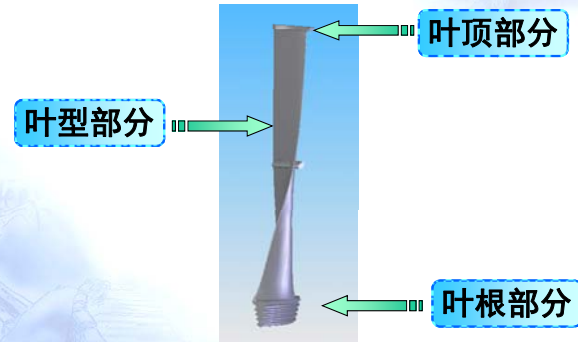


# 第三章

## 旋转零部件的强度计算和振动分析

### 3.1 叶片、叶根、轮缘的强度计算



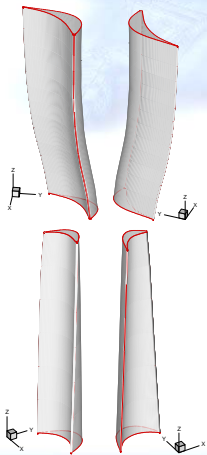
#### 叶型部分

- 满足空气动力学要求

●  $\frac{D_m}{l} > 10 \rightarrow$  等截面叶片

●  $\frac{D_m}{l} < 10 \rightarrow$  变截面叶片

改善流动，减少离心力

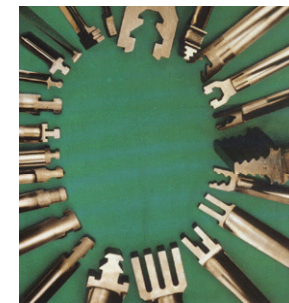


#### 叶根部分

把叶片固定在叶轮或轮毂上的联接部分

#### T型叶根

- 结构简单，加工装配方便工作可靠
- 轮缘张开有危险
- 安装上有封口叶片

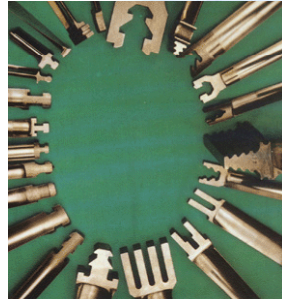


### 双T型叶根

- 加大叶根受力面积

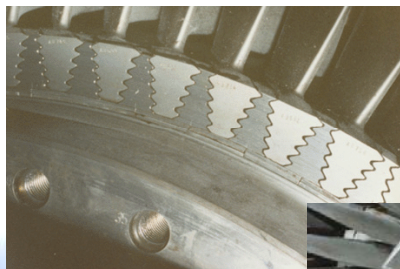
### 叉型叶根

- 强度适应性好，加工简单，但装配比较费工



### 枞树型型叶根

- 轴向插入，装拆方便
- 等强度结构
- 叶根与轮缘之间的间隙可通入空气冷却
- 加工精度要求高
- 比较容易应力集中



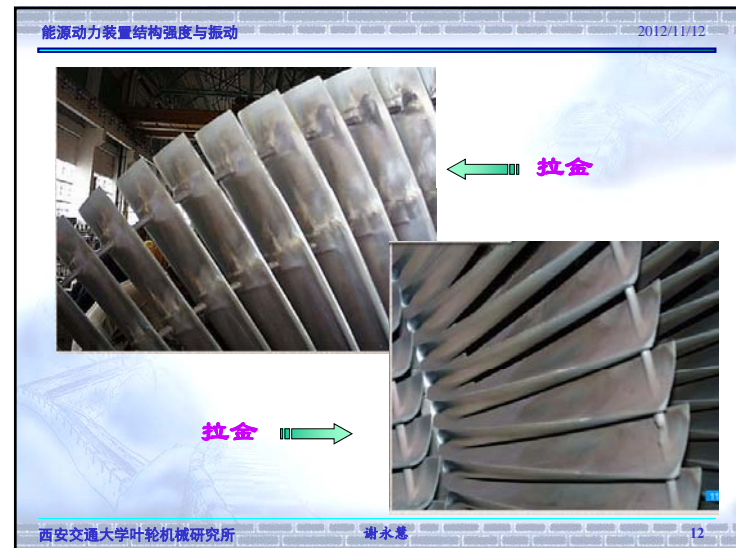
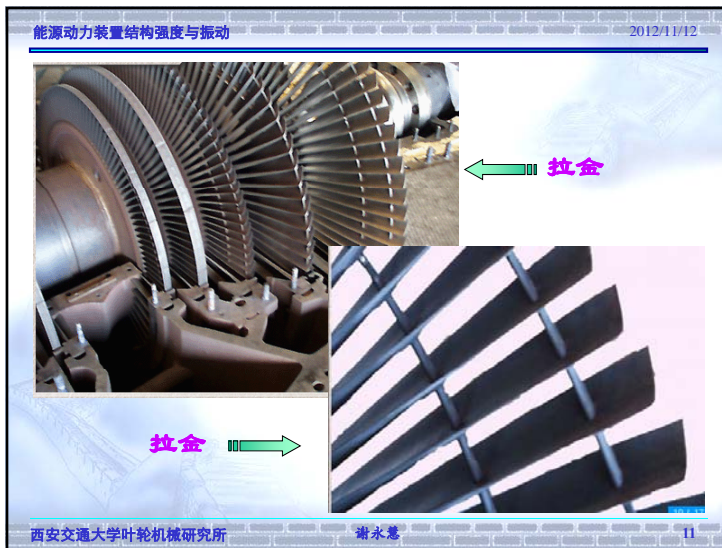
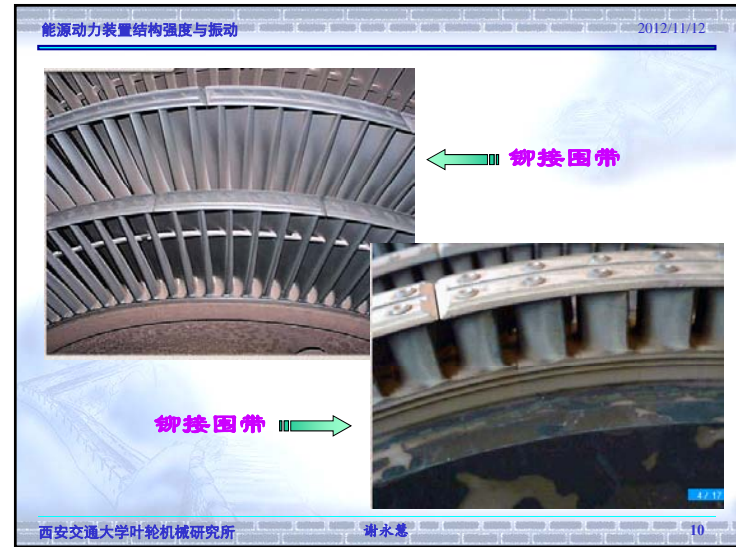
枞树型叶根

枞树型轮缘




### 叶顶部分

- 叶片组、自由叶片，围带和拉金
- 围带有铆接和成组，可以减少叶片中汽流产生的弯应力和提高叶片振动的安全性
- 叶顶汽封
- 拉金会引起附加损失



能源动力装置结构强度与振动 2012/11/12



1200mm叶片  
整体阻尼围带  
凸台拉金  
四对齿枞树型  
叶根

西安交通大学叶轮机械研究所 谢永慧 13

能源动力装置结构强度与振动 2012/11/12

### 叶片受力分析

离心力 → 拉应力, 偏心弯应力  
变转速透平以最高转速计算

气流作用力 → 选择最大工况计算

西安交通大学叶轮机械研究所 谢永慧 14

能源动力装置结构强度与振动 2012/11/12

离心力和气动力 → 扭转应力

叶片受热不均 → 热应力

- 一般情况数值较小, 计算时往往略去

叶片工作温度 > 450 °C

高温蠕变强度

西安交通大学叶轮机械研究所 谢永慧 15

能源动力装置结构强度与振动 2012/11/12

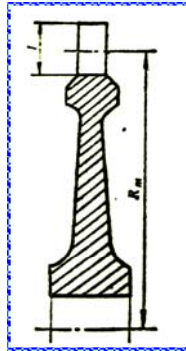
### 叶片离心拉应力的计算

等截面叶片

- 离心力

→  $C = \rho F l \omega^2 R_m$

式中: 旋转角速度  $\omega = \frac{2\pi n}{60}$



西安交通大学叶轮机械研究所 谢永慧 16

● 底部截面拉应力  $\Rightarrow \sigma = \frac{C}{F} = \rho\omega^2 R_m$

增大等截面叶片截面积不能降低拉应力

● 围带离心力  $\Rightarrow C_s = \rho F_s t_s \omega^2 R_s$

● 拉金离心力  $\Rightarrow C_l = \rho F_l t_l \omega^2 R_l$

$t_s, t_l$  为围带和拉金的节矩,  $F_s, F_l$  为围带和拉金的横截面积

● 叶片型线底部截面离心力

$\Rightarrow \sum C_0 = C + C_s + \sum C_l$

多排拉金

● 底部截面拉应力

$\Rightarrow \sigma = \frac{C + C_s + \sum C_l}{F}$

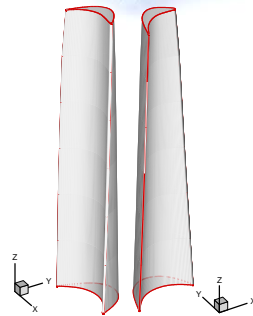
变截面叶片  $\leftarrow D_m/l < 10$

● 提高空气动力效率

使叶片型线沿高度变化

● 强度

使截面积由叶顶向叶底逐渐增加



微段离心力  $\Rightarrow$

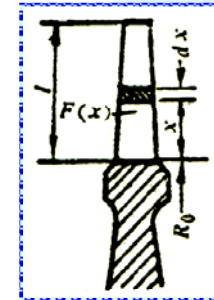
$dC = \rho\omega^2 F(x)(R_0 + x)dx$

截面以上离心力  $\Rightarrow$

$C_x = \rho\omega^2 \int_x^l F(x)(R_0 + x)dx$

总离心力  $\Rightarrow$

$C = \rho\omega^2 \int_0^l F(x)(R_0 + x)dx$



● 应力  $\Rightarrow \sigma = \frac{\rho\omega^2}{F_0} \int_0^l F(x)(R_0 + x)dx$

实际计算中采用数值积分的方法

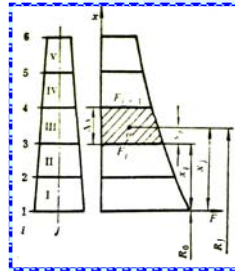
分段的离心力

$$\Delta C = \rho\omega^2\Delta V_j R_j = \rho\omega^2 F_j(x)\Delta x R_j$$

某截面以上离心力

$$C_i = \rho\omega^2 \sum_j^n F_j(x)\Delta x R_j = \rho\omega^2 V_j R_b$$

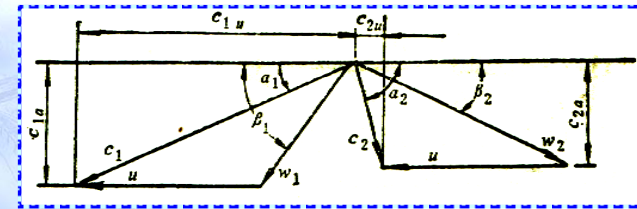
离心应力  $\sigma_{ii} = C_i / F_i$



气流产生的弯应力计算

气流力

速度三角形



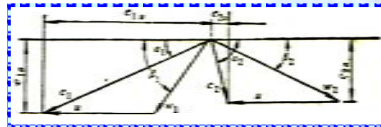
气流力切向分量

$$P_u = \frac{G}{Z_2 \varepsilon} (c_{1u} - c_{2u})$$

从轮周功求解  $P_u = \frac{G h_0 \eta_u}{u Z_2 \varepsilon} = \frac{1000 N_u}{u Z_2 \varepsilon}$

注意  $C_{2u}$  的方向, 若  $\alpha < 90^\circ$ , 则  $C_{2u}$  以负数代入

气流力轴向分量  $P_a = \frac{G}{Z_2 \varepsilon} (c_{1a} - c_{2a}) + (p_1 - p_2) l$



应选择气流力达到最大值的工况进行计算

危险工况

透平最大负荷工况

对于喷嘴调节的汽轮机调节级, 为第一调节阀全开, 其余调节阀全关的工况

气流力

$$P = \sqrt{P_u^2 + P_a^2}$$

等截面叶片弯应力计算

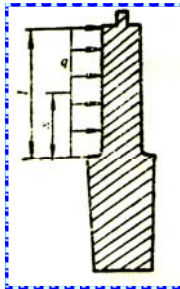
作用在叶片上的气流力是均匀分布的

均布载荷  $\rightarrow q = P/l$

离底部截面为  $x$  处的弯矩

$$\rightarrow M(x) = \frac{q(l-x)^2}{2}$$

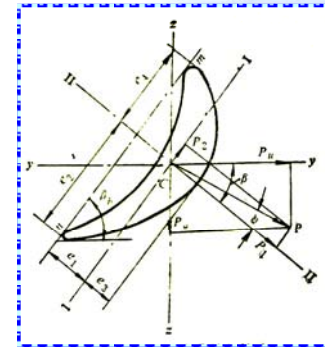
底部截面弯矩最大  $M_0 = \frac{ql^2}{2} = \frac{P}{2}l$



两个主惯性轴方向的弯矩

$$M_1 = \frac{Pl}{2} \cos \phi$$

$$M_2 = \frac{Pl}{2} \sin \phi$$

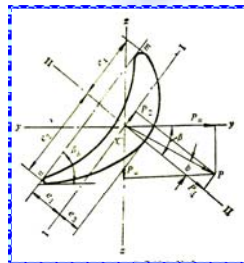


$M_1, M_2$  在叶片底部出气边、进气边和背部产生的弯应力

$$\sigma_{出} = \frac{M_1}{W_{进、出}} + \frac{M_2}{W_{出}} = \frac{M_1 e_1}{I_{I-I}} + \frac{M_2 e_2}{I_{II-II}}$$

$$\sigma_{进} = \frac{M_1}{W_{进、出}} - \frac{M_2}{W_{进}} = \frac{M_1 e_1}{I_{I-I}} - \frac{M_2 e_2}{I_{II-II}}$$

$$\sigma_{背} = -\frac{M_1}{W_{背}} = -\frac{M_1 e_3}{I_{I-I}}$$



通常出气边弯应力  $\sigma_{出}$  比  $\sigma_{进}$  和  $\sigma_{背}$  都要大

冲击式叶片  $\rightarrow \phi$  很小, 可忽略不计

进出气边弯应力  $\rightarrow \sigma_{进、出} = \frac{M_0}{W_{进、出}}$

背部弯应力  $\rightarrow \sigma_{背} = \frac{M_0}{W_{背}}$

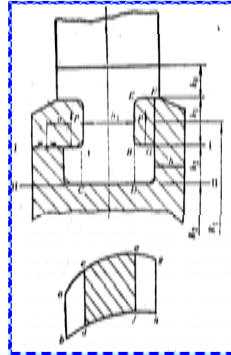
### 叶根和轮缘的强度计算

轮缘

承受叶片和轮缘本身的离心力

叶根

承受离心力和气流力



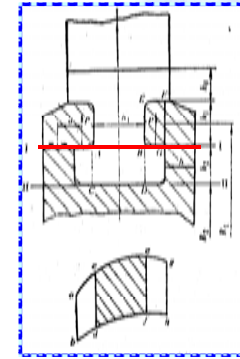
透平运行时离心力和温度影响

→ 轮缘周向尺寸增大

→ 叶根松动, 减小叶根间作用力

● 该松动只能伸入到叶根第一对径向支承面

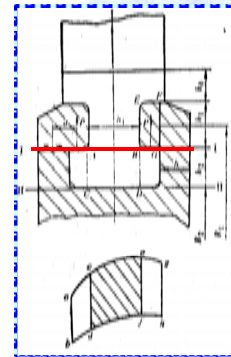
由于离心力作用, 叶根和轮缘的径向贴紧面



● 由叶片工作部分到叶根第一对径向支承面的部分可以自由变形

计算叶根时, 作用在叶根第一对径向支承面以上部分的力仅考虑离心力和气流力

计算出的弯应力偏安全



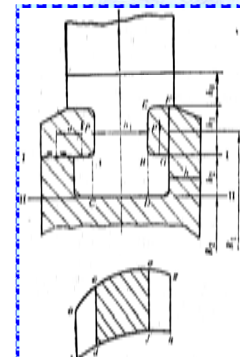
T型叶根 → 叶根计算

● I-I截面叶根最大拉应力

$$\sigma_{II} = \frac{C + C_0 + C_1}{F_1}$$

● 切向气流力产生的弯矩

$$M_{sI} = P_u \left( \frac{l}{2} + h_0 + h_1 \right)$$





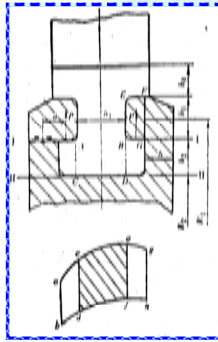
● I-I截面气流弯应力

→  $\sigma_{bd1}^s = \frac{M_{s1}}{W_1}$      $W_1 = \frac{t_1^2 b_1}{6}$

● 合成应力

→  $\sigma_1 = \sigma_{t1} + \sigma_{bd1}^s$

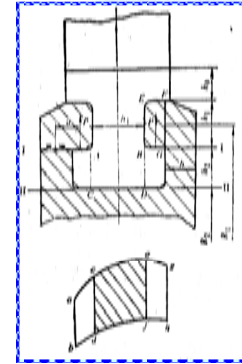
● 剪切应力 →  $\tau = \frac{C + C_0 + C_1 + C_2}{2F_2}$



● 挤压应力 →  $\sigma_{cr} = \frac{\sum C}{2F_3}$

轮缘计算

● 拉应力 →  $\sigma'_{t2} = \frac{Z_2 \sum C + \frac{2}{3} C_{rim}}{4\pi R_2 b}$



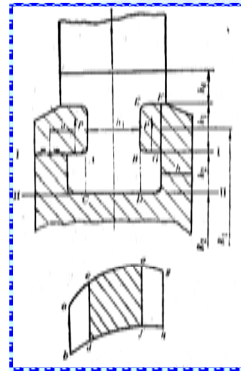
● 偏心载荷

→  $P = \frac{\sum C}{2} + \frac{2}{3Z_2} C'_{rim}$

● 弯矩 →  $M_{c2} = Pa$

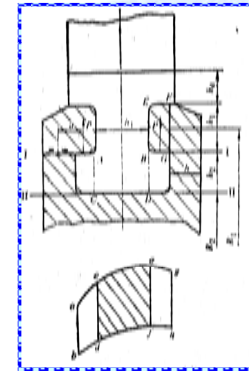
● 弯应力

→  $\sigma'_{bd2} = \frac{M_{c2}}{W_2}$      $W_2 = \frac{\pi R_2 b^2}{3Z_2}$



● 合成应力 →  $\sigma_2 = \sigma'_{t2} + \sigma'_{bd2}$

● 剪切应力 →  $\tau = \frac{Z_2 \sum C + \frac{2}{3} C'_{rim}}{4\pi R_1 h_1}$



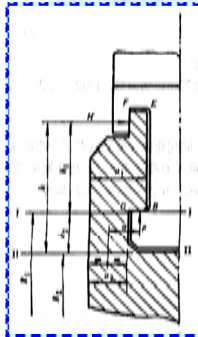
### 凸肩T型叶根

- 避免一般T型叶根轮缘上比较大的偏心载荷弯应力

轮缘支反力产生的弯矩  
偏心载荷产生的弯矩

方向相反

减小轮缘截面弯应力



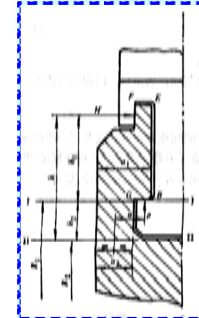
T型叶根 → 一端固定的悬臂梁

凸肩

凸肩T型叶根 → 静不定梁

卡氏定理 →  $\frac{\partial U}{\partial H} = 0$

变形体在某集中力  $H$  作用点的挠度等于变形位能对该力的偏导



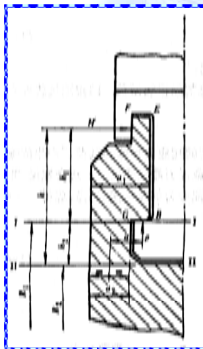
- 最大弯矩 (I-I 截面)

→  $M_1 = Pa - Hh_1$

$H$  为支反力  $H = \frac{3Pa(h^2 - h_1^2)}{2[h^3 + (\beta - 1)h_1^3]}$

- 最大弯应力 (I-I 截面)

→  $\sigma'_{ba1} = \frac{M_1}{W'_1}$   $W'_1 = \frac{\pi R_1 a_2^2}{3Z_2}$



- 合成应力 (I-I 截面)

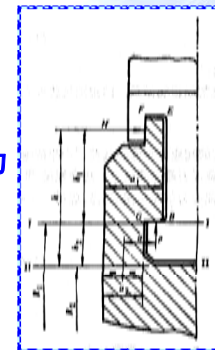
→  $\sigma'_1 = \sigma'_{bd1} + \sigma'_{n1}$

$\sigma'_{n1}$  → I-I 截面上离心拉应力

- II-II 截面弯矩

→  $M_1 = Pa - Hh$

$H$  为支反力



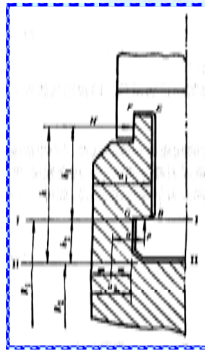
● II-II 截面弯应力

$$\sigma'_{bdII} = \frac{M_{II}}{W'_2} \quad W'_2 = \frac{\pi R_2 a_2^2}{3Z_2}$$

● II-II 截面合成应力

$$\sigma_{II} = \sigma'_{bdII} + \sigma'_{II}$$

$\sigma'_{II}$  → II-II 截面上离心拉应力



3.2 引起叶片振动的激振力

引起叶片振动的原因

叶片受到周期性气流激振力的作用

结构

制造和安装误差

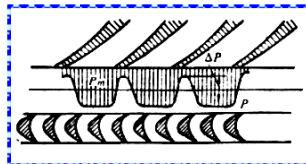
由于结构上因素产生的激振力

由喷嘴叶栅出口气流不均匀引起的激振力

叶片经过一次喷嘴槽道

气流力突变 → 叶片受一次激振

→ 周期性激振力



● 激振力频率 →  $f = z_1 n_s$

● 存在部分进汽度时的激振力频率

$$f_e = \frac{z_1}{\epsilon} n_s = z_1 n_s$$

其中  $z_1 = \frac{z_1}{\epsilon}$  → 相当整圈喷嘴数

激振力大小很难精确求得

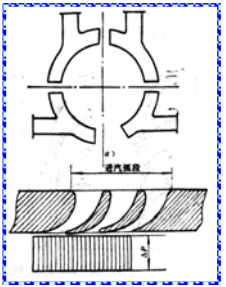
能源动力装置结构强度与振动 2012/11/12

### 部分进汽引起的激振力

沿圆周方向只有一部分弧段进汽为部分进汽

叶片经过进汽弧段  
 → 全部气流力

叶片经过进汽弧段空挡  
 → 气流力为零



西安交通大学叶轮机械研究所 谢永慧 45

能源动力装置结构强度与振动 2012/11/12

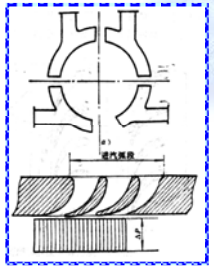
### 激振力频率

$f = in_s$

若喷嘴组对称分布  
 $i$  为喷嘴组数目

部分进汽产生的激振力 > 喷嘴出口气流尾迹产生的激振力

全部气流力 ↑ 部分气流力



西安交通大学叶轮机械研究所 谢永慧 46


能源动力装置结构强度与振动 2012/11/12

### 抽气管、排气管等引起的激振力

管道沿气缸径向分布，处于这些管道的前一级和后一级的级后或级前压力沿圆周方向分布不均匀

### 激振力频率

$f = in_s$



西安交通大学叶轮机械研究所 谢永慧 47


能源动力装置结构强度与振动 2012/11/12

### 气流通道的加强筋和肋引起的激振力

加强筋和肋阻止气流流动，使气流参数沿圆周方向分布不均匀

### 激振力频率

$f = in_s$



西安交通大学叶轮机械研究所 谢永慧 48

### 制造、安装偏差引起的激振力

#### 喷嘴和叶片槽道制造、安装偏差引起的激振力

喷嘴和叶片的节距及安装角偏离设计值  
 槽道面积和进出气角变化  
 喷嘴后气流参数变化

激振力频率  $f = in_s$

### 隔板中分面处喷嘴接合不良引起的气流激振力

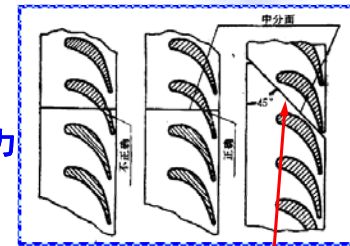
隔板制造偏差

喷嘴型线部分错开

气流突变 → 激振力

激振力频率

$f = in_s$   $i = 1, 2$



斜切分面

### 激振力频率

高频激振力

喷嘴出气边厚度引起

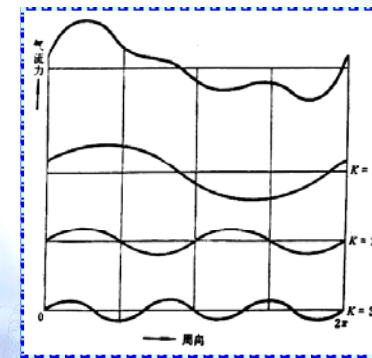
$$f = z_1 n_s$$

低频激振力

其它因素引起

$$f = n_s$$

### 激振力是很多个正弦（余弦）波的叠加



能源动力装置结构强度与振动 2012/11/12

### 周期激振力的傅立叶展开

激振力阶次

$$P = \bar{P} + \sum_{K=1}^{\infty} P_K \sin[K(\omega t - \varphi_K)]$$

低频  $f = Kn_s$

随  $K$  增大激振力逐渐减少, 6 阶以上不考虑

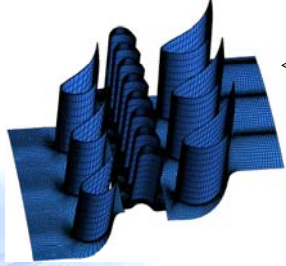
高频  $f = KZ_1 n_s, K = 1, 2, 3$

西安交通大学叶轮机械研究所 谢永慧 53

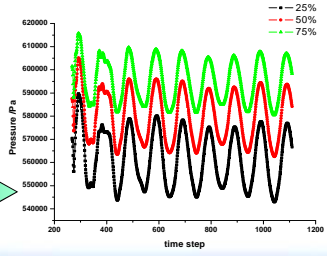
能源动力装置结构强度与振动 2012/11/12

### 基于三维非定常流动的气流激振力分析

RNG  $k-\varepsilon$  湍流模型、双时间步法、滑移界面法以及结构化网格

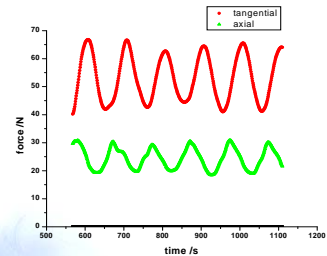


25%, 50%, 75% 动叶叶高前缘点静压脉动曲线



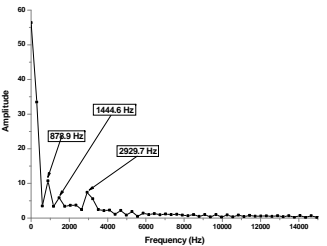
西安交通大学叶轮机械研究所 谢永慧 54

能源动力装置结构强度与振动 2012/11/12



动叶受到的轴向力/切向力脉动图

频谱分析



西安交通大学叶轮机械研究所 谢永慧 55

能源动力装置结构强度与振动 2012/11/12

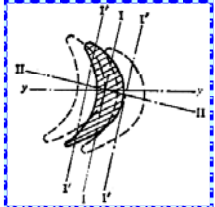
### 3.3 叶片振动型式

单个叶片振型

- 弯曲振动
- 扭转振动

绕截面最小惯性矩轴的弯曲振动

切向振动



西安交通大学叶轮机械研究所 谢永慧 56

能源动力装置结构强度与振动 2012/11/12

绕截面最大惯性矩轴的弯曲振动

沿叶片长度方向绕通过截面形心轴线的振动

轴向振动

扭转振动

西安交通大学叶轮机械研究所 谢永慧 57

能源动力装置结构强度与振动 2012/11/12

**弯曲振动** → 由于叶顶支承情况不同而有不同的振动型式

- **A<sub>0</sub>型振动**  
仅叶底固定，叶片全长其余各点都在振动且相位相同

振动频率最低  
第一阶弯曲振动

西安交通大学叶轮机械研究所 谢永慧 58

能源动力装置结构强度与振动 2012/11/12

- **A<sub>1</sub>型振动**  
除叶底外，叶片上也有一不振动的节线，节线上下叶片振动相位相反

振动频率增大，振幅减小  
第二阶弯曲振动

西安交通大学叶轮机械研究所 谢永慧 59

能源动力装置结构强度与振动 2012/11/12

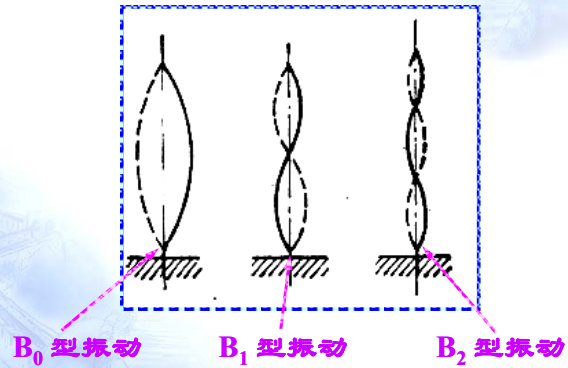
- **A<sub>2</sub>型振动**  
叶片上有两条节线，第三阶弯曲振动

对等截面叶片，各振型频率之间的比例关系

$f_{A_0} : f_{A_1} : f_{A_2} \dots = 1 : 6.27 : 17.6 \dots$

西安交通大学叶轮机械研究所 谢永慧 60

● B型振动：叶根固定，叶顶铰支叶片的振动



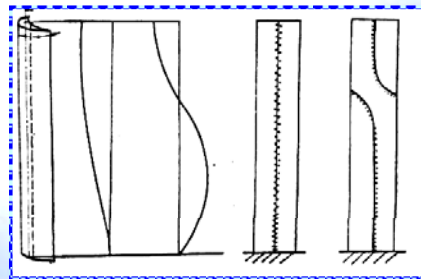
④ 对等截面叶片，各振型频率之间的比例关系

→  $f_{B_0} : f_{B_1} : f_{B_2} \dots = 1 : 3.2 : 6.8 \dots$

■ 叶片自振频率是无穷多个，随叶片振动阶次的增加，振幅减小

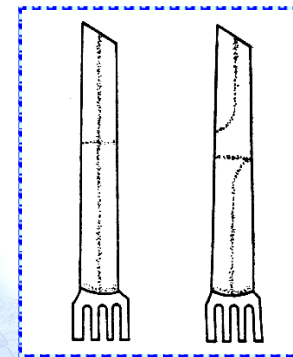
④ 分析轴向弯曲振动，通常要把叶片和叶轮作为一个整体来进行分析，叶轮很厚的情况下则单考虑叶片

扭转振动 → 单个叶片扭转振动频率较高



④ 等截面叶片 →  $f_{t_0} : f_{t_1} : f_{t_2} = 1 : 3 : 5$

复合振动—弯扭复合





能源动力装置结构强度与振动 2012/11/12

**叶片组振动** → **切向振动**

● **A型振动**

顶部可动，组内叶片同相振动

① 围带对自振频率的影响

刚性 ↑ → 自振频率 ↑  
质量 ↑ → 自振频率 ↓

西安交通大学叶轮机械研究所 谢永慧 65

能源动力装置结构强度与振动 2012/11/12

② 叶片组切向A型自振频率可大于或小于单个叶片，由围带刚性及质量影响的大小决定

③ 叶片组轴向A型振动，围带刚性无影响，质量使自振频率降低

→  $f_{ZA} < f_A$

西安交通大学叶轮机械研究所 谢永慧 66

能源动力装置结构强度与振动 2012/11/12

● **B型振动**

顶部不动或几乎不动

① 第一类B型振动

叶片对称，相位相反

叶片振动时作用于围带上的力平衡

围带保持不动

振型对称

西安交通大学叶轮机械研究所 谢永慧 67

能源动力装置结构强度与振动 2012/11/12

② 第二类B型振动

$1 = n, 2 = n-1, \dots$

中心线左右的叶片对围带子用力基本平衡

围带几乎不左右振动

振型相同

西安交通大学叶轮机械研究所 谢永慧 68

④ 围带对B型振动频率的影响

刚性 ↑ → 自振频率 ↑

围带不参振 → 质量对频率无影响

④ 叶片组 B 型振动的自振频率高于单个叶片 B 型振动的自振频率

④ 在组内有  $Z_g$  个叶片，则有  $Z_g - 1$  种振动型式

● 叶片组激振力频率排序

$$f_{A_0} < f_{B_0} < f_{A_1} < f_{B_1} < f_{A_2}$$

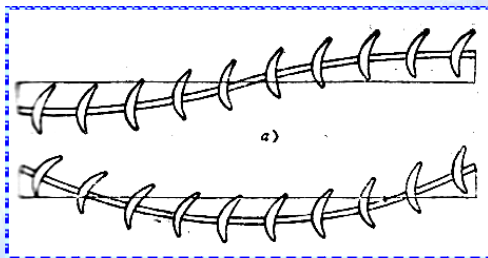
④ 通常容易出现的是  $A_0$ 、 $B_0$ 、 $A_1$  型振动，更高频的振动由于频率高振幅小，即使出现也不危险

● 单以拉金成组不可能有 B 型振动

● 加上拉金、围带可以避免  $B_0$  型振动

叶片组振动

→ 轴向振动



设计中通常校核  $A_0$ 、 $B_0$ 、 $ZA_0$ 、 $A_1$  的振动特性



### 3.4 叶片材料、强度振动校核

#### 叶片材料 → 要求

- 足够的机械强度
- 高的韧性核塑性以及高温下抗热脆性
- 耐蚀性                      • 耐磨性
- 良好的热、冷加工性能      • 减振性

#### 叶片材料 → 分类

- 马氏体，马氏体—铁素体和铁素体钢

→ 使用温度最高不超过 580°C

1Cr13 (450~475°C)

2Cr13 (400~450°C)

→ 减振性好，较好的耐腐蚀性和热强性

Cr11MoV (550°C)

Cr12WMoV (580°C)

#### 叶片材料 → 分类

- 奥氏体钢 Cr17Ni13W

→ 使用温度最高不超过 700~750°C

高热强性，优良的抗氧化、抗腐蚀性

抗振性不太好，线膨胀系数高，室温机械强度较低，塑性高

#### 叶片的许用应力和强度校核 → 标准

- 低温 → 屈服极限  $\sigma'_{0.2}$

- 高温 → { 蠕变极限  $\sigma_{cr} \Rightarrow \sigma_{1 \times 10^{-5}}$   
持久强度极限  $\sigma_{du} \Rightarrow \sigma_{10^5}$

- 高温与低温的界限

汽轮机400~450°C，燃气轮机480~520°C

能源动力装置结构强度与振动 2012/11/12

## 叶片的许用应力和强度校核

许用应力  $\rightarrow$

- $[\sigma] = \frac{\sigma'_{0.2}}{K_s}$
- $[\sigma] = \frac{\sigma_{cr}}{K_{cr}}$
- $[\sigma] = \frac{\sigma_{du}}{K_{du}}$

西安交通大学叶轮机械研究所 谢永慧 77

能源动力装置结构强度与振动 2012/11/12

## 叶片的许用应力和强度校核

### 安全系数的来源

- 应力计算的精确度
- 材料机械性质的不均匀性
- 零件的制造工艺和装配工艺
- 零件的重要性及其工作条件等

西安交通大学叶轮机械研究所 谢永慧 78

能源动力装置结构强度与振动 2012/11/12

## 安全系数的取值

- 低温范围校核拉弯合成应力  $\rightarrow K_s = 1.7$
- 高温范围  $\rightarrow K_s = 2, K_{cr} = 1.3, K_{du} = 2$

选取其中的最小值作为校核用的许用应力

西安交通大学叶轮机械研究所 谢永慧 79

能源动力装置结构强度与振动 2012/11/12

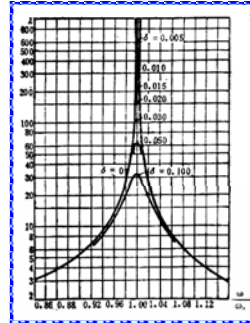
- 叶根，形状复杂，容易应力集中，校核叶根或轮缘截面上的合成应力  $\rightarrow K_s = 2, K_{cr} = 1.3, K_{du} = 2$
- 校核叶根或轮缘上的挤压应力  $\rightarrow K_s = 1.25, K_{cr} = 0.9, K_{du} = 1.25$

叶根或轮缘的剪切许用应力为拉伸许用应力的0.75倍  $\rightarrow [\tau] = 0.75[\sigma]$

西安交通大学叶轮机械研究所 谢永慧 80

### 叶片振动校核

- 叶片动频和激振力频率需避开一定范围
- ④ 共振点附近振幅仍很大
- ④ 叶轮上叶片由于制造和装配误差，有一定的频率分散度
- ④ 透平在某工况下转速不可能稳定不变，允许周波在一定范围内变化



- 低频激振力频率  $Kn_s$  和  $A_0$  型振动的频率避开率

$$\Delta f = \frac{Kn_s - f_d}{Kn_s} \times 100\%$$

- ④ 其中， $K = 2 \sim 6$

不可能与  $K = 1$  的激振力产生共振

$K \geq 7$  时，不可能调开低频激振力，不可避免产生共振，但幅度较小，危险性较小

- ④ 频率安全避开率与振型阶次及激振力阶次有关  
阶次越高，共振振幅越小，避开率可以越小
- ④  $A_0$  型振动与低频激振力间的频率避开率，对于不同  $K$  值下的  $\Delta f$  最小裕量

$K$	2	3	4	5	6
$\Delta f\%$	12	7	5	4	3

### 本章参考文献

- ④ 吴厚钰主编，透平零件结构和强度计算，北京：机械工业出版社，1982年