**修正：电气710张盟**

**习题4-1解**

解：



**习题4-2解**

解：

(1) 由$p\_{1}=0$，$p\_{2}=-2$，$p\_{3}=-3$，$z\_{1}=-5$，所以其概略根轨迹图为



(2) 由$p\_{1}=0$，$p\_{2}=-0.5$，$z\_{1}=-1$，所以其概略根轨迹图为

 

(3)由$p\_{1}=0$，$p\_{2}=-4+2j$，$p\_{3}=-4-2j$，所以其概略根轨迹图为



(4) 由$p\_{1}=0$，$p\_{2}=-1$，$p\_{3}=-2$，$p\_{4}=-5$所以其概略根轨迹图为



(5) 由$p\_{1}=0$，$p\_{2}=-2$，$p\_{3}=-2+j$，$p\_{4}=-2-j$所以其概略根轨迹图为

 

(6) 由$p\_{1}=0$，$p\_{2}=-3$，$p\_{3}=-1+j$，$p\_{4}=-1-j$，$z\_{1}=-2$所以其概略根轨迹图为

**习题4-3解**

解：解: 化为零、极点形式：

$$G(s)H(s)=\frac{K}{s(s+1-2j)(s+1+2j)}$$

 (1) 根轨迹的渐近线与正实轴的夹角分别为：

$θ\_{k}=\frac{(2k+1)π}{3-0}=\frac{π}{3},π,\frac{5π}{3}$ $k=0,1,2$

渐近线与实轴的交点为：

(2) 由（4-34）式，极点平P1=-1+j2处的出射角为：

$$θ\_{p\_{1}}=-π-(π-\arctan(2))-\frac{1}{2}π=-26.6^{∘}$$

极点$p\_{2}$=-1-j2的出射角与$p\_{1}$的出射角是关于实轴对称的，应为$26.6^{∘}$.

(3) 系统的特征方程为：

$$s^{3}+2s^{2}+5s+K=0$$

列劳斯表：



临界稳定时：

$$\frac{10-K}{2}=0$$

得临界增益$K=10$，再代入辅助方程：

$$2s^{2}+10=0$$

解得与虚轴的交点：$s=\pm j2.236$。根轨迹图如下:



**习题4-4解**

解：

系统的闭环特征方程为：

$$s(s+1)+K(s+2)=0$$

则

$$K=-\frac{s(s+1)}{(s+2)}$$

对上式求导，得方程：

$$\frac{dK}{ds}=-\frac{(2s+1)(s+2)-s(s+1)}{(s+2)^{2}}=0$$

$$s^{2}+4s+2=0$$

解方程得$s\_{1}=-0.586,s\_{2}=-3.414$。根据根轨迹在实轴上的分布可知，$s\_{1}=-0.586$是根轨迹的分离点, $s\_{2}=-3.414$ 是根轨迹的汇合点

 根轨迹与虚轴没有交点.根轨迹如下图:



**习题4-5解**

解：

（1）$p\_{1}=0$，$p\_{2}=-3$，$p\_{3}=-1+j$，$p\_{4}=-1-j$

根轨迹的渐近线与正实轴的夹角分别为：

$θ\_{k}=\frac{(2k+1)π}{4-0}=\frac{π}{4},\frac{3π}{4},\frac{5π}{4},\frac{7π}{4}(k=0,1,2,3)$ $k=0,1,2$

 渐近线与实轴的交点为：

$$-σ\_{a}=-\frac{(0+3+1+j+1-j)-0}{4-0}=-\frac{5}{4}$$

$$θ\_{p\_{1}}=π-(\frac{3π}{4}+\frac{π}{2}+arctg\frac{1}{2})=71.57°$$

（2）由（4-34）式，极点平P1= -1+j处的出射角为：

 $θ\_{p\_{2}}=-71.57°$

(3)特征方程为$s^{4}+5s^{3}+8s^{2}+6s+k=0$

利用劳斯判据，有

$s^{4}$ 1 8 k

$s^{3}$ 5 6 0

$s^{2}$ $\frac{36}{5}$ k

$s^{1}$ $\frac{216-25k}{36}$

$s^{0}$ k

临界增益为 k=8.64

代入辅助方程$s^{4}+8s^{2}+k=0$

解出$s=\pm 2.59j$

**习题4-6解**

解：其特征方程为

 $0.05s^{3}+0.4s^{2}+s+k=0$

 $p\_{1}=0$，$p\_{2}=-4+2j$，$p\_{2}=-4-2j$

求根轨迹的分离点和汇合点:

$$K=-(0.05s^{3}+0.4s^{2}+s)$$

$$K^{'}=-(0.15s^{2}+0.8s+1)=0$$

$$s=\frac{-0.8\pm \sqrt{0.64-0.6}}{0.3}=\frac{-8\pm 2}{3}=\left\{\begin{array}{c}\&-2\\\&-3.33\end{array}\right.$$

求根轨迹与虚轴的交点:

系统的特征方程为：

$$0.05s^{3}+0.4s^{2}+s+K=0$$

列劳斯表：



临界稳定时：

$$\frac{0.4-0.05K}{0.4}=0$$

得临界增益$K=8$.由此可知，系统的稳定范围为：$0<K<8$。

根据规则1到8，可绘汇出其根轨迹图如下：



**习题4-7解**

其开环传递函数为

 $H(s)G(s)=\frac{K}{s}\frac{1}{s^{2}+s+2}=\frac{k}{s^{3}+s^{2}+2s}$

 特征方程为$s^{3}+s^{2}+2s+K=0$

 $p\_{1}=0$，$p\_{2}=-0.5+1.32j$，$p\_{3}=-0.5-1.32j$

 $p\_{2}$的出射角为

$$θ\_{p\_{1}}=π-\left(\frac{1}{2}π+arctg\frac{1.32}{0.5}\right)=-67.68°$$

 $θ\_{p\_{2}}=67.68°$

 利用劳斯判据可求出与虚轴的交点为

$$s=\pm 1.42j$$

 其根轨迹图如下：



**习题4-8解**

解：

(1) 其特征方程为：$s^{2}+(k-1)s+k=0$

$p\_{1}=0$，$p\_{2}=1$，$z\_{2}=-1$，所以其根轨迹为



(2) 由劳斯表由

$s^{2}$ 1 K

$s^{1}$ k-1 0

$s^{0}$ k

所以可知当系统稳定时K>1

(3) 当$t\_{s}=4s$时，即$\frac{3}{ξω\_{n}}=4$

从而可推出$ξω\_{n}=0.75$

对比特征方程，有$k-1=0.75$

所以k=1.75

**习题4-9解**

解：特征方程为$s^{3}+6s^{2}+8s+k=0$

$p\_{1}=0$，$p\_{2}=-2$，$p\_{3}=-4$

有规则1-8，可以画出根轨迹图如下：



由$k=-s^{3}-6s^{2}-8s$，求导有

$\frac{dk}{ds}=-3s^{2}-12s-8=0$，得

$s\_{1}=-0.845$，$s\_{2}=-3.155$

 由根轨迹在是轴上的分布，可知s=-0.845为根轨迹交点。

(2) 当闭环根出现虚数时，就会出现阻尼振荡

 即s=-0.75，带入可求出

 看k>3.08

(3) 持续等幅阻尼振荡时，即根轨迹与虚轴相交的点

由根轨迹的图可知此时s=-2.83j

带入后可求出k=100.92

(4) 当阻尼系数为0.5时，在根轨迹图上可以找到当s=-0.664+1.16j时

代入可求出K=8.35

**习题4-10解**

解：(1) 由系统的特征方程为：

$s^{3}+4s^{2}+(3+k)s+2k=0$.

$p\_{1}=0$，$p\_{2}=-1$，$p\_{3}=-3$，$z\_{1}=-2$，可以画出其根轨迹图如下



当$ξ=0.5$时，在根轨迹图上可以求出此时对应的

$$s=-0.679\pm 1.17j$$

代入$k=-\frac{s^{3}+4s^{2}+3s}{2+s}$

有k=2.42

**习题4-11解**

解：$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{(1+τs)\frac{10}{s(s+2)}}{1+(1+τs)\frac{10}{s(s+2)}}=\frac{10(1+τs)}{s^{2}+10τs+2s+10}$

所以其特征方程为$s^{2}+10τs+2s+10$=0

用$s^{2}+2s+10$除特征方程，有

$$1+\frac{10τs}{s^{2}+2s+10}=0$$

有$p\_{1}=-1+3j$，$z\_{1}=0$，

所以由绘制根轨迹的规则绘出根轨迹入下图



**习题4-12解**

解：特征方程为$s^{3}+s^{2}+\frac{1}{4}s+\frac{1}{4}a=0$

用 $s^{3}+s^{2}+\frac{1}{4}s$ 除特征方程有

$$1+\frac{a}{4s^{3}+4s^{2}+s}=0$$

有$p\_{1}=0$，$p\_{2}=-0.5$

所以由绘制根轨迹的规则绘出根轨迹入下图



**习题4-13解**

解：特征方程为$5s^{2}+4+sT=0$

用$5s^{2}+4$去除特征多项式，有

$1+\frac{sT}{5s^{2}+4}$=0

$p\_{1,2}=\pm 0.894j$ $z\_{1}=0$

所以由绘制根轨迹的规则绘出根轨迹入下图



**习题4-14解**

解：其特征方程可以写为$s^{3}+5s^{2}+6s+as+a=0$

用$s^{3}+5s^{2}+6s$去除特征多项式，有

$$1+\frac{a(s+1)}{s^{3}+5s^{2}+6s}=0$$

$p\_{1}=0$，$p\_{2}=-2$，$p\_{3}=-3$，$z\_{1}=-1$

所以由绘制根轨迹的规则绘出根轨迹入下图



有图可看出，当

$\frac{da}{ds}=-\frac{d(s^{3}+4s^{2}+5s+3)}{ds}=-(3s^{2}+8s+5)=0$时

有s=-2.5

此时$a=0.125$

即当$0<a<0.125$时，特征根均为实数。

**习题4-15解**

解：特证方程为$s^{2}+kk\_{h}s+k=0$

代入$s=-1\pm \sqrt{3}j$，可以解出$\left\{\begin{array}{c}\&k=4\\\&k\_{h}=0.5\end{array}\right.$

将$k\_{h}=0.5$代入，有

$s^{2}+0.5ks+k=0$，用$s^{2}$除特征多项式，有

$$1+\frac{k(0.5s+1)}{s^{2}}=0$$

所以由绘制根轨迹的规则绘出根轨迹入下图



**习题4-16解**

解：(1) 当$G\_{c}(s)=k$时

$$H(s)G(s)=\frac{k}{s(s-1)}$$

$p\_{1}=0$，$p\_{2}=1$

所以由绘制根轨迹的规则绘出根轨迹入下图



可以看出，根轨迹均在正半平面，故系统不稳定。

(2) 当$G\_{c}(s)=\frac{k(s+2)}{s+20}$时，有$H(s)G(s)=\frac{k(s+2)}{s(s-1)(s+20)}$

 $p\_{1}=0$，$p\_{2}=1$，$p\_{3}=-20$，$z\_{1}=-2$

所以由绘制根轨迹的规则绘出根轨迹入下图



由根轨迹图可以看出当k=22.4时，根轨迹与虚轴相交，

故当$k>22.4$时，系统稳定

**习题4-17解**

解：(1) 由$H(s)G(s)=\frac{k}{s^{2}(s+2)(s+5)}$

有$p\_{1}=0$，$p\_{2}=0$，$p\_{3}=-2$，$p\_{4}=-5$

所以由绘制根轨迹的规则绘出根轨迹入下图



由$p\_{1,}p\_{2}$两支根轨迹始终处于正半平面，故系统不稳定。

(2) 当$H(s)=2s+1$时，$H(s)G(s)=\frac{k(2s+1)}{s^{2}(s+2)(s+5)}$

有$p\_{1}=0$，$p\_{2}=0$，$p\_{3}=-2$，$p\_{4}=-5$，$z\_{1}=-0.5$

所以由绘制根轨迹的规则绘出根轨迹入下图



可以求出当k=22.8时，根轨迹于虚轴相交

即当$0<k<22.8$时，系统稳定。

**习题4-18解**

解：(1)由开环传递函数可以求出$p\_{1,2}=0$，$p\_{3}=-1$

所以由绘制根轨迹的规则绘出根轨迹入下图



由根轨迹图可以看出$p\_{1},p\_{2}$两支根轨迹始终处于正半平面，故系统无法稳定。

(2)当增加一个开环零点$z\_{1}=-\frac{1}{2}$，相当于

$H(s)G(s)=\frac{k(2s+1)}{s^{2}(s+1)}$，所以再由根轨迹绘制规则，有

 

可见，根轨迹均在负半平面，故系统稳定。

**习题4-19解**

解：由原开环传递函数，有、

$p\_{1}=0$，$p\_{2}=-0.5$，$p\_{3,4}=-0.3\pm 3.15j$

所以再由根轨迹绘制规则，有



可以由劳斯判据求出，当$k≈26.2$时，根轨迹与虚轴相交。；

**习题4-20解**

解：由原开环传递函数，有、

$p\_{1}=0$，$p\_{2}=1$，$p\_{3}=-4$，$z\_{1}=-1$

所以再由根轨迹绘制规则，有



可以求出，当k=6时，根轨迹与虚轴相交。

故当$k>6$时，系统稳定。