



西安交通大学

XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY

# 自动控制理论

## Automatic Control Theory

工业自动化系



- 控制系统的数学模型：定义、种类（动态、静态）；
- 输入—输出模型：微分方程的建立（分析法、步骤）；
- 传递函数的定义、性质和特点；
- 传递函数的三种形式（多项式、零极点、时间常数）
- 典型系统的传递函数（6种：比例、惯性、振荡、积分、微分、延迟）。

## 传递函数的几种形式

多项式形式:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0}$$

零极点形式

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K \prod_{j=1}^m (s + z_j)}{\prod_{i=1}^n (s + p_i)}$$

$$K' = K \frac{\prod_{j=1}^m z_j}{\prod_{i=1}^n p_i}$$

时间常数形式

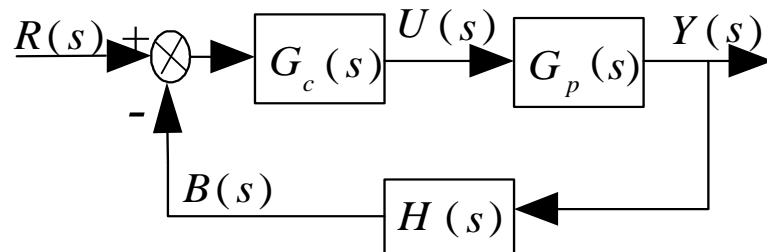
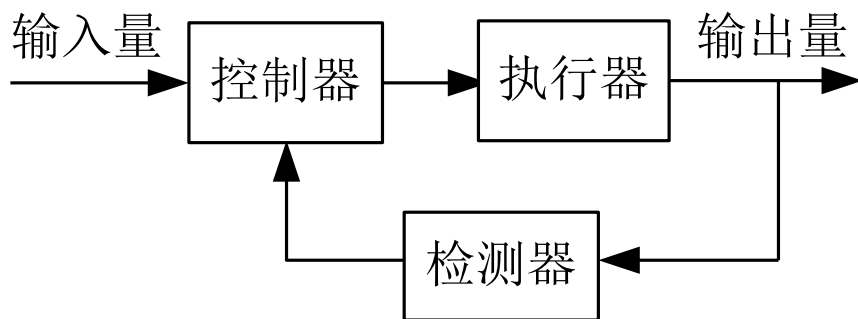
$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K' \prod_{j=1}^m (T_j s + 1)}{\prod_{i=1}^n (T_i s + 1)}$$

# 2 上节课要点复习

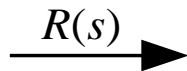
环节名称	传递函数	特点	实例
比例环节 (放大环节)	$K$	输出量无延迟、无失真地反映输入量变化	电位器 (输入电压-输出电压) 晶体管放大器 (输入电压-输出电压) 测速机 (转速-电压) 齿轮箱 (主动轴转速-从动轴转速)
惯性环节 (非周期环节)	$\frac{K}{Ts + 1}$	输出量变化落后于输入量的变化	它激直流发电机 (激磁电压-电势) RC滤波器 (电源电压-电容电压)
振荡环节	$\frac{K}{T^2s^2 + 2\zeta Ts + 1}$ $0 < \zeta < 1$	有两种储能元件, 所储能量相互转换	RLC 振荡电路 (输入电压-输出电压)
积分环节	$\frac{K}{s}$	输出量正比于输入量的积分	传动轴 (转速-转角) 积分器 (输入电压-输出电压)
理想微分环节 实际微分环节	$Ks$ $\frac{KTs}{Ts + 1}$	输出量正比于输入量的导数	直流测速机 (转角-电势) RC串联微分电路 (电源电压-电阻电压)
延迟环节 (时滞环节)	$Ke^{-\tau s}$	输出量经过延迟 $\tau$ 后, 才复现输入量	晶闸管整流装置 (控制电压-输出电压) 传输带 (输入流量-输出流量)

## 2 2.4 线性系统结构图

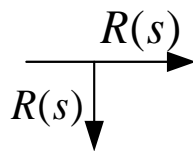
- **结构图**——是描述系统各元部件之间信号传递关系的图形化数学模型。具有直观、形象、简化且便于获得整个系统数学模型的特征。
- **作用原理 + 数学模型** → **结构图**



□ 信号线：信号的流向

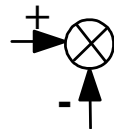


□ 分支点（引出点）：



同一位置引出，大小、性质完全相同

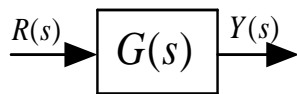
□ 比较点（误差检测器）：



“+” —— 正反馈  
“-” —— 负反馈

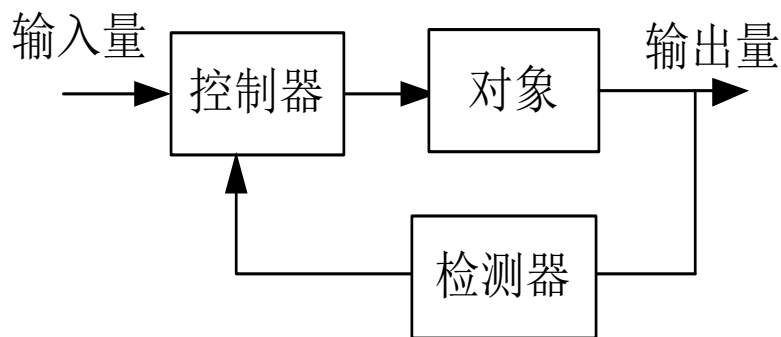
所有输入信号一般必须是同量纲的。

□ 框（环节）：传函

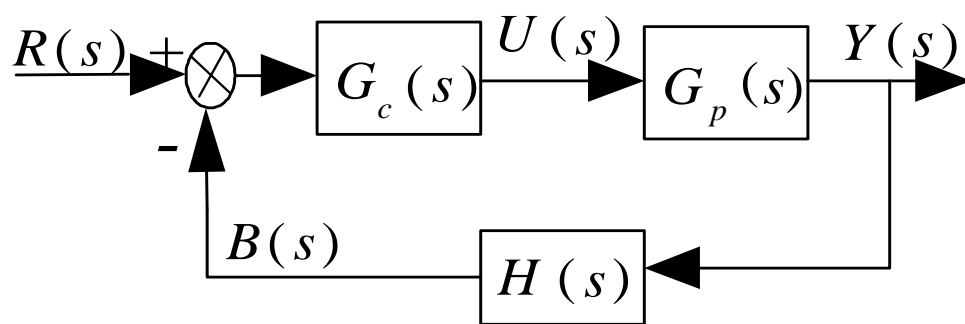


组成结构图的四种基本元素

- 结构图是方块图/方框图与微分方程（传函）的结合，一方面它直观反映了整个系统的原理结构（方块图优点），另一方面对系统进行了精确的定量描述（每个信号线上的信号函数均可确定地计算出来）；
- 能描述整个系统各元部件之间的内在联系和零初始条件下的动态性能，但不能反映非零条件下的动态性能；
- 结构图最重要的作用：计算整个系统的传函；
- 对同一系统，其结构图具有非唯一性；简化也具有非唯一性。但得到的系统传函是确定唯一的；
- 结构图中方块 $\neq$ 实际元部件，因为方框可代表多个元件的组合，甚至整个系统。



控制系统方框图



控制系统结构图

- ① 认识控制系统、环节划分
- ② 计算环节传递函数
- ③ 对照方框图、传递函数代替
- ④ 参考信号流动方向、连接
- ⑤ 整理、复查

作用原理（方块图） +  
数学模型 → 结构图



## 例2.3 电枢控制直流电动机系统

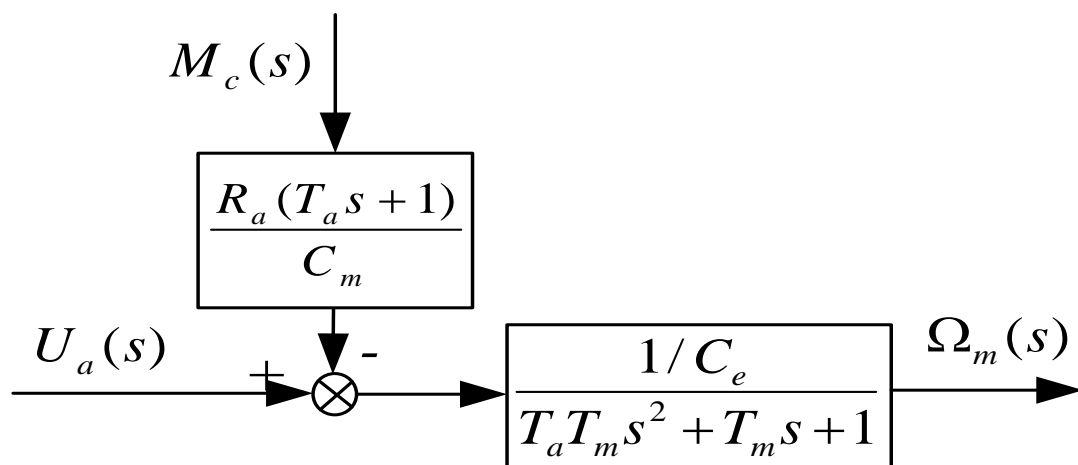
$$\Omega_m(s) = \frac{C_m U_a(s) - (L_a s + R_a) M_c(s)}{L_a J_m s^2 + (L_a f_m + R_a J_m) s + (R_a f_m + C_m C_e)} \quad (2.31)$$

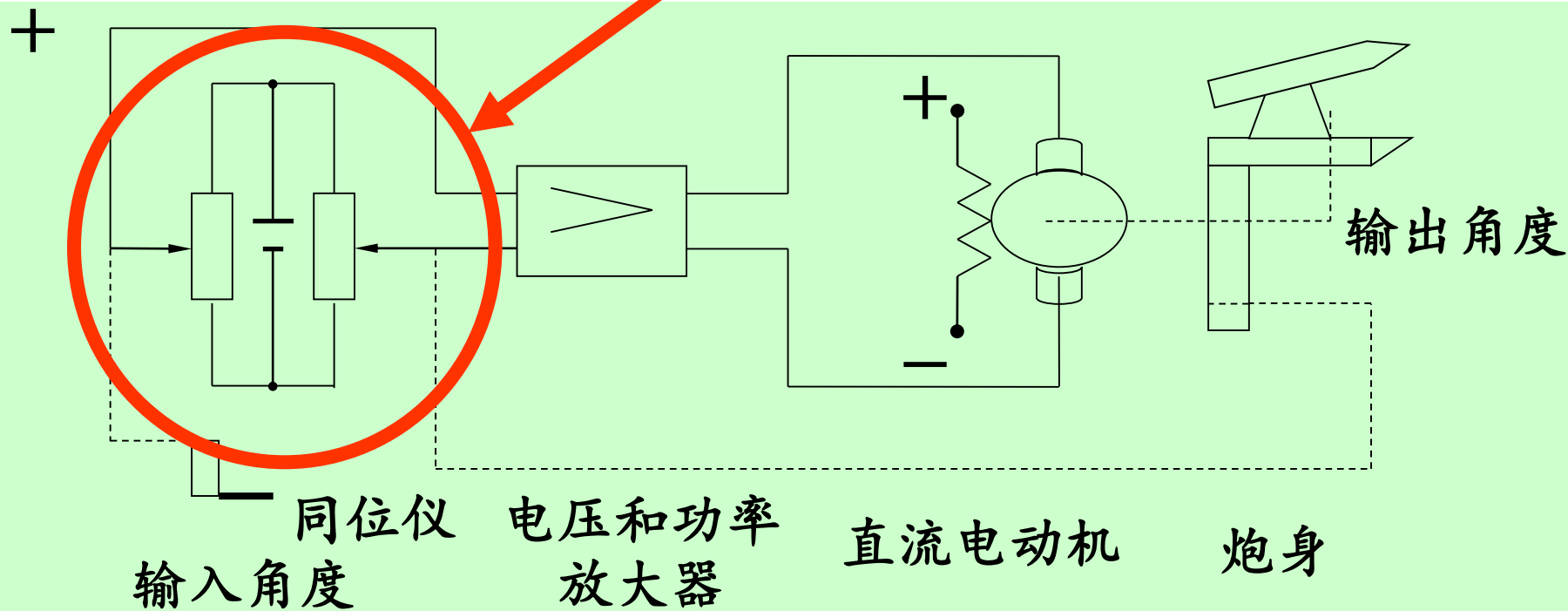
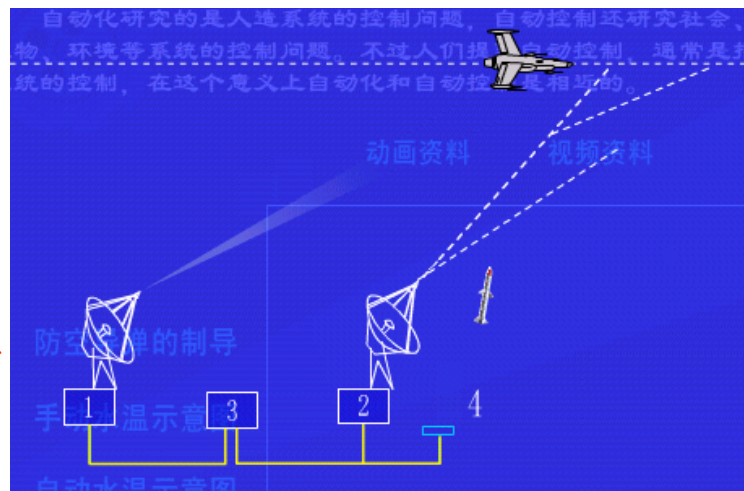
若忽略粘性摩擦系数  $f_m$  令  $T_a = \frac{L_a}{R_a}$  ,  $T_m = \frac{R_a J_m}{C_e C_m}$  , 则

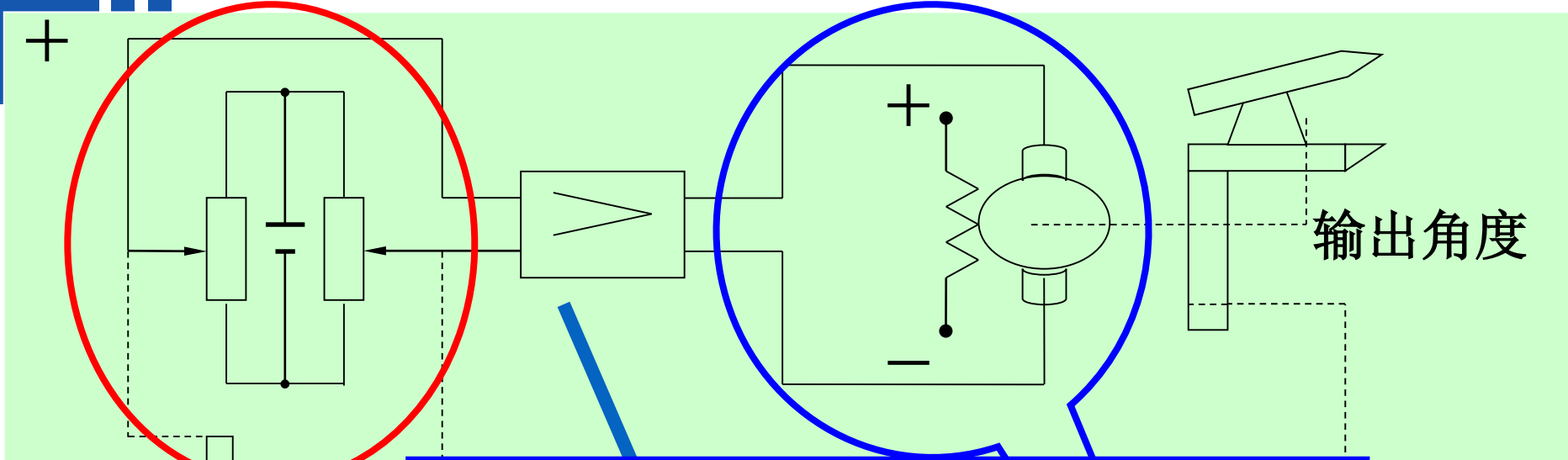
$$\Omega_m(s) = \frac{1}{C_e} \frac{1}{T_a T_m s^2 + T_m s + 1} \left[ U_a(s) - \frac{R_a (T_a s + 1)}{C_m} M_c(s) \right]$$

## 例2.3 电枢控制直流电动机系统

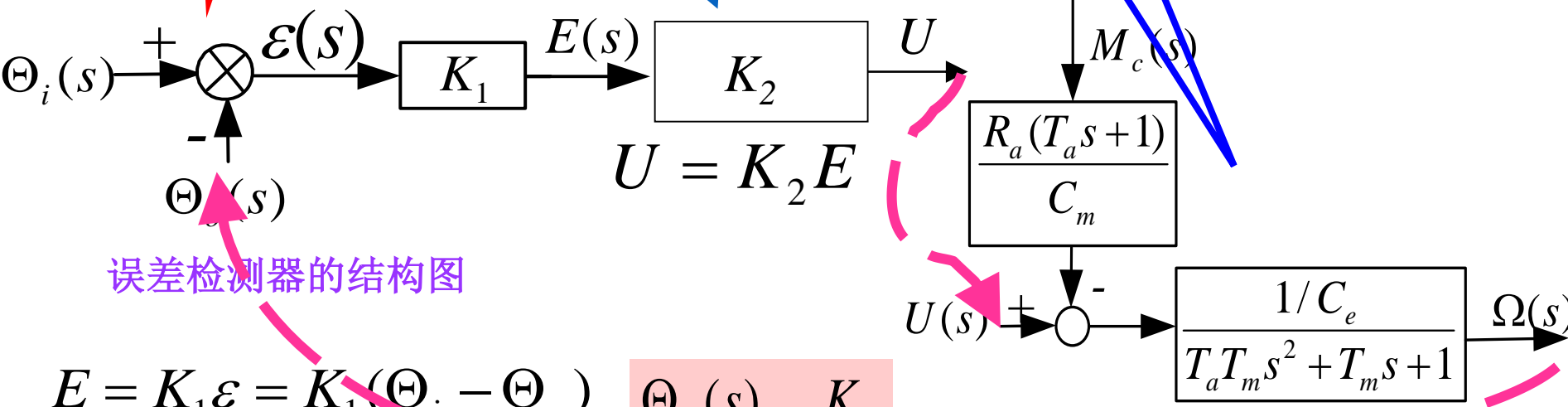
$$\Omega_m(s) = \frac{1}{C_e} \frac{1}{T_a T_m s^2 + T_m s + 1} \left[ U_a(s) - \frac{R_a (T_a s + 1)}{C_m} M_c(s) \right]$$

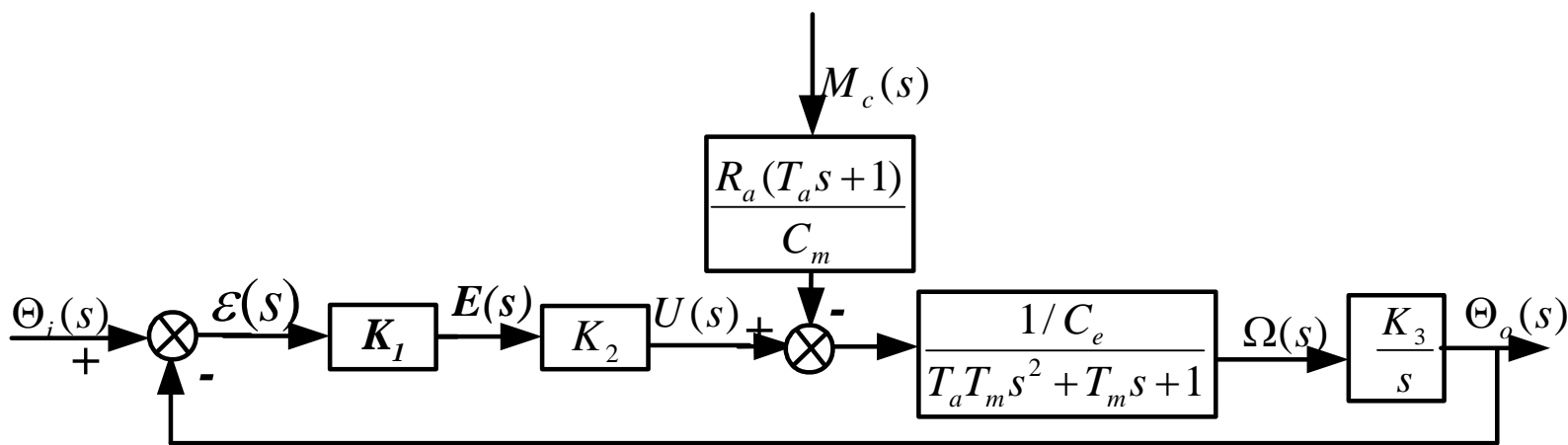
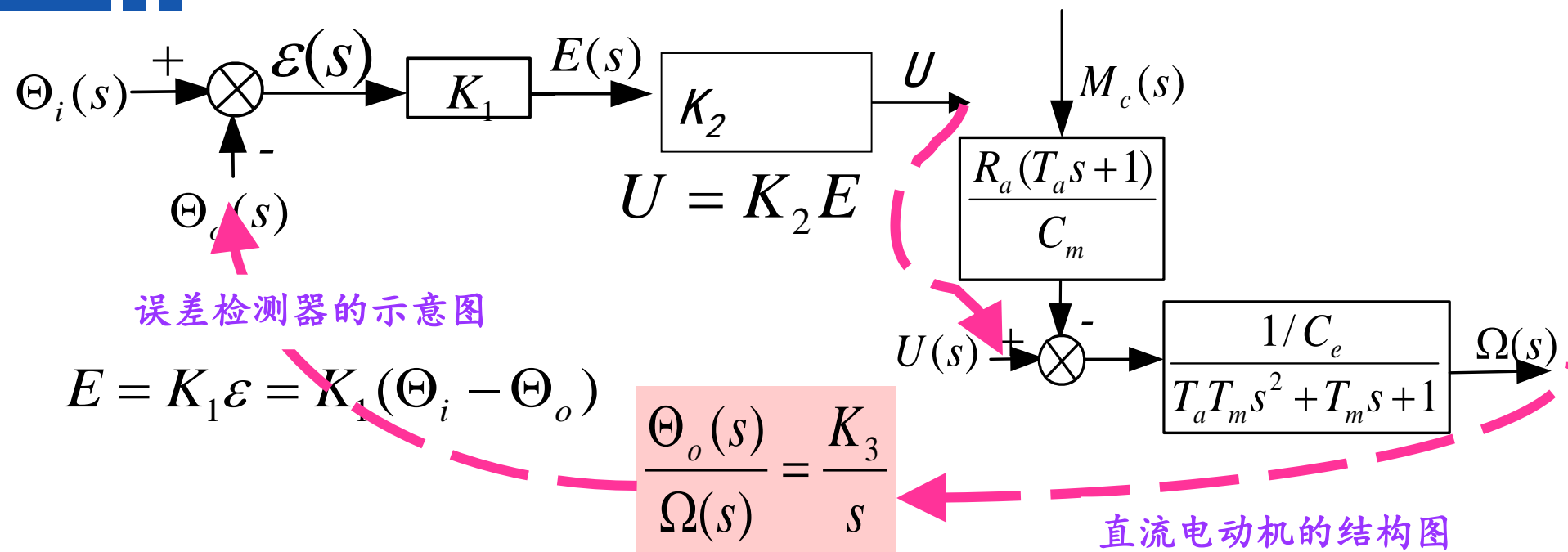






$$\Omega_m(s) = \frac{1}{C_e} \frac{1}{T_a T_m s^2 + T_m s + 1} \left[ U_a(s) - \frac{R_a (T_a s + 1)}{C_m} M_c(s) \right]$$

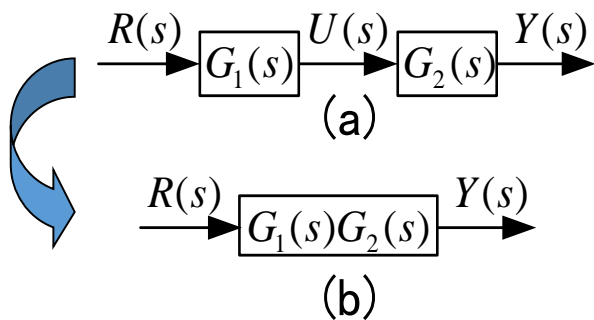




随动系统结构图

- 画结构图的目的在于求取系统的传递函数
- 通过对系统分析、环节划分等画出的结构图，有时候非常复杂，**多层交叉嵌套**，不易求取传递函数
- 任何复杂的系统结构图，其方框图的**基本连接方式只有串联、并联和反馈连接3种**。
- 结构图简化原则：**变换前后变量输入、输出量关系保持不变。即变换前后前向通路中传递函数的乘积应保持不变，回路中传递函数的乘积应保持不变。**

## 1. 串联方框的等效简化 (环节串联)



方框串联连接及其简化

$$U(s) = G_1(s)R(s)$$

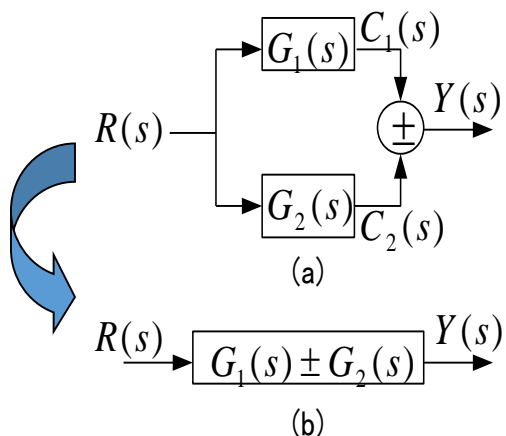
$$Y(s) = G_2(s)U(s)$$

$$Y(s) = G_1(s)G_2(s)R(s) = G(s)R(s)$$

$$G(s) = G_1(s)G_2(s)$$

- 两个方框串联连接的等效方框，等于两个方框传递函数之乘积。
- $n$ 个方框串联连接的等效方框，等于各个方框传递函数之乘积。

## 2. 并联方框的等效简化 (环节并联)



方框并联连接及其简化

$$C_1(s) = G_1(s)R(s)$$

$$C_2(s) = G_2(s)R(s)$$

$$Y(s) = C_1(s) \pm C_2(s)$$

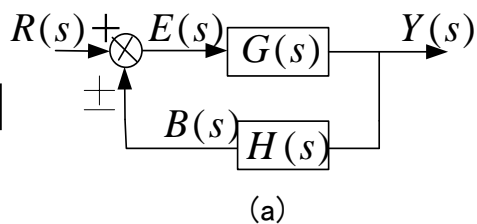
$$Y(s) = [G_1(s) \pm G_2(s)]R(s) = G(s)R(s)$$

$$G(s) = G_1(s) \pm G_2(s)$$

- 两个方框并联连接的等效方框，等于各个方框传递函数的代数和。
- 结论可推广到n个并联连接的方框情况。



## 3. 反馈连接方框图的等效简化



$$Y(s) = G(s)E(s) \quad B(s) = H(s)Y(s)$$

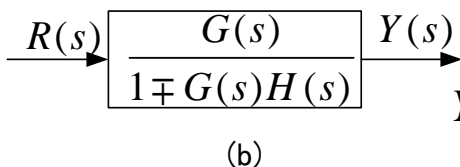
$$E(s) = R(s) \pm B(s)$$

$$H(s) = 1$$

$G(s)$ 是前向通道传递函数

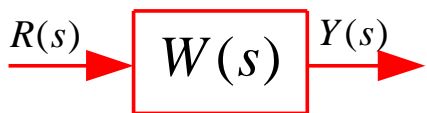
$H(s)$ 反馈通道传递函数

单位反馈系统



$$Y(s) = G(s)[R(s) \pm H(s)Y(s)] \Rightarrow Y(s) = \frac{G(s)}{1 \mp G(s)H(s)} R(s)$$

$$G_o(s) = B(s) / E(s) = G(s)H(s) \quad \text{开环传递函数}$$



反馈连接及其简化

$$Y(s) = W(s)R(s)$$

$$W(s) = \frac{G(s)}{1 \mp G(s)H(s)} = \frac{\text{前向通道传递函数}}{1 \mp \text{开环传递函数}}$$

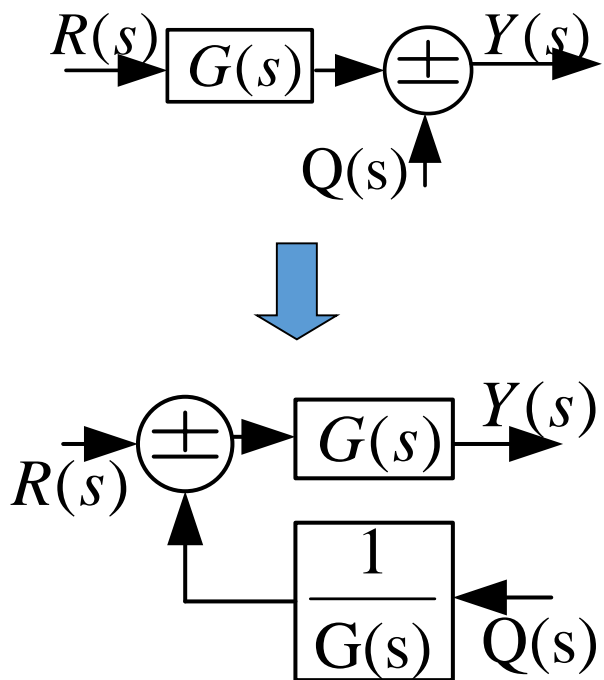
闭环传递函数

式中负号对应  
正反馈连接，  
正号对应负反  
馈连接

## 4. 比较点和引出点的移动

为了便于进行方框图串联、并联和反馈连接的运算。

## ① 比较点前移：



$$Y(s) = R(s)G(s) \pm Q(s)$$

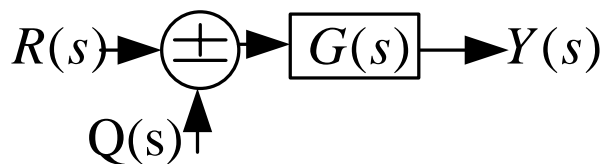
$$= \left[ R(s) \pm \frac{Q(s)}{G(s)} \right] G(s)$$

除

## 4. 比较点和引出点的移动

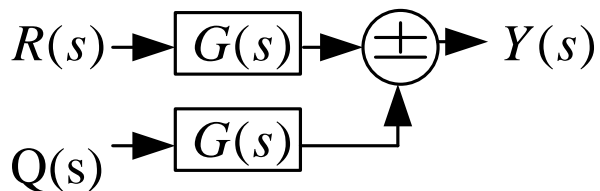
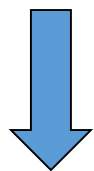
为了便于进行方框图串联、并联和反馈连接的运算。

## ② 比较点后移：



$$Y(s) = [R(s) \pm Q(s)]G(s)$$

$$= R(s)G(s) \pm Q(s)G(s)$$

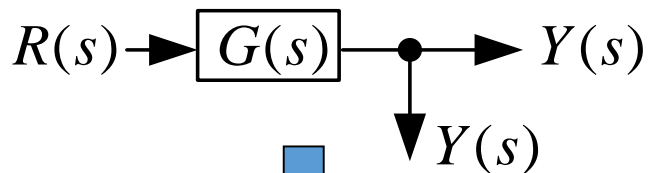


乘

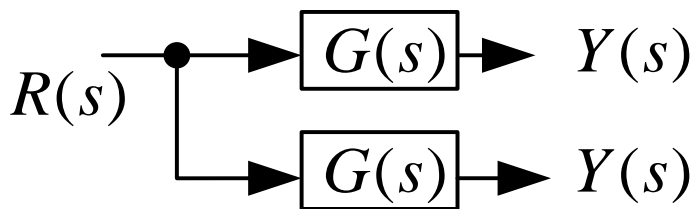
## 4. 比较点和引出点的移动

为了便于进行方框图串联、并联和反馈连接的运算。

## ③ 引出点前移：



$$Y(s) = R(s)G(s)$$

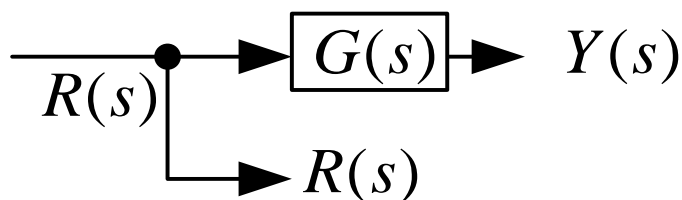


乘

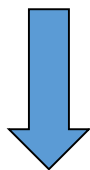
## 4. 比较点和引出点的移动

为了便于进行方框图串联、并联和反馈连接的运算。

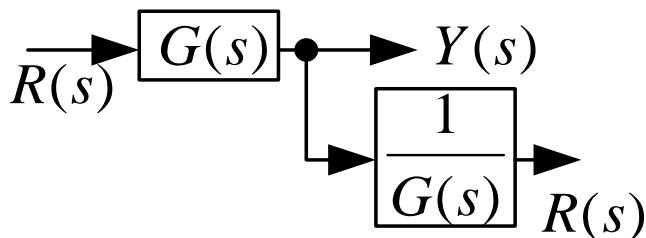
## ④ 引出点后移：



$$R(s) = R(s)G(s) \frac{1}{G(s)}$$



$$Y(s) = R(s)G(s)$$

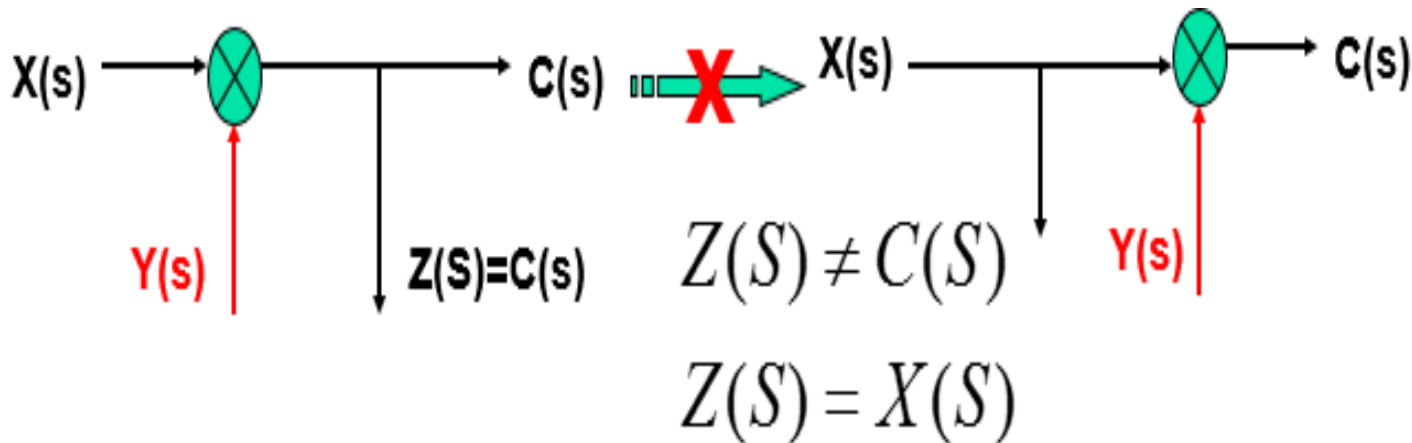


除

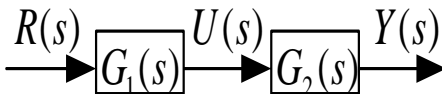
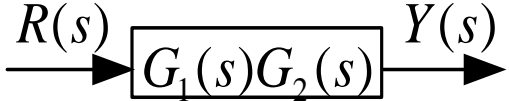
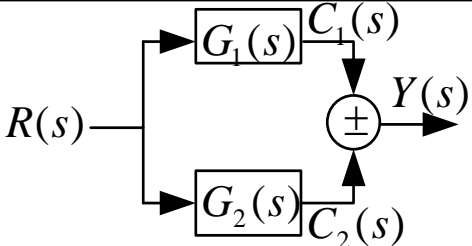
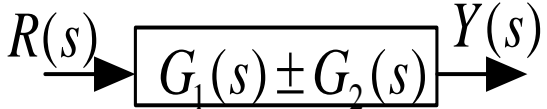
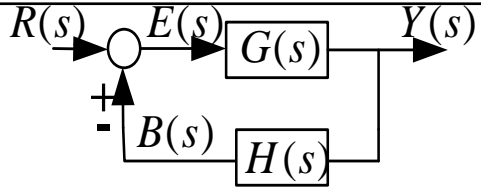
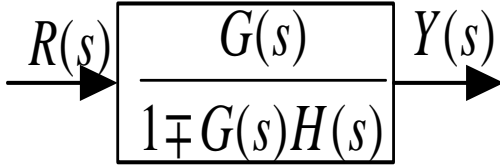
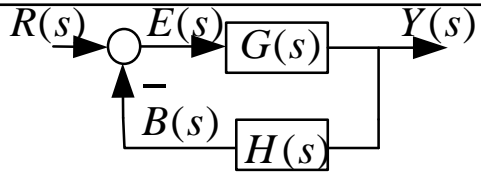
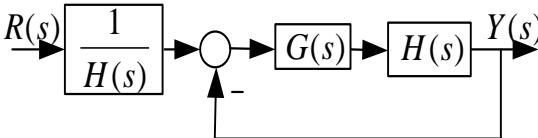
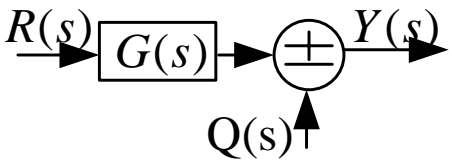
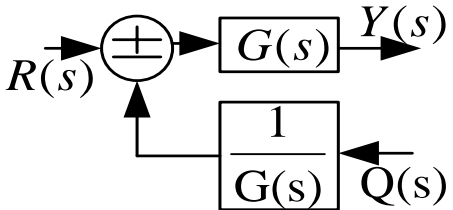
## 4. 比较点和引出点的移动——注意事项

- 比较点和引出点移动状况复杂
- 移动前后确保变量关系保持等效（即传递函数乘积不变）
- “前移”、“后移”的定义：按信号流向定义，也即信号从“前面”流向“后面”，而不是位置上的前后。
- 比较点和引出点之间不能简单互移（下页示例）

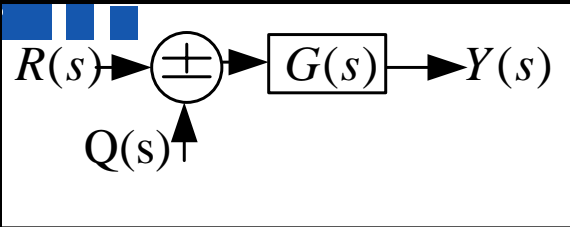
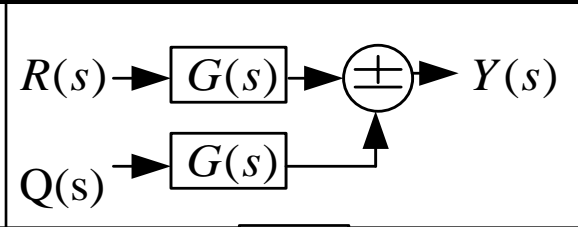
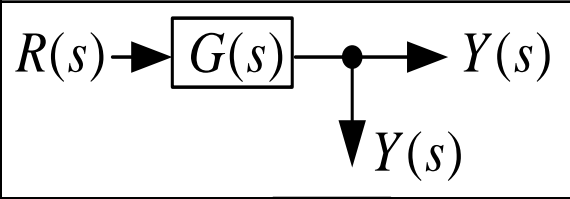
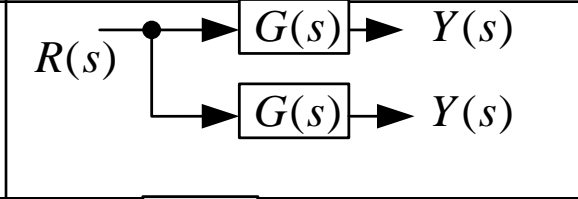
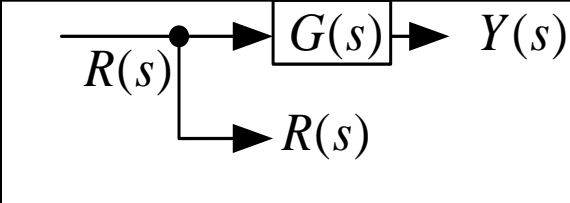
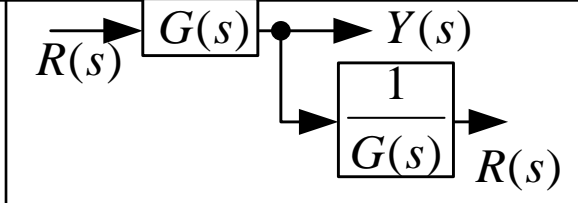
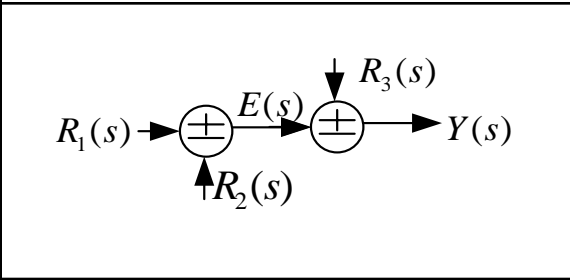
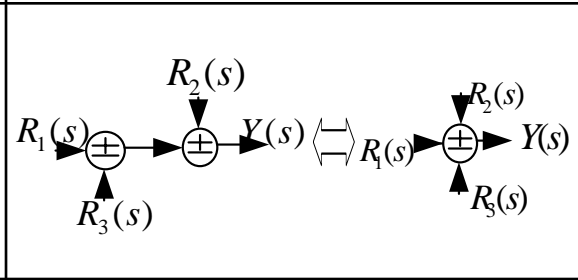
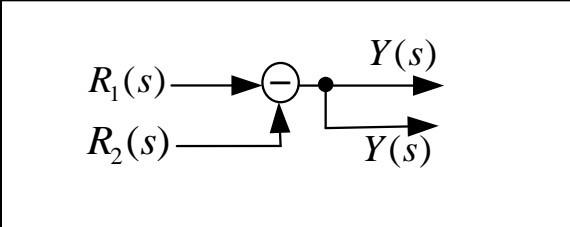
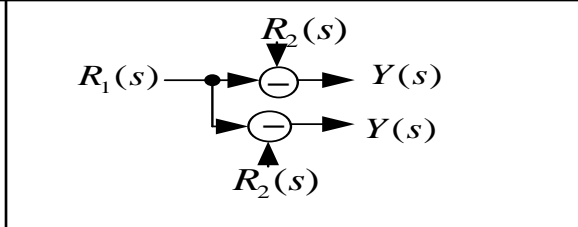
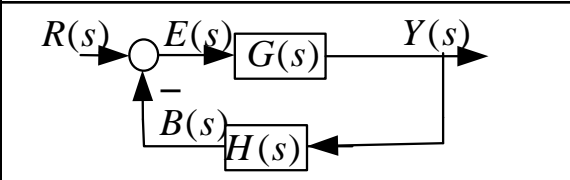
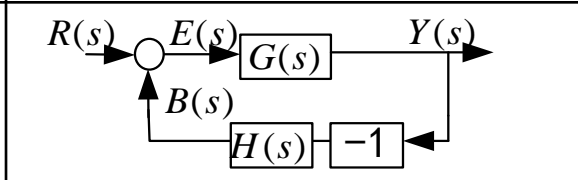
比较点和引出点的简单互移错误示例



- 简单互移后，系统的输入输出发生改变，违背了方块图变换的基本原则
- 如果要进行比较点和引出点的互换，必须进行支路增加
- 互移后结构图复杂化，不符合简化原则，不建议互移

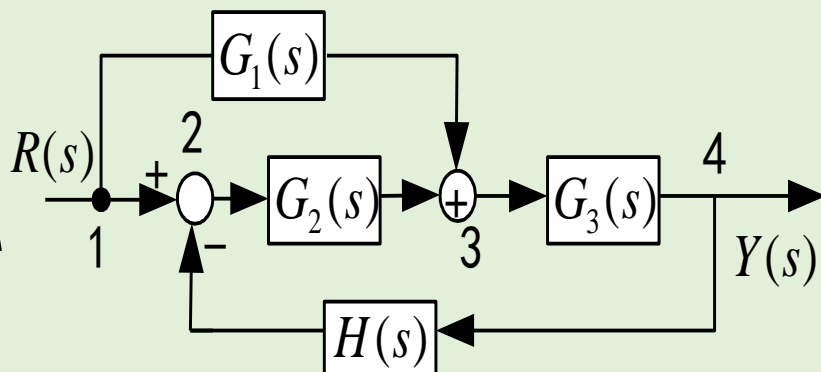
原方框图	等效方框图	等效运算关系
		<b>串联等效</b> $Y(s) = G_1(s)G_2(s)R(s)$
		<b>并联等效</b> $Y(s) = [G_1(s) \pm G_2(s)]R(s)$
		<b>反馈等效</b> $Y(s) = \frac{G(s)R(s)}{1 \mp G(s)H(s)}$
		<b>等效单位反馈</b> $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{H(s)} \frac{G(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)}$
		<b>比较点前移</b> $Y(s) = R(s)G(s) \pm Q(s)$ $= \left[ R(s) \pm \frac{Q(s)}{G(s)} \right] G(s)$



		<p>比较点后移</p> $Y(s) = [R(s) \pm Q(s)]G(s)$ $= R(s)G(s) \pm Q(s)G(s)$
		<p>引出点前移</p> $Y(s) = R(s)G(s)$
		<p>引出点后移</p> $R(s) = R(s)G(s) \frac{1}{G(s)}$ $Y(s) = R(s)G(s)$
		<p>交换或合并比较点</p> $Y(s) = E_1(s) \pm R_3(s)$ $= R_1(s) \pm R_2(s) \pm R_3(s)$ $= R_1(s) \pm R_3(s) \pm R_2(s)$
		<p>交换比较点和引出点 (支路增加不宜采用)</p> $Y(s) = R_1(s) - R_2(s)$
		<p>负号在支路上移动</p> $E(s) = R(s) - H(s)Y(s)$ $= R(s) + H(s) \times (-1)Y(s)$

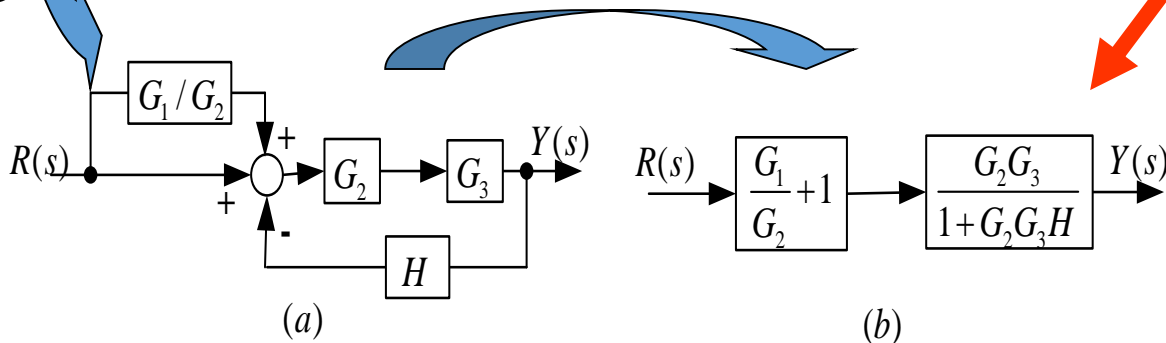
简化目标与方法：仅含串联、并联、反馈连接，变交叉嵌套为层层嵌套

例2.6 输入补偿型复合控制系统，求系统传递函数

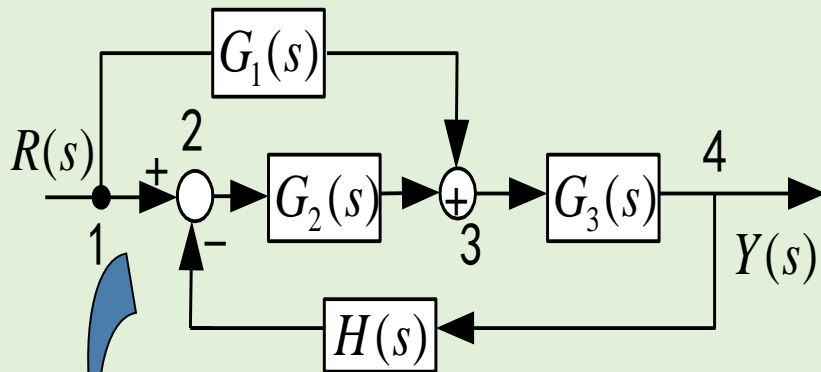


$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{(G_1 + G_2)G_3}{1 + G_2G_3H}$$

方法1: 3前移至2

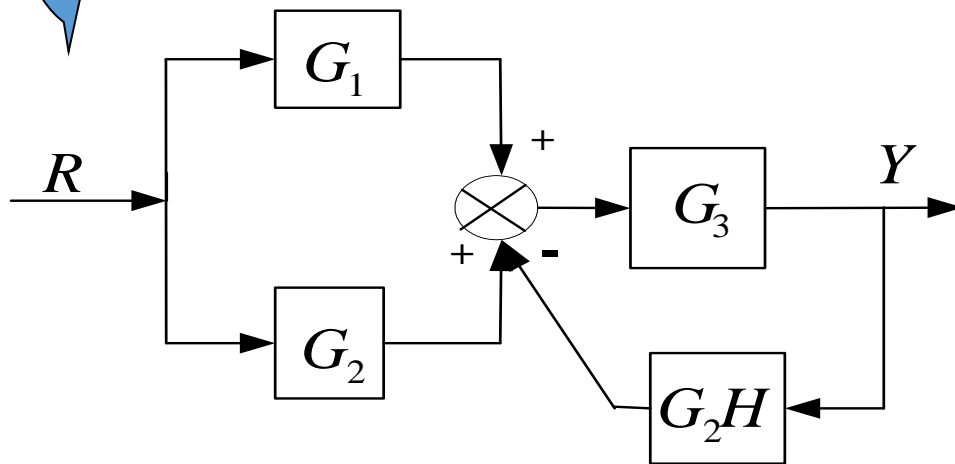


例2.6 输入补偿型复合控制系统，求系统传递函数

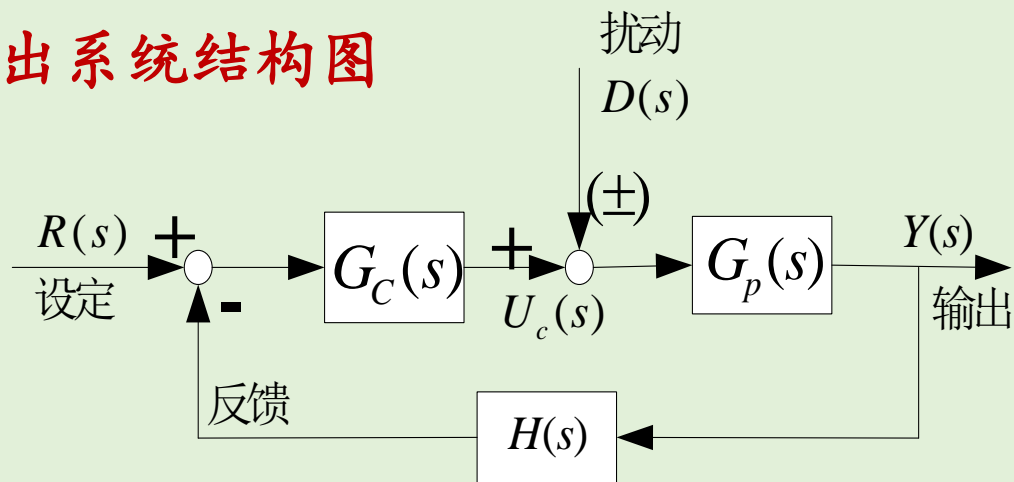


$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{(G_1 + G_2)G_3}{1 + G_2G_3H}$$

方法2: 2后移至3



## 例2.7 两输入单输出系统结构图



同一系统, 不同的输入和输出, 具有不同的传递函数。

线性系统的叠加性原理

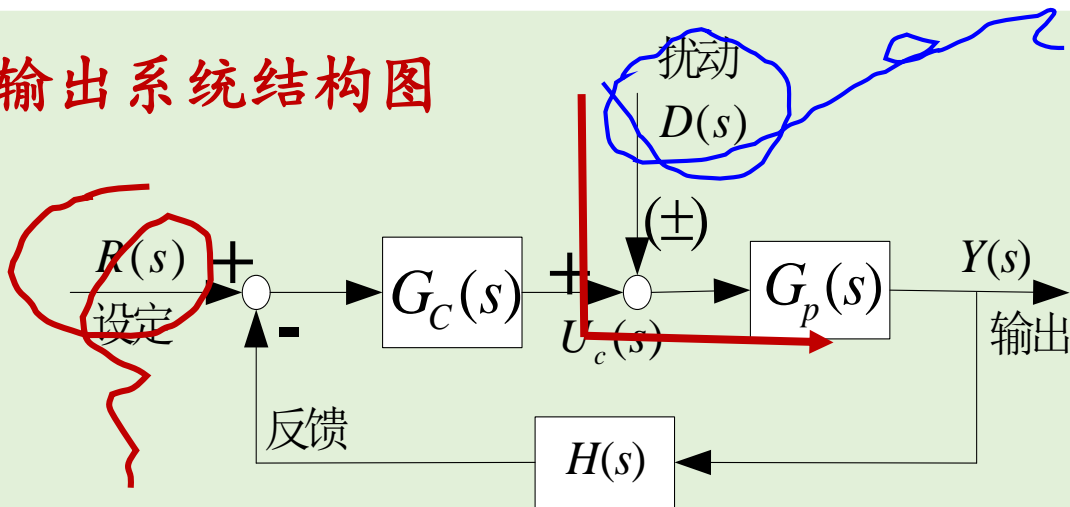
$$G_R(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} \Big|_{D(s)=0}$$



$$Y(s) = G_R(s)R(s) + G_D(s)D(s)$$

$$G_D(s) = \frac{Y(s)}{D(s)} \Big|_{R(s)=0}$$

## 例2.7 两输入单输出系统结构图



1) 当  $D(s)=0$  时为单闭环结构, 根据闭环结构图简化规则, 则

$$G_R(s) = \frac{\text{前向通道传递函数}}{1 + \text{开环传递函数}} = \frac{G_C(s)G_p(s)}{1 + G_C(s)G_p(s)H(s)}$$

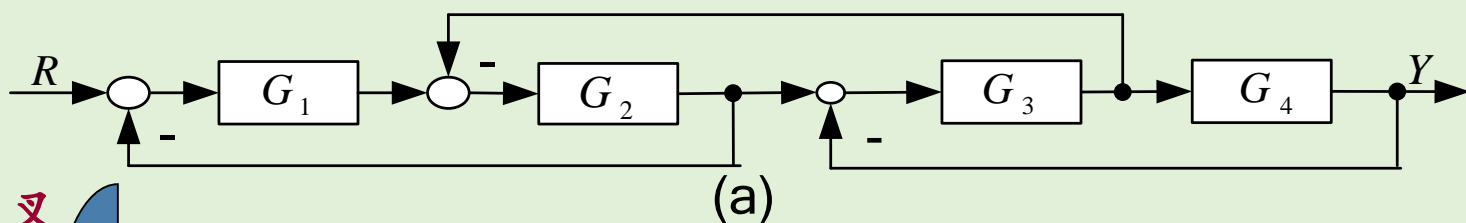
系统总输出可由迭加定理确定:

$$Y(s) = G_R(s)R(s) + G_D(s)D(s) = \frac{G_C(s)G_p(s)R(s) \pm G_p(s)D(s)}{1 + G_C(s)G_p(s)H(s)}$$

2) 当  $R(s)=0$  时, 前向通道传递函数为  $G_p(s)$ , 而开环传递函数不变,  $H(s)$  的负反馈顺延至  $U_c(s)$  处, 注意  $D(s)$  极性可正可负, 则

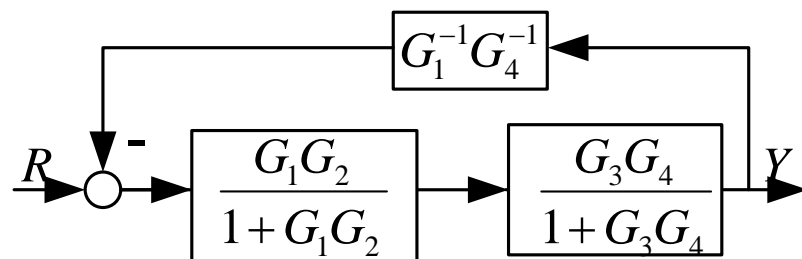
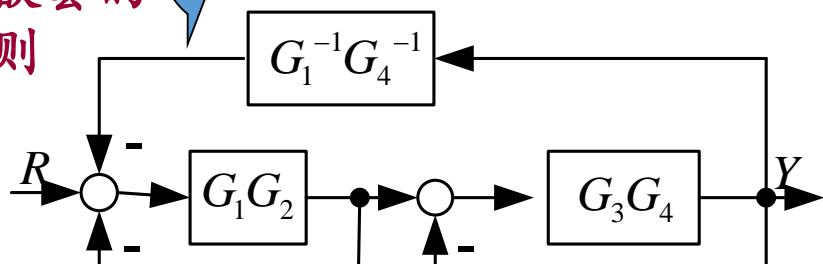
$$G_D(s) = \pm \frac{\text{前向通道传递函数}}{1 + \text{开环传递函数}} = \pm \frac{G_p(s)}{1 + G_C(s)G_p(s)H(s)}$$

## 例2.7 交叉嵌套结构图简化



解除交叉  
使所有闭  
环形成自  
里向外逐  
层嵌套的  
原则

自内层闭环开始逐层向外求闭环结构的传递函数



$$G = \frac{Y}{R} = \frac{\frac{G_1 G_2}{1 + G_1 G_2} \frac{G_3 G_4}{1 + G_3 G_4}}{1 + \frac{G_2 G_3}{(1 + G_1 G_2)(1 + G_3 G_4)}} = \frac{G_1 G_2 G_3 G_4}{(1 + G_1 G_2)(1 + G_3 G_4) + G_2 G_3}$$

### 结构图简化原则——总结

- 利用串联、并联和反馈的结论进行简化
- 解除交叉嵌套，变成大闭环路套小闭环路
- 解除交叉点（同类互移）

比较点移向比较点：比较点之间可以互移

引出点移向引出点：引出点之间可以互移

**\*比较点与引出点不可简单互移\***

## □ 线性系统的结构图

是描述系统各元部件之间信号传递关系的图形化数学模型。

作用原理（方框图） + 数学模型 → 结构图

## □ 结构图的构成

4种元素：信号线、引出点、比较点、方框

## □ 结构图的等效变换和简化

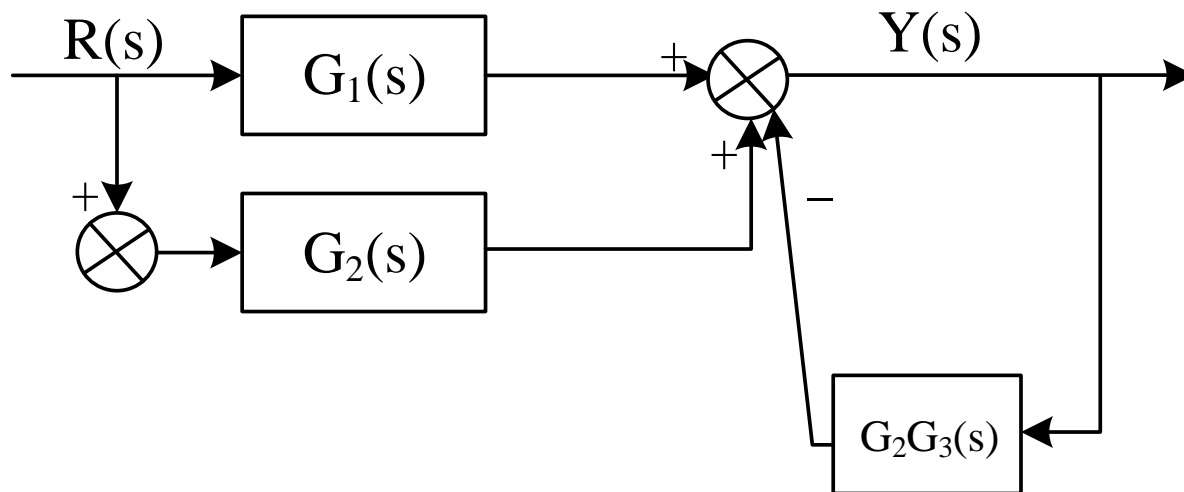
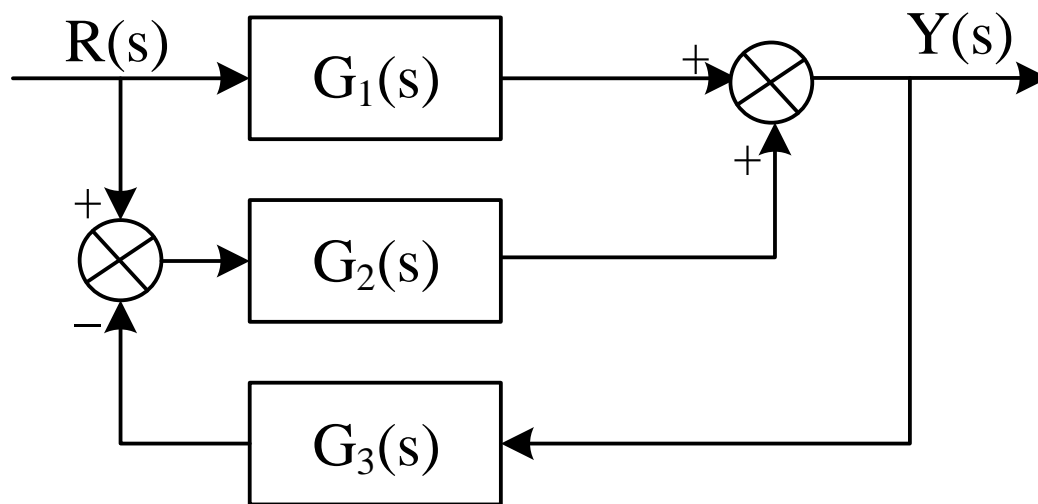
串联、并联和反馈连接

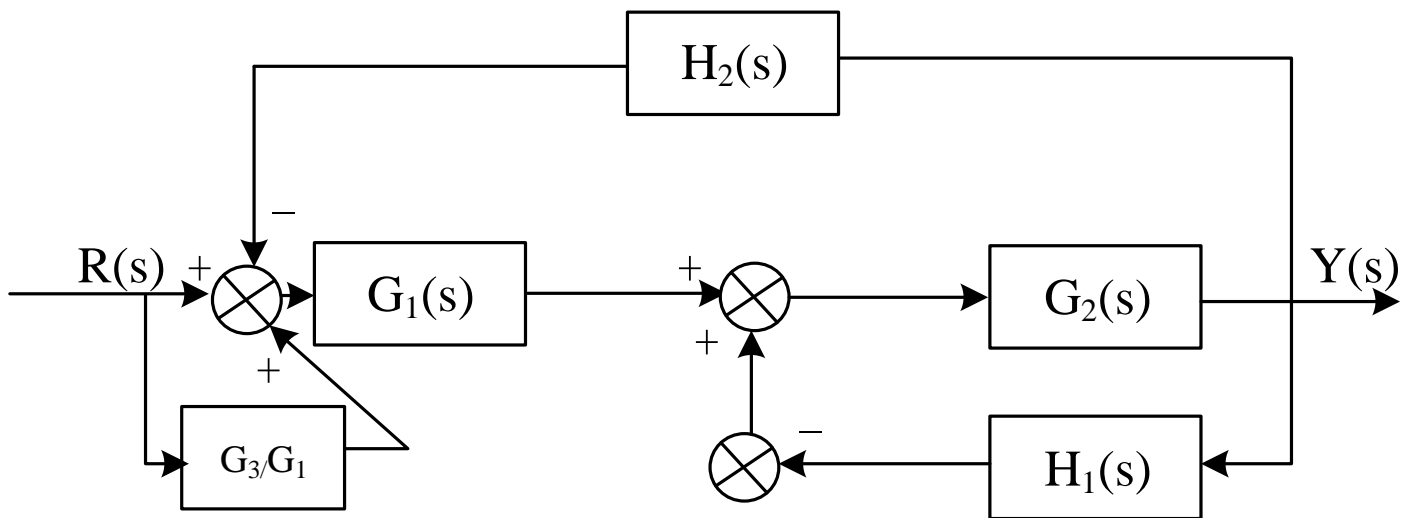
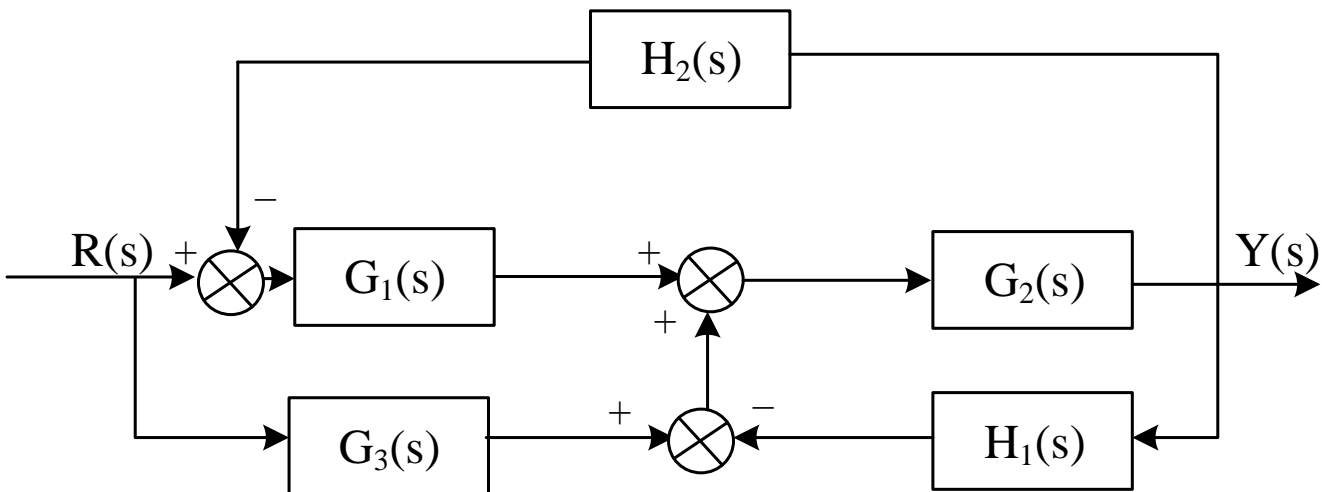
比较点和引出点的移动

## □ 复杂结构图的简化

解除交叉（同类互移），变交叉嵌套为层层嵌套







□ 2.9 (f)



写清题号，不用抄题；