第六章 习题课（2013年春季）

这样的表示方法不好，注意 ω_c 是一个频点！

6.6 考虑一离散时间理想高通滤波器，其频率响应是 $H(e^{j\omega})=\begin{cases}1, & \pi-\omega_c\le|\omega|\le\pi\\ 0 & |\omega|<\pi-\omega_c\end{cases}$

(a) 若 $h[n]$ 是该滤波器的单位脉冲响应，确定一函数 $g[n]$，使之有

$$h[n]=\left(\frac{\sin\omega_c n}{\pi n}\right)\cdot g[n]$$

(b) 当 ω_c 增加时，该滤波器的单位脉冲响应是更加向原点集中呢还是不是？

没啥

解：(a)

$$H(e^{j\omega})=\begin{cases}1, & \pi-\omega_c\le|\omega|\le\pi\\ 0, & |\omega|<\pi-\omega_c\end{cases}$$

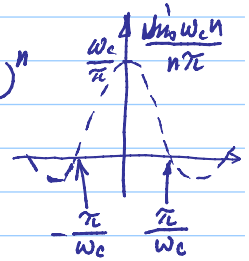
$$h[n]=\frac{1}{2\pi}\int_{\pi-\omega_c}^{\pi+\omega_c}e^{j\omega n}d\omega=\frac{1}{2\pi nj}\cdot e^{j\omega n}\Big|_{\pi-\omega_c}^{\pi+\omega_c}$$

$$=\frac{1}{2\pi nj}\left[e^{j(\omega_c+\pi)n}-e^{-j(\omega_c-\pi)n}\right]$$

$$=\frac{e^{jn\pi}}{2\pi nj}\left[e^{j\omega_c n}-e^{-j\omega_c n}\right]=e^{jn\pi}\cdot\frac{\sin\omega_c n}{\pi n}$$

$$h[n]=e^{jn\pi}\cdot\left(\frac{\sin\omega_c n}{\pi n}\right)=\left(\frac{\sin\omega_c n}{\pi n}\right)\cdot g[n]$$

可见，$g[n]$ 应为：$g[n]=e^{jn\pi}=(-1)^n$

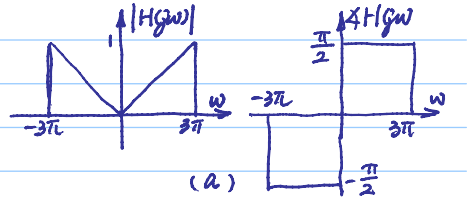


(b) $h[n]=(-1)^n\cdot\left(\frac{\sin\omega_c n}{\pi n}\right)=g[n]\cdot\left(\frac{\sin\omega_c n}{\pi n}\right)$

没啥作业

也就是说，$h[n]$ 是 $g[n]$ 与 $\frac{\sin\omega_c n}{\pi n}$ 的乘积，其中 $g[n]=(-1)^n$ 是载波，而 $\left(\frac{\sin\omega_c n}{\pi n}\right)$ 是包络，$\frac{\sin\omega_c n}{\pi n}$ 如上图所示。可见 $\frac{2\pi}{\omega_c}$ 是其时域包络主瓣的宽度，$\omega_c\uparrow\Rightarrow\frac{2\pi}{\omega_c}\downarrow\Rightarrow$ 该滤波器的单位脉冲响应更加向原点集中。#.

6.22 一个称为低通微分器的连续时间滤波器的频率响应如图 P6.22(a) 所示，试对以下每个输入信号 $x(t)$，求输出信号 $y(t)$。



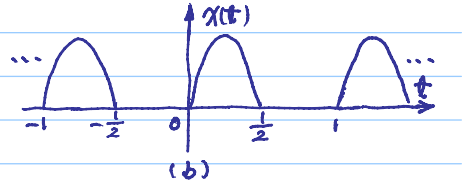
(a)

(a) $x(t)=\cos(2\pi t+\theta)$；

(b) $x(t)=\cos(4\pi t+\theta)$；

(c) $x(t)$ 是一个经半波整流所的正弦，如图 P6.22(b) 所示：

没啥



(b)

图 P6.22

$$x(t)=\begin{cases}\sin 2\pi t, & m\le t\le m+\frac{1}{2}\\ 0, & m+\frac{1}{2}\le t\le m,\end{cases}$$ m 为任意整数。

解：首先根据题意我们有 $H(j\omega)=\begin{cases}\frac{\omega}{3\pi}\cdot e^{j\frac{\pi}{2}}, & -3\pi\le\omega\le3\pi\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$

(a) $x(t)=\cos(2\pi t+\theta)=\dfrac{e^{j(2\pi t+\theta)}+e^{-j(2\pi t+\theta)}}{2}=\frac{1}{2}\left[e^{j(2\pi t+\theta)}+e^{-j(2\pi t+\theta)}\right]$

$$\therefore X(j\omega)=\pi\left\{e^{j\theta}\delta(\omega-2\pi)+e^{-j\theta}\delta(\omega+2\pi)\right\}$$

$$Y(j\omega)=H(j\omega)X(j\omega)=\frac{j\omega}{3\cancel{\pi}}\cdot\cancel{\pi}e^{j\theta}\delta(\omega-2\pi)+\frac{j\omega}{3\cancel{\pi}}\cdot\cancel{\pi}e^{-j\theta}\delta(\omega+2\pi)$$

$$y(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-3\pi}^{3\pi}Y(j\omega)e^{j\omega t}d\omega=\frac{je^{j\theta}}{6\pi}\int_{-3\pi}^{3\pi}\omega\delta(\omega-2\pi)e^{j\omega t}d\omega+\frac{je^{-j\theta}}{6\pi}\int_{-3\pi}^{3\pi}\omega\delta(\omega+2\pi)e^{j\omega t}d\omega$$

$$=\frac{je^{j\theta}}{6\pi^3}\cdot2\pi e^{j2\pi t}-\frac{je^{-j\theta}}{6\pi^3}\cdot2\pi e^{-j2\pi t}=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2j}\left[e^{-j(2\pi t+\theta)}-e^{j(2\pi t+\theta)}\right]$$

$$=-\frac{2}{3}\sin(2\pi t+\theta)$$

(b) $x(t)=\cos(4\pi t+\theta)\Rightarrow X(j\omega)=\pi\left\{e^{j\theta}\delta(\omega-4\pi)+e^{-j\theta}\delta(\omega+4\pi)\right\}$