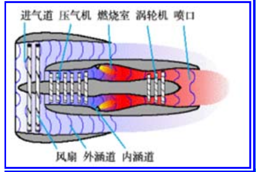


流体动力学

雷诺输运定理，积分形式控制方程组

基础知识

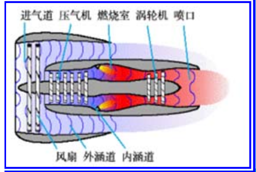
守恒定律、牛顿第二定律、物质导数、描述流体运动的两种方法

雷诺输运定理

系统和控制体、雷诺输运定理

积分形式的控制方程

连续方程、能量方程、动量方程

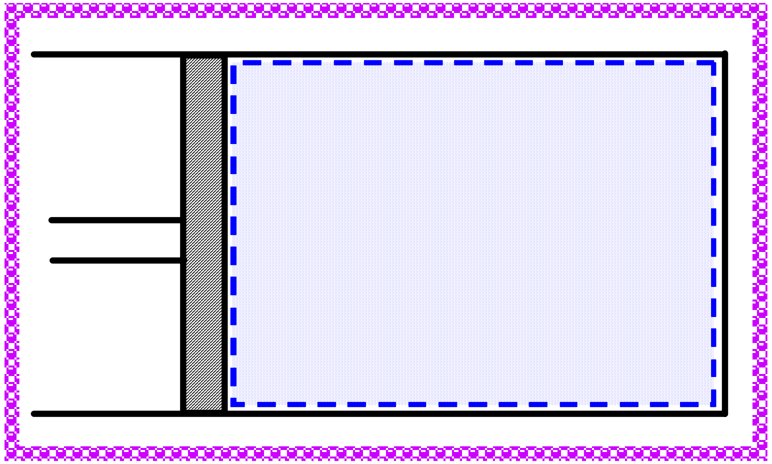


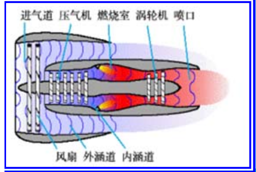
6.1 物质积分的随体导数——雷诺输运定理

系统 → 某一确定流体质点集合的总体

system

- 与外界无质量交换
- 随流体质点的运动而运动
- 边界形状、包围空间大小随流体质点的运动而变化
- 拉格朗日方法下的概念





系统2

物理定律通常应用于系统

- **质量守恒方程** → $m_{sys} = \text{const}$ 或 $\dfrac{dm}{dt} = 0$

  conservation of mass

- **动量方程** → $F = m\vec{a} = m\dfrac{d\vec{V}}{dt} = \dfrac{d\left(m\vec{V}\right)}{dt}$

  linear momentum equation

- **动量矩方程** → $\vec{T} = \dfrac{d\vec{H}}{dt} \qquad \vec{H} = \sum\left(\vec{r} \times \vec{V}\right)\delta m$

  angular momentum equation

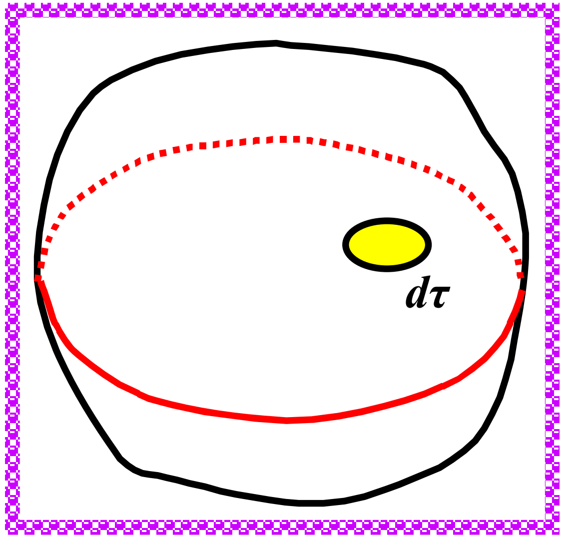
- **能量守恒方程** → $dE/dt = \dot{Q} + \dot{W}$

  energy equation or first law of thermodynamics

系统的物质导数

substantial derivative of system

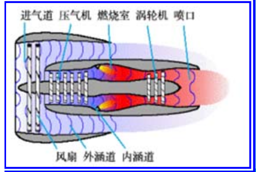
$$\frac{D\Phi_{sys}}{Dt} = \frac{D}{Dt}\int_{sys} \phi d\tau$$



Φ → 系统体积内包含的总物理量

ϕ → 单位体积流体的物理量分布函数

- **质量** → $\Phi = m$，$\phi = \rho$
- **动量** → $\Phi = \vec{k} = m\vec{V}$，$\phi = \rho\vec{V}$



控制体

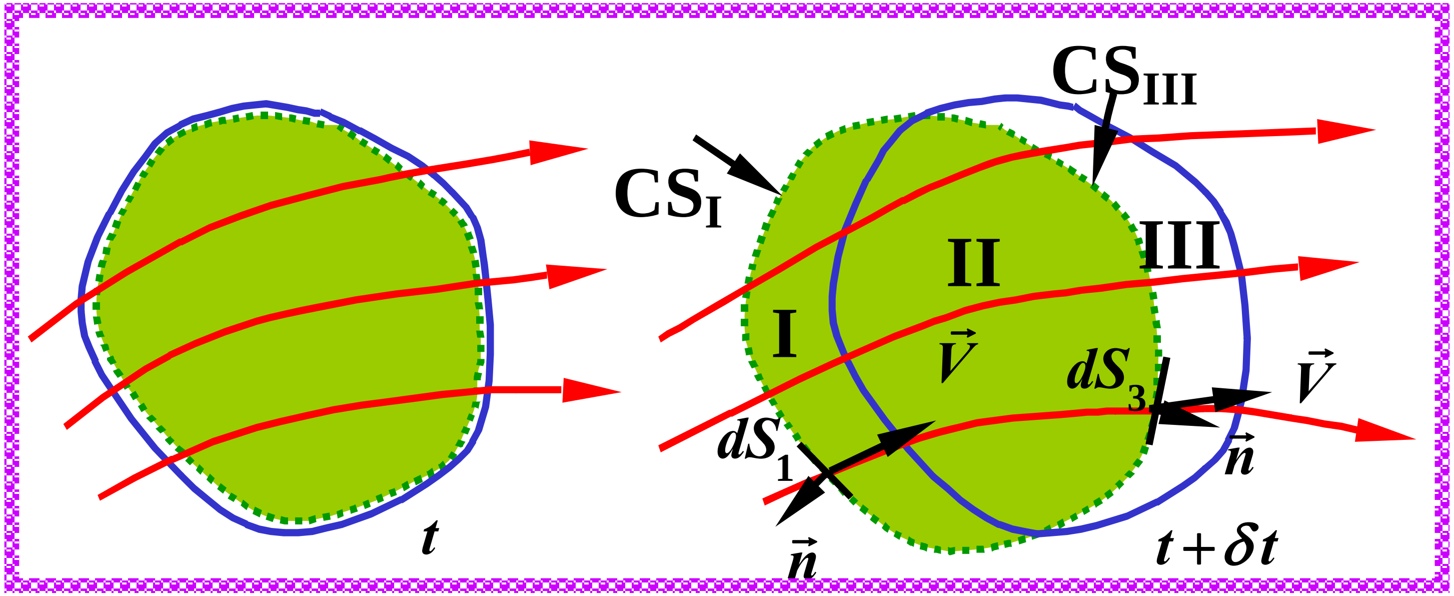
控制体 ⇒ **流场中某一确定的空间区域**

control volume

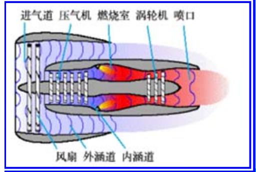
- 与外界有质量交换
- 空间位置相对于某参照系不变
- 边界形状、包围空间大小一般是确定的
- 欧拉方法下的概念

control surface
控制面

欧拉方法描述系统物理量对时间的变化率，即采用与控制体相关的物理量描述系统的物质导数



$$\frac{D\Phi_{sys}}{Dt} = \lim_{\delta t \to 0} \frac{\Phi_{sys}(t+\delta t) - \Phi_{sys}(t)}{\delta t}$$



雷诺输运公式2

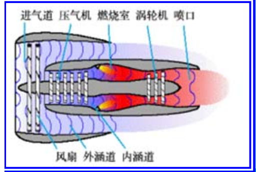
$$\frac{D\Phi_{sys}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{CV} \phi d\tau + \int_{CS} \phi \vec{V} \cdot \vec{n} dS$$

$\dfrac{D\Phi_{sys}}{Dt}$ → 系统的物理量 N 对时间的变化率

$\dfrac{\partial}{\partial t}\int_{CV} \phi d\tau$ → 控制体物理量 N 对时间的变化率，反应流场的非定常性

$\int_{CS} \phi \vec{V} \cdot \vec{n} dS$

→ 物理量 N 流出控制体的净流率，反应流场不均匀性，系统位置、体积随时间的改变



雷诺输运公式3

定常流动 ⟹ $$\frac{D\Phi_{sys}}{Dt} = \int_{CS} \phi \vec{V} \cdot \vec{n} dS$$

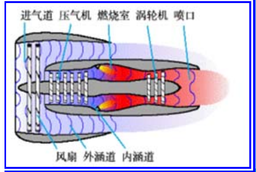
steady flow

- 系统物理量 N 的变化只取决于控制面上的流动，与控制体内的流动无关

运动控制体

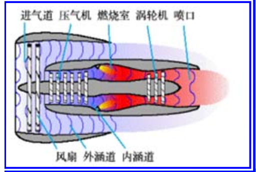
⟹ $$\frac{D\Phi_{sys}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{CV} \phi d\tau + \int_{CS} \phi \vec{V}_r \cdot \vec{n} dS$$

$$\vec{V}_r = \vec{V} - \vec{V}_{CV}$$



积分方法的优点

- 积分方法无需了解内部细节，甚至允许物理量在内部发生间断，只利用 CV 和 CS，花很少时间就能获得有价值的结果
- 方法简单，计算量小
- 适于研究大范围内的流体运动，特别是求解对有限区域固体边界的总体作用



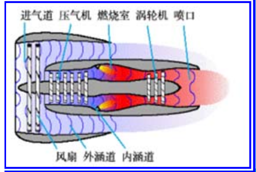
质点导数与系统导数

质点导数 ⇒ $$\frac{D\phi}{Dt}=\frac{\partial\phi}{\partial t}+(\vec{V}\cdot\nabla)\phi$$

- 流体质点某物理量随时间的变化率同空间点上物理量之间的关系

系统导数 ⇒ $$\frac{D\Phi_{\mathrm{sys}}}{Dt}=\frac{\partial}{\partial t}\int_{\mathrm{CV}}\phi d\tau+\int_{\mathrm{CS}}\phi\vec{V}\cdot\vec{n}dS$$

- 系统某物理量随时间的变化率和控制体上物理量变化之间的关系



6.2 连续方程

连续方程 $\Longrightarrow$ **系统的质量守恒**

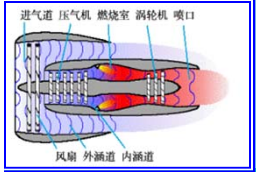
continuity equation

- 系统体积为τ，质量为 m，质量守恒

$$\Longrightarrow \frac{Dm}{Dt}=0 \quad \Longleftarrow \quad \Phi=m\ ,\ \phi=\rho$$

初始时刻系统与控制体重合

$$\Longrightarrow \boxed{\frac{Dm}{Dt}=\frac{\partial}{\partial t}\int_{CV}\rho d\tau+\int_{CS}\rho\vec{V}\cdot\vec{n}dS=0}$$



连续方程2

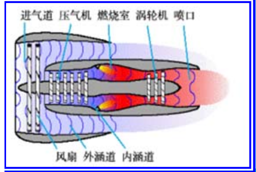
$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{CV}\rho d\tau+\int_{CS}\rho\vec{V}\cdot\vec{n}dS=0$$

一切流动都应满足连续方程

$\frac{\partial}{\partial t}\int_{CV}\rho d\tau$ ⇒ **CV中流体质量对时间的变化率**

$\int_{CS}\rho\vec{V}\cdot\vec{n}dS$ ⇒ **流出CV的流体质量的净流率**

控制体的质量守恒：单位时间CV内流体质量的增加与净流出CV的流体质量流量之和为零



连续方程3

定常流动 ⟹ $\int_{CS} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dS = 0$

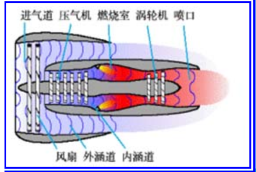
均质不可压缩 $\xrightarrow{\rho = \text{const}}$ $\int_{CS} \vec{V} \cdot \vec{n} dS = 0$ 无需定常假设

- 流体仅在控制面的有限个区域流入流出且 ρ，V 在进出口截面均布，定常流动

⟹ $\sum \dot{m}_{in} = \sum \dot{m}_{out}$　　$\sum Q_{in} = \sum Q_{out}$

$\dot{m} = \rho V A$

$Q = VA$



连续方程6

运动控制体 用相对速度替换绝对速度

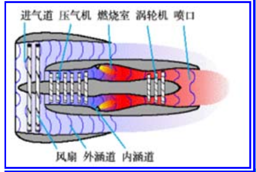
$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\mathrm{CV}} \rho d\tau + \int_{\mathrm{CS}} \rho \vec{V}_r \cdot \vec{n} dS = 0$$

- **流体仅在控制面的有限个区域流入流出且 ρ，V 在进出口截面均布，定常流动**

$$\sum(\rho V_r A)_{\mathrm{in}} = \sum(\rho V_r A)_{\mathrm{out}}$$

$$\vec{V}_r = \vec{V} - \vec{V}_{\mathrm{CV}}$$

relative velocity



连续方程7－例题

如图所示一水箱，水均匀垂直流入流出，求水的深度随时间的变化率dh/dt。

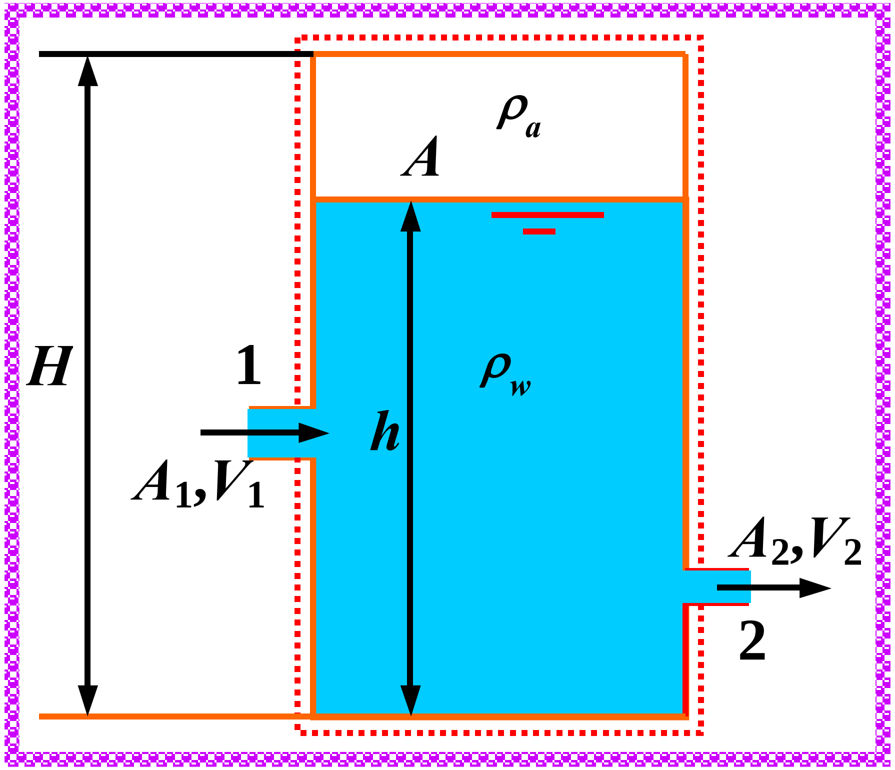
解：第一项

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{CV}\rho d\tau = \rho_w A\frac{dh}{dt}$$

第二项：净流出率

$$\int_{CS}\rho\vec{V}\cdot\vec{n}dS$$

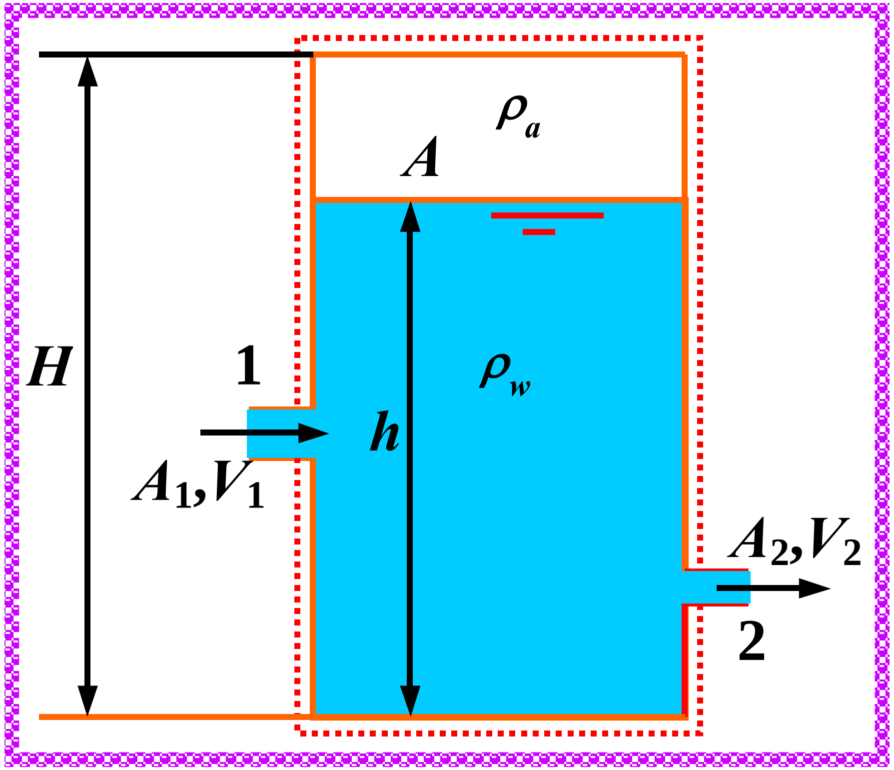
$$=\rho_w A_2 V_2-\rho_w A_1 V_1$$

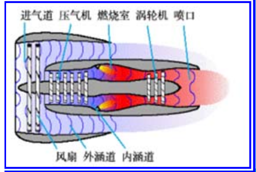


连续方程8－例题2

$$\rho_w A\frac{dh}{dt}+\rho_w A_2V_2-\rho_w A_1V_1=0$$

$$\frac{dh}{dt}=\frac{A_1V_1-A_2V_2}{A}$$





能量方程 → **系统的能量守恒**

energy equation

- **能量为 E，热力学第一定律**

$$\frac{DE}{Dt} = \dot{Q} + \dot{W}$$

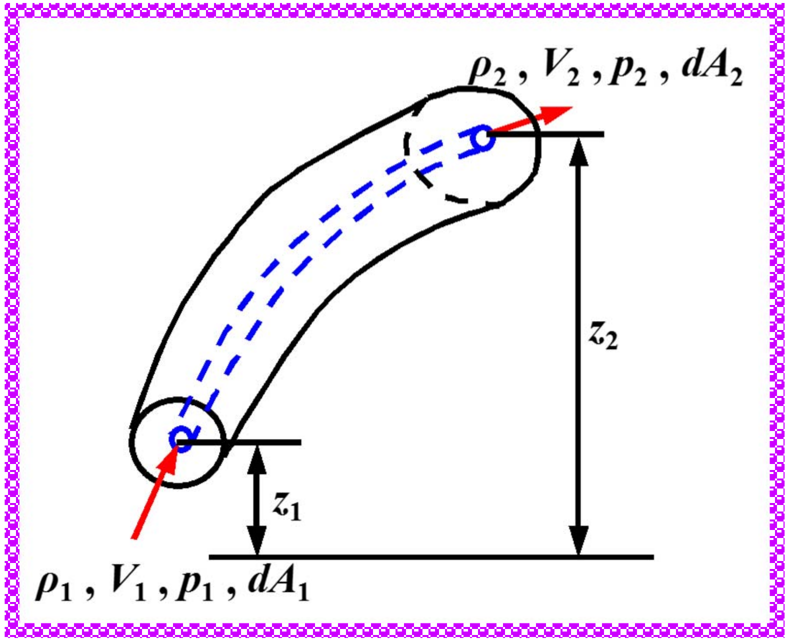
初始时刻系统与控制体重合

$$\boxed{\dot{Q} + \dot{W} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{CV} \rho e \, d\tau + \int_{CS} \rho e \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS}$$

e：单位质量流体具有的能量，*specific energy*

沿流线的伯努利方程应用到总流

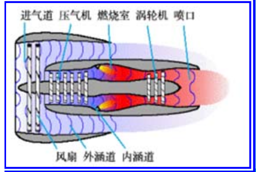
单位时间通过微小流束断面的不可压流体重量



$$\rho g dQ = \rho g V_1 dA_1 = \rho g V_2 dA_2$$

微小流束伯努利方程

$$\left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} \right) \rho g V_1 dA_1 = \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} \right) \rho g V_2 dA_2$$



总流伯努利方程2

动能修正系数 ⟹ $$\int_A \frac{V^2}{2g}\rho g V dA$$

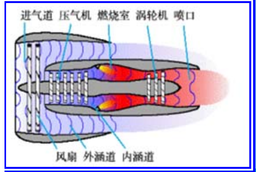
- 取平均流速 $\bar{V}$ 计算动能，需加以修正

$$\int_A \frac{V^2}{2g}\rho g V dA = \alpha \int_A \frac{\bar{V}^2}{2g}\rho g \bar{V} dA = \frac{\alpha \bar{V}^2}{2g}\rho g A \bar{V}$$

⟹ $$\boxed{\alpha = \frac{\int_A V^3 dA}{\bar{V}^3 A}}$$

kinetic-energy correction factor

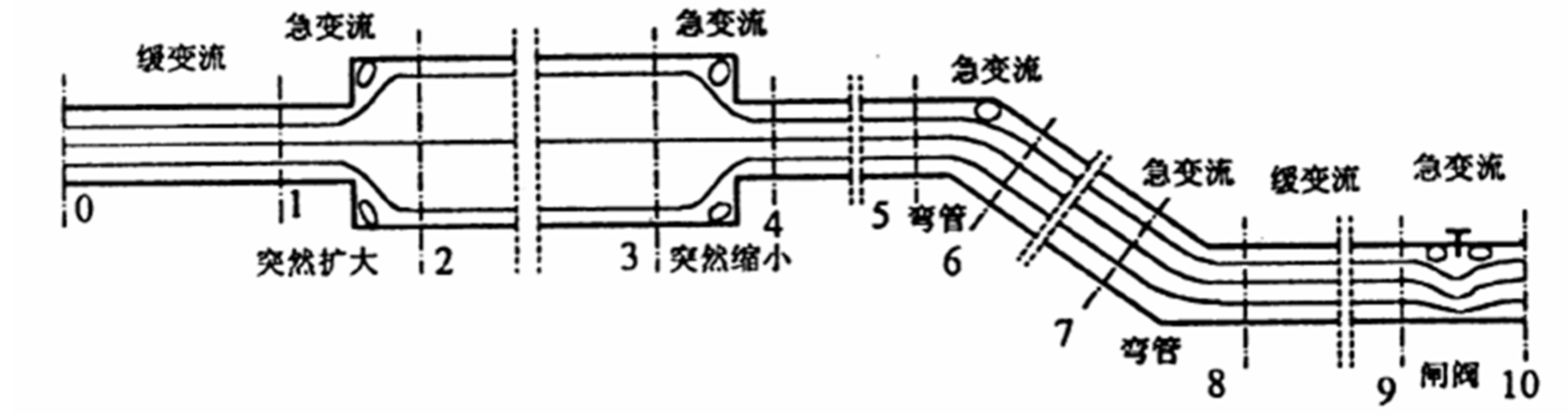
反映过流断面上速度分布的不均匀性，工程上 α 一般取 1



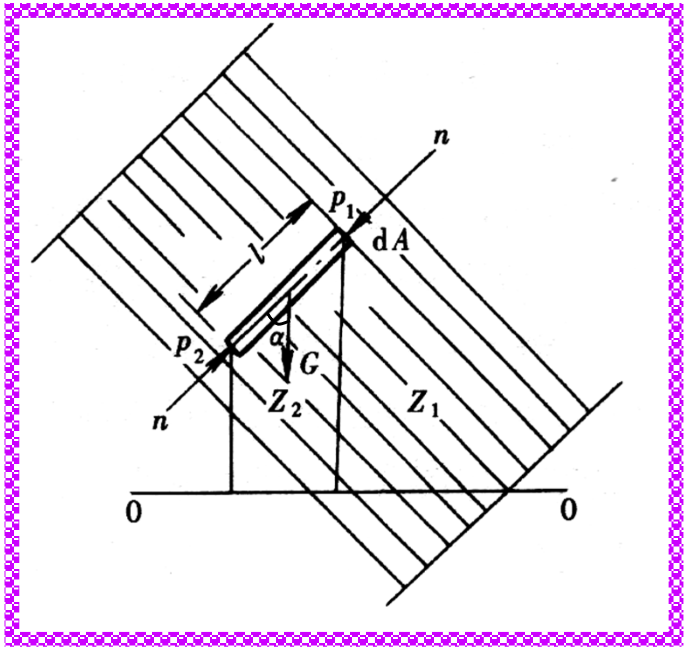
总流伯努利方程3

缓变流 ⇨ $$\int_A \left(z + \frac{p}{\rho g} \right) \rho g V dA$$

- 流线切线之间夹角很小，即流线近似于平行
- 流线曲率很小，即流线近似于直线



n-n向微圆柱受力平衡



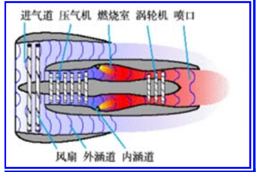
$$\rho g l dA\cos\alpha + p_1 dA = p_2 dA$$

由 $$l\cos\alpha = z_1 - z_2$$

$$\boxed{z + \frac{p}{\rho g} = C}$$

$$\left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 \overline{V}_1^2}{2g}\right)\underline{\rho g \int_{A_1} V_1 dA_1} = \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 \overline{V}_2^2}{2g}\right)\underline{\rho g \int_{A_2} V_2 dA_2}$$

=



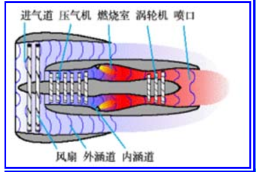
总流伯努利方程5

总流伯努利方程

$$z_1+\frac{p_1}{\rho g}+\frac{\alpha_1\bar{v}_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\rho g}+\frac{\alpha_2\bar{v}_2^2}{2g}$$

适用条件

- 理想不可压缩流体
- 定常流动
- 质量力有势且只有重力
- 两过流断面必须是缓变流过流断面
- 两过流断面间无能量输入输出



6.4 动量方程

动量方程—惯性系 → **系统的动量定理**

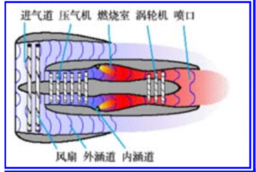
momentum equation — inertial reference frame

- 系统体积为 τ，动量为 k，动量定理

$$\Rightarrow \quad \sum \vec{F} = \frac{D\vec{k}}{Dt} \quad \Leftarrow \quad \Phi = \vec{k} \quad , \quad \phi = \rho \vec{V}$$

初始时刻系统与控制体重合

$$\Rightarrow \quad \sum \vec{F} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{CV} \rho \vec{V} d\tau + \int_{CS} \rho \vec{V}\vec{V}\cdot \vec{n} dS$$



动量方程2

$$\sum \vec{F} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{CV} \rho \vec{V} d\tau + \int_{CS} \rho \vec{V}\vec{V}\cdot\vec{n}dS$$

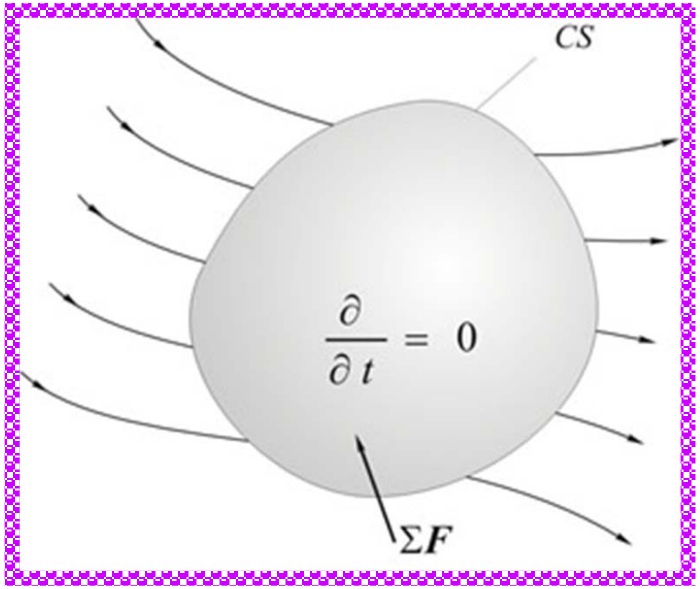
$\sum \vec{F}$ ⇒ 作用在控制体上的外力之和

$\frac{\partial}{\partial t}\int_{CV} \rho \vec{V} d\tau$ ⇒ 控制体中流体的动量对时间的变化率，定常该项为零

$\int_{CS} \rho \vec{V}\vec{V}\cdot\vec{n}dS$ ⇒ 流出 CV 的流体动量的净流率

定常流动 ⟹ $$\sum \vec{F} = \int_{CS} \rho \vec{V}\vec{V} \cdot \vec{n} dS$$

$$\begin{cases} \sum F_x = \int_{CS} \rho u \vec{V} \cdot \vec{n} dS \\ \sum F_y = \int_{CS} \rho v \vec{V} \cdot \vec{n} dS \\ \sum F_z = \int_{CS} \rho w \vec{V} \cdot \vec{n} dS \end{cases}$$



- 控制体上所受的合外力只与流体动量的净流出率有关，与控制体内的细节无关

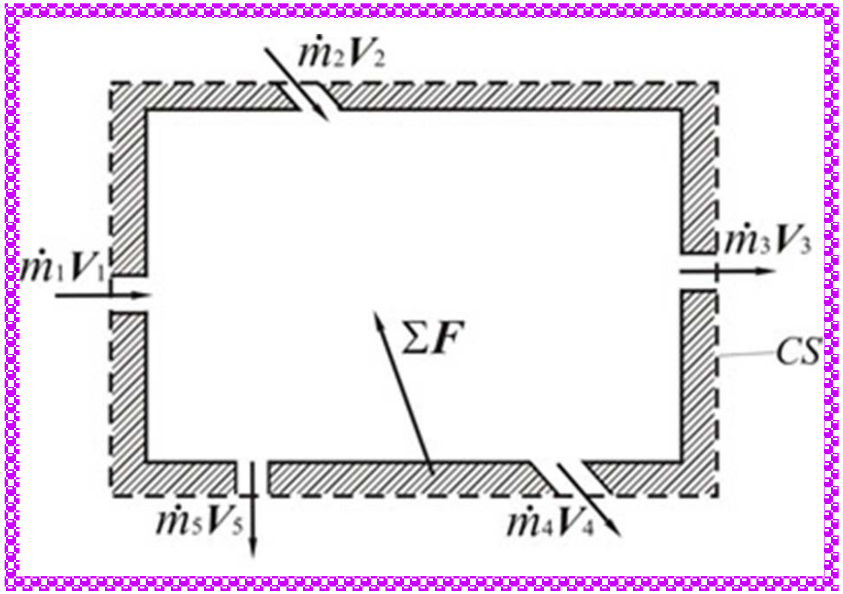
动量方程4

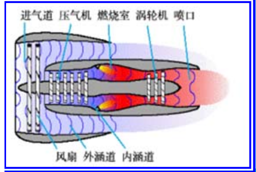
流体仅在控制面的有限个区域流入流出且 ρ，V 在进出口截面均布，定常流动

$$\sum \vec{F} = \sum\left(\dot{m}_i \vec{V}_i\right)_{\text{out}} - \sum\left(\dot{m}_i \vec{V}_i\right)_{\text{in}}$$

- **力与速度的正负号**

与选定坐标方向一致者取正，反之取负

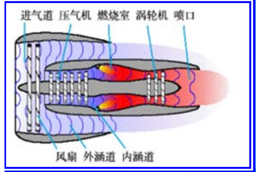




动量方程5

动量方程适用条件

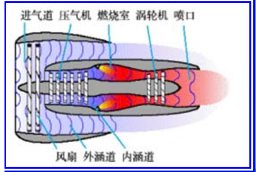
- 理想流体或粘性流体
- 定常流动或非定常流动
- 可压缩流体或不可压缩流体
- 控制体内有无流动参数不连续面均可
- 外界与控制体有无质量能量交换均可



动量方程6

求解步骤

- **建立坐标系**
- **选取控制体** → 是否运动、是否包含所有进出口，所求力是否为外力
- **控制体受力分析** → 质量力、表面力
- **连续方程**（速度）、**伯努利方程**（压强）、**动量方程**（矢量方程，分量方程求解各分力）



动量方程7－例题1

理想流体自由射流：已知Q_0，V_0，ρ= const，重力和摩擦力可以忽略，$V_1 = V_2 = V_0$，求：Q_1，Q_2以及液体对平板的作用力。

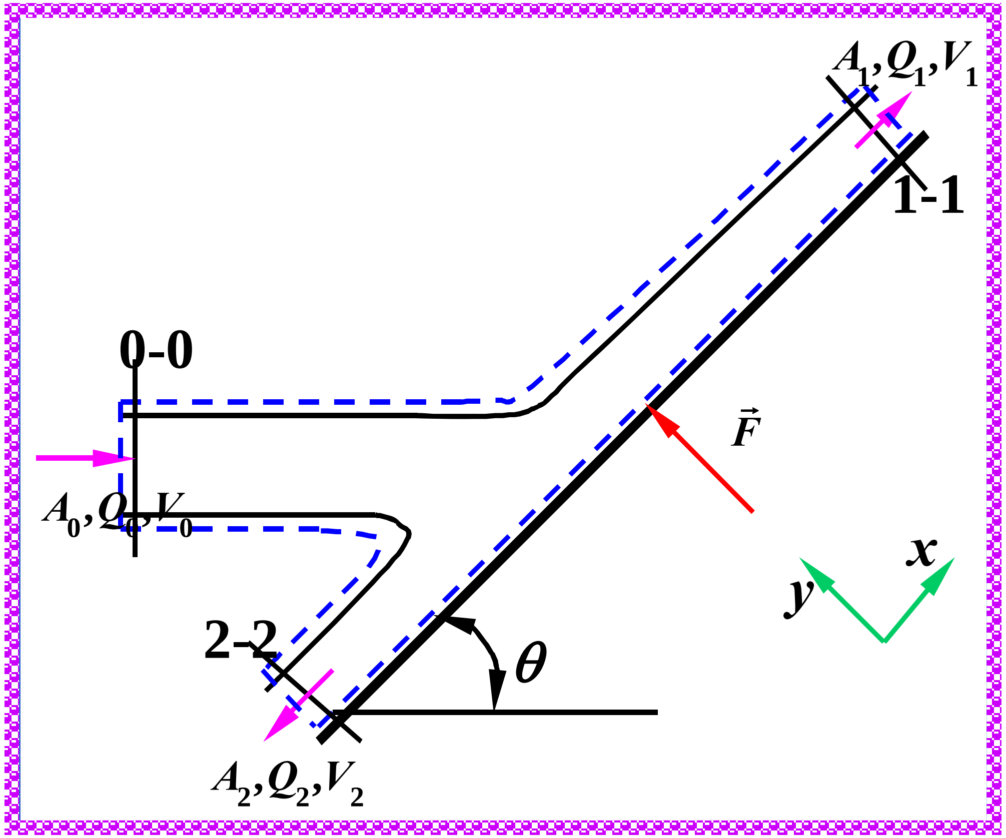
解：(1) 坐标系

(2) 控制体

(3) 受力分析

平板对控制体的力

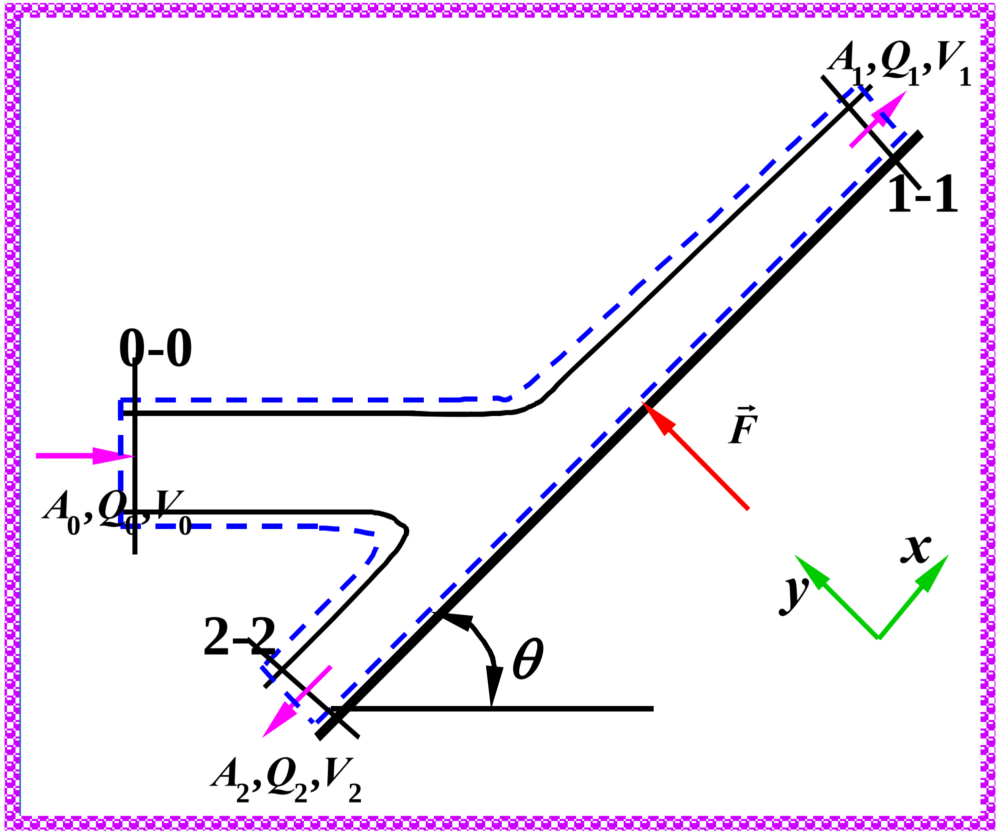
F，y方向



(4) 连续方程

$$\boxed{\sum Q_{in} = \sum Q_{out}}$$

$$\Rightarrow \quad Q_0 = Q_1 + Q_2$$



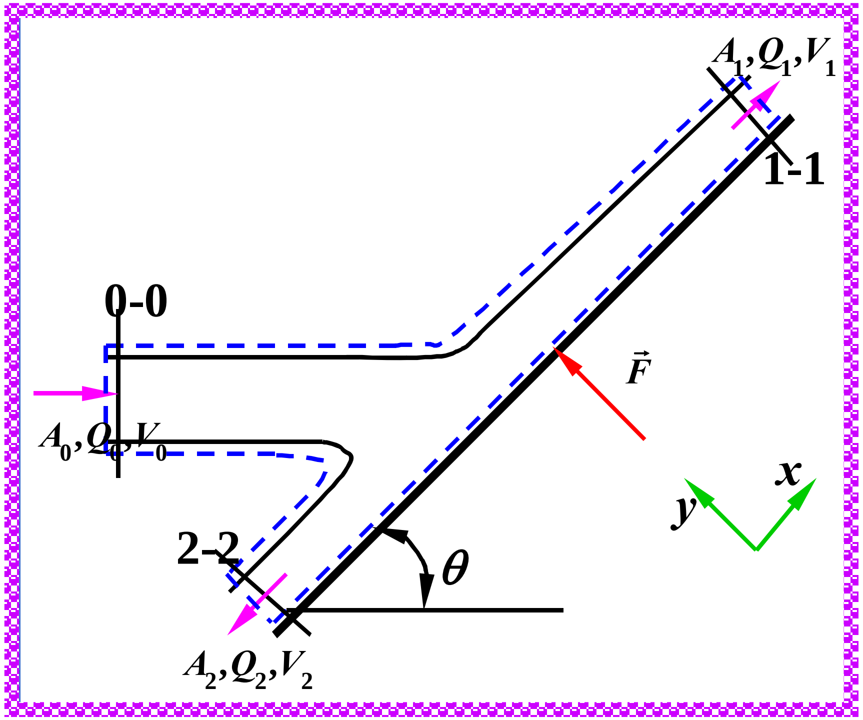
(5) 动量方程－x 方向

$$\boxed{F_x = 0}$$

$$= \sum\left(\dot{m}_i V_{xi}\right)_{out} - \sum\left(\dot{m}_i V_{xi}\right)_{in}$$

$$V_1Q_1 - V_0\cos\theta Q_0 - V_2Q_2 = 0$$

$$\begin{cases} Q_1 = \dfrac{Q_0}{2}(1+\cos\theta) \\ Q_2 = \dfrac{Q_0}{2}(1-\cos\theta) \end{cases}$$



动量方程－y方向

$$\boxed{F_y = F}$$

$$= \sum(\dot{m}_i V_{yi})_{\text{out}} - \sum(\dot{m}_i V_{yi})_{\text{in}}$$

$$F = \rho V_0 Q_0 \sin\theta$$

管道流动： 已知$A_1 = 0.01\text{m}^2$，$A_2 = 0.0025\text{m}^2$，$V_2 = 16\text{m/s}$，$\rho = 999\text{kg/m}^3$，$p_1 = 221\text{kPa}$，$p_a = 101\text{kPa}$，忽略重力和摩擦力。求弯头所受支撑力

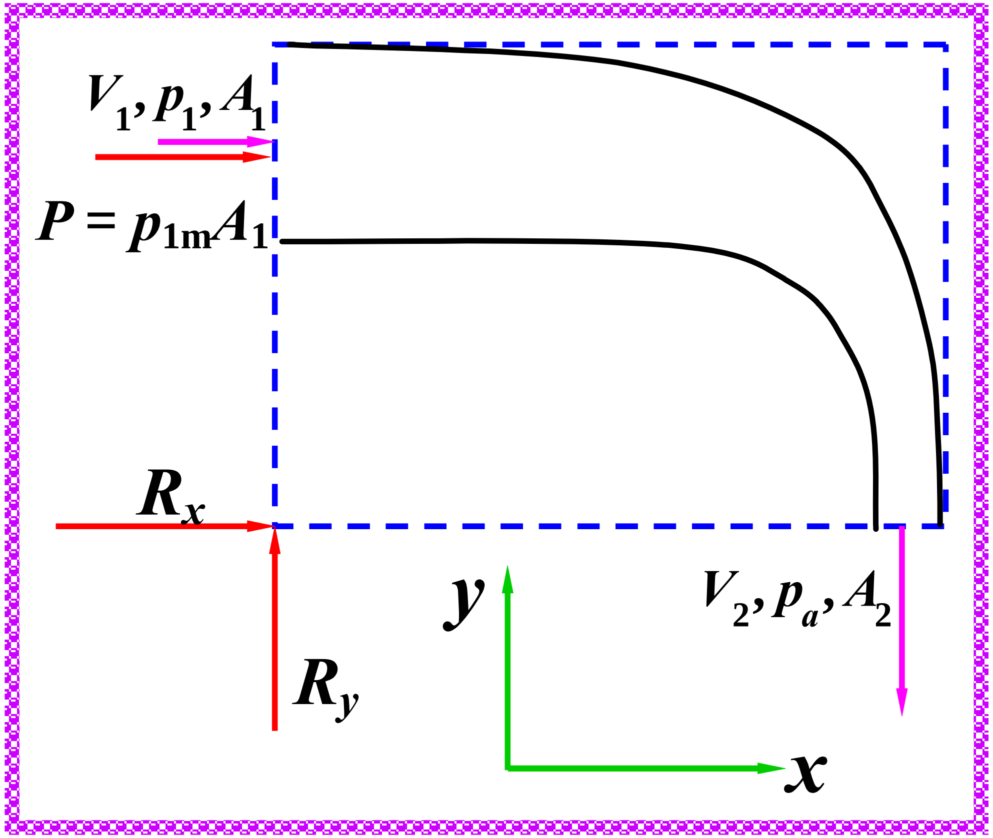
解：(1) 坐标系

(2) 控制体

(3) 受力分析

弯头支撑力 R_x，R_y

表压力 P

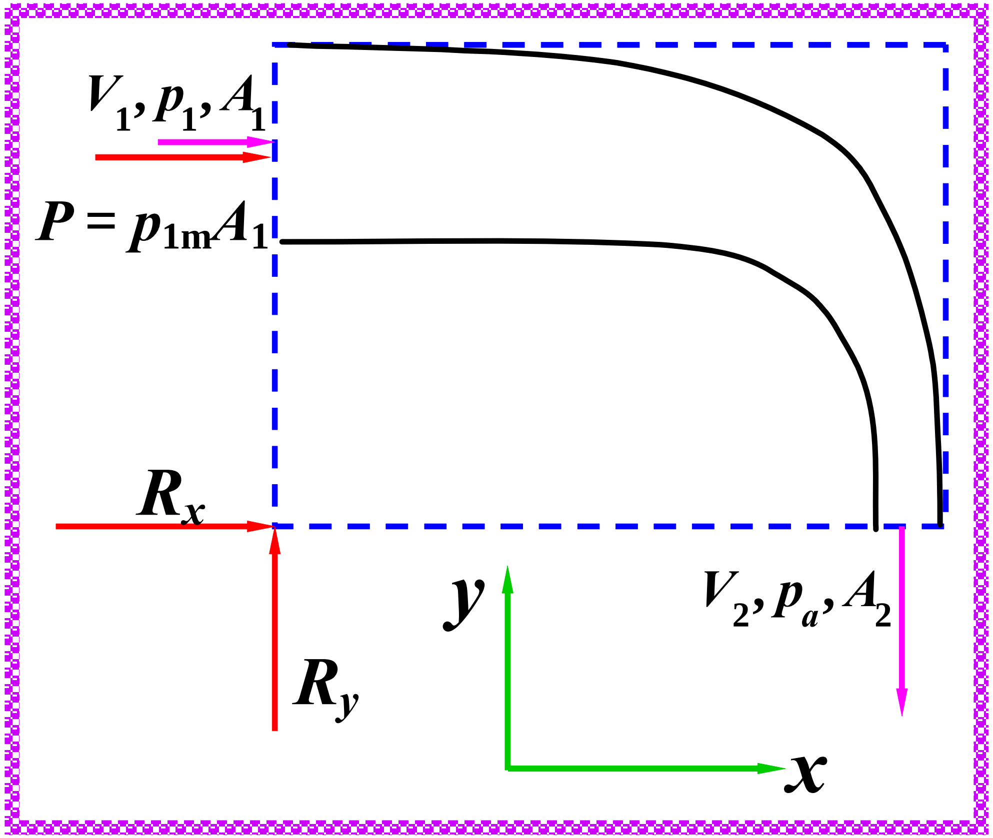


(4) 连续方程

$$\boxed{\sum Q_{in} = \sum Q_{out}}$$

$$V_1 A_1 = V_2 A_2$$

$$V_1 = V_2 \frac{A_2}{A_1} = 4(\mathrm{m/s})$$

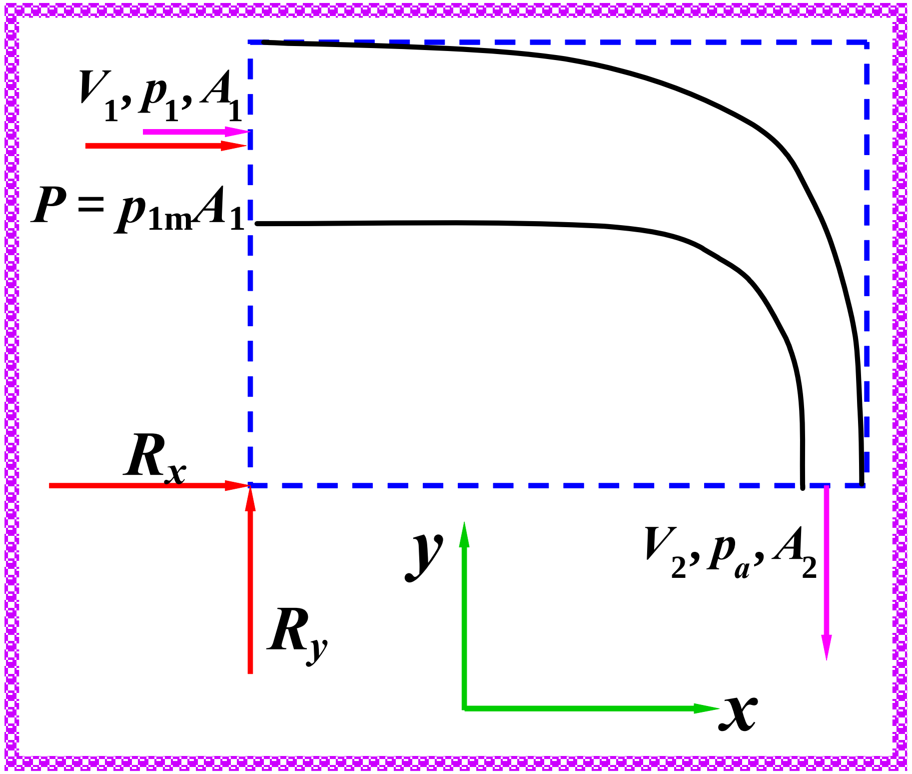


(5) 动量方程－x 方向

$$\boxed{F_x = R_x + P} = \sum\left(\dot{m}_i V_{xi}\right)_{\text{out}} - \sum\left(\dot{m}_i V_{xi}\right)_{\text{in}}$$

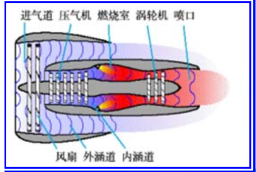
$$R_x = -p_{1m}A_1 - \rho V_1^2 A_1$$

$$= -1.36\times 10^3\,(\text{N})$$



动量方程－y 方向

$$\boxed{F_y = R_y}$$

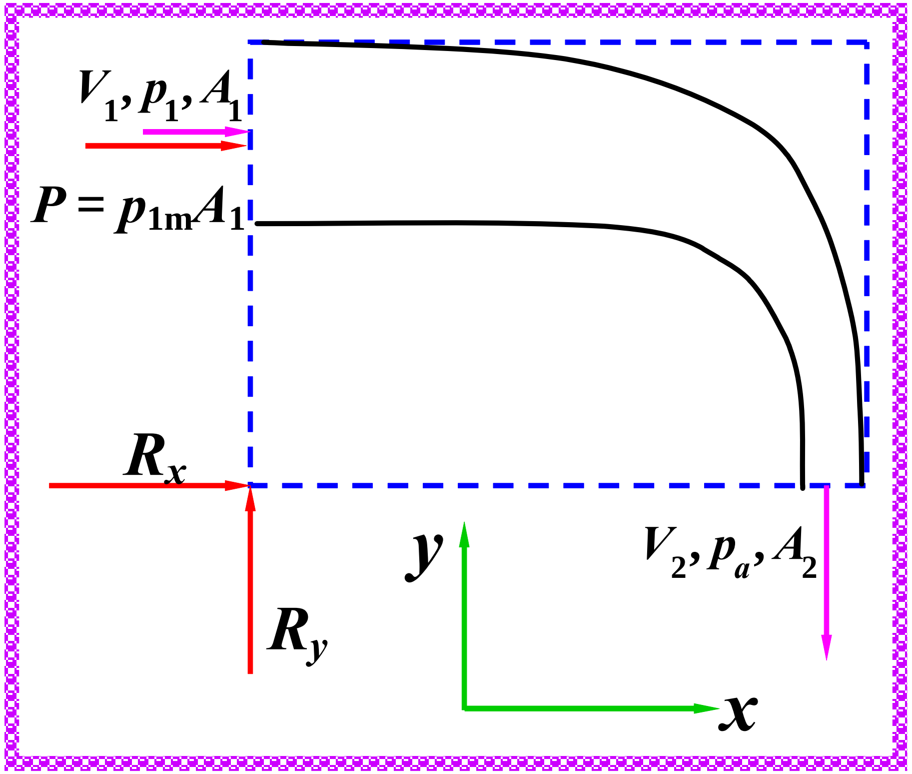


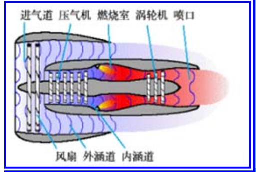
动量方程 - y方向

$$\boxed{F_y = R_y} = \sum\left(\dot{m}_i V_{yi}\right)_{\text{out}} - \sum\left(\dot{m}_i V_{yi}\right)_{\text{in}}$$

$$R_y = -\rho V_2^2 A_2$$

$$= -0.639\times 10^3 (\text{N})$$





动量方程14－解题注意事项

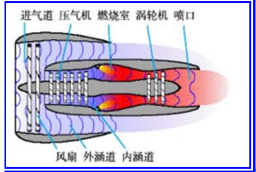
控制体的选择

- 控制体是否运动，包含所有进出口，使要求解的力为控制体所受的外力

定常流动、控制面有限个区域有流体流入流出，且各进出口参数均布

$$\sum \dot{m}_{\text{in}} = \sum \dot{m}_{\text{out}}$$

$$\sum \vec{F} = \sum \left(\dot{m}_i \vec{V}_i\right)_{\text{out}} - \sum \left(\dot{m}_i \vec{V}_i\right)_{\text{in}}$$



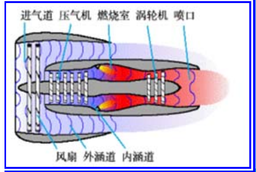
动量方程15－解题注意事项

正负号的确定

- 力与速度在各坐标轴上投影的方向同坐标方向一致时，取正号，反之取负号

大气压强的作用

- 大气压强作用于闭合控制体四周，所产生的静压力相互抵消，可采用表压计算压力



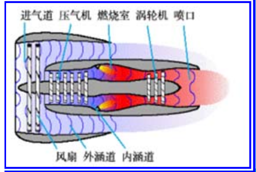
动量方程16－解题注意事项

管道问题和自由射流问题

- 管道问题需考虑表压力不为零的情况

运动控制体

- CV 做匀速运动，所有运动量均相对于 CV，若CV 做加速运动或旋转，则需添加惯性力



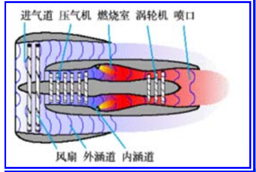
动量方程17－运动控制体

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\mathrm{CV}} \rho \vec{V}_r d\tau + \int_{\mathrm{CS}} \rho \vec{V}_r \vec{V}_r \cdot \vec{n} dS = \Sigma \vec{F}$$

- 流体仅在控制面的有限个区域流入流出且 ρ，V 在进出口截面均布，定常流动

$$\sum \vec{F} = \sum \left(\dot{m}_{ri} \vec{V}_{ri}\right)_{\mathrm{out}} - \sum \left(\dot{m}_{ri} \vec{V}_{ri}\right)_{\mathrm{in}}$$

其中 $\vec{V}_r = \vec{V} - \vec{V}_{\mathrm{CV}}$ 相对速度替换绝对速度



动量方程18－运动控制体－例题

已知V = 30m/s，U = 10m/s，忽略重力和摩擦力，出口截面A_1= 0.003m²，求对小车支撑力R_x和 R_y

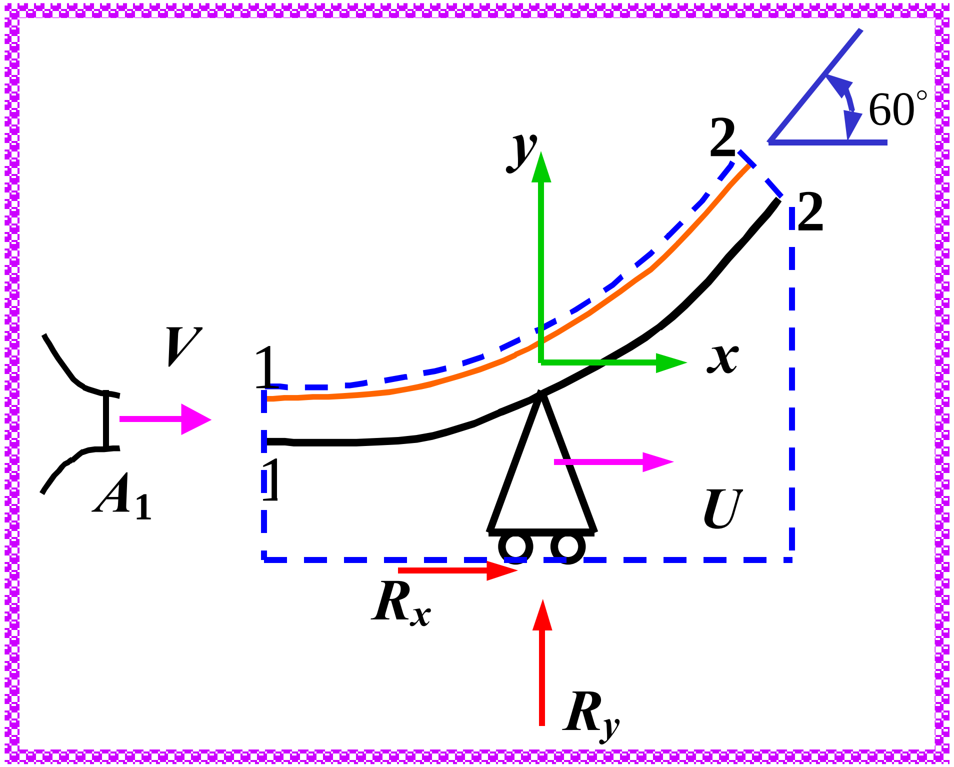
解：(1) 坐标系

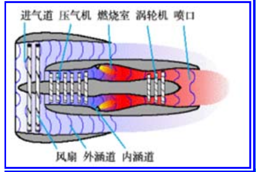
(2) 控制体

$$\vec{V}_r = \vec{V} - \vec{U}$$

(3) 受力分析

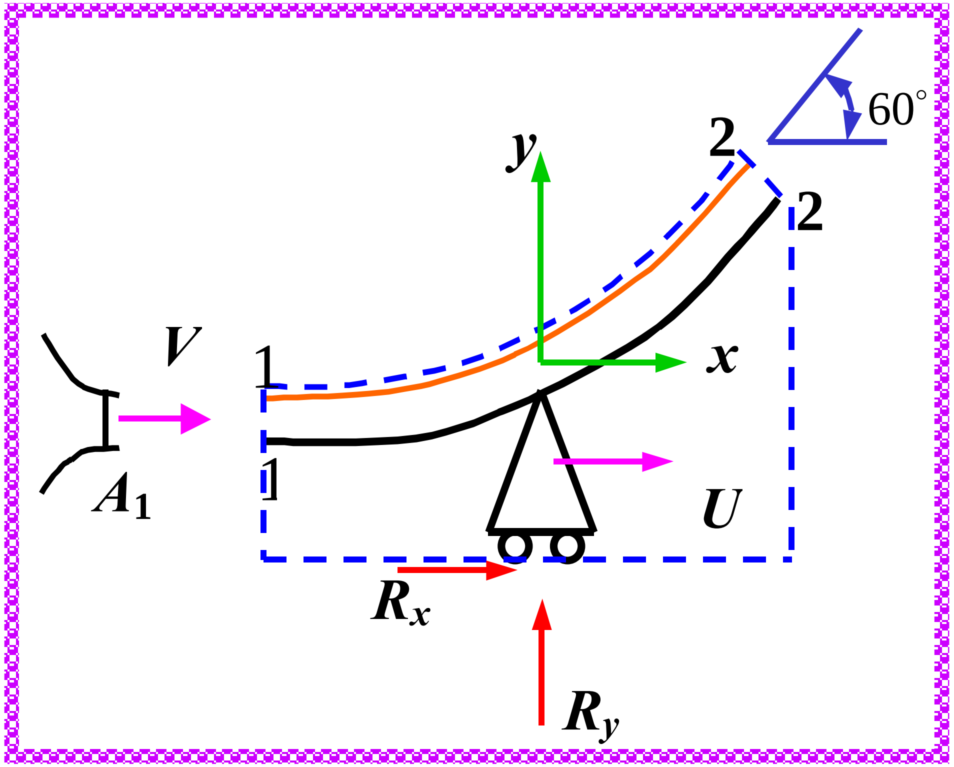
维持叶片做匀速直线运动的力 R_x，R_y





(4) 连续方程

$$\boxed{Q_{r1} = Q_{r2}}$$



(5) 动量方程－x 方向

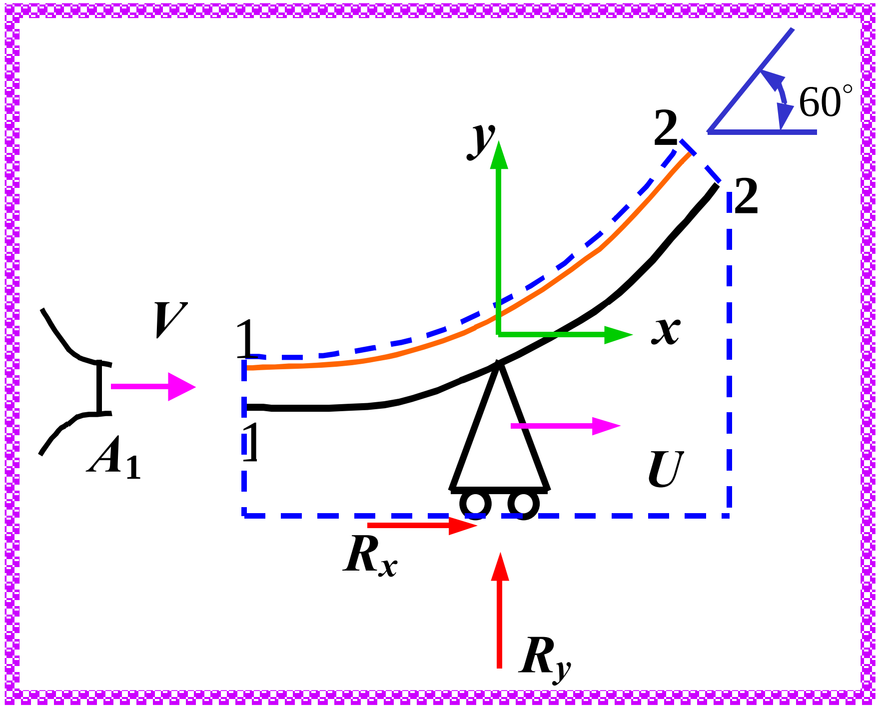
$$\boxed{F_x = R_x}$$

$$= \sum\left(\dot{m}_{ri}\vec{V}_{ri}\right)_{\text{out}} - \sum\left(\dot{m}_{ri}\vec{V}_{ri}\right)_{\text{in}}$$

$$R_x = \rho A_2 V_{r2}^2 \cos 60^\circ - \rho A_1 V_{r1}^2$$

$$\Rightarrow \quad R_x = \rho (V-U)^2 A_1 (\cos\theta - 1) = -599(\mathrm{N})$$

动量方程－y 方向

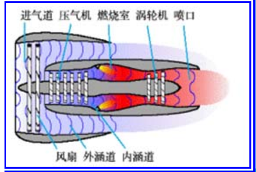


$$\boxed{F_y = R_y}$$

$$\Rightarrow \quad R_y = \rho V_{r2}^2 A_2 \sin 60^\circ$$

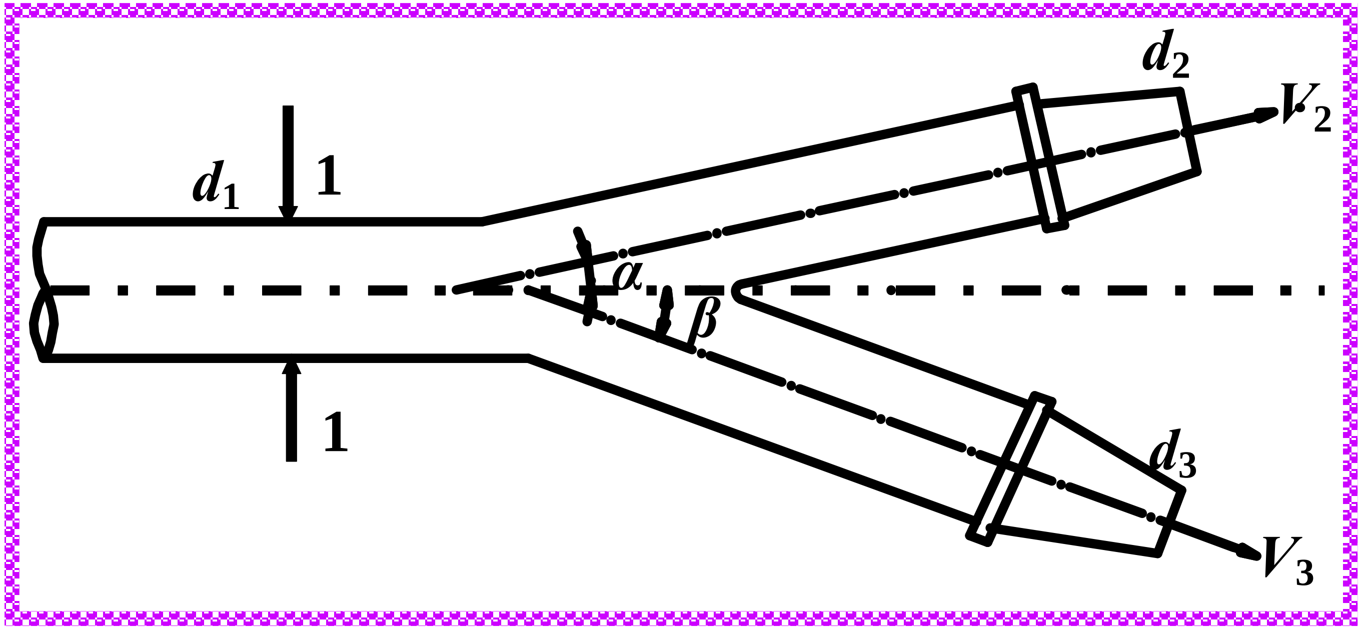
$$R_y = \rho (V-U)^2 A_1 \sin\theta$$

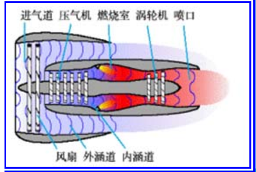
$$= 1.04 \times 10^3 (\mathrm{N})$$



动量方程、伯努利方程综合应用1

输水管出口处通过设置的两个分叉的喷嘴将水流射入大气中(两分叉管在同一水平面内)，已知：d_1=150mm，d_2=100mm，d_3=75mm，V_2= V_3= 12m/s，不计重力和阻力损失，α=15°，β= 30°，求为固定分叉喷嘴所需外力。

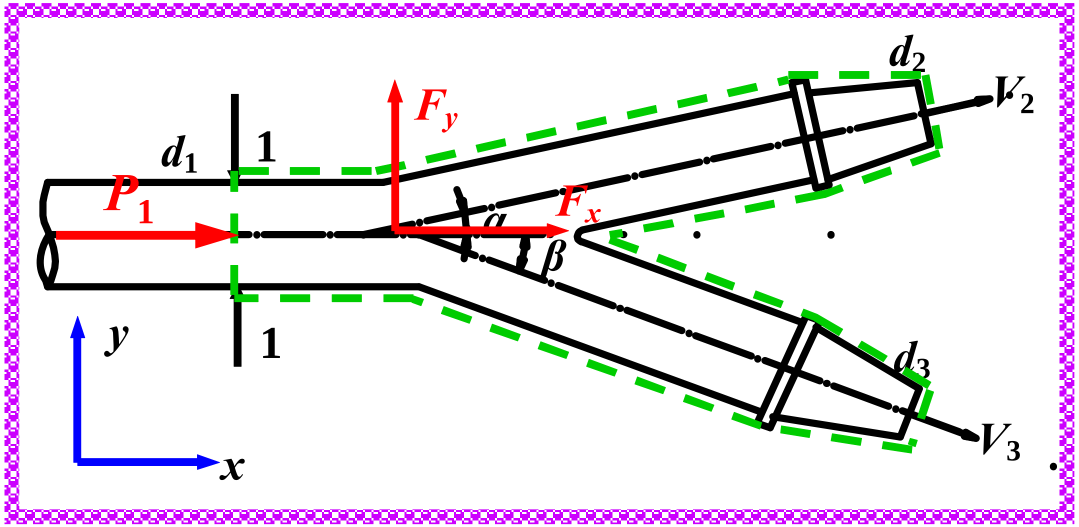




解：(1) 坐标系

(2) 控制体

(3) 受力分析



F_x，F_y　　1截面表压力P_1

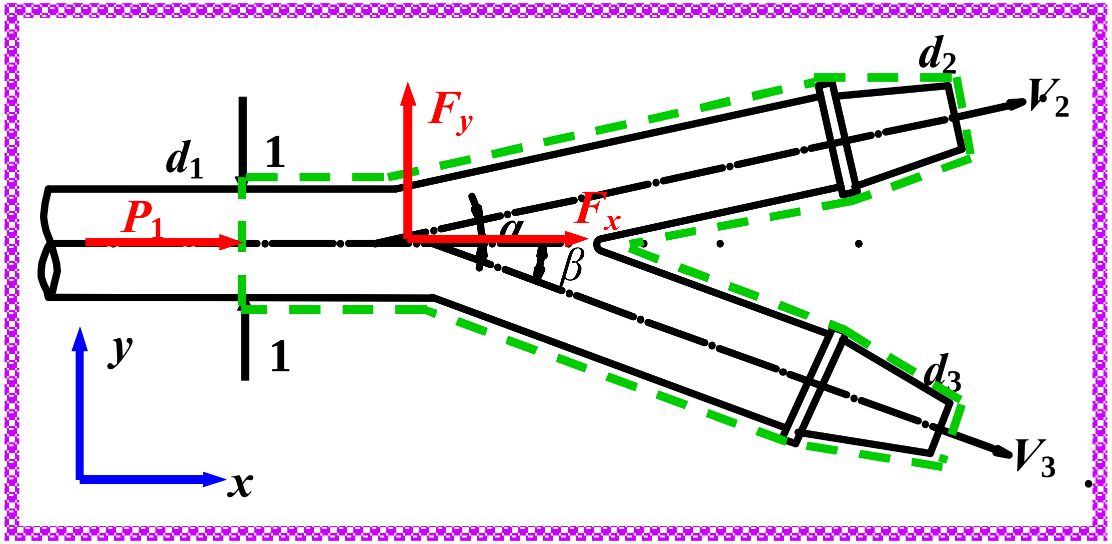
(4) 连续方程 ⇒ $Q_1 = Q_2 + Q_3$

⇒ $V_1 = 8.318(\mathrm{m/s})$　　$Q_1 = 0.147(\mathrm{m^3/s})$

(5) 伯努利方程

$$p_{1m} = \frac{1}{2}\rho\left(V_2^2 - V_1^2\right)$$

$$= 37450\,(\text{Pa})$$

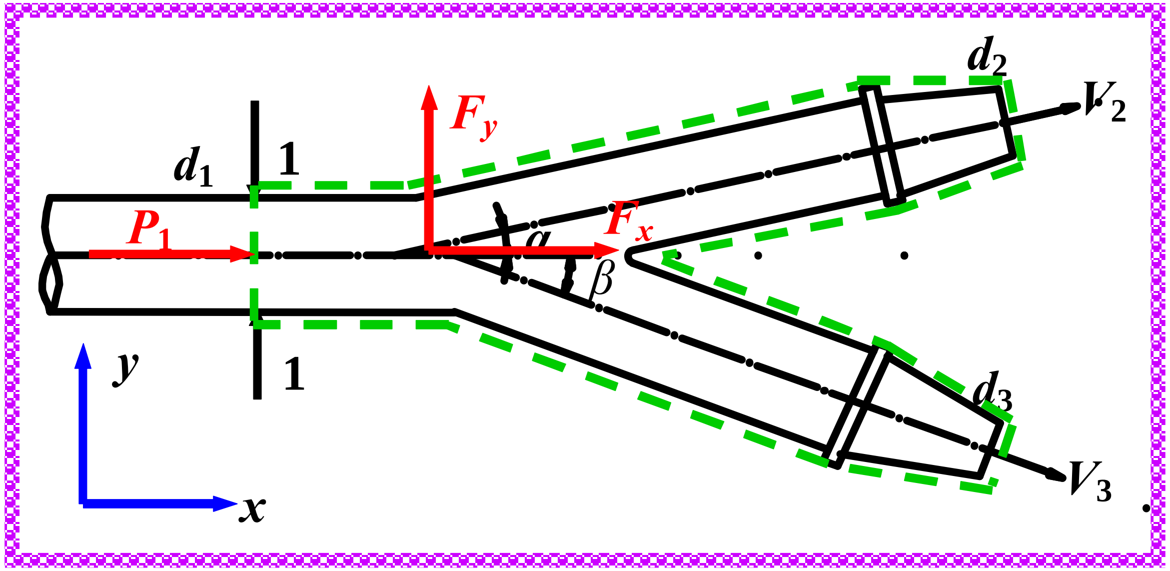


(6) 动量方程 — x方向

$$F_x + p_{1m}A_1 = -\rho V_1^2 A_1 + \rho V_2^2 A_2 \cos\alpha + \rho V_3^2 A_3 \cos\beta$$

$$F_x = -240.3\,(\text{N})$$

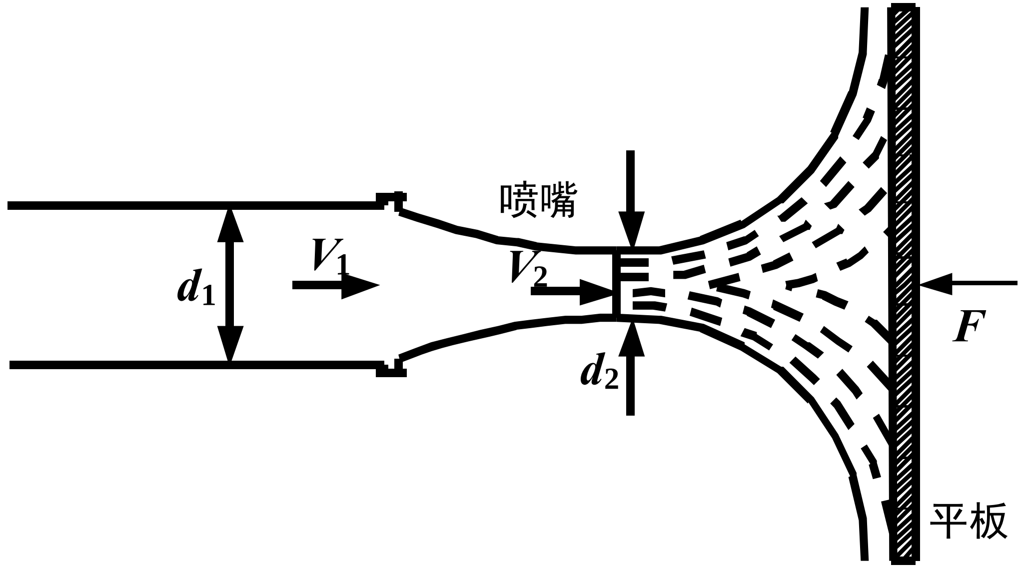
(6) 动量方程 － y方向

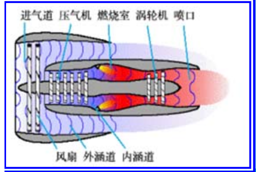


$$F_y = \rho V_2^2 A_2 \sin\alpha - \rho V_3^2 A_3 \sin\beta = 25.37(\mathrm{N})$$

动量方程、伯努利方程综合应用5

水从水平放置的带有喷嘴管道流出后，喷到一垂直平板上。已知：d_1= 80 mm，d_2= 40mm。若平衡平板所需的水平力为502.4N，求：(1) 喷嘴进口处的表压强、水流体积流量；(2) 固定喷嘴所需的水平方向的力。（不计重力和摩擦力）





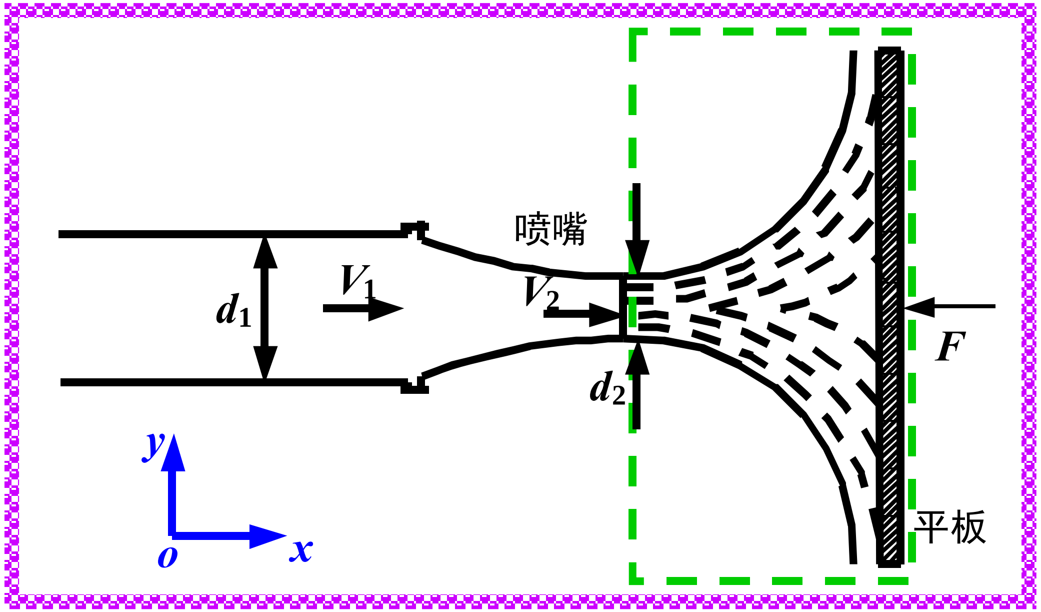
1 求流量 Q

(1) 坐标系

(2) 控制体

(3) 受力分析 F

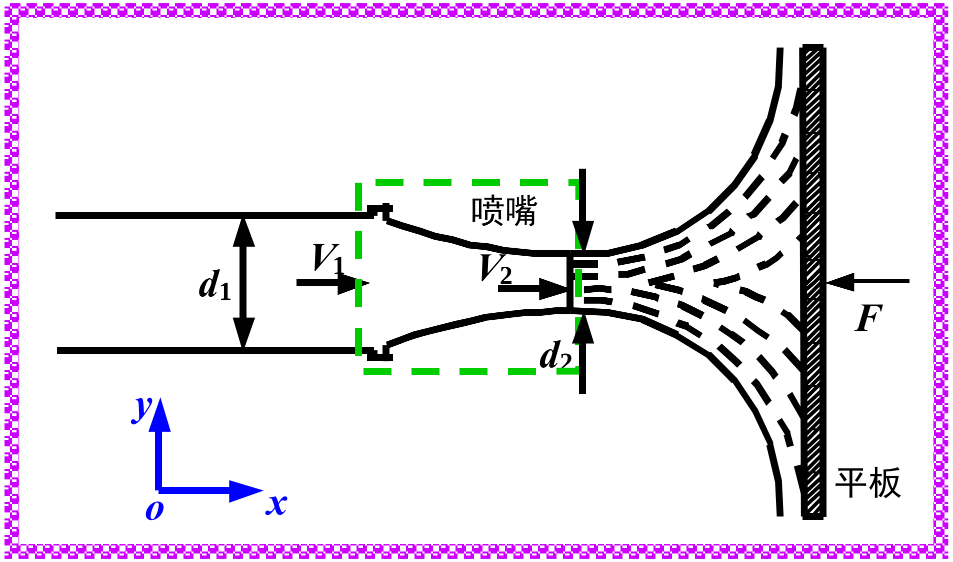
(4) 动量方程



$$F = \rho V_2^2 A_2 \Longrightarrow V_2 = 20\,(\text{m/s})$$

$$\Longrightarrow Q = \frac{\pi}{4} d_2^2 V_2 = 0.025\,(\text{m}^3/\text{s})$$

2 求喷嘴进口表压



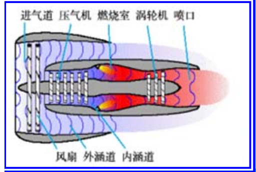
(1) 连续方程

$$V_1A_1 = V_2A_2 = Q$$

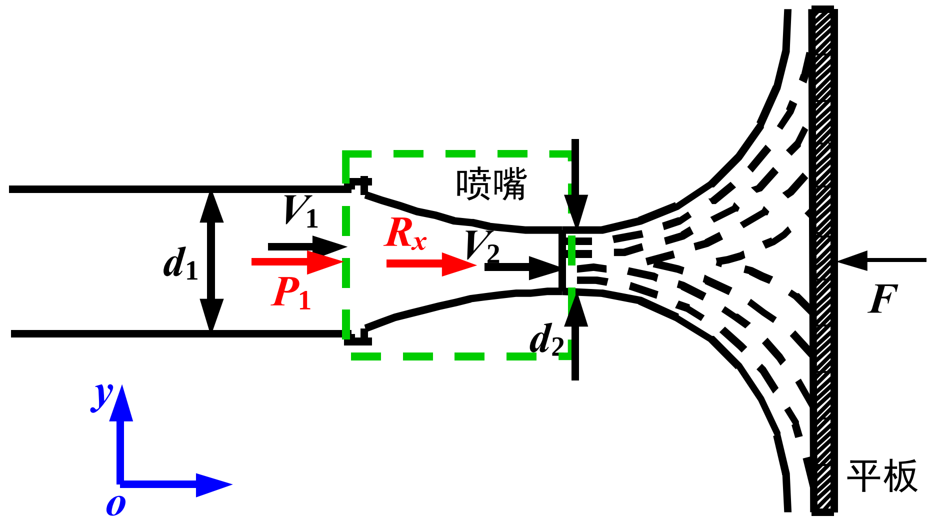
$$\Rightarrow \quad V_1 = 4.97\ \text{(m/s)}$$

(2) 伯努利方程

$$\Rightarrow \quad p_{1m} = \frac{1}{2}\rho\left(V_2^2 - V_1^2\right) = 187649.55\ \text{(Pa)}$$



3 固定喷嘴的力R_x



(1) 控制体

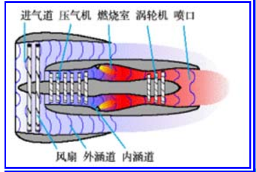
(2) 受力分析

R_x，P_1

(3) 动量方程 — x方向

$$R_x + p_{1m} A_1 = \rho Q (V_2 - V_1)$$

$$\Rightarrow \quad R_x = -567.5\,(\mathrm{N})$$



积分形式控制方程小结

雷诺输运定理

$$\frac{D\Phi_{sys}}{Dt}=\frac{\partial}{\partial t}\int_{CV}\phi d\tau+\int_{CS}\phi\vec{V}\cdot\vec{n}dS$$

质量守恒 → **连续方程** → $\Phi=M\ ,\ \phi=\rho$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{CV}\rho d\tau+\int_{CS}\rho\vec{V}\cdot\vec{n}dS=0$$

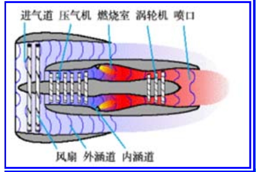
控制体内物理量随时间的变化率

动量定理 → **动量方程** → $\Phi=\vec{k}\ ,\ \phi=\rho\vec{V}$

$$\sum\vec{F}=\frac{\partial}{\partial t}\int_{CV}\rho\vec{V}d\tau+\int_{CS}\rho\vec{V}\vec{V}\cdot\vec{n}dS$$

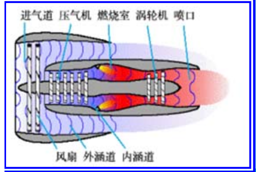
物理量流出控制体的净流率

能量守恒 → **能量方程** → $\Phi=E\ ,\ \phi=\rho e$



作业：P. 242～246

- 6 . 7
- 6 . 17
- 6 . 18
- 6 . 28



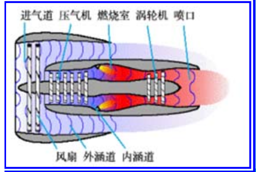
小结1

系统和控制体

雷诺输运定理各项的物理意义

积分形式控制方程中各项的物理意义

连续方程、动量方程、能量方程



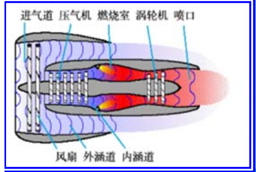
小结2

积分形式控制方程的简化

定常流动、不可压缩流体、有限个进出口且参数均布

连续方程、动量方程的求解

坐标系、控制体、受力分析、速度和力的正负号判断



小结3

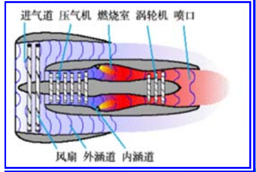
公式

雷诺输运方程

$$\frac{D\Phi_{\text{sys}}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\text{CV}} \phi \, d\tau + \int_{\text{CS}} \phi \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS$$

连续方程

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\text{CV}} \rho \, d\tau + \int_{\text{CS}} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} \, dS = 0$$



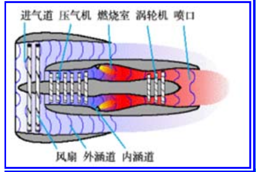
小结4

定常流动 $\quad\Rightarrow\quad \int_{CS} \rho\vec{V}\cdot\vec{n}dS = 0$

均质不可压缩 $\quad\Rightarrow\quad \int_{CS} \vec{V}\cdot\vec{n}dS = 0$

流体仅在控制面的有限个区域流入流出且 ρ, V 在进出口截面均布

$\Rightarrow\quad \sum \dot{m}_{in} = \sum \dot{m}_{out} \qquad \sum Q_{in} = \sum Q_{out}$



小结5

动量方程

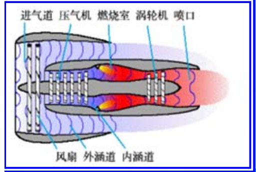
$$\sum \vec{F} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\mathrm{CV}} \rho \vec{V} d\tau + \int_{\mathrm{CS}} \rho \vec{V}\vec{V} \cdot \vec{n} dS$$

定常流动

$$\sum \vec{F} = \int_{\mathrm{CS}} \rho \vec{V}\vec{V} \cdot \vec{n} dS$$

流体仅在控制面的有限个区域流入流出且 ρ, V 在进出口截面均布

$$\sum \vec{F} = \sum\left(\dot{m}_i \vec{V}_i\right)_{\mathrm{out}} - \sum\left(\dot{m}_i \vec{V}_i\right)_{\mathrm{in}}$$



小结6

运动控制体

雷诺输运方程

$$\frac{D\Phi_{\text{sys}}}{Dt}=\frac{\partial}{\partial t}\int_{\text{CV}}\phi d\tau+\int_{\text{CS}}\phi\vec{V}_r\cdot\vec{n}dS$$

连续方程

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\text{CV}}\rho d\tau+\int_{\text{CS}}\rho\vec{V}_r\cdot\vec{n}dS=0$$

动量方程

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\text{CV}}\rho\vec{V}_r d\tau+\int_{\text{CS}}\rho\vec{V}_r\vec{V}_r\cdot\vec{n}dS=0$$