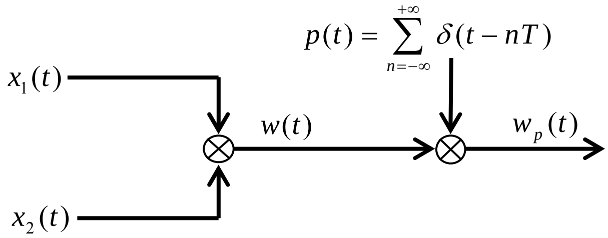
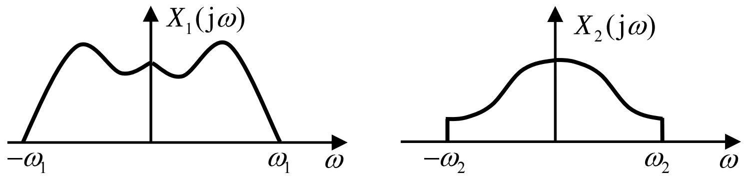
第七章　习题汇总

《第一次习题作业》

6　在下图所示系统中，有两个时间函数 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 相乘，其乘积 $w(t)$ 由一冲激串采样，$x_1(t)$ 带限于 ω_1，$x_2(t)$ 带限于 ω_2，即 $X_1(j\omega)=0,\quad |\omega|\ge\omega_1$；$X_2(j\omega)=0,\quad |\omega|\ge\omega_2$，试求最大的采样间隔 T 以使得 $w(t)$ 通过某一理想低通滤波器能从 $w_p(t)$ 中恢复出来。





8　有一实值且为奇函数的周期信号 $x(t)$，它的傅里叶级数表示为

$$x(t)=\sum_{k=0}^{5}\left(\frac{1}{2}\right)^k\sin(k\pi t)$$

令 $\hat{x}(t)$ 代表用采样周期 $\mathrm{T}=0.2$ 的周期冲激串对 $x(t)$ 进行采样的结果。

(a) 混叠会发生么？

(b) 若 $\hat{x}(t)$ 通过一个截止频率为 π/T，通带增益为 T 的理想低通滤波器，求输出信号 $g(t)$ 的傅里叶级数表示。

10　判断下面每一种说法是对，还是错：

(a) 只要采样周期 $\mathrm{T}<2\mathrm{T}_0$，对信号 $x(t)=u(t+\mathrm{T}_0)-u(t-\mathrm{T}_0)$ 的冲激串采样不会出现混叠。

(b) 只要采样周期 $\mathrm{T}<\pi/\omega_0$，对傅里叶变换为 $X(\mathrm{j}\omega)=u(\omega+\omega_0)-u(\omega-\omega_0)$ 的信号 $x(t)$ 的冲激串采样不会有混叠。

(c) 只要采样周期 $\mathrm{T}<2\pi/\omega_0$，对傅里叶变换为 $X(\mathrm{j}\omega)=u(\omega)-u(\omega-\omega_0)$ 的信号 $x(t)$ 的冲激串采样不会有混叠。

21　一个信号 $x(t)$，其傅里叶变换为 $X(\mathrm{j}\omega)$，对 $x(t)$ 进行冲激串采样，产生 $x_p(t)$ 为

$$x_p(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n\mathrm{T})\delta(t-n\mathrm{T})$$

其中 $\mathrm{T}=10^{-4}$。关于 $x(t)$ 和 $X(\mathrm{j}\omega)$ 所作的下列每组限制中，采样定理（见教材 P.371,7.1 节）能保证 $x(t)$ 可完全从 $x_p(t)$ 中恢复吗？

(a) $X(\mathrm{j}\omega)=0,\quad |\omega|>5000\pi$　　(b) $X(\mathrm{j}\omega)=0,\quad |\omega|>15000\pi$

(c) $\mathcal{Re}\{X(\mathrm{j}\omega)\}=0,\quad |\omega|>5000\pi$　　(d) $x(t)$ 为实，$X(\mathrm{j}\omega)=0,\quad \omega>5000\pi$

(e) $x(t)$ 为实，$X(\mathrm{j}\omega)=0,\quad \omega<-15000\pi$　　(f) $X(\mathrm{j}\omega)*X(\mathrm{j}\omega)=0,\quad |\omega|>15000\pi$

(g) $|X(\mathrm{j}\omega)|=0,\quad \omega>5000\pi$

22　信号 $y(t)$ 由两个均为带限的信号 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 卷积而成，即 $y(t)=x_1(t)*x_2(t)$，其中

$$X_1(\mathrm{j}\omega)=0,\quad |\omega|\ge1000\pi$$

$$X_2(\mathrm{j}\omega)=0,\quad |\omega|\ge2000\pi$$

现对 $y(t)$ 作冲激串采样，以得到

$$y_p(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n\mathrm{T})\delta(t-n\mathrm{T})$$

请给出 $y(t)$ 保证能从 $y_p(t)$ 中恢复出来的采样周期 T 的范围。

《第二次习题作业》

15 对 $x[n]$ 进行脉冲串采样，得到

$$g[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} x[n]\delta[n-kN]$$

若 $X(e^{j\omega})=0$，$3\pi/7\le|\omega|\le\pi$，试确定当采样 $x[n]$ 时保证不发生混叠的最大采样间隔 N。

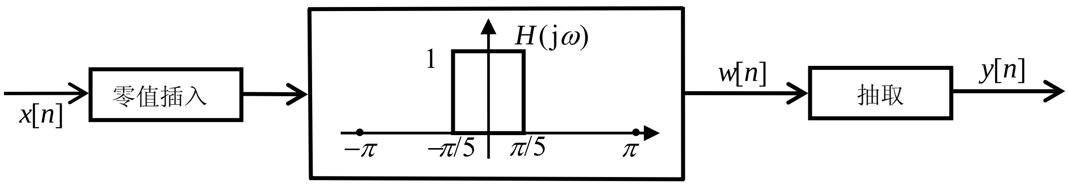
19 考虑下图所示的系统，输入为 $x[n]$，输出为 $y[n]$。零值插入系统在每一序列 $x[n]$ 之间插入两个零值点，抽取系统定义为

$$x[n]=w[5n]$$

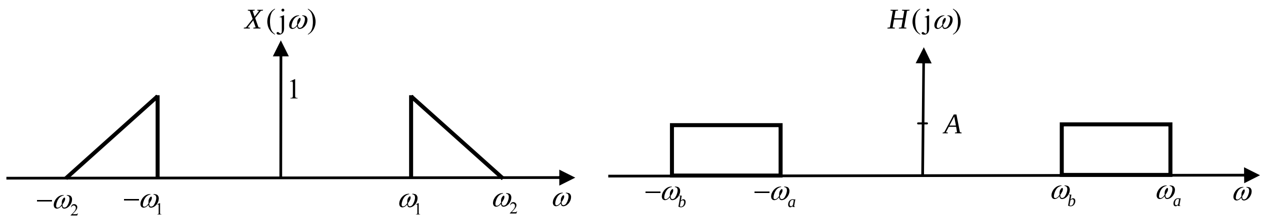
其中 $w[n]$ 是抽取系统的输入序列。若输入 $x[n]$ 为

$$x[n]=\frac{\sin\omega_1 n}{\pi n}$$

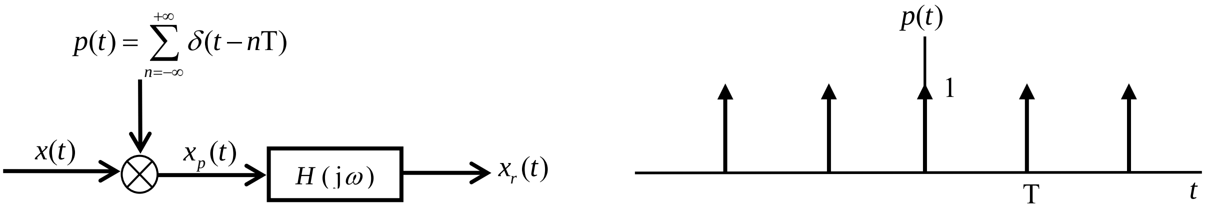
试确定下列 ω_1 值时的输出 $y[n]$：(a) $\omega_1\le\frac{3}{5}\pi$　　(b) $\omega_1>\frac{3}{5}\pi$



26 采样定理说的是，一个信号必须要以大于它的带宽两倍的采样率来采样（或者等效为大于它的最高频率的两倍）。这就意味着如果有一个信号 $x(t)$ 其频谱如下图(a)所示，那么就必须要用大于 $2\omega_2$ 的采样率对 $x(t)$ 进行采样。然而，因为这个信号的大部分能量集中在一个窄带范围内，因此似乎有理由可以期望能用一个比 2 倍于最高频率低的采样率来采样。能量集中于某一频带范围内的信号往往称为**带通信号**。有各种办法来对这样的信号进行采样，统称为**带通采样**技术。

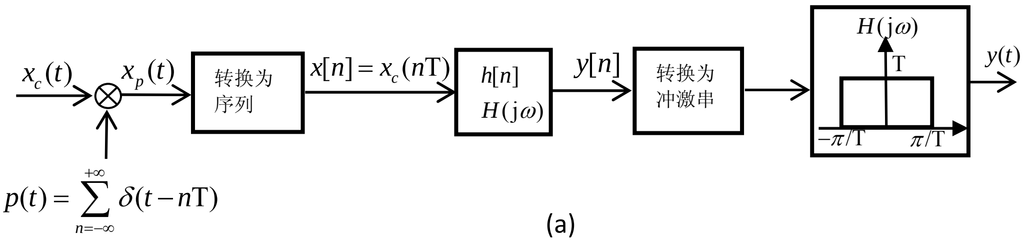


(a)　　　　(b)

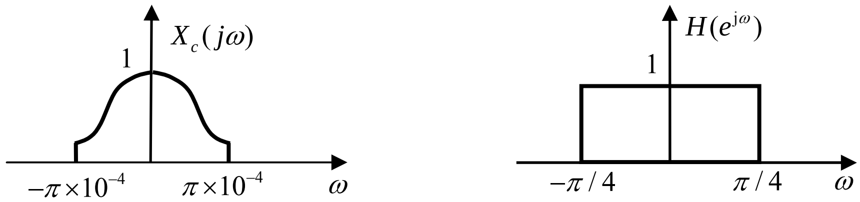


为了研究一个带通信号的采样，考虑图(b)的系统。假定 $\omega_2-\omega_1<\omega_1<2(\omega_2-\omega_1)$，求能有 $x_r(t)=x(t)$ 的最大 T 值，以及常数 A,ω_a,ω_b 的值。

29 下图(a)示出一个利用离散时间滤波器过滤连续时间信号的系统。若 $X_c(j\omega)$ 和 $H(e^{j\omega})$ 如图(b)所示，以 $1/\mathrm{T}=20\mathrm{kHz}$，画出 $X_p(j\omega)$，$X(e^{j\omega})$，$Y_p(j\omega)$ 和 $Y_p(j\omega)$。



(a)



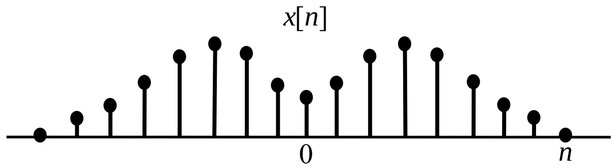
(b)

35 考虑一个离散时间序列信号 $x[n]$，由 $x[n]$ 形成两个新序列 $x_p[n]$ 和 $x_d[n]$，其中 $x_p[n]$ 是相应于以采样周期为 2 对 $x[n]$ 采样而得，而 $x_d[n]$ 则是以 2 对 $x[n]$ 进行抽取而得，即

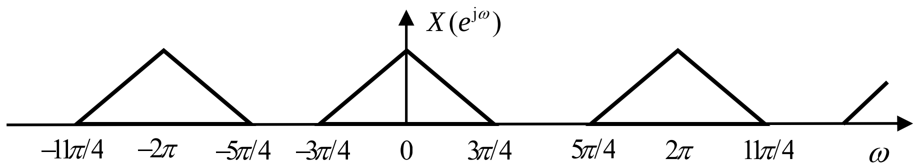
$$x_p[n]=\begin{cases}x[n/2], & n=0,\pm2,\pm4,\dots\\ 0, & n=\pm1,\pm3,\dots\end{cases} \quad 和\ x_d[n]=x[2n]$$

(a) 若 $x[n]$ 如下图(a)所示，画出序列 $x_p[n]$ 和 $x_d[n]$。

(b) 若 $X(e^{\mathrm{j}\omega})$ 如下图(b)所示，画出 $X_p(e^{\mathrm{j}\omega})$ 和 $X_d(e^{\mathrm{j}\omega})$。



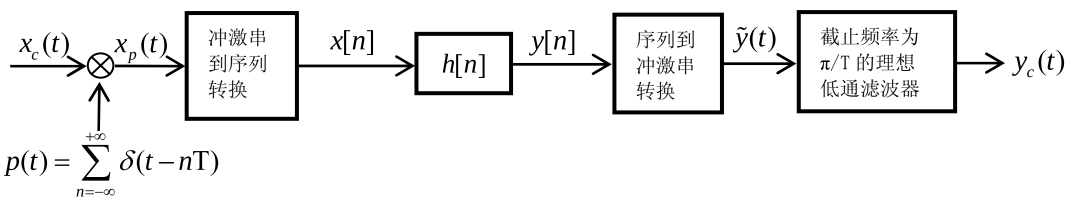
(a)



(b)

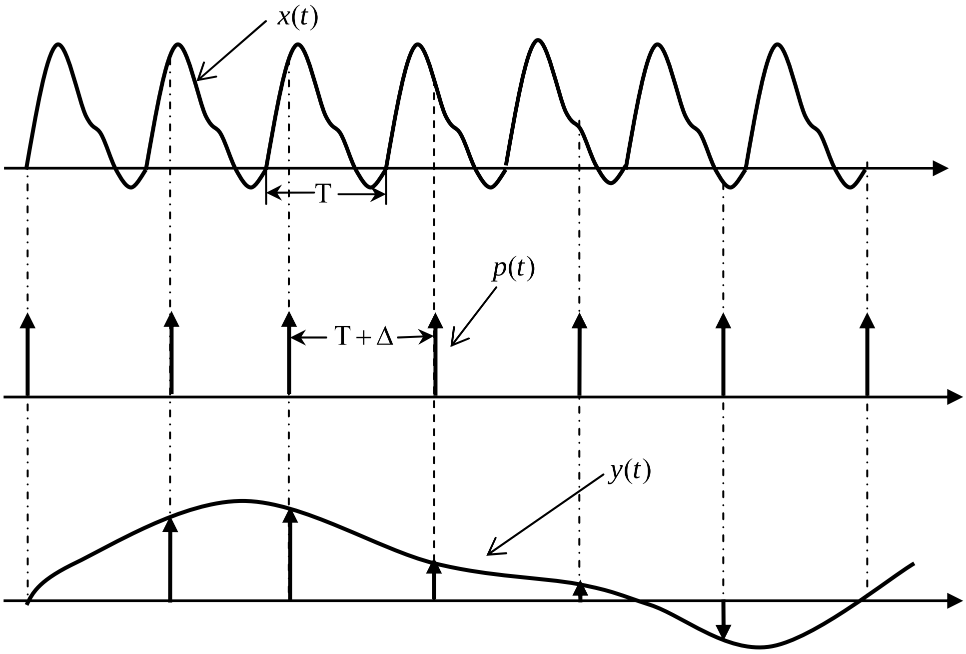
《第三次习题作业》

31 下图示出一个系统，该系统利用一个数字滤波器 $h[n]$ 来处理连续时间信号，该数字滤波器是线性的，因果的，且满足下面差分方程：$y[n]=y[n-1]/2+x[n]$

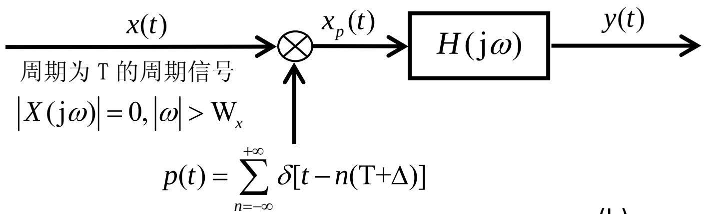


对于带限输入的信号，即 $X_c(\mathrm{j}\omega)=0$，$|\omega|>\pi/\mathrm{T}$，图中的系统等效为一个连续时间 LTI 系统。确定从输入 $x_c(t)$ 到输出 $y_c(t)$ 的整个系统的等效频率响应 $H_c(\mathrm{j}\omega)$。

38 往往需要在示波器的屏幕上显示出具有极短时间的一些波形部分（例如，千分之几的毫微秒量级），由于最快的示波器的上升时间也要比这个时间长，因此这种波形无法直接显示。然而，如果这个波形是周期的，那么可以采用一种称之为取样示波器的仪器来间接地得到所需要的结果。图 (a)的想法就是用来对快速变化的波形 $x(t)$ 进行采样，采样时每个周期采一次，但在相邻的下一个周期内，采样依次推迟。增量 Δ 应该是根据 $x(t)$ 的带宽而适当选择的一个采样间隔。如果让所得到的冲激串通过一个合适的低通内插滤波器，那么输出 $y(t)$ 将正比于减慢了的、或者在时间上被展宽了的原始快变化波形［即：$y(t)$ 正比于 $x(at)$，其中 $a<1$］。若 $x(t)=A+B\cos[(2\pi t/\mathrm{T})+\theta]$，求出 Δ 的取值范围，使得图(b)中的 $y(t)$ 正比于 $x(at)$，$a<1$；同时，用 T 和 Δ 确定 a 的值。



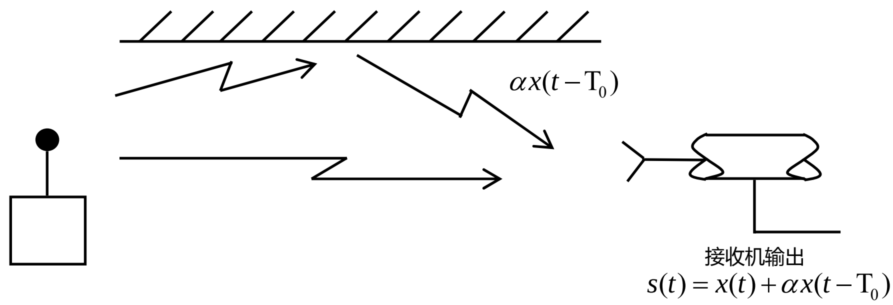
(a)



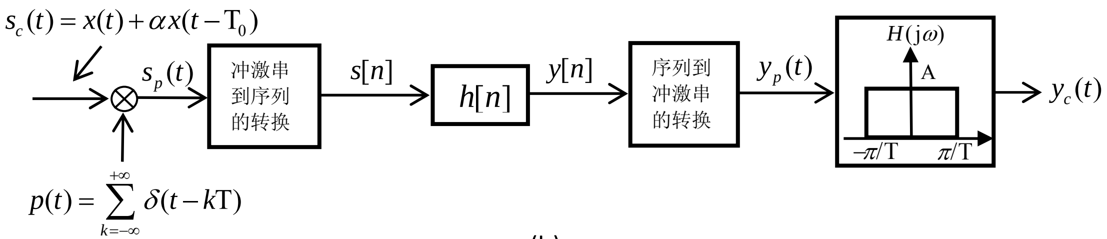
$$H(\mathrm{j}\omega)=\begin{cases}1, & |\omega|<\dfrac{\pi}{\mathrm{T}+\Delta}\\ 0, & 其余\,\omega\end{cases}$$

(b)

41 在许多实际场合，是在有回波的情况下记录信号的，因而希望能通过适当的处理消除这些回波。例如，下图(a)中说明了一个系统，在该系统中接收机同时接收到信号 $x(t)$ 和一个回波，该回波是用衰减并延迟了的 $x(t)$ 来表示的。于是，接收机的输出是 $s(t)=x(t)+ax(t-T_0)$，其中 $a<1$。为了恢复 $x(t)$，先将 $s(t)$ 变换成一个序列，并用合适的数字滤波器 $h[n]$ 对接收机的输出进行处理，如图(b)所示。



(a)



(b)

假定 $x(t)$ 带限[即 $X(j\omega)=0, |\omega|>\omega_M$]，且 $\alpha<1$。

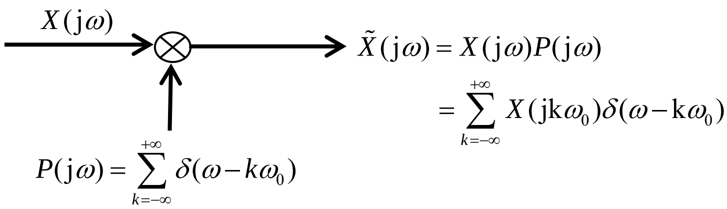
(a) 若 $\mathrm{T}_0<\pi/\omega_M$，并取采样周期等于 T_0（即 $\mathrm{T}=\mathrm{T}_0$），确定数字滤波器 $h[n]$ 的差分方程，以使 $y_c(t)$ 正比于 $x(t)$。

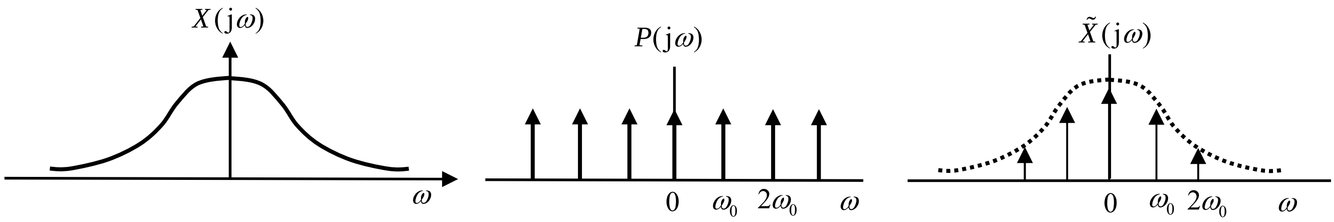
(b) 在(a)的假定条件下，确定理想低通滤波器的增益 A，以使 $y_c(t)=x(t)$。

52 在本题中要建立与时域采样定理对偶的**频域采样**定理，借此一个时限信号可以由它的频域样本得到重建。为了得到这一结果，考虑下图中的频域采样。

(a) 证明 $\tilde{x}(t)=x(t)*p(t)$，其中 $\tilde{x}(t)$，$x(t)$，$p(t)$ 分别是 $\tilde{X}(\mathrm{j}\omega)$，$X(\mathrm{j}\omega)$，$P(\mathrm{j}\omega)$ 的傅里叶反变换。

(b) 假设 $x(t)$ 是时限的，即 $x(t)=0$，$|t|\ge\pi/\omega_0$，证明：通过一个“低时窗”的运算，$x(t)$ 可以从 $\tilde{x}(t)$ 中恢复，即 $x(t)=\tilde{x}(t)w(t)$。





其中

$$w(t)=\begin{cases}\omega_0, & |t|\le\pi/\omega_0\\ 0, & |t|>\pi/\omega_0\end{cases}$$

(c) 证明：若 $x(t)$ 在 $|t|\ge\pi/\omega_0$ 不限制为零，$x(t)$ 就不能从 $\tilde{x}(t)$ 中恢复。

本章习题中的错误更正

7.38 中应将“$\cos\left[(2\pi/T)+\theta\right]$”改为“$\cos\left[(2\pi t/T)+\theta\right]$”；还有在图 P7.38 中的

$$H(j\omega)=\begin{cases}1, & |\omega|<\dfrac{1}{2(T+\Delta)}\\ 0, & \text{其余}\end{cases}\qquad \text{改为}\qquad H(j\omega)=\begin{cases}1, & |\omega|<\dfrac{\pi}{T+\Delta}\\ 0, & \text{其余}\end{cases}。$$

7. 26 中将“假定 $\omega_1>\omega_2-\omega_1$”改为“假定 $\omega_2-\omega_1<\omega_1<2(\omega_2-\omega_1)$”。

第八章　习题汇总

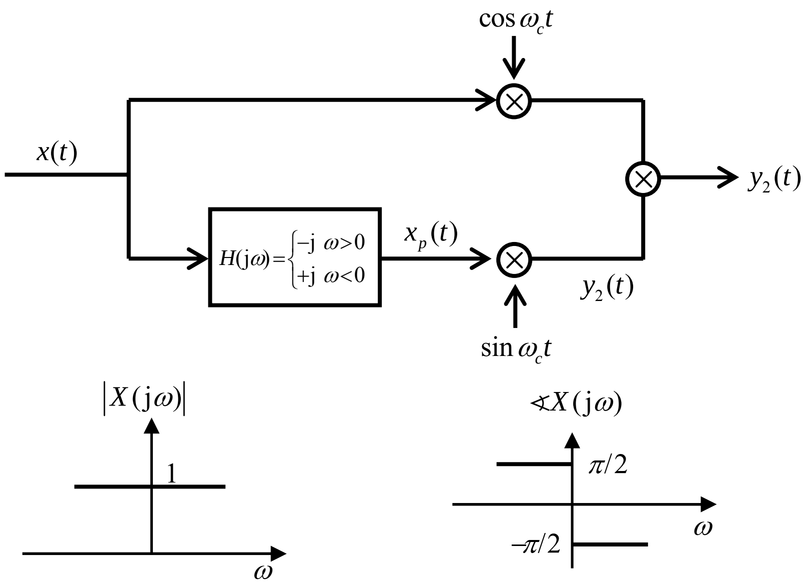
《第一次习题作业》

4　假设 $x(t)$ 为 $x(t)=\sin 200\pi t+2\sin 400\pi t$ 和 $g(t)=x(t)\sin 400\pi t$。若乘积 $g(t)(\sin 400\pi t)$ 通过一个截止频率为 500π，通带增益为 2 的理想低通滤波器，试确定该低通滤波器的输出信号。

9　有两个信号 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$，它们的傅里叶变换对于 $|\omega|>\omega_c$ 都为零，现要用频分多路复用将它们组合起来。每个信号都用书中图 8.21（见教材 P.432, 示于下图）的 AM-SSB/SC 技术保留下边带，对 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 所用的载波频率分别是 ω_c 和 $2\omega_c$，然后将这两个已调信号加在一起以得到 FDM 信号 $y(t)$。

(a) 对于什么样的 ω 值，$Y(j\omega)$ 保证是零。

(b) 请给出 A 和 ω_0 的值，以使得 $x_1(t)=[\{y(t)*\dfrac{\sin\omega_0 t}{\pi t}\}\cos\omega_0 t]*\dfrac{A\sin\omega_c t}{\pi t}$，式中 $*$ 记做卷积。



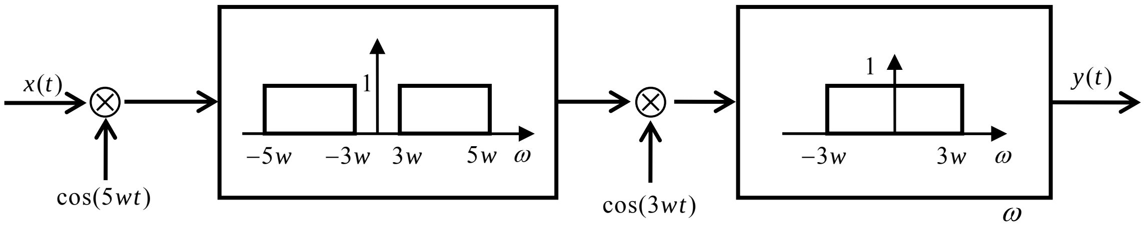
21　在 8.1 节和 8.2 节分析图 8.8（见教材 P.424）的正弦幅度调制和解调系统时都假设载波信号的相位 θ_c 是零。

(a) 对于在该图中任意相位 θ_c 的一般情况下，证明在解调系统中的信号可以表示为

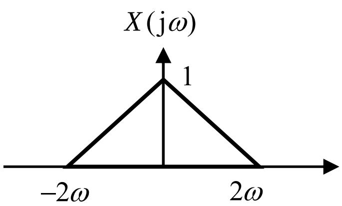
$$w(t)=\frac{1}{2}x(t)+\frac{1}{2}x(t)\cos(2\omega_c t+2\theta_c)$$

(b) 若 $x(t)$ 的频谱在 $|\omega|\ge\omega_M$ 为零，试确定 W_{co} [图 8.8(b)中理想低通滤波器的截止频率]，ω_c（载波频率）和 ω_M 三者之间的关系，以使得该低通滤波器的输出是正比于 $x(t)$。所得答案与载波相位 θ_c 有关吗？

22　下图(a)示出一个系统，其输入是 $x(t)$，输出是 $y(t)$，输入信号的傅里叶变换 $X(j\omega)$ 如图(b)所示，请确定并画出 $y(t)$ 的频谱 $Y(j\omega)$。



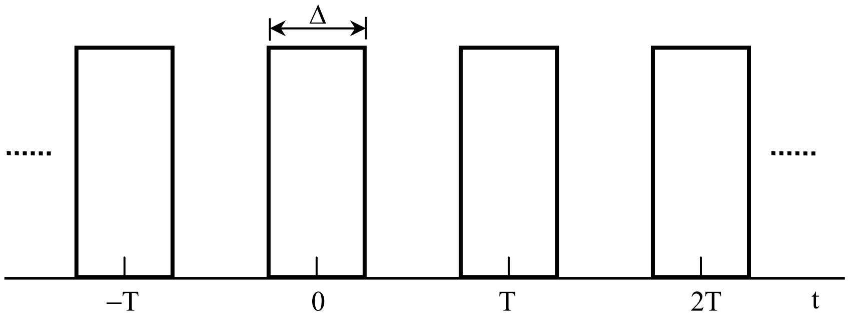
(a)



(b)

《第二次习题作业》

12 考虑 10 个信号 $x_i(t),\ i=1,2,\cdots,10$。假定每个 $x_i(t)$ 的傅里叶变换 $X_i(\mathrm{j}\omega)=0$，$|\omega|\geq 2000\pi$，全部这 10 个信号在每一个都乘以下图所示的载波 $c(t)$ 以后要被时分多路复用。如果 $c(t)$ 的周期 T 已选成最大可容许的值，问这 10 路信号要能时分多路复用，最大的 Δ 值是什么？

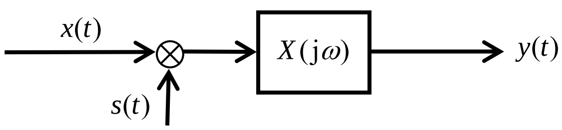


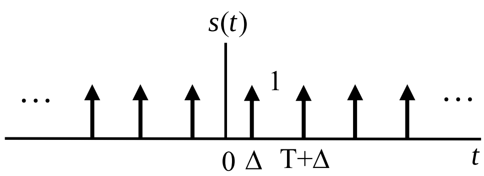
24 下图示出一个用于正弦幅度调制的系统，其中 $x(t)$ 是带限的，其最高频率为 ω_M，即 $X(\mathrm{j}\omega)=0,\quad |\omega|>\omega_M$。如图所指出，信号 $s(t)$ 是一个周期为的 T 周期冲激串，不过对于 $t=0$ 有一个偏移 Δ。系统 $H(\mathrm{j}\omega)$ 是一个带通滤波器。

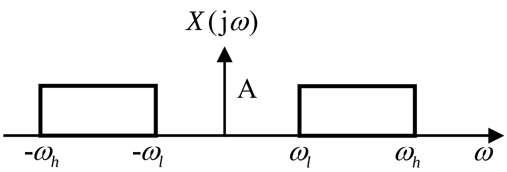
(a) 若 $\Delta=0,\ \omega_M=\pi/2\mathrm{T},\ \omega_l=\pi/\mathrm{T},\ \omega_h=3\pi/\mathrm{T}$，证明：$y(t)$ 正比于 $x(t)\cos\omega_c t,\ \omega_c=2\pi/\mathrm{T}$。

(b) 如果 $\omega_M,\omega_l,\omega_h$ 与(a)中所给出的相同，但 Δ 不一定为零，证明：$y(t)$ 正比于 $x(t)\cos(\omega_c t+\theta_c)$，并用 Δ 和 T 来确定 ω_c,θ_c。

(c) 在 $y(t)$ 仍正比于 $x(t)\cos(\omega_c t+\theta_c)$ 的前提下，确定与 T 有关的最大容许的 ω_M.

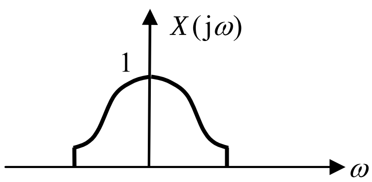




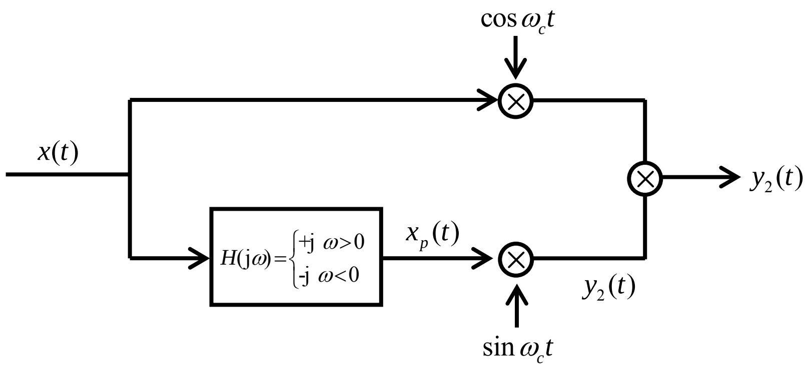


28 在 8.4 节讨论了利用 90° 相移网格来实现单边带调制，并在图 8.21（见教材 P.432）和图 8.22（见教材 P.433）中具体画出了这个系统，以及为保留下边带所要求的有关频谱。下图(a)示出了一个为保留上边带所对应的系统。

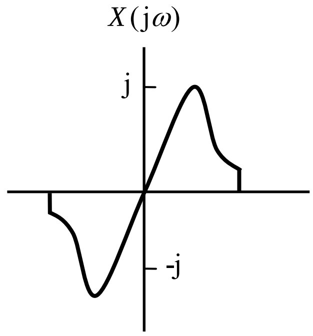
(a) 若 $X(\mathrm{j}\omega)$ 与图 8.22（见教材 P.433, 示于下图）中相同，试画出该系统 $Y_1(\mathrm{j}\omega)$，$Y_2(\mathrm{j}\omega)$ 和 $Y(\mathrm{j}\omega)$，并说明仅仅保留了上边带。



(b) 若 $X(\mathrm{j}\omega)$ 为纯虚数，如图(b)所示，试画出该系统的 $Y_1(\mathrm{j}\omega)$，$Y_2(\mathrm{j}\omega)$ 和 $Y(\mathrm{j}\omega)$，并说明这种情况下也是仅仅保留了上边带。

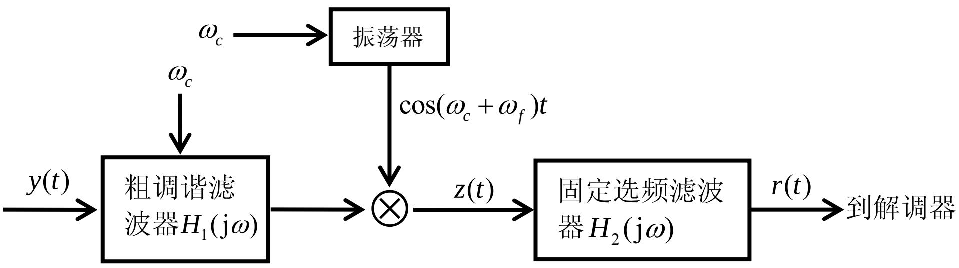


(a)

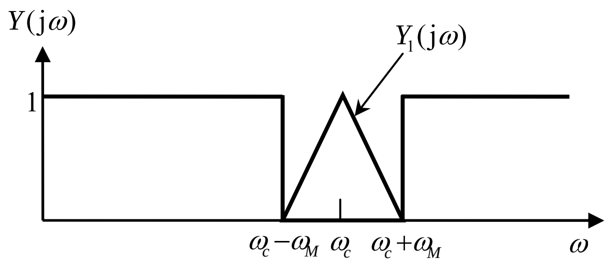


(b)

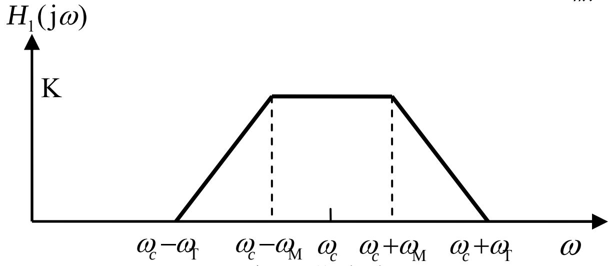
36 无线电与电视信号的准确解复用——解调通常是利用一种称为超外差接收机的系统来实现的，这是等效于一种可变调谐滤波器。下图(a)示出它的基本组成系统。



(a)

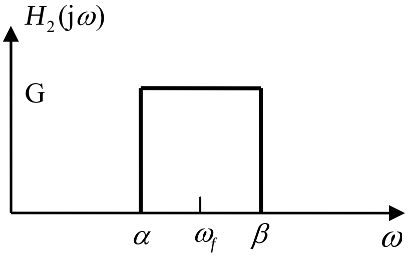


输入信号



粗调谐滤波

(b)



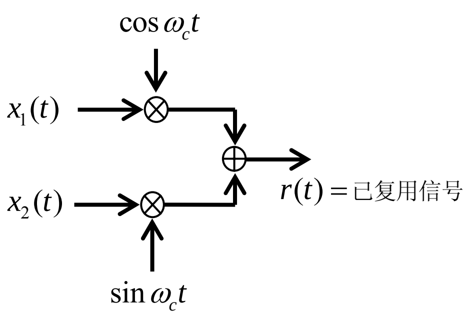
(c)

(a) 输入信号 $y(t)$ 由已经频分多路复用过的众多幅度已调信号叠加而成，所以每一路信号都占有一个不同频率的信道。现在来考虑一个这样的信道，它包括幅度已调信号 $y_1(t)=x_1(t)\cos\omega_c t$ ，其频谱 $Y_1(\mathrm{j}\omega)$ 如图(b)所示。现在想要利用图(a)所示的系统对 $y_1(t)$ 先解复用，再解调以便恢复调制信号 $x_1(t)$ 。粗调谐滤波器有一个示于图(b)的频率响应 $H_1(\mathrm{j}\omega)$ 。确定输入至固定选频滤波器 $H_2(\mathrm{j}\omega)$ 的输入信号 $z(t)$ 的频谱 $Z(\mathrm{j}\omega)$ ，并对 $\omega>0$ 画出 $Z(\mathrm{j}\omega)$ 和加以标注。

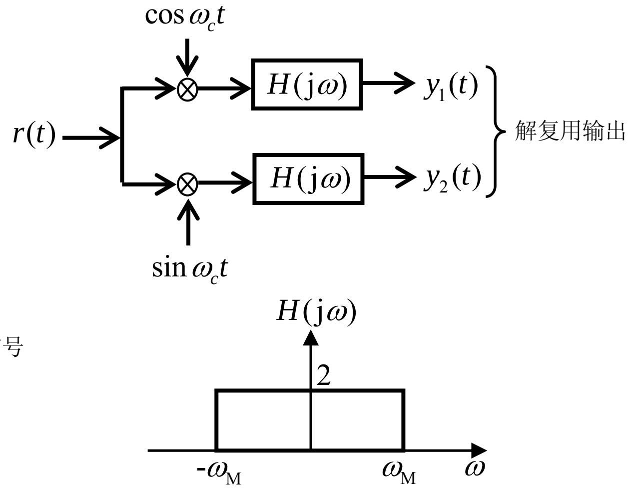
(b) 固定选频滤波器是一个以频率 ω_f 为中心的带通滤波器，如图(c)所示。希望该滤波器 $H_2(\mathrm{j}\omega)$ 的输出是 $r(t)=x_1(t)\cos\omega_f t$ 时，依据 ω_c 和 ω_M ，为了保证 $x_1(t)$ 的一个不失真的频谱集中于 $\omega=\omega_f$ 周围， ω_T 必须满足什么约束？

(c) 图(c)中， G , α 和 β 必须等于什么，才能使 $r(t)=x_1(t)\cos\omega_f t$ ？

40 在 8.3 节曾讨论利用正弦幅度调制实现频分多路复用，借以把几个信号搬移到不同的频带上，然后把它们加起来同时发送出去。在本题将研究另一种称为**正交多路复用**的概念。按此多路复用方法，如果两个载波信号的相位相差90°，那么这两个信号可以同时在同一频带内传送，该多路复用系统如图(a)所示，其解复用系统如图(b)所示。



(a)



(b)

假定$x_1(t)$和$x_2(t)$都是带限的，其最高频率为ω_M即有$X_1(j\omega)=X_2(j\omega)=0,\ |\omega|>\omega_M$。假定载波频率$\omega_c$大于$\omega_M$，证明：$y_1(t)=x_1(t)$和$y_2(t)=x_2(t)$。

本章习题中的错误更正

1、题 4 中：“若乘积$g(t)(\sin 400\pi t)$通过一个截止频率为400π，”，应该为：“若乘积$g(t)(\sin 400\pi t)$通过一个截止频率为500π，”。且书后答案不对。

2、题 8.36（b）中“(b) 固定选频滤波器是一个以频率ω_f为中心的带通滤波器，如图(c)所示。希望该滤波器$H_2(j\omega)$的输出是$r(t)=x_1(t)\cos\omega_f t$时，依据$\omega_c$和$\omega_M$，为了保证$x_1(t)$的一个不失真的频谱集中于$\omega=\omega_f$周围，$\omega_r$必须满足什么约束？”中的$\omega_r$应该改为$\omega_T$。