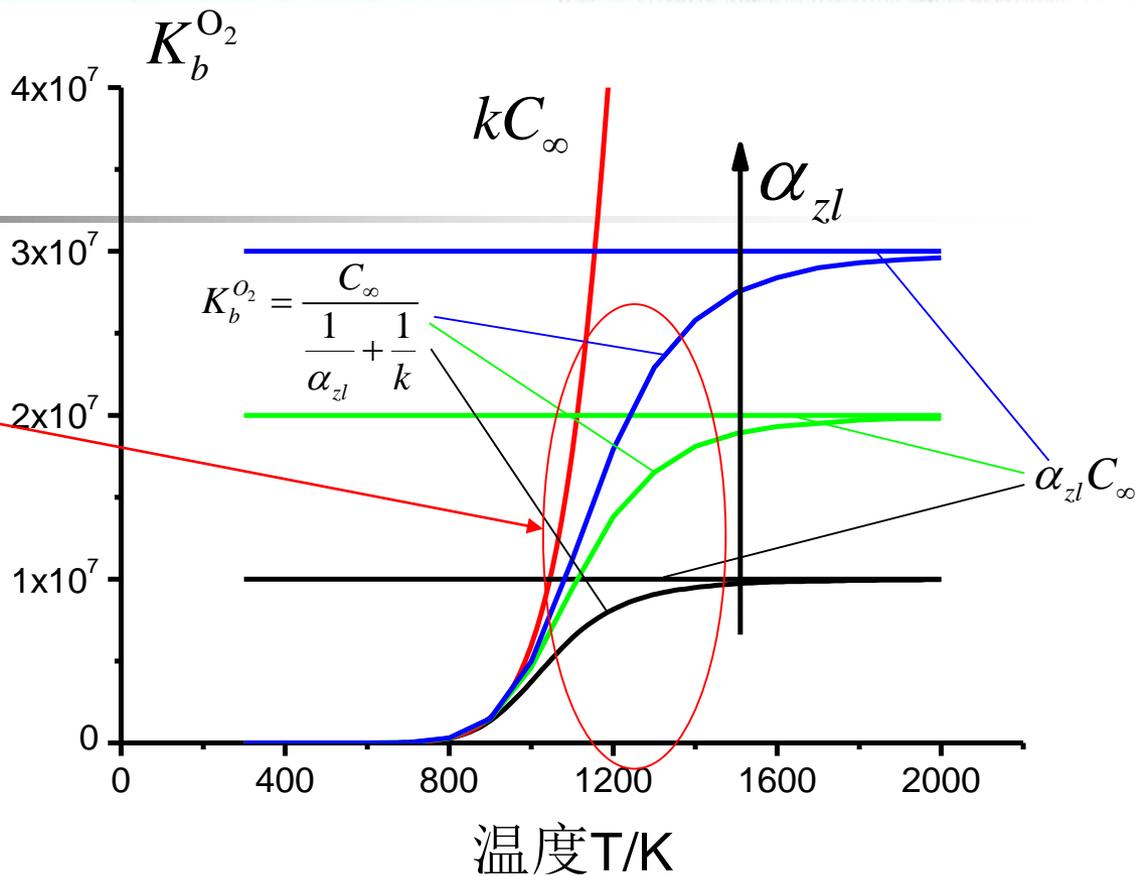
②此时，碳表面化学反应很快， $\therefore O_2$ 一扩散到碳表面就完全燃烧掉， \therefore 燃烧决定于 O_2 供应的多少，决定于碳表面的 O_2 浓度，即为 ≥ 1 级反应。



当T适当, $k \approx \alpha_{zl}$ 时——过渡区

$$K_b^{O_2} = \frac{C_\infty}{\frac{1}{k} + \frac{1}{\alpha_{zl}}}$$

反应速率



总之：当处于动力区时 ($n=0$ 级)，强化燃烧的措施是 $\uparrow T$ 而不是强化通风；

当处于扩散区时, $n \geq 1$ 级，强化燃烧的措施就是强化湍流混合——送风；

当处于过渡区控制时 ($n=0 \sim 1$)，分别 $\uparrow T$ 和 $\uparrow \alpha_{zl}$ 都能起到强化燃烧的效果。



判断燃烧区的谢苗诺夫准则 S_m 和浓度准则 $\frac{C_b}{C_\infty}$

	动力燃烧区	过渡区	扩散燃烧区
谢苗诺夫准则 $S_m = \frac{\alpha_{zl}}{k}$	>9	$0.11 \sim 9$	<0.11
浓度准则 $\frac{C_b}{C_\infty}$	>0.9	$0.1 \sim 0.9$	<0.1

讨论：①颗粒直径 $\delta_0 \downarrow$ $S_m = \frac{\alpha_{zl}}{k} \uparrow \rightarrow$ 向动力区移动；

$$\frac{\alpha_{zl}}{k} = \frac{Nu_{zl} \times \frac{D}{\delta_0}}{k_0 \exp(-\frac{E}{RT})} = \frac{D}{\delta_0 k_0} \times \frac{Nu_{zl}}{\exp(-\frac{E}{RT})}$$

②当 $T \uparrow$ $\exp(-\frac{E}{RT}) \uparrow$ $S_m = \frac{\alpha_{zl}}{k} \downarrow \rightarrow$ 向扩散区移动；

$$Nu = 2 \left(1 + c Re^m Pr^n \right)$$

③当相对速度 $Re \uparrow$ $S_m = \frac{\alpha_{zl}}{k} \uparrow \rightarrow$ 向动力区移动；



粒径对进入扩散区温度的影响

设煤的 $E=126\sim 168\text{kJ/mol}$	进入扩散区的温度 T
$\delta_0=10\text{mm}$ ↓ $\delta_0=0.1\text{mm}$	$\geq 1200\text{K}$ $\geq 2000\text{K}$

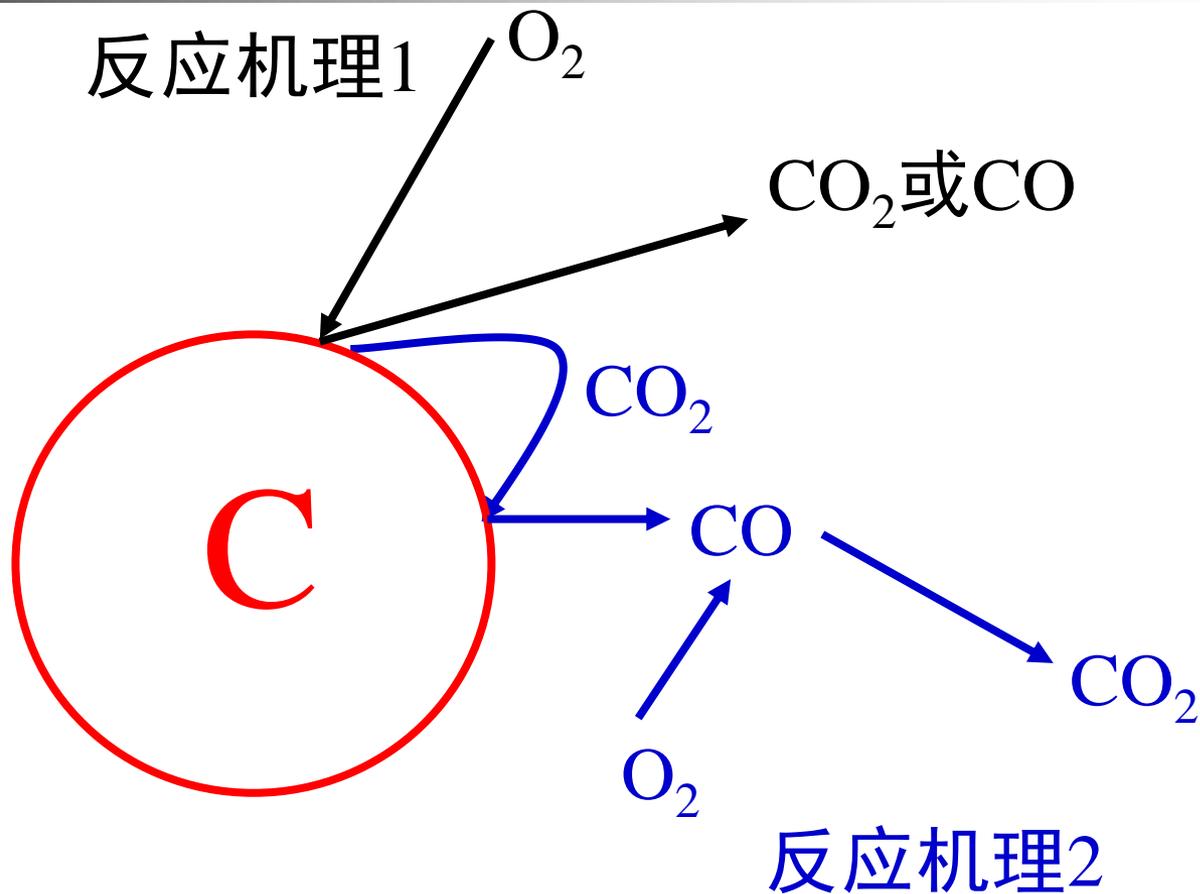


8.2.4 碳燃烧化学反应机理

- 基本的宏观反应
- 1、一次反应——指碳与氧之间的直接反应
- $C + O_2 = CO_2 + 409MJ$
- $2C + O_2 = 2CO + 245MJ$
- 2、二次反应——指一次反应的产物在碳表面或空间的再反应
- $2CO + O_2 = 2CO_2 + 571MJ$ （放热反应）
- $CO_2 + C = 2CO - 162MJ$ （吸热反应）
- 一次反应和二次反应是碳燃烧过程中的基本反应，实际过程中交叉平行进行着。

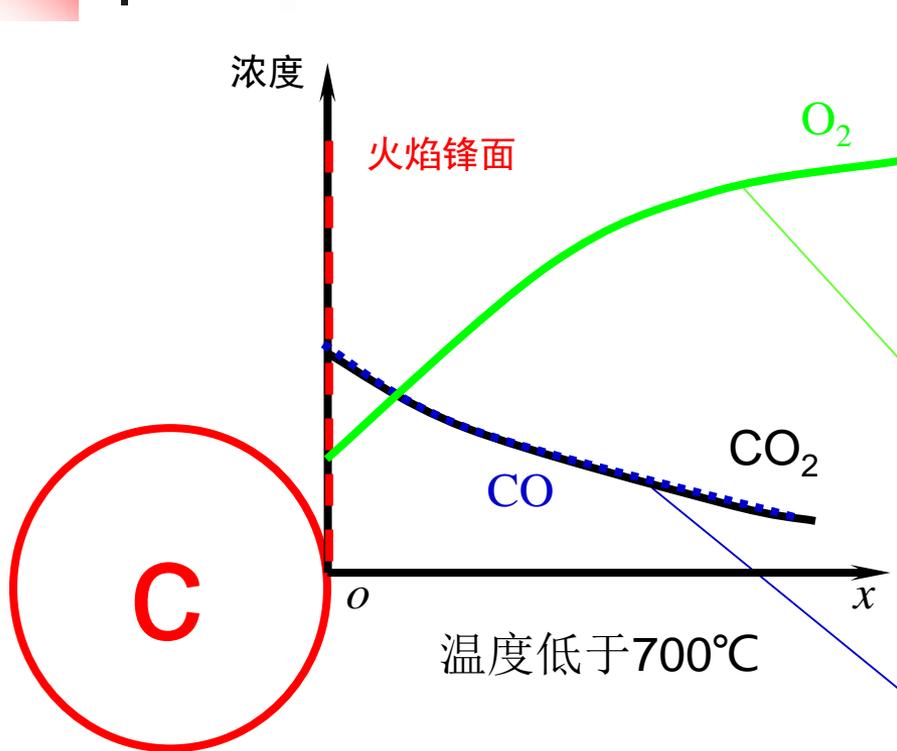


8.2.4 碳燃烧化学反应机理

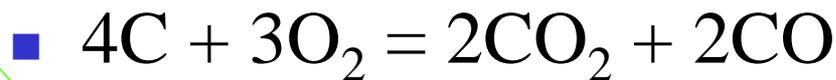




8.2.4 碳燃烧化学反应机理



- 温度不太高，气化反应尚不能发生，CO也不能与 O_2 在空间发生反应。反应式为：

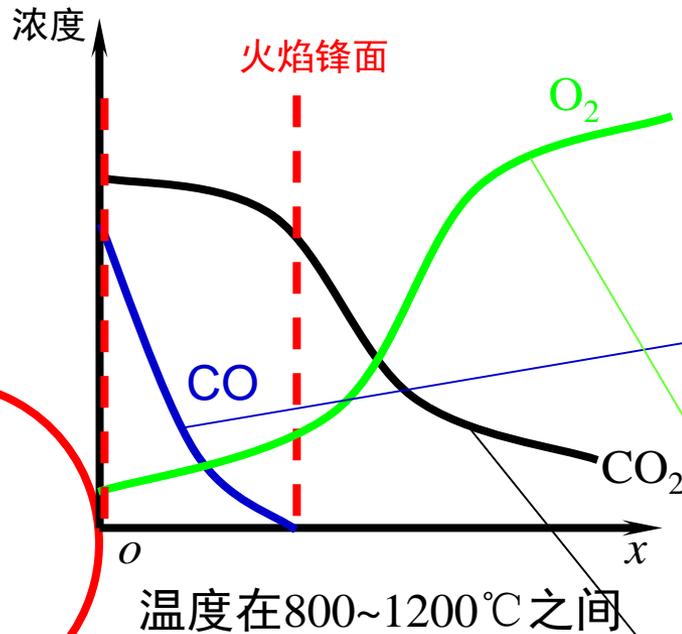


O_2 浓度由远处向近处一路递减，直到碳球表面。

CO_2 和 CO 由表面向远处扩散，浓度也是一路递减。



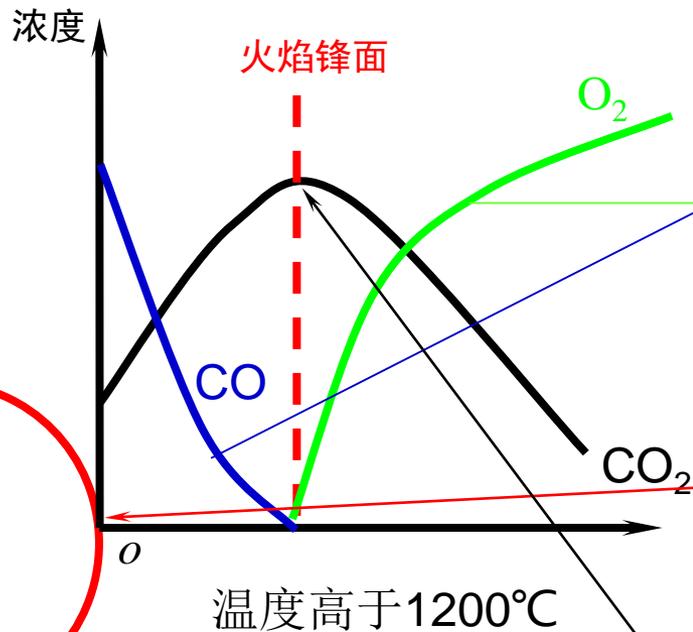
8.2.4 碳燃烧化学反应机理



- 温度还不够高，气化反应仍不能发生。反应式仍为：
- $4C + 3O_2 = 2CO_2 + 2CO$
- 但是，CO可以与O₂在空间发生反应。火焰锋面以外没有CO。
- O₂浓度由远处向近处一路递减，只有和CO反应后剩余的O₂才能扩散到碳球表面。
- CO₂浓度高于CO浓度。



8.2.4 碳燃烧化学反应机理



- 温度已足够高，碳球表面发生气化反应：
- $C + CO_2 = 2CO$
- CO与O₂在空间发生反应，并把向碳球表面扩散的O₂完全消耗掉。火焰锋面以外没有CO。而火焰锋面以内没有O₂。
- 碳球表面因为得不到O₂只能发生气化反应。气化反应所需的吸热由CO燃烧的放热供给。
- 火焰锋面上CO₂浓度最高。并向两侧扩散，向内供给气化反应所需的CO₂。向外则扩散到远处。



8.2.4 碳燃烧化学反应机理

- 3、其它反应——在碳燃烧过程中如果有水蒸汽（这是经常普遍存在的）还会发生其他反应
- $C+H_2O=CO+H_2$ （吸热）
- $C+2H_2O=CO_2+2H_2$
- $3C+4H_2O=2CO+CO_2+4H_2$
- $$C+2H_2 \begin{array}{c} \xrightarrow{\text{增压}} \\ \xleftarrow{\text{常压, 高温}} \end{array} CH_4$$
- 以上反应究竟哪些是主要的，这需要看具体情况。实际上，一次反应只表示了反应的反应物和最终的生成物及其物质平衡及热平衡关系，并未说明碳和氧的燃烧反应的具体过程，因此应进一步研究。



碳与氧燃烧的化学反应（一次反应）机理

- 各国许多学者的研究由于实验条件的差别，结论是不尽相同。大致有三种观点：
- 1、二氧化碳学说： CO_2 是一次反应的产物，而CO只是 $\text{CO}_2 + \text{C}$ 的二次反应产物
- 2、一氧化碳学说：CO是一次反应的产物，在碳表面附近 $\text{CO} + \text{O}_2$ 才生成了 CO_2
- 3、两步反应说：第一步生成络合物 $x\text{C} + y/2 \text{O}_2 = \text{C}_x\text{O}_y$ （碳氧络合物）。第二步络合物的分解 $\text{C}_x\text{O}_y = m\text{CO}_2 + n\text{CO}$ 其 n/m 随温度T升高而升高
- 三种观点至今尚未统一，不过普遍接受第三种观点——即碳氧反应先生成碳氧络合物，然后络合物再同时生成 CO_2 和CO
- 结论：C与 O_2 的异相化学反应过程是经历吸附—络合—热分解或离解—解吸一系列环节完成的。



碳与氧燃烧的化学反应（一次反应）机理

- 实验研究发现：
 - ①当 $T < 1300^\circ\text{C}$ ，C表面 O_2 的分压（浓度）很小，发生反应 $\text{C} + 2\text{O}_2 = \text{C}_3\text{O}_4$ 。由于此时温度不很高，此时 C_3O_4 比较稳定，当有能量高的 O_2 分子撞击时，发生如下离解反应： $\text{C}_3\text{O}_4 + \text{C} + \text{O}_2 = 2\text{CO}_2 + 2\text{CO}$ （此反应与 O_2 有关故为 $n=1$ 级反应）此时产物中 $\text{CO}/\text{CO}_2=1$ ；
 - ②当 $T > 1600^\circ\text{C}$ ，由于温度高，碳氧反应是通过晶格边缘棱角的C原子发生络合反应 $3\text{C} + 2\text{O}_2 = \text{C}_3\text{O}_4$ ，进而发生反应 $\text{C}_3\text{O}_4 = 2\text{CO} + \text{CO}_2$ （此分解反应与 O_2 浓度无关，是自行热分解，是 $n=0$ 级反应）此时 $\text{CO}/\text{CO}_2=2$ ；
 - ③当 $T=1300\sim 1600^\circ\text{C}$ 时，若碳表面 O_2 浓度不很大，燃烧反应接近于1级反应。
- 一般情况下，煤和焦炭都在常压或增压下进行燃烧，着火后碳表面的温度都在 $1300\sim 1600^\circ\text{C}$ 范围内，所以燃烧速度可按1级反应来表示，即 $K_b^{\text{O}_2} = kC_b$ （ C_b 表示碳表面的 O_2 浓度 mol/m^3 ， k 服从Arrhenius定律， $K_b^{\text{O}_2}$ 为碳表面 O_2 消耗速度（即燃烧速度） $\text{mol}/\text{m}^2\cdot\text{s}$ ）
- 一般碳和氧在高温下反应活化能 $E=125\sim 199\text{kJ}/\text{mol}$



碳和CO₂化学反应机理

——又称碳的气化反应或CO₂的还原反应

- 这是一个吸热的异相化学反应，所以在低温下（如 < 800℃）化学反应速度≈0，且活化能很高，因此这个反应只能在 > 1300℃ 的高温下才能进行。
- 煤的气化反应常作为测定煤活性的基础。

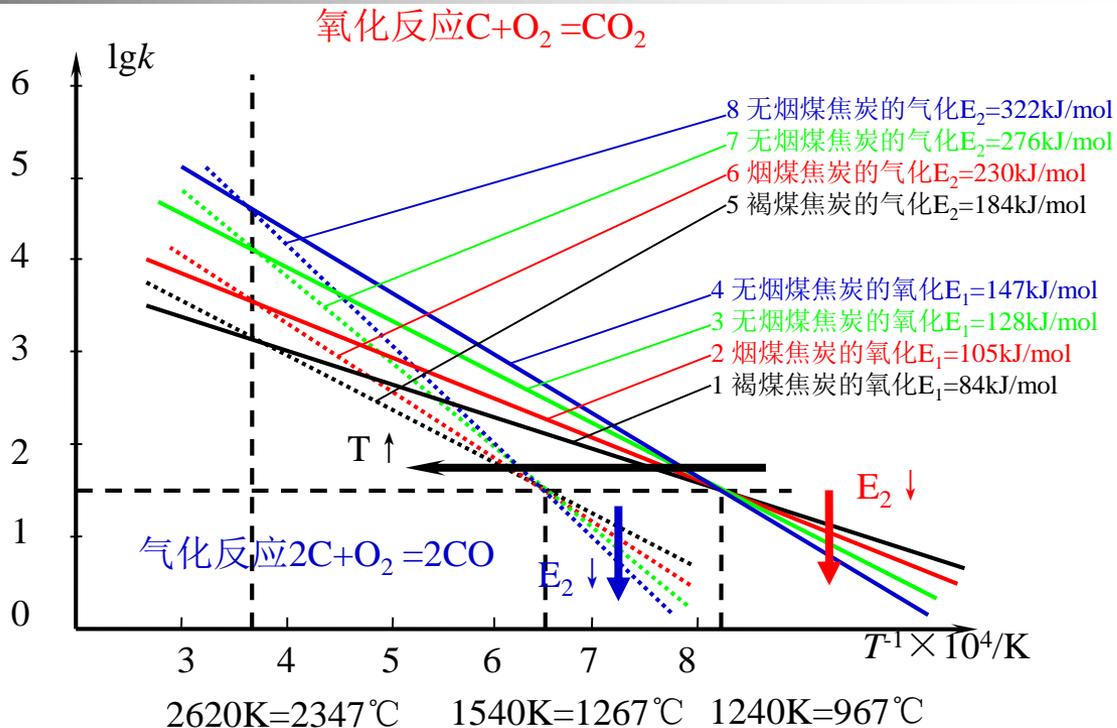
	反应进程中的关键	反应级数n
T < 700℃	(1) 固溶络合+化学吸附表面 (2) CO ₂ 浓度较高	K _b ^{CO₂} 与C _{CO₂} 无关 0级
	(3) CO生成很少，化学反应速度很慢	
T > 950℃	表面CO ₂ 不高，决定于化学吸附	K _b ^{CO₂} ∝ C _{CO₂} 1级



C气化和氧化反应的活化能 (E) 与温度 (T) 的关系

结论:

①关于活化能特性



气化反应的活化能 E_2 总是 $>$ 氧化反应的活化能 E_1

对于同一种焦炭统计平均 $E_2 \approx 2.2 E_1$



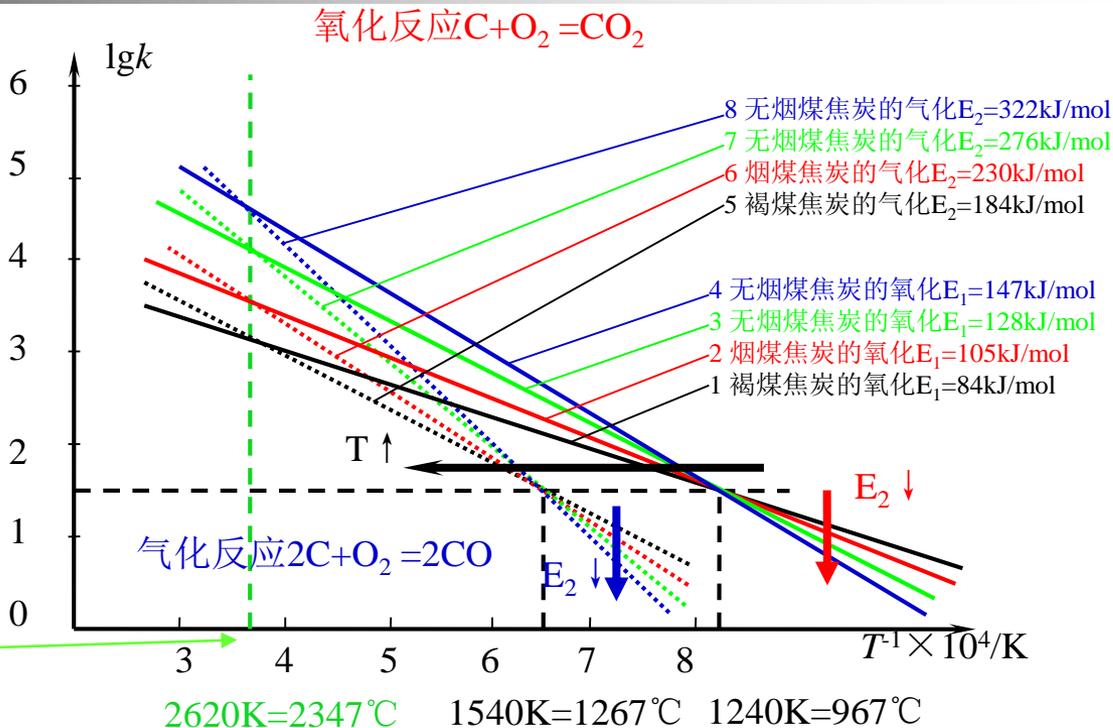
C气化和氧化反应的活化能 (E) 与温度 (T) 的关系

结论:

②关于化学反应速度常数k的特性

a)对同一种焦炭

当气化反应的速度常数 k_2 = 氧化反应速度常数 k_1 的临界温度 $T=2347^\circ\text{C}$



即 $T > 2347^\circ\text{C}$ $k_2 > k_1$, $T < 2347^\circ\text{C}$ $k_2 < k_1$
在 $T=1200 \sim 1300^\circ\text{C}$ 区间 $k_2 = k_1/10$ 或 $k_1 = 10 k_2$



C气化和氧化反应的活化能 (E) 与温度 (T) 的关系

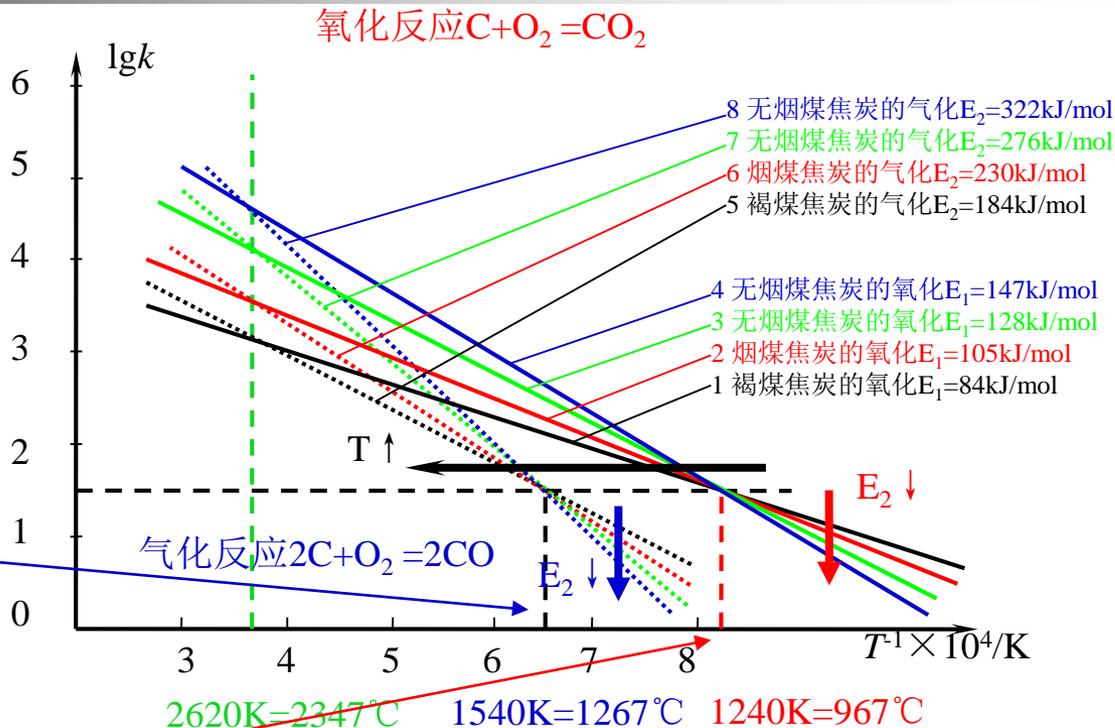
结论:

②关于化学反应速度常数k的特性

b)对各种不同的焦碳

当 $T=1267^{\circ}\text{C}$ 各种焦碳的 k_2 都相等

当 $T=967^{\circ}\text{C}$ 各种焦碳的 k_1 都相等





C气化和氧化反应的活化能（E）与温度（T）的关系

结论：

③氧化反应是放热反应——自我促进机制（正反馈）

氧化反应速度↑ → 放热↑ → 温度↑ $w_m = kC_b^1 = \left[k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \right] C_b$





C气化和氧化反应的活化能（E）与温度（T）的关系

结论：

③ 气化反应是吸热反应——自我抑制机制（负反馈）

气化反应速度↑ → 吸热↑ → 温度↓ $w_m = kC_b^1 = \left[k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \right] C_b$





C和水蒸气的化学反应机理——水煤气发生原理

- 这也是一个异相吸热化学反应
- $C+H_2O \rightleftharpoons CO+H_2$
- 该反应与 $C+O_2$ 的氧化反应相比
- 共同点：
- 异相反应：吸附—络合—热解、离解—解散过程
- 反应级数： $n=1$
- 不同点： $E_{C+H_2O} \approx 1.6E_{C+O_2}$



C和水蒸气的化学反应机理——水煤气发生原理

- 与C+CO₂气化反应相比
- $E_{C+H_2O} \approx 0.73E_{C+CO_2}$
- ($\because E_{C+CO_2} \equiv 2.2E_{C+O_2}$)
- 所以经研究，水煤气反应比气化反应迅速(快)。
- 其化学反应速度比气化反应速度约快3倍。



8.3 碳球燃烧速度与燃尽时间

8.3.1 碳球的燃烧

一、假设

- ① 燃烧反应在扩散区燃烧，即C球表面 O_2 浓度很低， $C_b \approx 0$
- ② 碳球表面进行氧化一次反应 $C + O_2 = CO_2$ ，生成物 CO_2 向外扩散，没有气化反应 $CO_2 + C = 2CO$ 发生
- ③ 碳球相对运动 $Re=0$ (与周围气体之间无相对运动)
- ④ 碳球周围气体浓度分布均匀



二、碳球表面扩散燃烧的燃烧速度

- $K_b^{O_2} = \alpha_{zl} C_\infty \quad \text{kg}/(\text{m}^2\text{s})$
- 那么单位时间单位C表面积上消耗的C量应为：

$$K_b^C = \beta K_b^{O_2} = \beta \alpha_{zl} C_\infty = 2\beta \frac{DC_\infty}{\delta}$$

- 单位时间内烧掉的C量应为

$$\dot{m} = (\pi\delta^2) K_b^C = (\pi\delta^2) 2\beta \frac{DC_\infty}{\delta}$$



三、单位时间内，碳球质量的减少量为

$$\dot{m} = -\frac{d}{d\tau} \left(\rho_r \frac{\pi\delta^3}{6} \right) = -\rho_r \frac{\pi\delta^2}{2} \frac{d\delta}{d\tau}$$

- 两个 \dot{m} 相等，移项积分
- 积分区间 τ : 从 $0 \rightarrow \tau$
- δ : 从 $\delta_0 \rightarrow \delta$

$$\int_{\delta_0}^{\delta} \delta d\delta = -\int_0^{\tau} \frac{4\beta DC_{\infty}}{\rho_r} d\tau \Rightarrow \delta_0^2 - \delta^2 = \frac{8\beta DC_{\infty}}{\rho_r} \tau = K\tau$$

式中 $K = \frac{8\beta DC_{\infty}}{\rho_r}$



这就是碳球扩散燃烧时的**直径平方直线定律**

$$\delta_0^2 - \delta^2 = K\tau$$

$$\tau_{rj} = \frac{\delta_0^2}{K}$$

- 讨论①当 $\delta \rightarrow 0$ 时, $\tau \rightarrow \tau_{rj}$
- 可知: 煤燃烧时, 磨得越细($\downarrow \delta_0$), 反应越快, 燃尽时间 τ_{rj} 越短
- ② K 的实验结果
- 对煤粉燃烧时 $K=0.0229 \text{ mm}^2/\text{s}$
- 对单颗煤粉时 $K=0.16 \text{ mm}^2/\text{s}$ (大约是单个油滴的1/5~1/6)

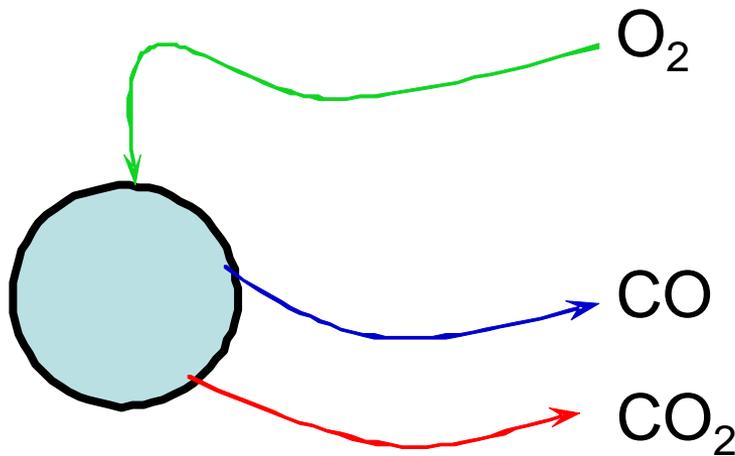


8.3.2 有二次反应的情况

- 考虑实际有二次反应($2\text{CO} + \text{O}_2 = 2\text{CO}_2$ 及 $\text{C} + \text{CO}_2 = 2\text{CO}$)时的情况
- 由于上述反应与温度区间有关，故分别讨论



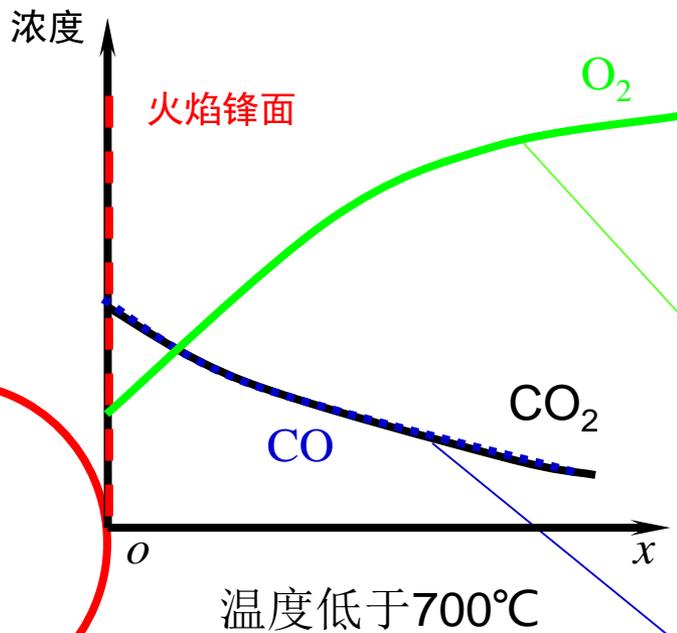
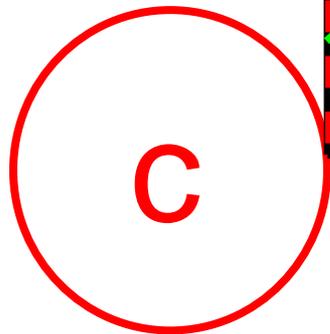
1) 当 $T < 700^\circ\text{C}$ ，由于温度低，不发生气化反应和CO燃烧反应



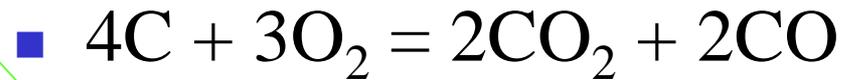
- 碳球与氧气反应式为：
- $4\text{C} + 3\text{O}_2 = 2\text{CO}_2 + 2\text{CO}$
- C表面 O_2 浓度 C_b 高
- $4\text{C} + 3\text{O}_2 = 2\text{CO}_2 + 2\text{CO}$
- $\text{CO}/\text{CO}_2 = 1$
- $\beta = (4 \times 12) / (3 \times 32) = 0.5$



1) 当 $T < 700^\circ\text{C}$ ，由于温度低，不发生气化反应和CO燃烧反应



- 温度不太高，气化反应尚不能发生，CO也不能与 O_2 在空间发生反应。反应式为：

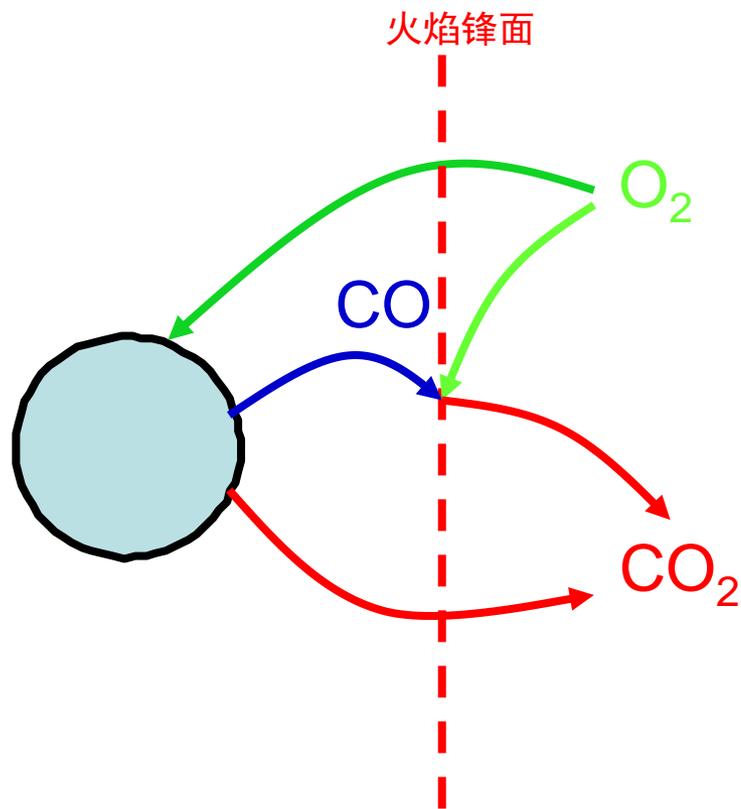


O_2 浓度由远处向近处一路递减，直到碳球表面。

CO_2 和 CO 由表面向远处扩散，浓度也是一路递减。



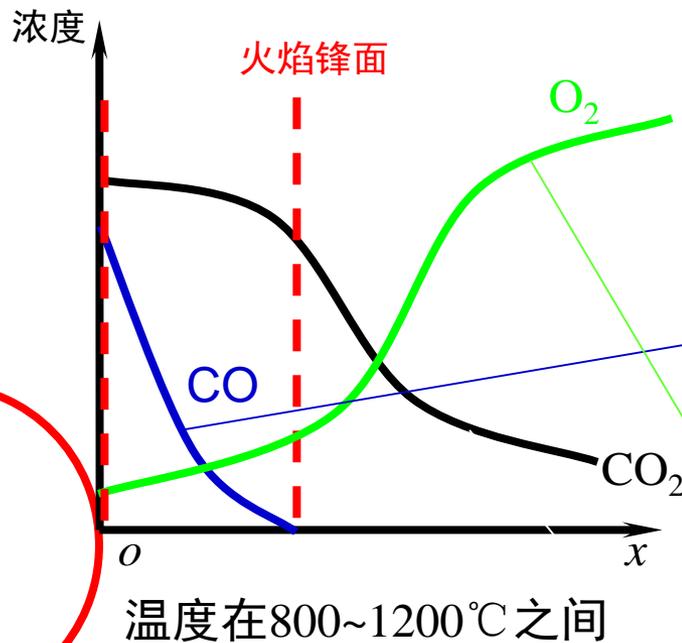
2) 当 $T=800\sim 1200^{\circ}\text{C}$ ，由于温度仍较低，不发生
气化反应



- 碳球与氧气反应式为：
- $4\text{C}+3\text{O}_2=2\text{CO}_2+2\text{CO}$
- $\text{CO}/\text{CO}_2=1$
- 空间中反应式为：
- $2\text{CO}+\text{O}_2=2\text{CO}_2$
- 总反应式为
- $4\text{C}+4\text{O}_2=4\text{CO}_2$
- 碳表面 O_2 浓度 C_b 随 $T\uparrow$ 而
逐渐 \downarrow
- $\beta=(4\times 12)/(4\times 32)=0.375$



2) 当 $T=800\sim 1200^{\circ}\text{C}$ ，由于温度仍较低，不发生
气化反应

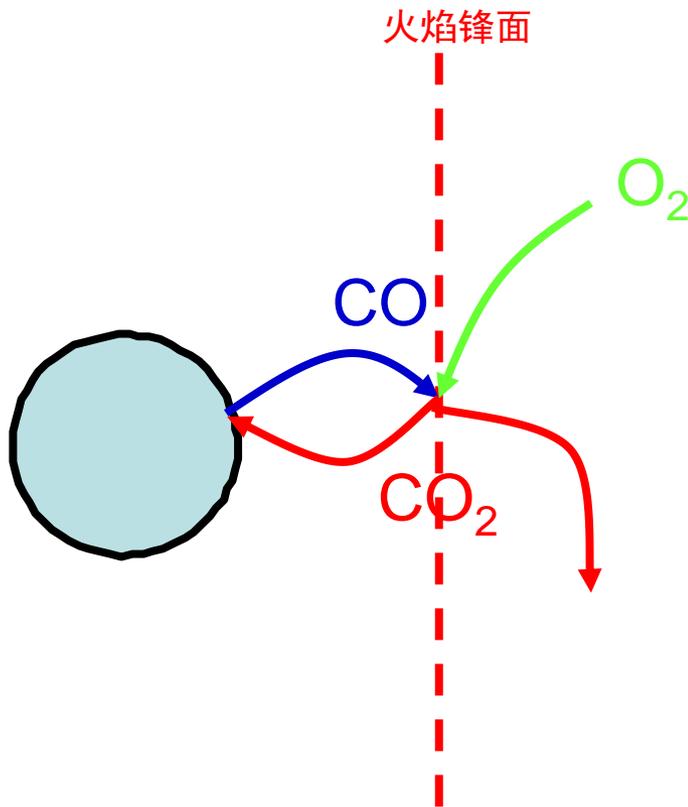


- 温度还不够高，气化反应仍不能发生。反应式仍为：
- $4\text{C} + 3\text{O}_2 = 2\text{CO}_2 + 2\text{CO}$
- 但是，CO可以与 O_2 在空间发生反应。火焰锋面以外没有CO。
- O_2 浓度由远处向近处一路递减，只有和CO反应后剩余的 O_2 才能扩散到碳球表面。
- CO_2 浓度高于CO浓度。



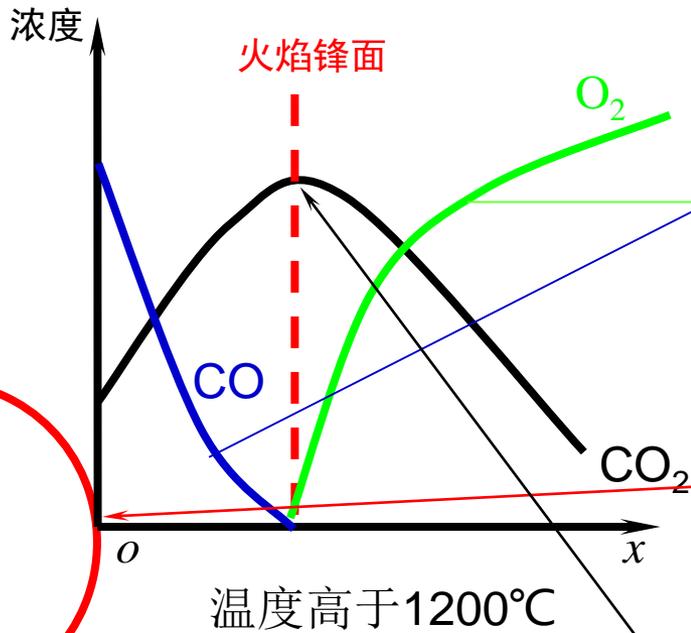
3) 当 $T > 1200 \sim 1300^\circ\text{C}$ ，此时温度很高， $C_b = 0$

- 碳球与氧气反应式为：
- $3\text{C} + 2\text{O}_2 = \text{CO}_2 + 2\text{CO}$
- 气化反应发生：
- $\text{CO}_2 + \text{C} = 2\text{CO}$
- 总反应式为
- $4\text{C} + 2\text{O}_2 = 4\text{CO}$
- $\beta = (4 \times 12) / (2 \times 32) = 0.75$





3) 当 $T > 1200 \sim 1300^\circ\text{C}$ ，此时温度很高， $C_b = 0$



■ 温度已足够高，碳球表面发生气化反应：



■ CO与 O_2 在空间发生反应，并把向碳球表面扩散的 O_2 完全消耗掉。火焰锋面以外没有CO。而火焰锋面以内没有 O_2 。

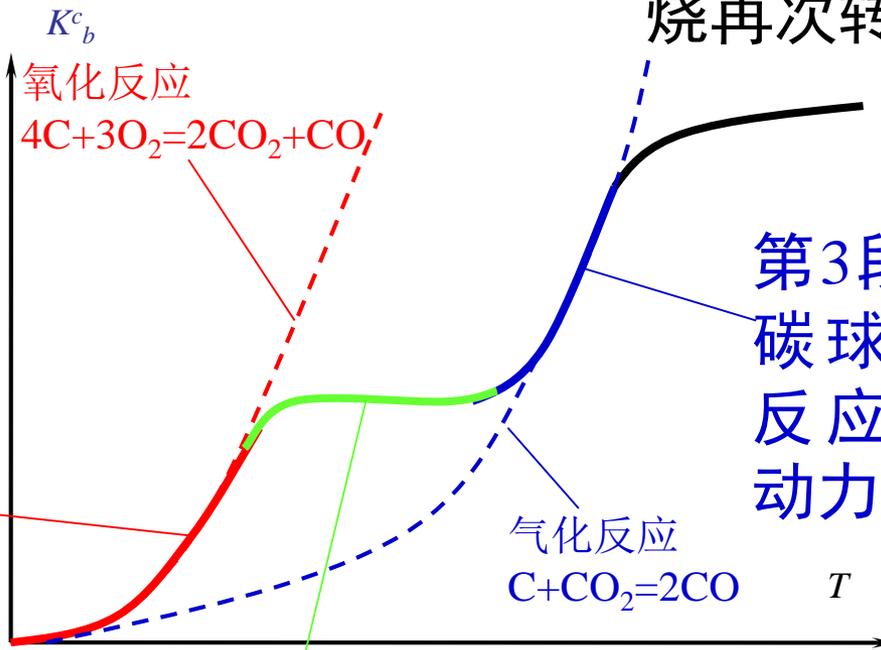
■ 碳球表面因为得不到 O_2 只能发生气化反应。气化反应所需的吸热由CO燃烧的放热供给。

■ 火焰锋面上 CO_2 浓度最高。并向两侧扩散，向内供给气化反应所需的 CO_2 。向外则扩散到远处。



4) 碳球表面的C燃烧速度与与温度 T 的关系

第1段：温度很低，动力控制区，只发生氧化反应



第4段：温度继续提高，燃烧再次转入扩散控制

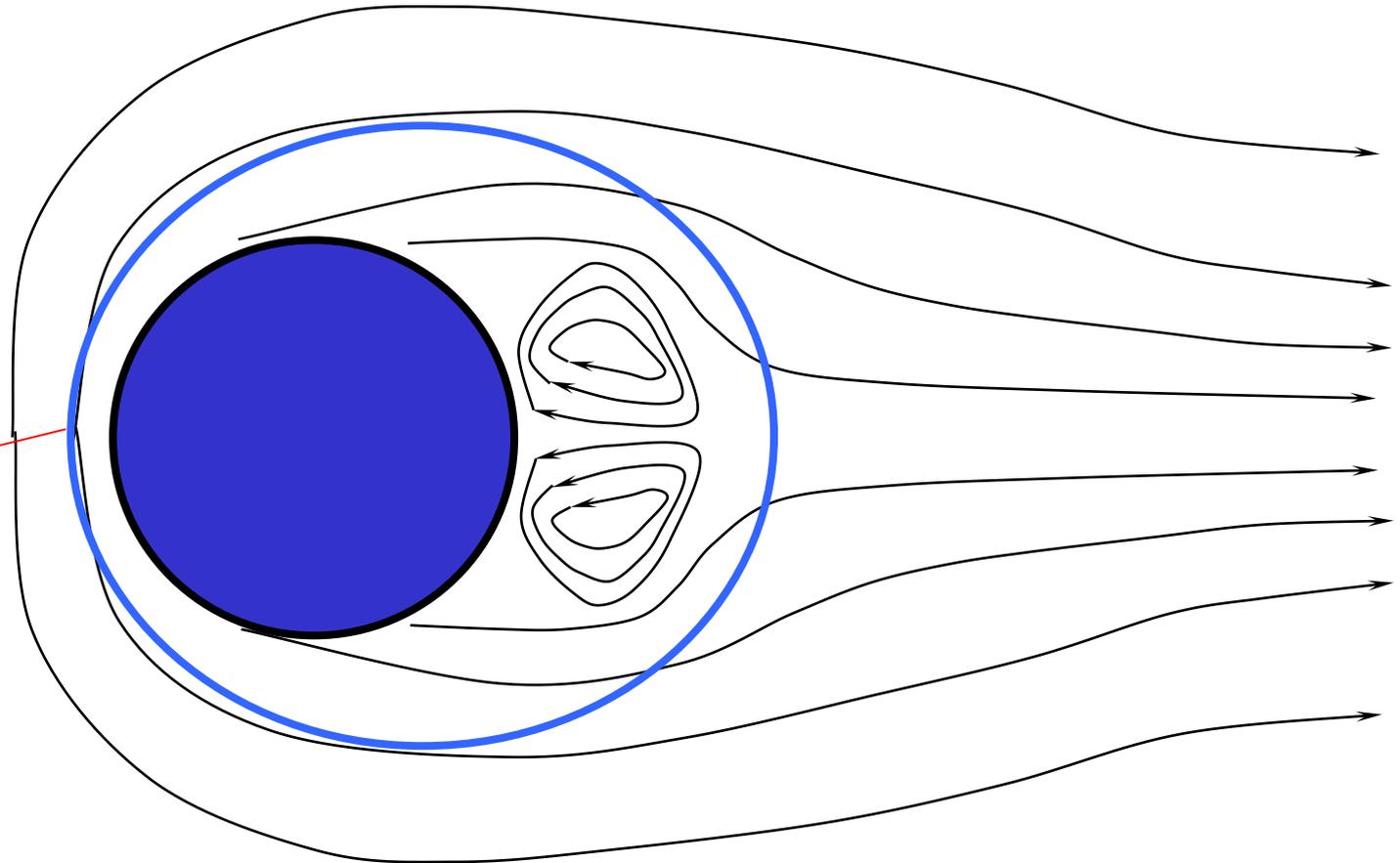
第3段：温度很高，碳球表面发生气化反应，燃烧又转入动力控制

第2段：温度上升，进入扩散控制区，反应速度与 T 无关



5) 当碳球与周围气流存在相对运动时的燃烧特点

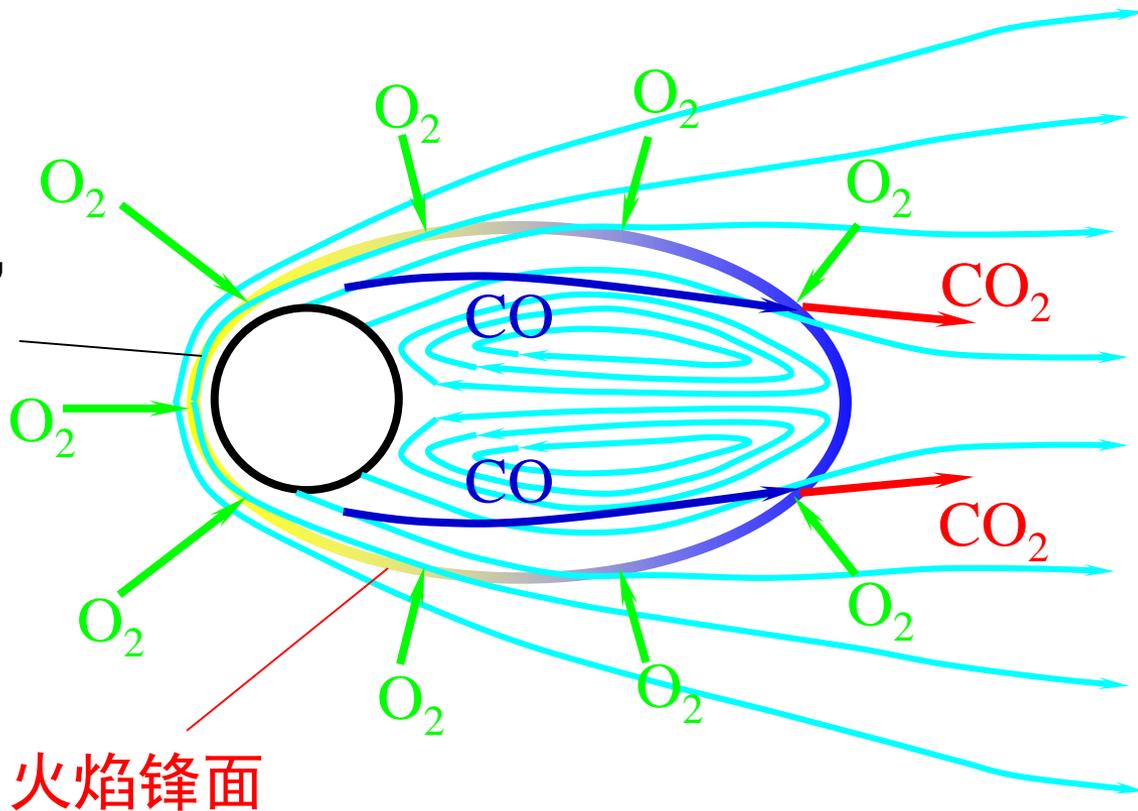
当 Re 很小时，研究发现碳球周围有浅蓝色火焰，表明 CO 在碳球周围燃烧





当 $Re > 100$ 时 燃烧情况有很大改变：碳球周围燃烧变的很不均匀

当 $T < 1200^\circ\text{C}$ ，迎着气流的部分，反应速度很高，火焰发亮

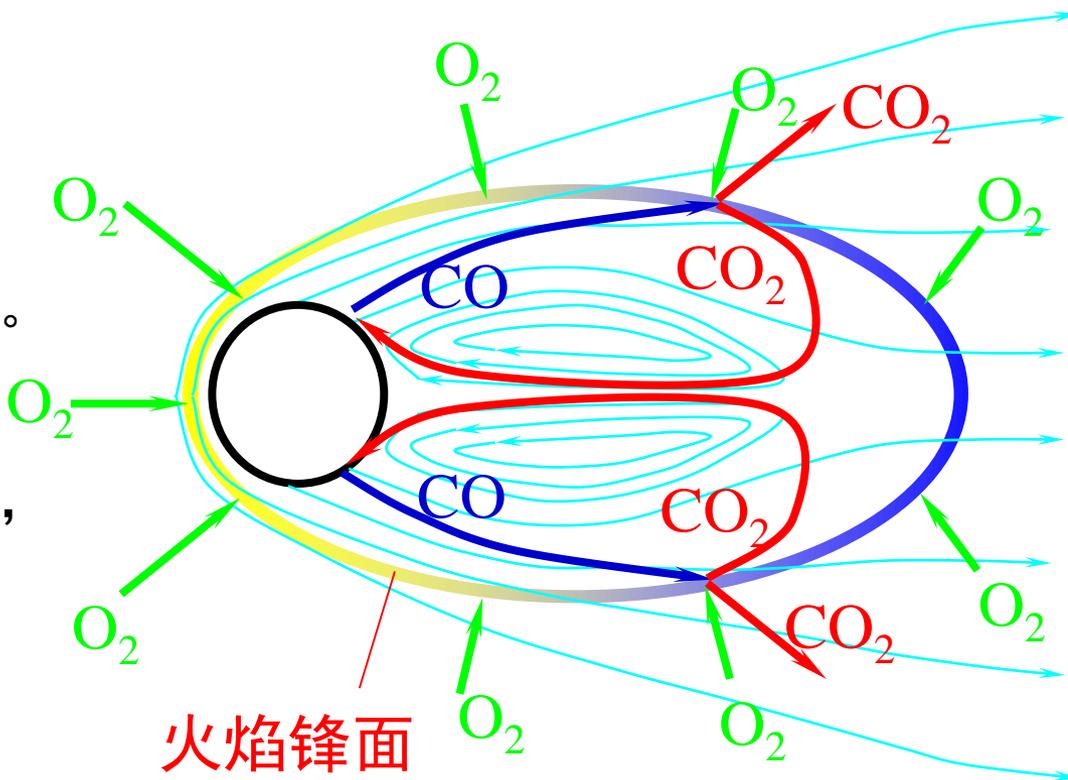


而后部回流区反应很弱，几乎不进行，尾迹上拖着较长的兰色火焰。这是因为正面燃烧生成的CO来不及燃烧，被吹到后部燃烧，即 $2CO + O_2 = 2CO_2$



当 $Re > 100$ 时 燃烧情况有很大改变：碳球周围燃烧变的很不均匀

当 $T > 1200^\circ\text{C}$,
 碳球后部回流区中被 CO 和 CO_2 包围, 阻碍了扩散 O_2 进去。后部有气化反应
 $\text{CO}_2 + \text{O}_2 = 2\text{CO}$,
 而回流区中几乎不存在氧化反应。



尾迹有 CO 在燃烧。
 $2\text{CO} + \text{O}_2 = 2\text{CO}_2$ 。
 O_2 扩散进不到回流区中。



实例

- 层燃炉很接近Re比较大的燃烧特点(煤尺寸mm~cm级)
- 旋风炉的煤尺寸是mm级，是极高温极高Re下的强化燃烧方法
- 沸腾炉的煤尺寸是mm级，是在较低温度(800~950°C)下，靠着Re来强化燃烧
- 煤粉炉中煤尺寸是 μm 级，所以随风飘动， $\text{Re} \approx 0$ ，故可近似当作焦炭在静止空气中燃烧



8.3.3 多孔焦炭球燃烧特点

- 焦炭的结构特点在于多孔性，即使对于比较紧密的无烟煤，也存在大量内孔，不同煤种的焦炭内部孔隙率很不相同。单位体积的内部表面积估算数据如下：

	木炭	电极炭	无烟煤
内比表面积 S_n (m^2/m^3)	$(0.57\sim 1.14) \times 10^4$	$(0.7\sim 5) \times 10^4$	$(1\sim 3) \times 10^4$



- 焦炭燃烧的异相反应不仅能在外表面上进行，同样能在内表面与进行。所以，内反应是不能忽视的。这就是多孔性燃烧的特点。



1、反应总表面积 $S = S_1 + S_2$

- 外表面积 $S_1 = 4\pi r^2$ (设碳球半径 r)
- 内表面积 $S_2 = \frac{4\pi r^3}{3} S_n$ (S_n 为内比表面积 m^2/m^3)

$$S = S_1 \left(1 + \frac{S_n r}{3} \right)$$

- 总表面积 S ，考虑总表面积参与反应，相当于化学反应常数 K 增加了 $\frac{1}{3}$ 倍。

- 用反应气体变换常数 α_b 代替 K ，则

$$\alpha_b = K \left(1 + \frac{S_n r}{3} \right)$$



讨论：

- 在低温下，化学反应速度慢。内表面上的 O_2 浓度就等于外表面 O_2 浓度 C_b ；
- 随着温度 T 的 \uparrow 化学反应速度 $\uparrow\uparrow$ ，以至 O_2 的扩散跟不上内表面的化学速度，此时内表面 O_2 浓度 \downarrow 到0。即 $C_{b内}=0$ 。



- ∴ 反应温度从低温→高温
- 反应总面积的倍数从 $1 + \frac{S_n r}{3} \rightarrow 1$
- 反应交换常数 α_b 从 $K(1 + \frac{S_n r}{3}) \rightarrow K$



- 引入一个调节参数 ε
 - 可以推知：温度处于高~低温之间时，
 - 反应面积提高的倍数为 $1 + \varepsilon \frac{r}{3} S_n$
 - 反应交换常数 α_b 为 $K(1 + \varepsilon \frac{r}{3} S_n)$
 - 其中 $\varepsilon=0\sim 1$
- 又称 O_2 的有效渗入深度
- 高温时

低温时



结论:

- 在动力区中（低温），内表面参与化学反应。在扩散区中（高温），内表面对化学反应已无作用。



2. 多孔焦炭的燃烧速度

$$K_b^{O_2} = \frac{C_\infty}{\frac{1}{\alpha_{zl}} + \frac{1}{\alpha_b}} = \frac{C_\infty}{\frac{1}{\alpha_{zl}} + \frac{1}{K(1 + \varepsilon \frac{r}{3} S_n)}}$$

- 有人对燃用无烟煤的煤粉炉进行了计算：
- 煤粉直径 $\delta=100\mu\text{m}$ ， $E=141\text{kJ/mol}$ ，内部孔隙比表面积 $S_n=3 \times 10^4 \text{ m}^2/\text{m}^3$ ，炉温在 1427°C 下的系数 $\varepsilon \approx 0.2 \sim 0.3$
- 计算结果 $\alpha_b \approx (1.2 \sim 1.3) K$
- $\alpha_{zl} / \alpha_b \approx 0.6 \sim 0.7$ 处于过渡区



各阶段C燃烧通用式

$$K_b^C = \beta K_b^{O_2} = \beta \frac{C_\infty}{\frac{1}{\alpha_{z1}} + \frac{1}{\alpha_b}}$$

温度T	反应方程	β	炭表面O ₂ 浓度C _b
<700℃	4C+3O ₂ =2CO ₂ +2CO	0.5	高：动力区，0级反应
900~1200℃	4C+3O ₂ =2CO ₂ +2CO +) 2CO+O ₂ =2CO ₂	0.375	C _b 随T↑而↓ n=0~1
	4C+4O ₂ =4CO ₂		
>1200℃~1300℃	3C+2O ₂ =CO ₂ +2CO +) C+CO ₂ =2CO	0.75	C表面温度很高，O ₂ 不足，即 C _b ^{O₂} ≈ 0 同时产生更多CO。 3C+2O ₂ =CO ₂ +2CO 进入扩散燃烧区，n=1
	4C+2CO ₂ =4CO		

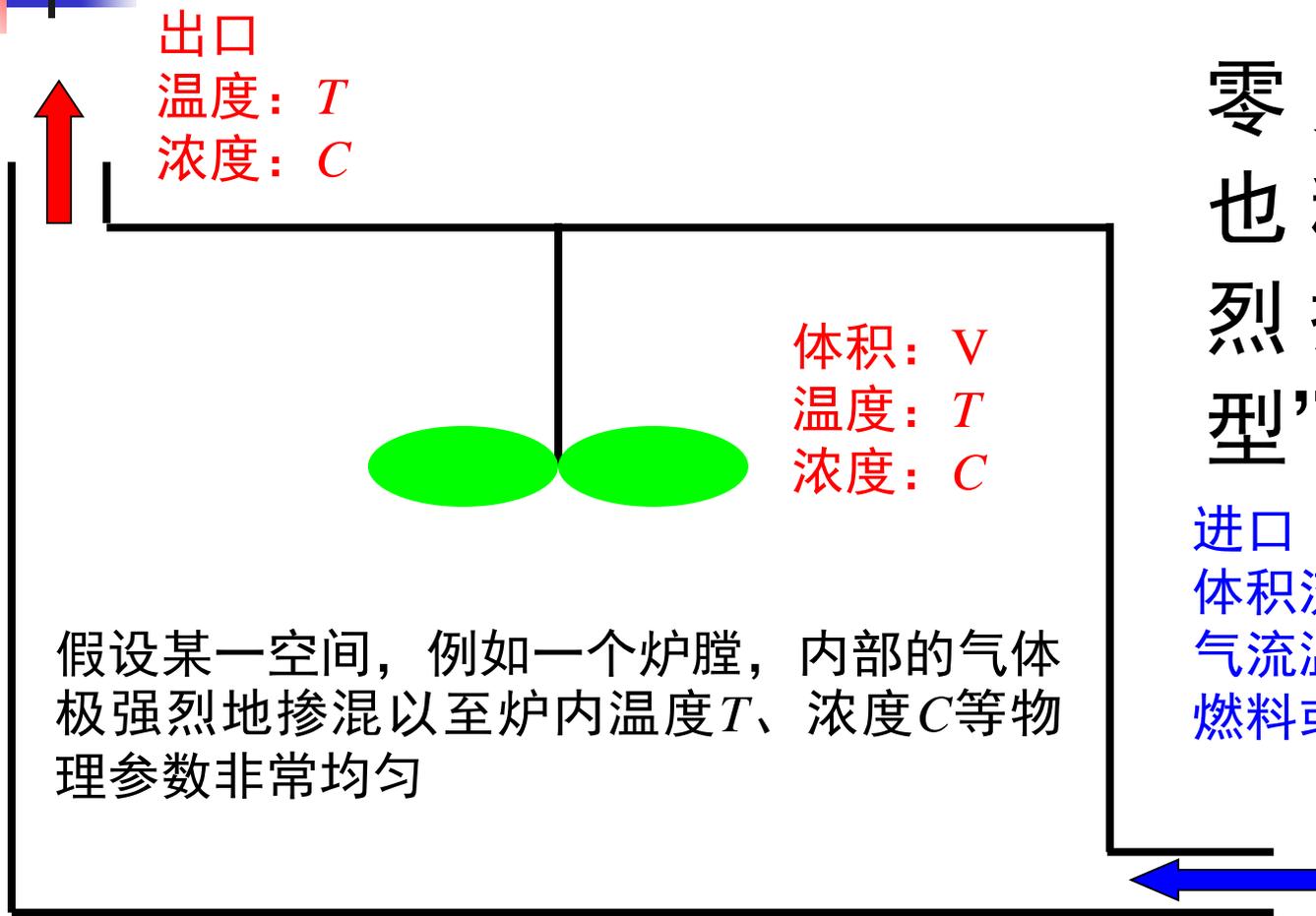


8.4 气流燃烧的热工况

- 热工况：讨论气流温度在某一系统中如何变化的问题。
- 温度和燃烧反应速度这两个因素相互促进。燃烧加强以后使温度升高，温度升高以后更使燃烧加强。但是有时条件不利的话，也可能使这两个因素相互促退。



8.4.1 零元系统的燃烧热工况



假设某一空间，例如一个炉膛，内部的气体极强烈地掺混以至炉内温度 T 、浓度 C 等物理参数非常均匀

零元系统：
也称为“强烈搅拌的模型”



系统产热情况

- 炉膛容积中的产热率 $Q_1 = k_0 CVQ \exp(-\frac{E}{RT})$
 - 按气流可燃成分的消耗率计算 $Q_1 = q_v (C_0 - C)Q$
- 消去C就得到

$$Q_1 = \frac{CQ}{\frac{1}{k_0 V \exp(-\frac{E}{RT})}} = \frac{(C_0 - C)Q}{\frac{1}{q_v}} = \frac{CQ + (C_0 - C)Q}{\frac{1}{k_0 V \exp(-\frac{E}{RT})} + \frac{1}{q_v}} = \frac{C_0 Q}{\frac{\exp(-\frac{E}{RT})}{k_0 V} + \frac{1}{q_v}}$$

Q : 燃料与空气混合物的发热量

ρ : 气流的密度



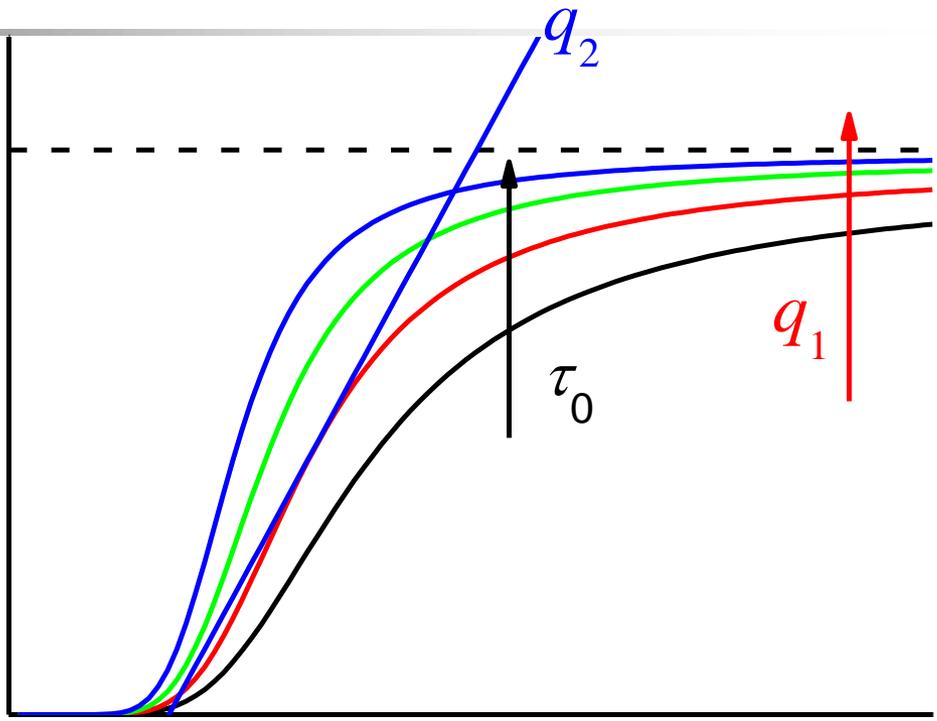
系统产热情况

如把产热率分摊给每 1m^3 流过炉膛的气体，则得单位产热量

$$q_1 = \frac{Q_1}{q_v} = \frac{C_0 Q}{1 + \frac{k_0 \tau_0 \exp(\frac{E}{RT})}{C_0 Q}}$$

停留时间

$$\tau_0 = V/q_v$$

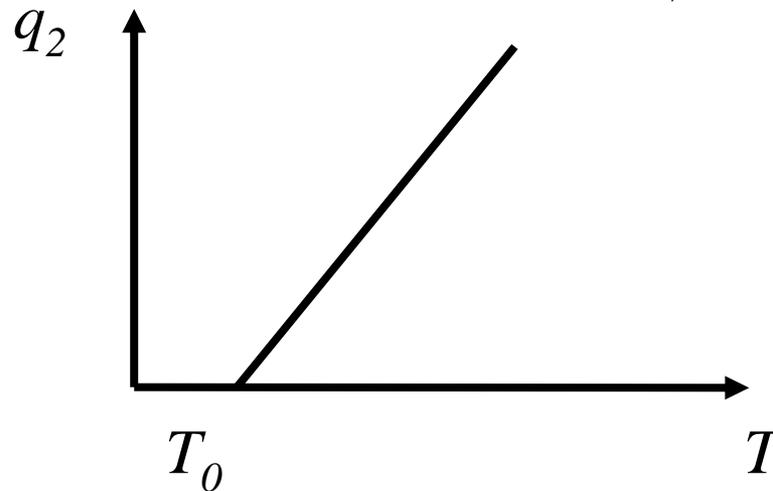


单位产热量 q_1 与温度 T 的关系



系统散热情况

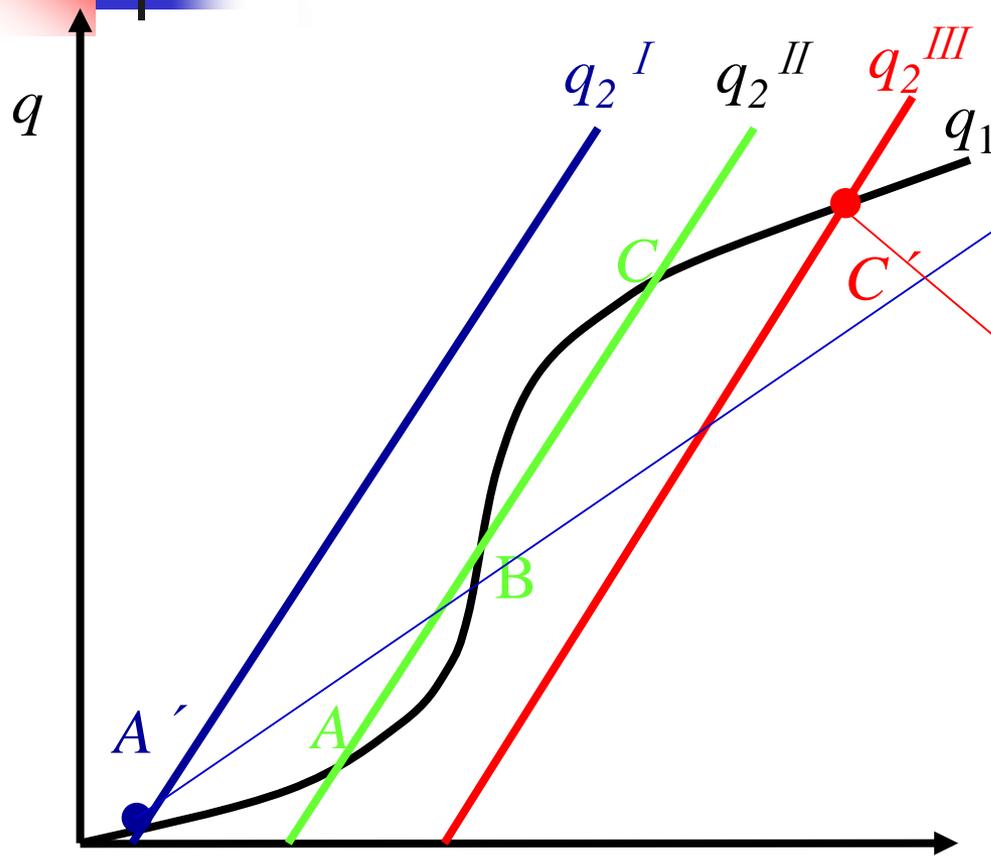
- 气流所带走的散热量： $Q_2 = q_V \rho c_p (T - T_0)$
- 每 1m^3 气体的单位散热量： $q_2 = \frac{Q_2}{q_V} = \rho c_p (T - T_0)$



单位散热量 q_2 与温度 T 的关系



零元系统的热工况



1) 如果产热和散热曲线处于 q_1 与 q_2^I 位置, 气流熄火.

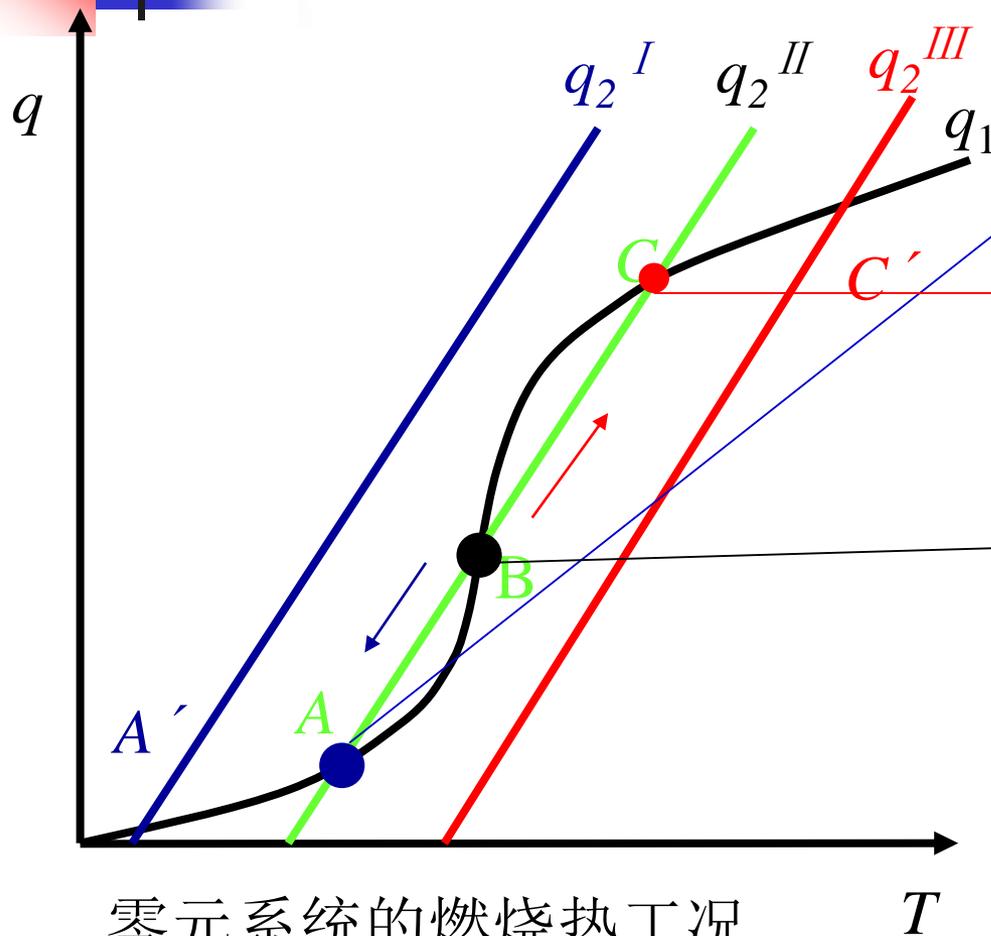
2) 如果产热和散热曲线处于 q_1 与 q_2^{III} 气流正常燃烧.

3) 如果产热和散热曲线处于 q_1 与 q_2^{II} 位置, 气流可能熄火, 也可能正常燃烧.

零元系统的燃烧热工况 T



零元系统的热工况



a) 如果交点是A，气流熄火，这是个稳定点。

b) 如果交点是C，气流正常燃烧，这也是个稳定点。

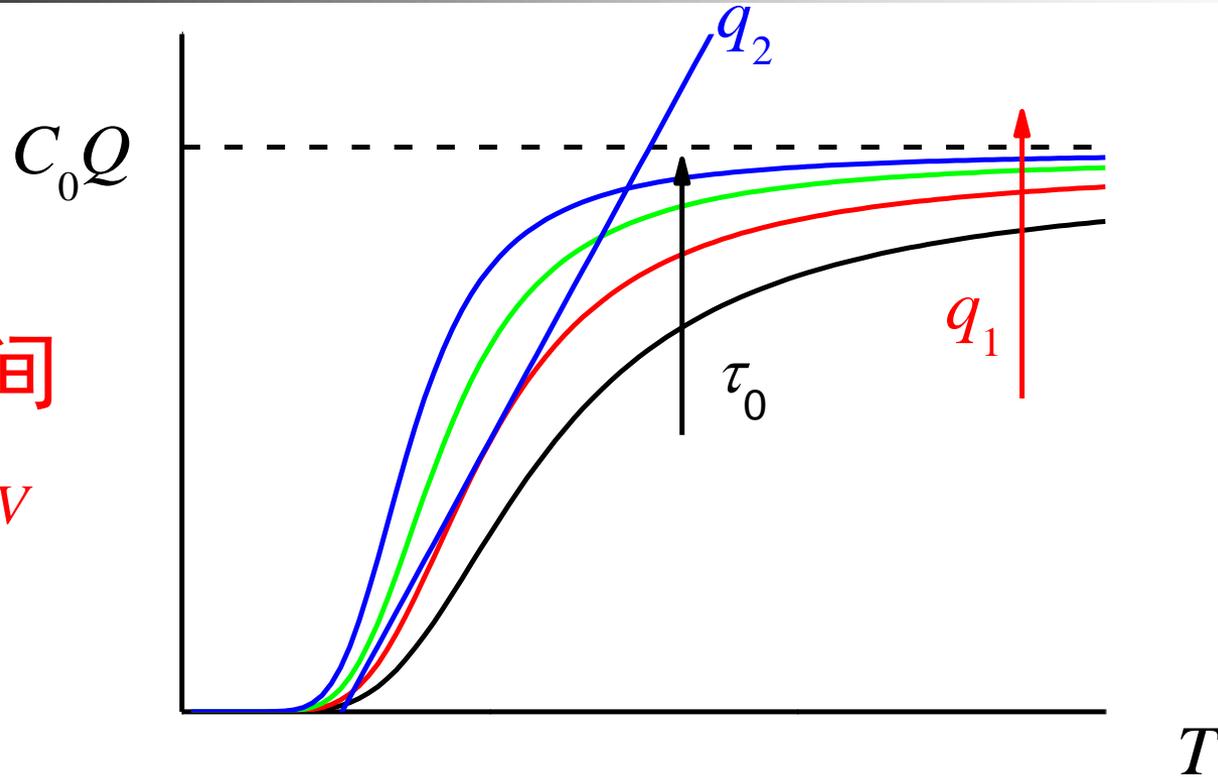
c) 如果交点是B，是个不稳定点，如果温度脉动向低温方向，则交点移动到A点，发生熄火；如果温度脉动向高温方向，则交点移动到C点，正常燃烧。

零元系统的燃烧热工况



各种因素对零元系统燃烧稳定性的影响

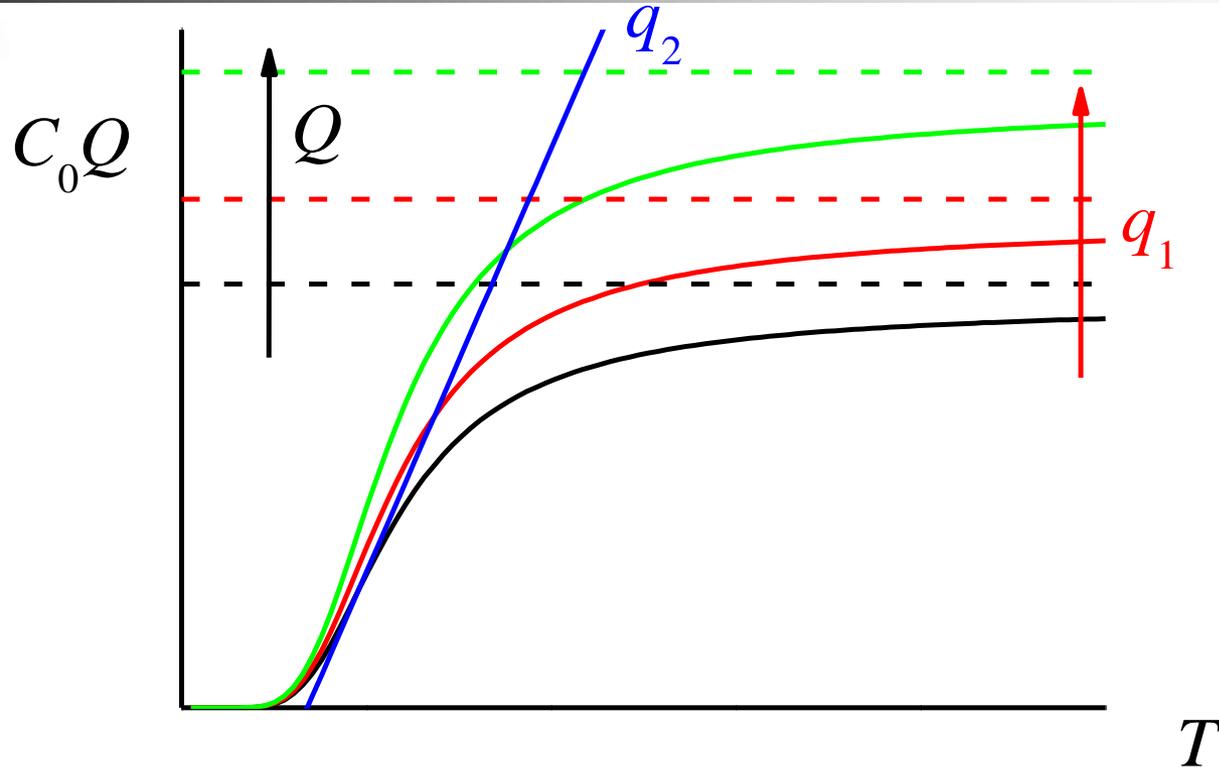
停留时间
 $\tau_0 = V/q_V$



- a) τ_0 增加, q_1 上移, 熄火的可能性减小, 燃烧稳定性改善;



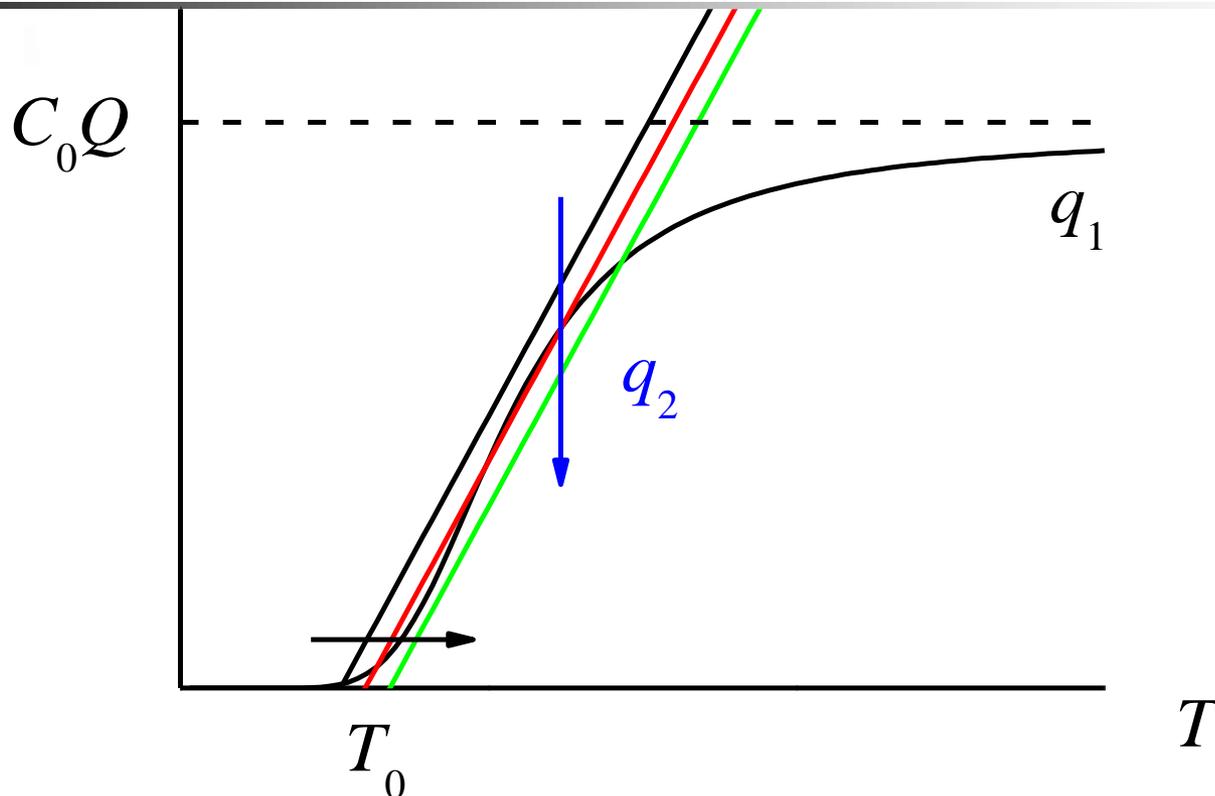
各种因素对零元系统燃烧稳定性的影响



- b) 发热量 Q 增加时, q_1 线在纵坐标方向成比例地放大, 可使燃烧稳定性改善



各种因素对零元系统燃烧稳定性的影响

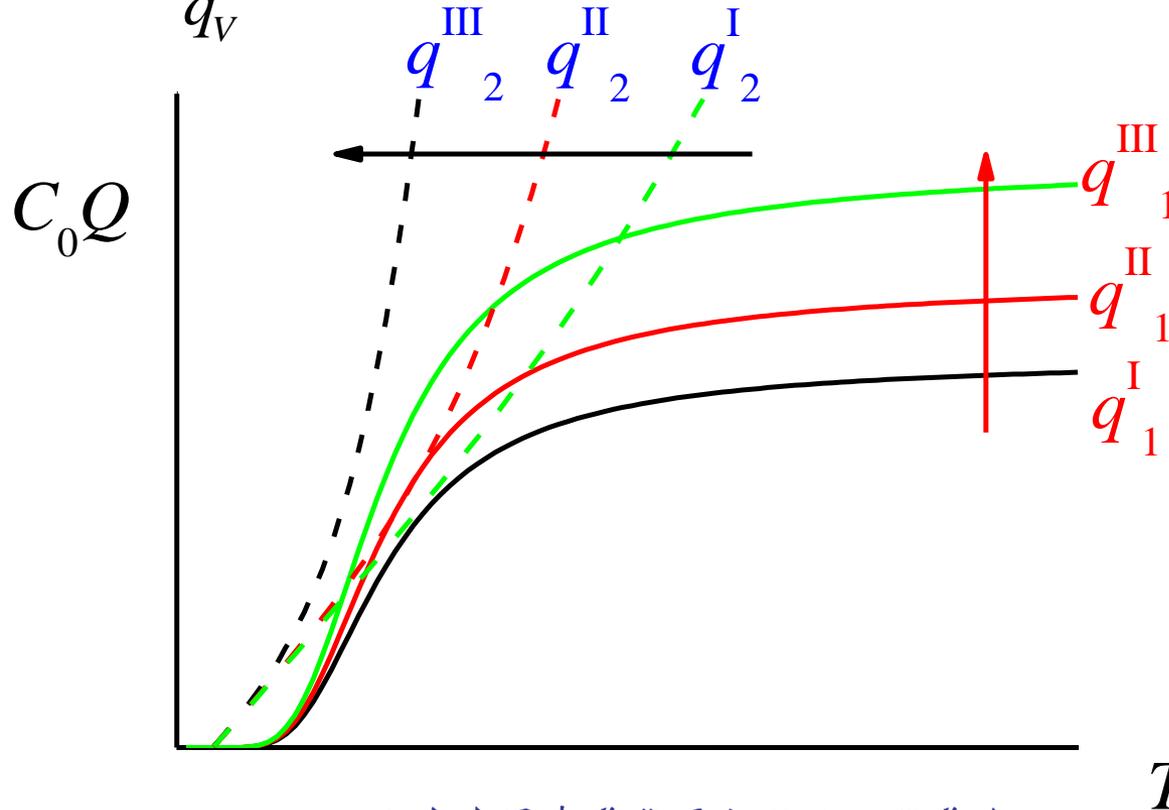


- c) 气流的初温 T_0 升高时, q_2 线平行向右移动, 燃烧稳定性改善



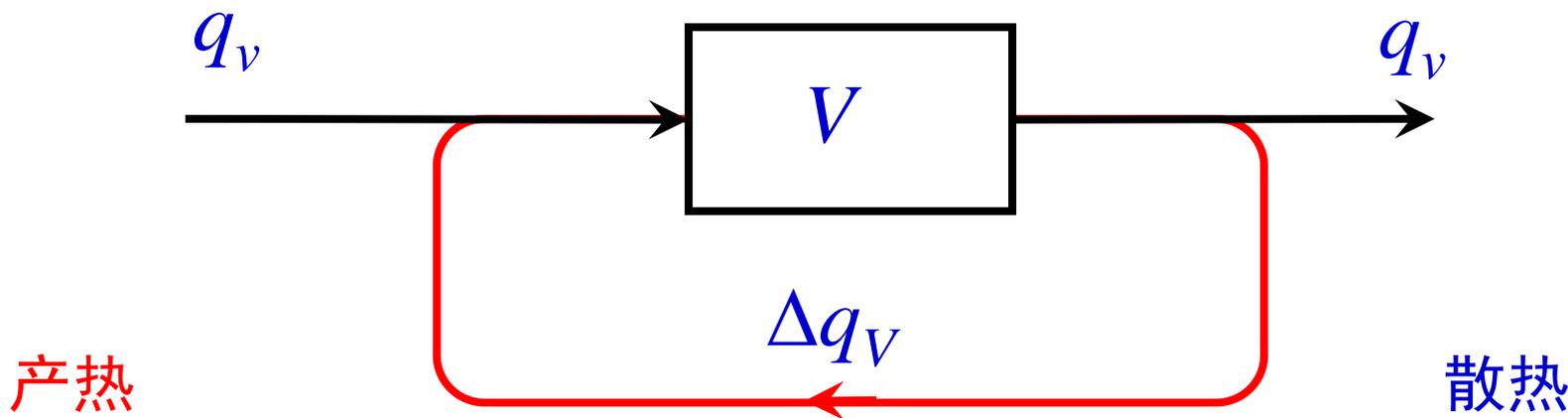
分析煤粉炉的燃烧热工况时，不能不考虑水冷壁所吸收的热量。如果把火焰对水冷壁的辐射散热考虑进去，则散热率为

$$q_2 = \frac{Q_2}{q_V} = \rho c_p (T - T_0) + 4.9 \times 10^{-8} \alpha_l \zeta S_{yx} T^4 / q_V$$





存在烟气回流的情况，由于化学反应工况不变，所以，根据热平衡的原理，烟气回流实际上相当于抵消了部分的散热



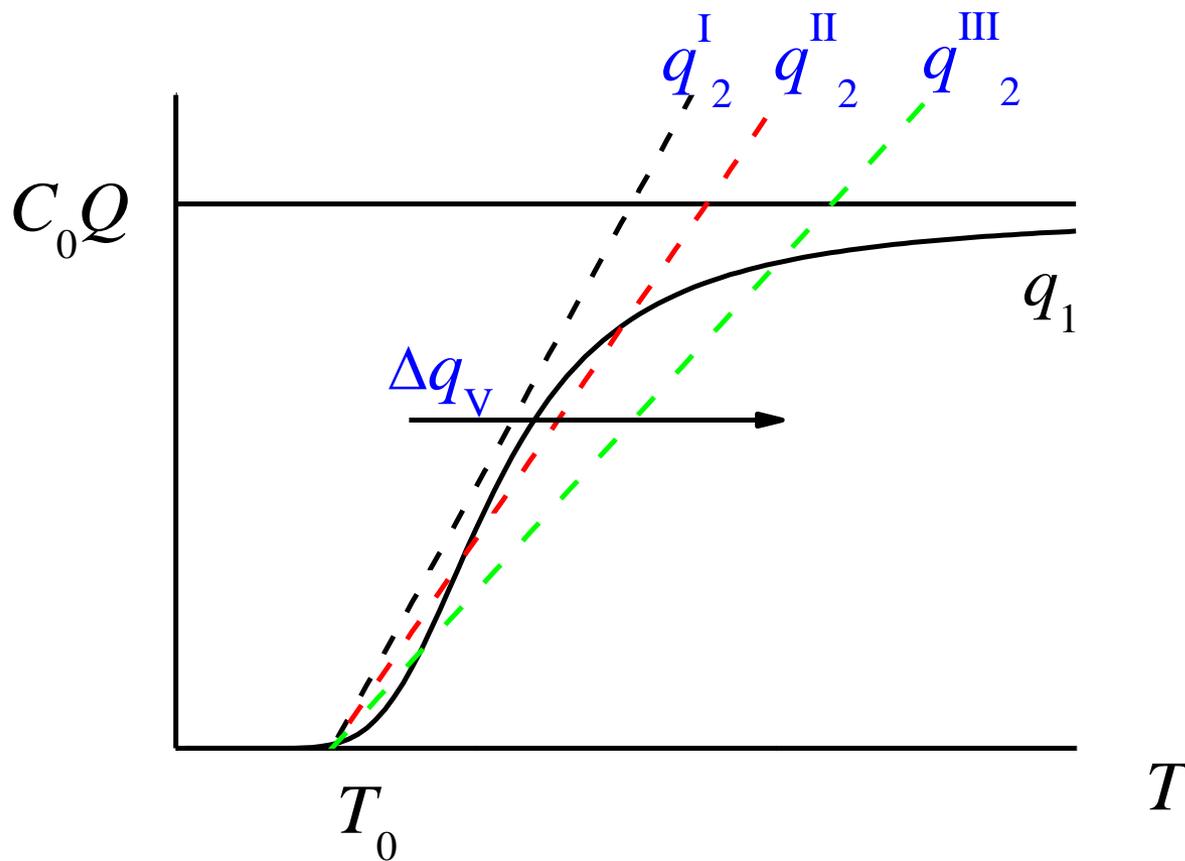
$$q_1 = \frac{Q_1}{q_v} = \frac{C_0 Q}{1 + \frac{\exp(\frac{E}{RT})}{k_0 \tau_0}}$$

$$Q_2 = (q_v - \Delta q_v) \rho c_p (T - T_0)$$

$$q_2 = \frac{Q_2}{q_v} = \rho c_p (T - T_0) \left(1 - \frac{\Delta q_v}{q_v} \right)$$



存在烟气回流的情况，由于化学反应工况不变，所以，根据热平衡的原理，烟气回流实际上相当于抵消了部分的散热





零元系统燃烧热工况的结论

因素名称	符号	趋势	燃烧稳定性
炉膛容积	V	↑	↑
燃料流量	q_V	↑	↓
燃料发热量	Q	↑	↑
气流初温	T_0	↑	↑
炉膛吸热	$4.9 \times 10^{-8} \alpha_l \zeta S_{yx} T^4 / q_V$	↑	↓
烟气回流	Δq_V	↑	↑



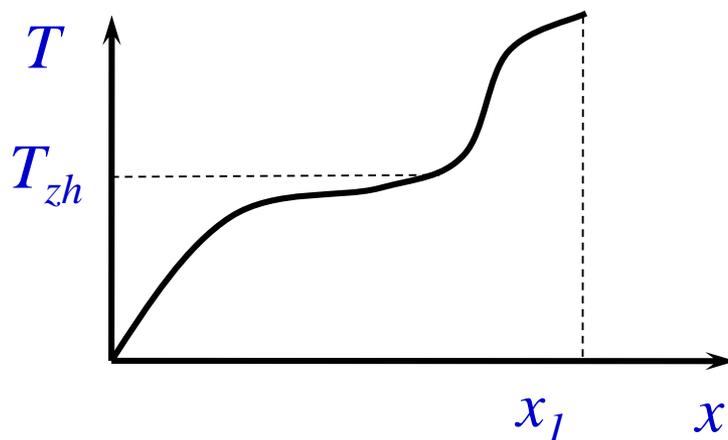
8.4.2 一元系统的燃烧热工况

- 一元系统：系统中在气流的横截面上温度、浓度等参数是均匀的，仅沿气流方向这些参数才有变化。一元系统中可以对气流燃烧过程进行计算



方案1

- 所有空气 ($\alpha = 0.5$) 作为一次风和煤粉一起进入炉内 (即 $\Delta\alpha_1 = \alpha = 0.5$)

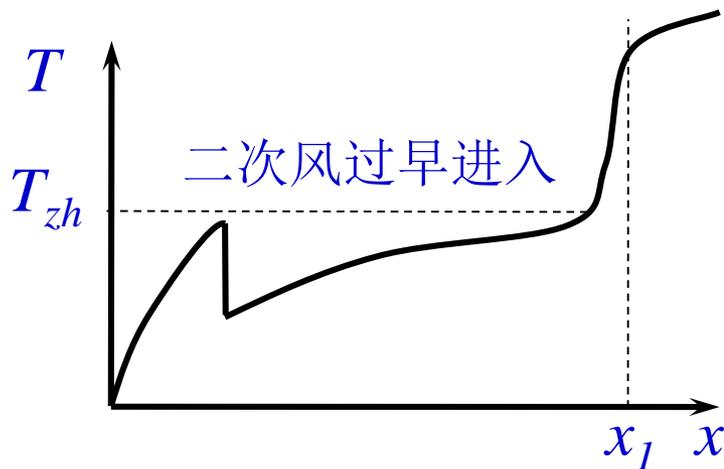


- 从这个方案可以看出，全部空气都用作一次风，提高了最初的煤粉气流的热容量，使加热到着火的时间（由此也决定了空间长度）延长，这样就不能缩短整个火炬长度。



方案2

- 空气分成一次风($\Delta\alpha_1=0.15$)与二次风($\Delta\alpha_2=0.35$)

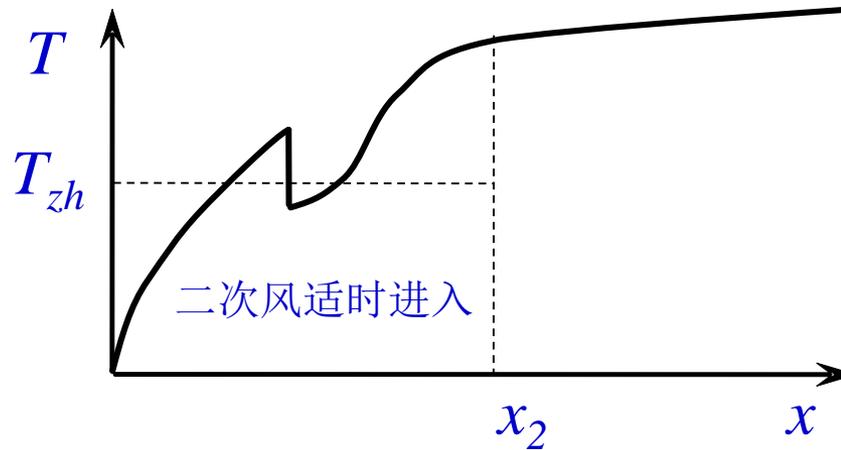


这个方案可以看出，二次风过早地在一次风与煤粉气流尚未着火燃烧以前送入，其结果与全部空气都作为一次风一样，也不能缩短火炬长度。



方案3

- 空气分成一次风($\Delta\alpha_1 = 0.15$)与二次风($\Delta\alpha_2 = 0.35$), 推迟二次风加入点

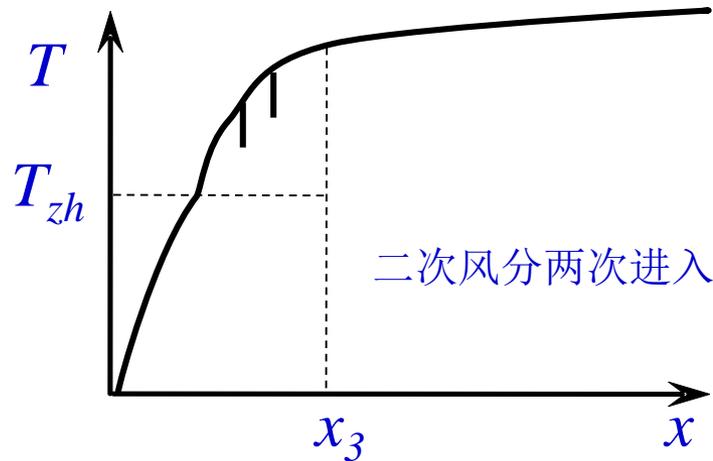


- 二次风在一次风中的氧消耗完以后加入, 对于缩短火炬长度是有帮助的。但是一次加入的二次风过多, 使燃烧中断, 所以火炬长度缩短得不多。



方案4

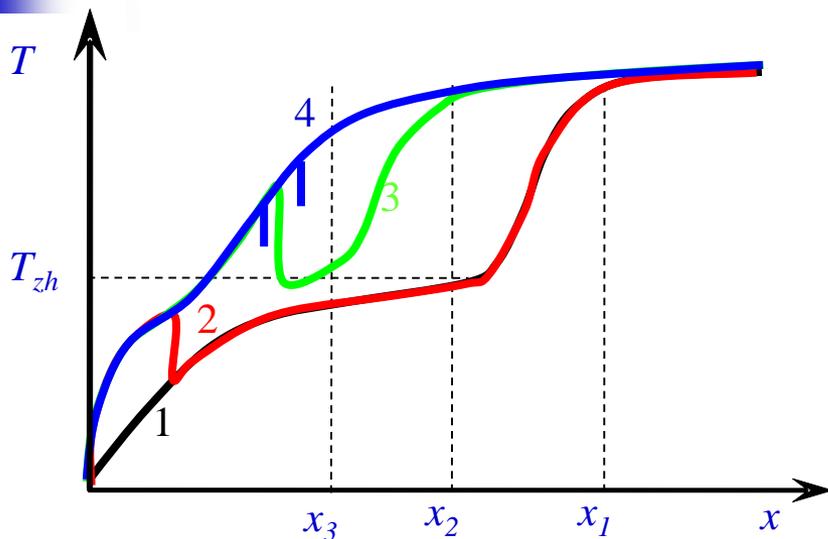
- 二次风分为两批，空气分成一次风($\Delta\alpha_1 = 0.15$)与二次风($\Delta\alpha_{21} = 0.15$ 和 $\Delta\alpha_{22} = 0.2$)。



- 二次风加入点燃烧温度高，虽然温度略有降低，但燃烧依然十分强烈，温度又较快回升上去。



四种方案比较



■一元系统的燃烧热工况分析可以正确地反映合理组织气流燃烧过程的方法。归纳起来，可列成下列原则：

- 1) 供应的空气应该分成一次风与二次风，可以加快气流的升温着火
- 2) 二次风应分批加入，第一批烧完了再加入第二批。
- 3) 二次风每批送入的数量应有限制，避免中途淬熄、保证燃烧继续进行。



8.5 煤粉气流的着火过程

- 煤粉气流的着火热来源：煤粉与一次风气流喷进炉膛后到对流传热与辐射传热而升温着火。
- 煤粉着火热的传递过程：辐射传热直接到达煤粉表面而被煤粉吸收。对流传热则是烟气与一次风混合，先传给一次风，再由一次风传给煤粉。
- 根据近年来我国的研究，辐射传热大约可供着火所需热量的10~30%。着火所需热量主要来源是对流传热。



8.5.1 煤粉气流着火和燃烧的特点

一次风的作用： 输送煤粉

供挥发分燃烧用 O_2

对低 V_{daf} 煤，一次风供挥发分燃烧的量少，不够运送煤粉之需要，往往按送粉的需要来选用较大的一次风量。

煤粉—空气混合物点燃困难

- 一次风着火温度高
- 一次风着火吸热量大



煤粉气流（一次风）的着火温度

煤粉的点燃不仅要点燃煤，还要供一次空气达到煤的着火温度 T_{zh} 。

这个温度比煤本身着火温度要高得多。

煤种	V_{daf} (%)	煤粉气流着火温度 $^{\circ}\text{C}$	静止煤粉着火温度 $^{\circ}\text{C}$
褐煤	50	550	
烟煤	40	650	400-500
	30	750	
	20	840	
贫煤	14	900	650-800
无烟煤	4	1000	650-800



一次风着火吸热量大

根据计算，把 $V_{daf}=20\%$ 的烟煤—空气混合物加热到着火温度 840°C ，需热量 1050 kJ/kg 煤，具体到表如下表：

燃料—空气混合物	着火温度 $^{\circ}\text{C}$	吸热量 kJ/kg (燃料)
烟煤—空气混合物 $V_{daf}=20\%$	840	1050
煤气—空气混合物	600	684
无烟煤—空气混合物	1000	1300

从以上计算可见煤粉气流着火的难度



8.5.2 煤粉气流着火热 Q_{zh} 计算公式

1. 着火热传递方式

	辐射 (%)	对流 (%)
苏联 (过去)	2-5	95-98
中国 (研究总结)	10-30	70-90

2. 着火吸热组成

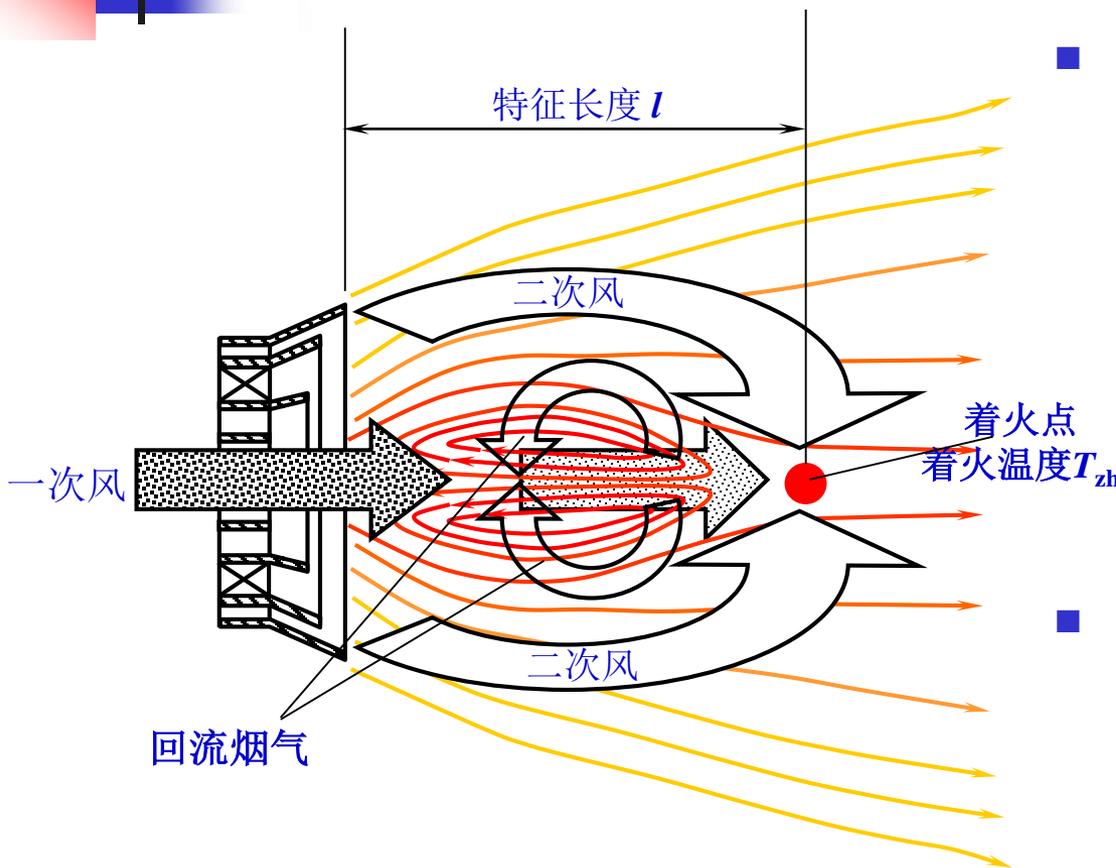
$$Q_{1k} = B_j [(\alpha V^0) r_{1k} \rho_{1k} c_{1k} + c_m] (T_{zh} - T_0) \quad \text{kJ/h}$$

一次空气吸热

煤粉吸热



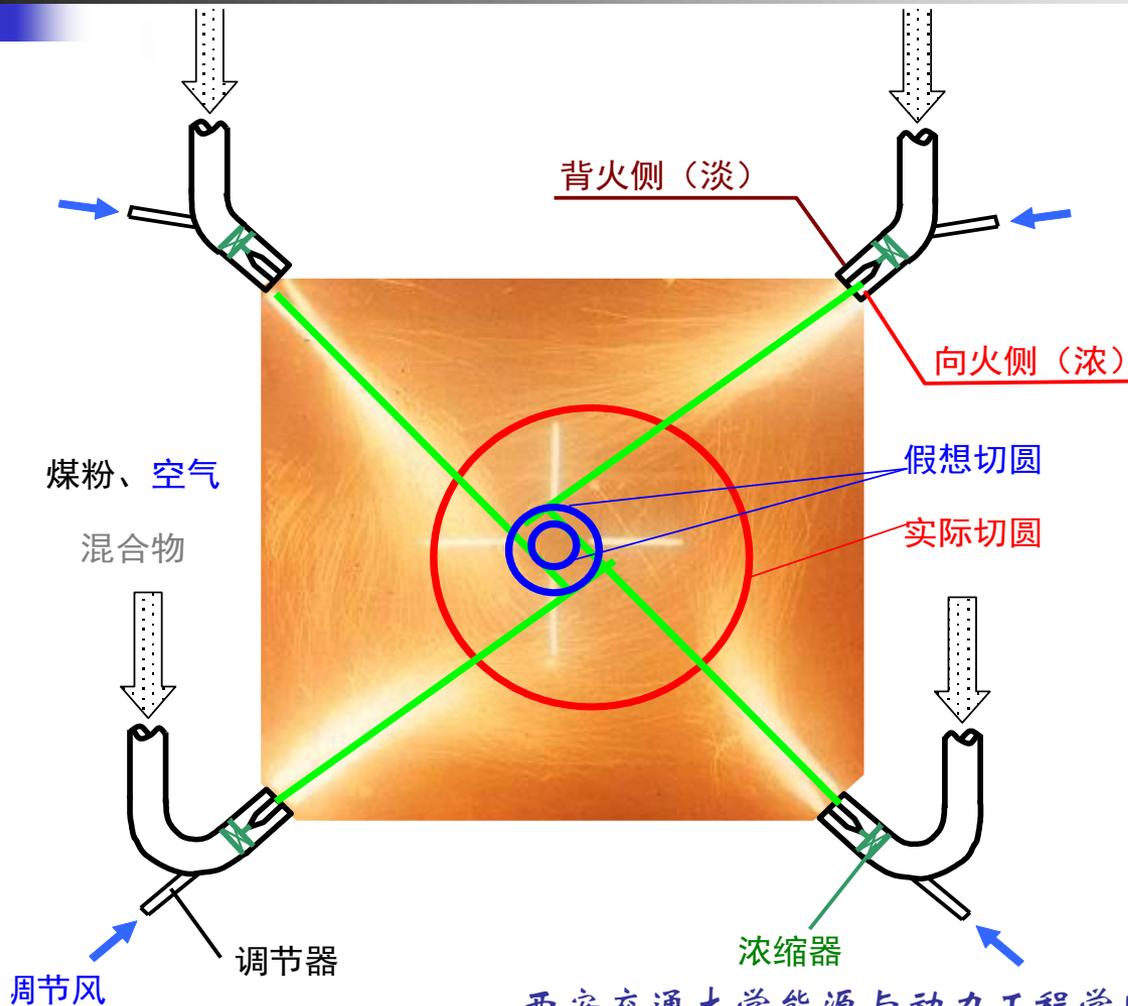
8.5.3 旋转射流的着火



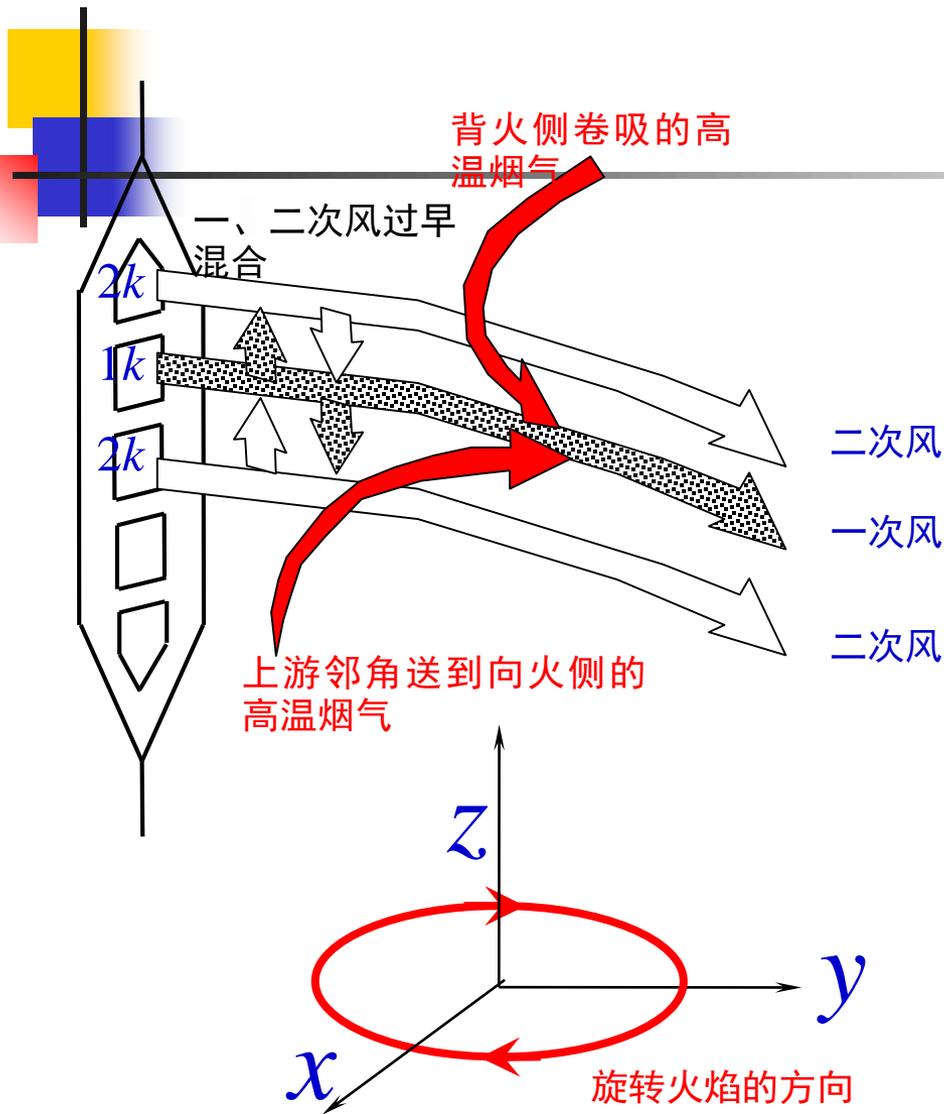
- 煤粉与一次风气流喷入炉膛后与回流区流来的回流气体混合，并受到火焰的辐射，同时二次风与一次风混合，增大了着火所需热量；在这样三个因素起作用的条件下煤粉与一次风气流升温到着火温度而着火。
- 着火后一部分煤粉与一次风气流转而流入回流区，其他部分继续与二次风混合而燃烧，并向下游流去。



8.5.4 直流射流中煤粉的着火



直流燃烧喷出的煤粉气流一般在炉内呈切圆布置，形成切向燃烧（四角或四墙切圆燃烧）



- 角置直流燃烧器的煤粉一次风气流所获得的对流传热来自炉内正在旋转的火焰，其中尤其是上邻角燃烧器的火炬冲撞。
- 炉内旋转火焰的旋转速度主要决定于二次风



- 除了保持一、二次风以合适的方式混合，以及充分的烟气回流之外，切圆燃烧还必须防止一次风或整组射流偏转贴壁：
 - ✓一次风喷口的假想切圆选用得小一些；
 - ✓设计燃烧器时避免整组喷口过分高而瘦；
 - ✓或者把炉角做成大倒角，直流燃烧器放在大倒角后形成的炉角壁面上。



8.6 煤粉气流燃尽困难，故燃尽过程很长

对煤粉-空气混合物：

- 离喷口 $0.3\sim 0.5\text{m}$ 或 x/B (无因次距离， B 为燃烧器喷口宽度) $=0.5\sim 1$ 的距离内开始着火；
- 大部分挥发分大约离喷口 $1\sim 2\text{m}$ 处已挥发完并燃烧掉；
- 但是焦炭的燃烧一般要延续到离喷口 $10\sim 20\text{m}$ ，燃烧过程很长，可见焦炭燃尽的难度。



- 炉内停留时间 $\tau = \frac{V}{Q_y}$ $Q_y = B_j V_y \Rightarrow \tau = \frac{V}{B_j V_y}$
- 炉膛的容积热负荷 $q_v = \frac{B_j Q_{ar,net}}{V}$
- 若假定 V_y 和 $Q_{ar,net}$ 基本上保持不变, 则有
$$\tau \propto \frac{1}{q_v}$$
- 即煤粉在炉内的停留时间反比于炉膛容积热负荷



实验统计的沿燃烧室长度的相对燃尽率

煤种	沿炉膛的相对长度x/L (L为炉膛总长度)					
	0.15	0.20	0.30	0.40	0.50	1.0
贫煤、无烟煤	72~86%	86~90%	92~95%	93~96%	94~97%	96~97%
烟煤	90~94	92~96	95~97	96~98	98~99	98~99.5
褐煤	91~95	93~97	96~98	97~98	98~99	99~99.5
煤与重油混烧 ($\alpha=1.02$)			94~96	96~98	97~99	≈ 99.5

- 粉气流在炉内的燃烧要给足够的空间和炉内停留时间，即炉膛有足够高度。
- 炉内停留时间 $\tau = \frac{V}{Q_y}$ 一般停留时间3~5秒



强化煤粉气流燃尽的措施

除以上炉膛空间（高度）、停留时间外，从燃烧化学反应速度的角度，主要还有：

- 燃烧温度的影响：对煤粉炉内温度 $1000\sim 1500^{\circ}\text{C}$ 之间（处于过渡区），进入扩散区 $\geq 2000\text{K}$ （ 1700°C ），显然提高 T 对焦炭燃尽有利。
- 炉膛烟气的 O_2 浓度对燃尽影响很大，火焰最高温度大约离喷口 4m 远。适当的送 O_2 ——提高 α ；适当的送入方法——OFA（Over-Fire Air）
- 煤粉细度：挥发分愈低，则 E 愈大，着火燃尽时间愈长，故煤粉需磨得很细。



8.7 燃烧中的污染物的形成

- 燃烧过程中主要的污染物：粉尘，硫氧化物，氮氧化物，烃，一氧化碳，二氧化碳
- （1）粉尘：是由煤灰，未燃碳和碳黑引起的。主要的措施是烟气除尘后排空。
- （2）硫氧化物 SO_x ：由于煤中黄铁矿硫和有机硫燃烧生成的，减少硫氧化物排放的措施有炉前脱硫，炉内脱硫和烟气脱硫三类脱硫技术
- （3）氮氧化物：温度型氮氧化物由空气中的氮在火焰高温下氧化生成；快速型氧化氮是由于空气中的氮和氧原子通过等的触媒作用生成的。燃料型氧化氮是由燃料中的氮与空气中的氧化合生成的。主要措施是抑制燃烧温度和采用小于1的过量空气系数



8.8 结渣

- 结渣：炉膛火焰内的煤粉颗粒一般已处于熔融状态，如果它在被气流携带运输水冷壁的路线上来不及凝固，它就可能粘附在水冷壁管上而引起结渣。



9 气固两相流计算模型

9.1 无滑移模型No slip model

无滑移连续介质模型是最简单的多相流体流动模型，由英国帝国理工学院Spalding教授在70年代提出。基本假定的条件：

- 1、颗粒只有尺寸的差别，按固定尺寸分组，**不同尺寸组就是不同的相**。各个相的稳定、密度等物性参数相同。
- 2、所有颗粒的时均速度等于当地流体速度。——无滑移
- 3、各相类似于流体组分，有各自的扩散系数，并且均等于流体的扩散系数——连续介质
- 4、相和相之间存在相互作用，类似于流体组分之间的作用，颗粒相与流体相之间的阻力忽略不计，所以不需要专门的颗粒相运动方程和能量方程。
- 5、控制方程的形式完全相同，可以用同一种算法求解，如SIMPLE

其控制方程组完全等同于多组分流体的控制方程组，只需考虑存在化学反应时不同相之间的物质转化即可。虽然简单，在化学反应流中很有价值。——**平衡流假设**



9.2 小滑移模型Soo-Drew slip model

60年代末由S.L.Soo苏绍礼提出，由Drew进行了更为细致的描述。与无滑移模型的主要区别：

1. 认为颗粒与流体之间有速度和温度的滑移，但是统一归结于颗粒相在湍流中的行为来考虑（不单独描述松弛过程）
2. 不同的颗粒群有不同的扩散系数（动量、温度），以体现湍流行为的不同，所以不同颗粒相的速度、温度不同。
3. 颗粒相与流体相之间有动量和能量交换，因此有专门的动量方程和能量方程源项；
4. 其它与无滑移模型类似，可用经改进的多相SIMPLE算法求解。

由于把颗粒滑移仅仅看作湍流效应，求解结果与无滑移模型相差不大，应用起来与实际的多相流动还是有很大出入。



9.3 滑移—扩散的颗粒群模型 Slip-Diffusion-Model

- 对小滑移模型进行进一步的改进，流体相与颗粒相动量方程强烈耦合，体现相互的作用。
- 仍然可用经改进的多相SIMPLE算法求解，但相间作用的模型很难准确建立。



9.4 分散颗粒群模型——PSIC方法、 颗粒轨道模型

Crowe等人提出了Particle-Source-in-Cell（单元内颗粒源项法），在Euler坐标系中考虑流体相的运动，在Lagrangian坐标系中考虑颗粒群的运动模型。



9.4.1 控制方程

气相： 直角坐标系

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v \phi) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w \phi) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + S$$

三维圆柱坐标系

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho v \phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho w \phi) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\Gamma r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\Gamma}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) + S$$

颗粒相： 直角坐标系

$$\begin{cases} \frac{du_p}{dt} = \frac{1}{\tau}(u_g + u'_g - u_p) \\ \frac{dv_p}{dt} = \frac{1}{\tau}(v_g + v'_g - v_p) - \frac{w_p^2}{r_p} \\ \frac{dw_p}{dt} = \frac{1}{\tau}(w_g + w'_g - w_p) - \frac{v_p w_p}{r_p} \end{cases}, \quad \begin{cases} u'_g = \xi \sqrt{u'^2} \\ v'_g = \xi \sqrt{v'^2} \\ w'_g = \xi \sqrt{w'^2} \end{cases}$$

三维圆柱坐标系

$$\begin{cases} \frac{du_p}{dt} = \frac{1}{\tau}(u_g + u'_g - u_p) \\ \frac{dv_p}{dt} = \frac{1}{\tau}(v_g + v'_g - v_p) - \frac{w_p^2}{r_p} \\ \frac{dw_p}{dt} = \frac{1}{\tau}(w_g + w'_g - w_p) - \frac{v_p w_p}{r_p} \end{cases}, \quad \begin{cases} u'_g = \xi \sqrt{u'^2} \\ v'_g = \xi \sqrt{v'^2} \\ w'_g = \xi \sqrt{w'^2} \end{cases}$$



9.4.2 颗粒运动的求解—常微分方程的数值解

■ 解： $y' = f(x, y(x))$

定解条件： $x = x_0, \quad y = y_0$

1、Euler法（取向前差分）

令 $y' = \frac{1}{h}(y_{n+1} - y_n)$, $h = x_{n+1} - x_n$

得 $y_{n+1} = y_n + h * f(x_n, y_n) + O(h^2)$

$$\begin{cases} x = x_0 \\ y = y_0 \end{cases} \Rightarrow f(x_0, y_0) \Rightarrow y_1, f(x_1, y_1) \Rightarrow y_2 \cdots \Rightarrow y_n$$



2、中点法（对取中心差分）

$$\text{取 } y' = \frac{1}{2h}(y_{n+1} - y_{n-1})$$

$$y_{n+1} = y_{n-1} + 2h * f(x_n, y_n) + O(h^2) \quad (\text{用欧拉法求一次})$$

3、后退欧拉法，隐式法（取一个向后差分）

$$\text{取 } y_{n+1} = y_n + h * f(x_{n+1}, y_{n+1}) + O(h^2)$$

绝对稳定，但要全场求解。

4、梯形法（Eular法和后退Eular法相），隐式法

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2} [f(x_n, y_n) + f(x_{n+1}, y_{n+1})] + O(h^3)$$



5. 龙格库塔法

①改进E法

对梯形法：
$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2} [f(x_n, y_n) + f(x_{n+1}, y_{n+1})]$$

需联立求解，先用E法得到一个预估值

$$y_{n+1}^{(0)} = y_n + hf(x_n, y_n) \quad \text{再代入。}$$

所谓改进E法：
$$\begin{cases} y_{n+1} = y_n + \frac{1}{2}(k_1 + k_2) \\ k_1 = hf(x_n, y_n) \\ k_2 = hf(x_n + h, y_n + k_1) \end{cases}$$

预估-校正法

二级R-K法，此方法是显式的，精度接近 $O(h^3)$ 。



②四阶R-K法

$$\begin{cases} y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \\ k_1 = hf(x_n, y_n) \\ k_2 = hf\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_1\right) \\ k_3 = hf\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_2\right) \\ k_4 = hf(x_n + h, y_n + k_3) \end{cases}$$

相当于进行了三次预估-校正，第一次是E法，第二、三次是变形E法，第四次是后退E法。

精度接近 $O(h^5)$



- 所以，在已知上一时刻颗粒速度的情况下，可以直接用以上方法得到新一时刻的颗粒速度。然后再用一次R-K法

$$\begin{cases} \frac{dx_p}{dt} = u_p \\ \frac{dy_p}{dt} = v_p \\ \frac{dz_p}{dt} = w_p \end{cases}$$

或者使用以下近似计算方法

$$\begin{cases} x_p = x_{p0} + (u_p + u_{p0})\Delta t / 2 \\ y_p = y_{p0} + (v_p + v_{p0})\Delta t / 2 \\ z_p = z_{p0} + (w_p + w_{p0})\Delta t / 2 \end{cases}$$

梯形法



9.3.4 气相场给出的方式

必须正确地确定颗粒所处位置当地的气相速度、温度、成分等参数才能进行准确的模拟。

一、解析解形式

只需利用已知的颗粒几何位置 (x_p, y_p, z_p) 即可直接用函数形式计算出当地的流场速度分量，然后用以上方法求解。——不能实现双向耦合，一般只用于教学性演示（工程问题、尤其是湍流问题通常没有解析解）



二、数值解形式

最重要的步骤：由于气相场参数（速度、温度、组分等）由离散点上的数据文件给出，对应于特定的网格结构，必须同时获得完整的网格参数数据文件，并从网格数据中判定某颗粒在某时刻处于哪一个控制体（网格）中。

1、常规坐标系的网格

由于都是正交的，比较容易。

2、适体坐标系的网格

相对困难一点，存在特异的情况

空间点线（面）关系判断；包围面积（体积）判断。在这种网格体系内，往往判断颗粒位置就需要消耗相当比例的运算时间。

3、非结构化网格

三角形网格、四边形网格、四面体网格、多面体网格：本质上与适体坐标系网格相同。



9.4.4 颗粒相与气相之间的耦合——PSIC 方法的核心

一、气相对颗粒相的作用——轨道模型

算法如前所述。应注意的问题：

1. 时间步长的选取： $\Delta t <$ 随机涡生存时间（随机涡寿命难以准确计算？）实际使用的方法：①估算法：根据当地气流的速度和网格的尺寸，确定 Δt ，使颗粒可以在一个网格中运行5~10步左右；②试算法：获得“与步长无关的解”——通过试算发现结果与 Δt 无关。
2. 发射颗粒数目的选取：计算工作量和结果的准确性是一对矛盾。第一原则：发射颗粒总数及时间步数的乘积应使得计算机时可以接受；第二原则：发射颗粒的个数增加对计算结果无明显影响。
3. 发射颗粒粒径的选取：根据颗粒粒径的直方图分布，选取5~10个以上的代表粒径进行发射。注意：每个颗粒都代表了许多个参数相同的颗粒，在进行计算时必须正确的处理！
4. 发射颗粒初始位置与初始速度、温度的选取：根据实际情况确定，如果已知（或有实测结果）则按已知情况，否则按松弛的情况，取气流速度、0速度等假定值。
5. 碰壁的处理：反弹或吸收。
6. 湍流作用的模拟：半随机轨道模型等。但实际上很难处理得很好，是计算结果误差最主要的来源。



二、颗粒相对气相的反作用——颗粒源项的计算

颗粒相对气相的反作用最大的困难——连续方程及其它方程产生的物质源项

连续方程在SIMPLE算法中的作用：

- ①连续方程离散化以后就是压力修正方程，是整个SIMPLE算法最核心的方程，是连续方程和动量方程在数值解中得以逐步接近收敛解（使方程的等量关系被满足）的中枢。
- ②连续方程在SIMPLE算法中的每一步迭代中都必须被满足，使质量守恒随时得到满足，解具有接近真实的物理意义，同时加速收敛；
- ③连续方程在SIMPLE算法中的每一步迭代中都必须被满足，更是整个强烈非线性方程组得以收敛的保证——在每次迭代中，各离散代数方程必须满足对角线占优，才能收敛。