第五章　习题汇总

《第一次习题作业》

9　对某一特殊的 $x[n]$，其傅立叶变换为 $X(e^{j\omega})$，已知下面四个条件

1. $x[n]=0,\quad n>0$　　　　2. $x[0]>0$

3. $\mathcal{Im}\left\{X(e^{j\omega})\right\}=\sin\omega-\sin 2\omega$　　　　4. $\dfrac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\left|X(e^{j\omega})\right|^2 d\omega=3$，

求 $x[n]$。

21 计算下列信号的傅立叶变换：

(a) $x[n]=u[n-2]-u[n-6]$　　　　(c) $x[n]=(\frac{1}{3})^{|n|}u[-n-2]$

(h) $x[n]=\sin(\frac{5\pi}{3}n)+\cos(\frac{7\pi}{3}n)$

22 下列是各离散时间信号的傅立叶变换，求出相应于每一个变换的信号。

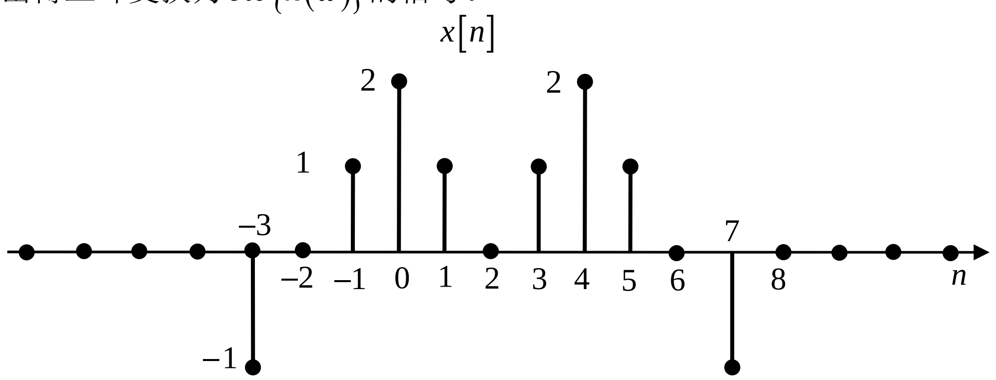
(b) $X(e^{j\omega})=1+3e^{-j\omega}+2e^{-j2\omega}-4e^{-j3\omega}+e^{-j10\omega}$

(e) $X(e^{j\omega})=\sum_{k=-\infty}^{\infty}(-1)^k\delta(\omega-\frac{\pi}{2}k)$　　　　(g) $X(e^{j\omega})=\dfrac{1-\frac{1}{3}e^{-j\omega}}{1-\frac{1}{4}e^{-j\omega}-\frac{1}{8}e^{-j2\omega}}$

23 设 $X(e^{j\omega})$ 是如下图所示的 $x[n]$ 信号的傅立叶变换，不经求出 $X(e^{j\omega})$ 完成以下计算：

(a) 求 $X(e^{j0})$　　　　(c) 求 $\int_{-\pi}^{\pi}X(e^{j\omega})d\omega$

(e) 求并画出傅立叶变换为 $\mathcal{Re}\left\{x(\omega)\right\}$ 的信号。



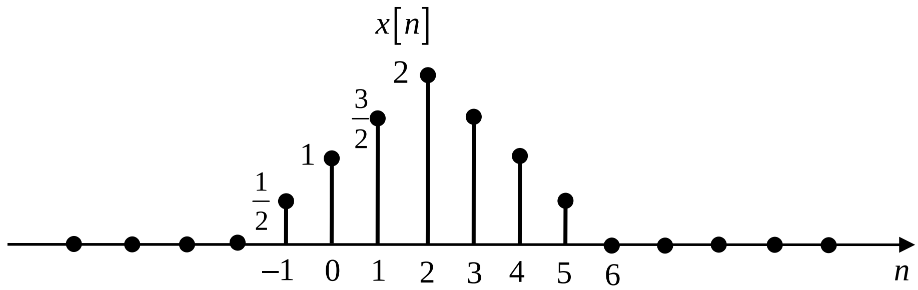
24 试判定下列各信号，其傅立叶变换有哪一个（如果有）满足下面每一个条件：

1. $\mathcal{Re}\left\{X(e^{j\omega})\right\}=0$　　　　2. $\mathcal{Im}\left\{X(e^{j\omega})\right\}=0$

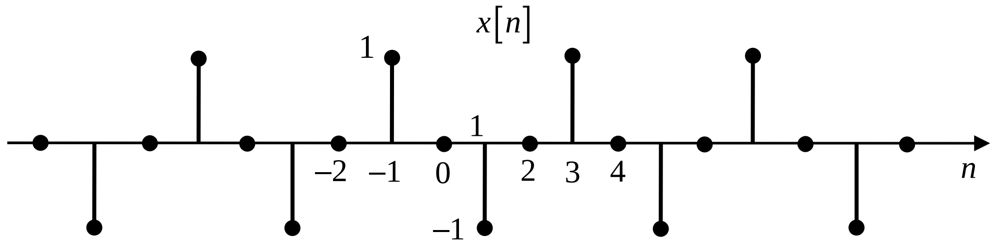
3. 存在一个实数 α，使得 $e^{j\alpha\omega}X(e^{j\omega})$ 为实　　　　4. $\int_{-\pi}^{\pi}X(e^{j\omega})d\omega=0$

5. $X(e^{j\omega})$ 是周期的　　　　6. $X(e^{j0})=0$

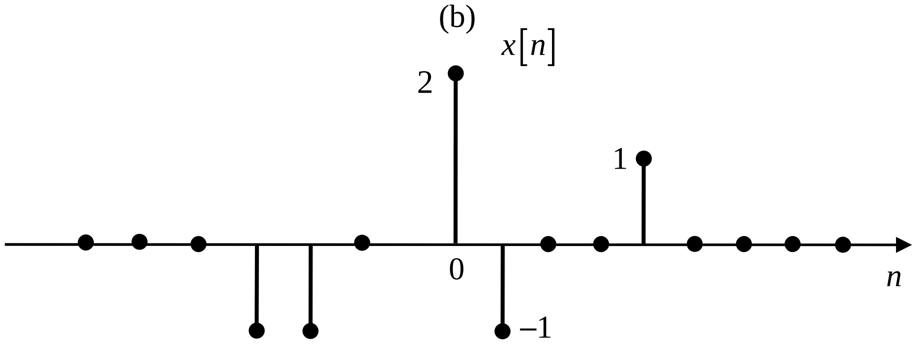
$x[n]$ 分别如下图(a), (b), (c), (d) 所示。



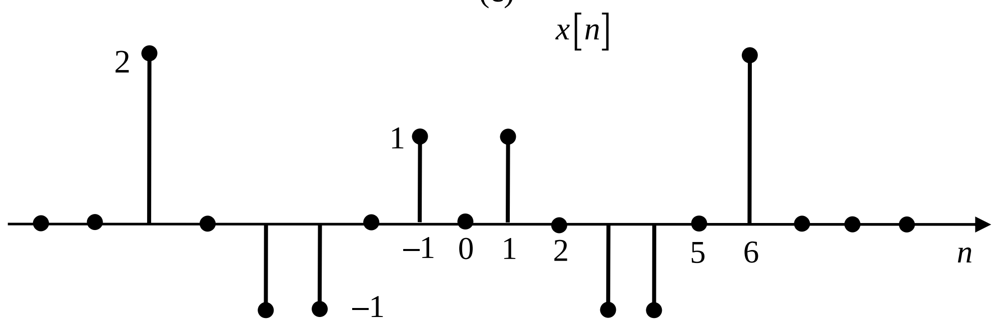
(a)



(b)



(c)



(d)

《第二次习题作业》

12 设

$$y[n]=\left(\frac{\sin\frac{\pi}{4}n}{\pi n}\right)^{2}*\left(\frac{\sin\omega_{c}n}{\pi n}\right)$$

式中$*$记为卷积，且$|\omega_c|\le\pi$。试对ω_c确定一个较严格的限制，以保证

$$y[n]=\left(\frac{\sin\frac{\pi}{4}n}{\pi n}\right)^2$$

19 考虑一个因果稳定的 LTI 系统 S，其输入 $x[n]$ 和输出 $y[n]$ 通过下面二阶差分方程所关联：

$$y[n]-\frac{1}{6}y[n-1]-\frac{1}{6}y[n-2]=x[n]$$

(a) 求该系统 S 的频率响应 $H(e^{j\omega})$。

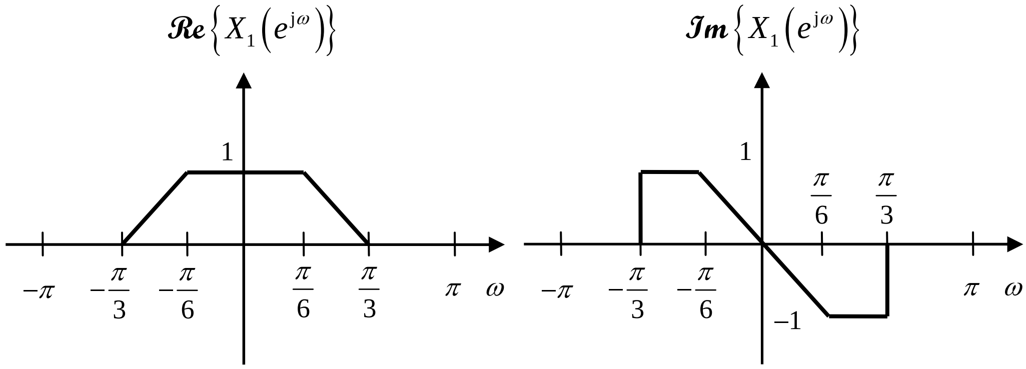
(b) 求该系统 S 的单位脉冲响应 $h[n]$。

26 设 $x_1[n]$ 的傅立叶变换 $X_1(e^{j\omega})$ 如下图(a)所示。

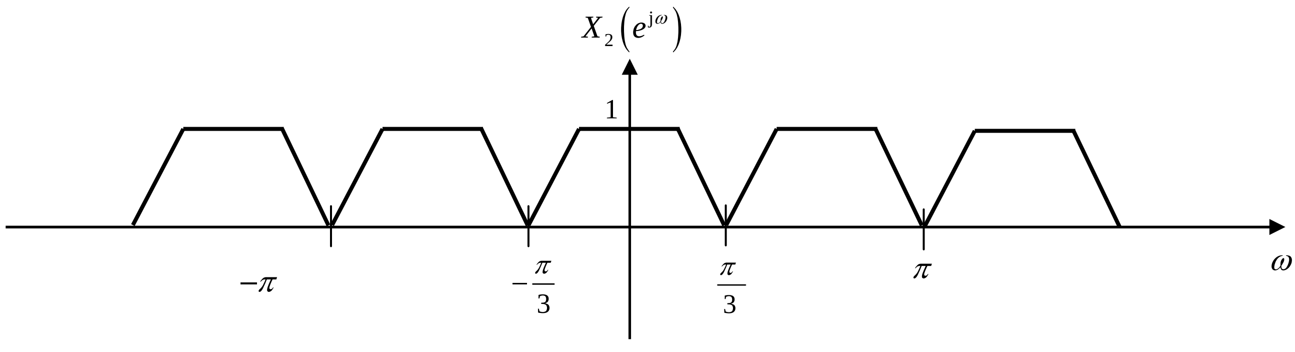
(a) 考虑信号 $x_2[n]$，其傅立叶变换 $X_2(e^{j\omega})$ 如图(b)所示，试用 $x_1[n]$ 来表示 $x_2[n]$。[**提示：**首先用 $X_1(e^{j\omega})$ 来表示 $X_2(e^{j\omega})$，然后利用傅立叶变换性质。]

(b) $x_3[n]$ 的傅立叶变换 $X_3(e^{j\omega})$ 如图(c)所示，对 $x_3[n]$ 重做题(a)。

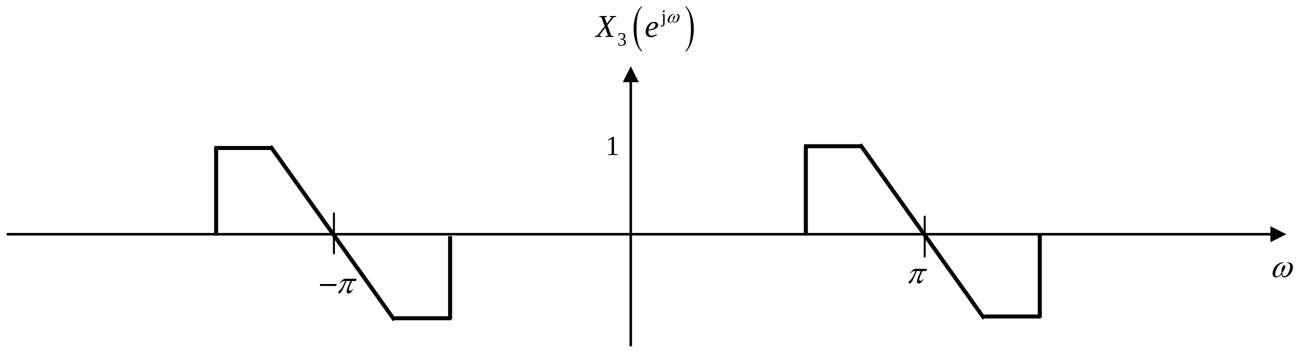
(c) 设 $\alpha=\frac{\sum_{n=-\infty}^{\infty}nx_1[n]}{\sum_{n=-\infty}^{\infty}x_1[n]}$，这个 α 量是信号 $x_1[n]$ 的重心，通常称为 $x_1[n]$ 的延迟时间，求 α（做该题勿需先明确地求出 $x_1[n]$）。



(a)



(b)



(c)

35 一个因果 LTI 系统由如下差分方程所描述：

$$y[n]-ay[n-1]=bx[n]+x[n-1]$$

其中 a 为实数，且 $|a|<1$。

(a) 找一个 b 值，使该系统的频率响应满足

$$\left|H(e^{j\omega})\right|=1\text{，对全部 }\omega$$

因为对任何 ω 值的输入 $e^{j\omega n}$ 都不衰减，所以这类系统称为**全通系统**。

50 (a) 假设想要设计一个离散时间 LTI 系统具有如下性质：若输入是

$$x[n]=\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]-\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} u[n-1]$$

那么，输出就是

$$y[n]=\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$$

(i) 求出具有上述性质的离散时间 LTI 系统的单位脉冲响应和频率响应。

(ii) 求出表征该系统的差分方程。

(b) 假定有一系统，它对输入 $(n+2)(1/2)^n u[n]$ 的响应是 $(1/4)^n u[n]$。问：若该系统的输出是 $\delta[n]-(-1/2)^n u[n]$，输入该是什么？

本章习题内容校对

1、题 9 中，第四个已知条件中的 $x\left(e^{j\omega}\right)$ 应为 $X\left(e^{j\omega}\right)$。在本章的《第一次习题作业》中已做纠正。

2、题 23 的第(e)个子问题中，$\mathrm{Re}\{x(\omega)\}$ 应为 $\mathrm{Re}\left\{X\left(e^{j\omega}\right)\right\}$。在本章的《第一次习题作业》中已做纠正。

3、题 26 的第(c)个子问题中，分母 $x_2[n]$ 应为 $x_1[n]$。在本章的《第二次习题作业》中已做纠正。

第六章　习题汇总

《第一次习题作业》

3　一个因果和稳定的 LTI 系统具有如下频率响应：

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{1-\mathrm{j}\omega}{1+\mathrm{j}\omega}$$

(a) 证明：$|H(\mathrm{j}\omega)|=A$，并求出 A 的值。

(b) 对该系统的群时延 $\tau(\omega)$，试判断下面哪种说法是对的。（注意：$\tau(\omega)=-d(\sphericalangle H(\mathrm{j}\omega))/d\omega$，式中 $\sphericalangle H(\mathrm{j}\omega)$ 是表示成不包含任何不连续点的形式。）

1. $\tau(\omega)=0,\quad \omega>0$　　2. $\tau(\omega)>0,\quad \omega>0$　　3. $\tau(\omega)<0,\quad \omega>0$

6　考虑一个离散时间理想高通滤波器，其频率响应是

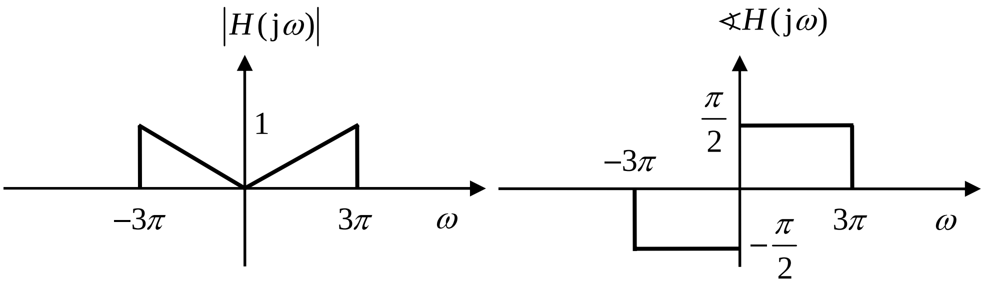
$$H(e^{\mathrm{j}\omega})=\begin{cases}1, & \pi-\omega_c\le|\omega|\le\pi\\ 0, & |\omega|<\pi-\omega_c\end{cases}$$

(a) 若 $h[n]$ 是该滤波器的单位脉冲响应，确定一个函数 $g[n]$，使之有

$$h[n]=\left(\frac{\sin\omega_0 n}{\pi n}\right)g[n]$$

22　一个称为低通微分器的连续时间滤波器的频率响应如下图所示，试对一下每个输入信号 $x(t)$，求输出信号 $y(t)$

(a) $x(t)=\cos(2\pi t+\theta)$　　(b) $x(t)=\cos(4\pi t+\theta)$



28 (a) 画出下列频率响应的波特图：

(iv) $\dfrac{1-(\mathrm{j}\omega/10)}{1+\mathrm{j}\omega}$　　(vi) $\dfrac{1+(\mathrm{j}\omega/10)}{1+\mathrm{j}\omega}$

(b) 求出并画出频率响应为(a)中的(iv)和(vi)的系统单位冲激响应和阶跃响应。

由（iv）所给出的系统常称为非最小相位系统，而由（vi）所表征的系统称为是最小相位系统。对应于(iv)和(vi)的单位冲激响应分别称为非最小相位信号和最小相位信号。比较这两个系统的波特图可见，它们有相同的模特性；然而，系统(iv)的相位值要大于系统(vi)的相位值。

也能够注意到这两个系统在时域特性上的差异。例如，最小相位系统的单位冲激响应比非最小相位系统有更多的能量集中在 $t=0$ 附近；另外，(iv)系统的阶跃响应的初始值和随 $t\to\infty$ 时的渐近值有相反的符号，而对于系统(vi)则不是这样。

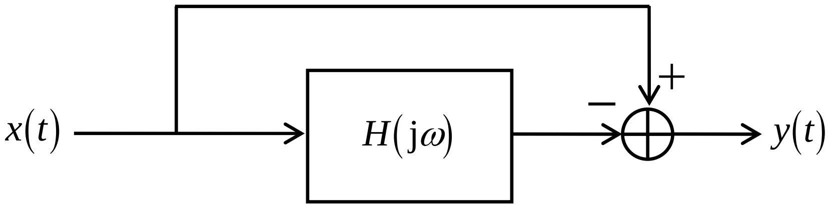
最小相位和非最小相位系统的重要概念可以推广到比这里讨论的简单一阶系统更为一般的 LTI 系统中去，而且对这些系统独特性质的描述可以比现在所做的更为详尽。

33 下图所表示的系统通常用于从一个低通滤波器获得一个高通滤波器，反之亦然。

(a) 如果 $H(\mathrm{j}\omega)$ 是一个截止频率为 ω_{lp} 的理想低通滤波器，试证明整个系统相当于一个理想高通滤波器。求它的截止频率并大致画出它的单位冲激响应。

(b) 如果 $H(\mathrm{j}\omega)$ 是一个截止频率为 ω_{hp} 的理想高通滤波器，试证明整个系统相当于一个理想低通滤波器，并求它的截止频率。

(c) 如果把一个理想离散时间低通滤波器按照下图连接，那么所得到的系统是一个理想的离散时间高通滤波器吗？



《第二次习题作业》

15 对于因果和稳定的 LTI 系统，对下列各二阶微分方程确定其单位冲激响应是否是欠阻尼、过阻尼或临界阻尼的：

(a) $\dfrac{\mathrm{d}^2y(t)}{\mathrm{d}t^2}+4\dfrac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}+4y(t)=x(t)$ (b) $5\dfrac{\mathrm{d}^2y(t)}{\mathrm{d}t^2}+4\dfrac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}+5y(t)=7x(t)$

(c) $\dfrac{\mathrm{d}^2y(t)}{\mathrm{d}t^2}+20\dfrac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}+y(t)=x(t)$ (d) $5\dfrac{\mathrm{d}^2y(t)}{\mathrm{d}t^2}+4\dfrac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}+5y(t)=7x(t)+\dfrac{1}{3}\dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}$

17 对下列因果稳定的 LTI 系统的每一个二阶差分方程，确定这个系统的阶跃响应是否是振荡型的：

(a) $y[n]+y[n-1]+\dfrac{1}{4}y[n-2]=x[n]$ (b) $y[n]-y[n-1]+\dfrac{1}{4}y[n-2]=x[n]$

27 因果 LTI 系统的输出 $y(t)$ 与其输入 $x(t)$ 由下面微分方程联系：

$$\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}+2y(t)=x(t)$$

(a) 求频率响应 $H(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{Y(\mathrm{j}\omega)}{X(\mathrm{j}\omega)}$，并画出它的波特图。

(b) 给出该系统作为频率函数的群时延。

(c) 若 $x(t)=e^{-t}u(t)$，求输出的傅立叶变换 $Y\left(\mathrm{j}\omega\right)$。

(d) 利用部分分式展开法求在(c)的输入 $x(t)$ 时的输出 $y(t)$。

42 考虑两个具有下面频率响应的 LTI 系统：

$$H_1\left(e^{\mathrm{j}\omega}\right)=\frac{1+\frac{1}{2}e^{-\mathrm{j}\omega}}{1+\frac{1}{4}e^{-\mathrm{j}\omega}} \qquad H_2\left(e^{\mathrm{j}\omega}\right)=\frac{\frac{1}{2}+e^{-\mathrm{j}\omega}}{1+\frac{1}{4}e^{-\mathrm{j}\omega}}$$

(b) 求出并画出这两个系统的单位冲激响应和阶跃响应。

(c) 证明：

$$H_2\left(e^{\mathrm{j}\omega}\right)=G\left(e^{\mathrm{j}\omega}\right)H_1\left(e^{\mathrm{j}\omega}\right)$$

式中 $G\left(e^{\mathrm{j}\omega}\right)$ 是一个**全通系统** [即对一切 ω，$|G\left(e^{\mathrm{j}\omega}\right)|=1$]。