西安交通大学
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY

自 动 控 制 理 论

Automatic Control Theory

工业自动化系

线性系统的稳态误差计算

误差定义：输入端（作用误差）、输出端

系统类型(型数)：前向通道积分环节个数

稳态误差系数及稳态误差计算

系统类型	稳态误差系数			稳态误差		
	K_p	K_v	K_a	$r(t)=1(t)$	$r(t)=t$	$r(t)=t^2/2$
0型	K	0	0	$\frac{1}{1+K}$	∞	∞
Ⅰ型	∞	K	0	0	$\frac{1}{K}$	∞
Ⅱ型	∞	∞	K	0	0	$\frac{1}{K}$

扰动作用下的稳态误差（令R(s）=0）

线性系统的根轨迹法 04

- □ 根轨迹的基本概念
- □ 根轨迹的基本条件
- □ 绘制根轨迹的基本规则（9条）
- □ 参量根轨迹的绘制
- □ 根轨迹分析控制系统性能

4 线性系统的根轨迹法

- 分析研究控制系统的性能时，确定闭环极点在平面上的位置就显得特别重要。
- 闭环系统的稳定性，完全由它的闭环极点（即特征方程的特征根）在平面上的分布情况所决定，系统的动态性能也与闭环极点在平面上的位置密切相关。
- 尤其在设计控制系统时，已知开环系统传递函数，希望通过设计控制器调整开环极点、零点使闭环极点、零点处在s平面上所期望的位置。

- **闭环极点的位置与系统参数有关**，当系统的参数已经确定时，要知道闭环极点在平面上的位置，就要求解闭环系统的特征方程。
- **当特征方程阶次较高，尤其系统参数变化时**，需要多次求解特征方程，计算相当麻烦，且看不出系统参数变化对闭环极点分布影响的趋势，这对分析、设计控制系统是很不方便的。

4 线性系统的根轨迹法

- 1948年伊凡思（W. R. Evans）提出一种求取闭环系统特征方程的特征根的图解法，称为根轨迹法。
- 利用这一方法，可以根据已知开环系统极点、零点分布的基础上，当一个或某些系统参数变化时，确定闭环极点随参数变化的轨迹，进而研究闭环系统极点分布变化的规律。

4 线性系统的根轨迹法

□应用根轨迹法，只需进行简单计算就可得知系统一个或某些系统参数变化对闭环极点的影响趋势。这种定性分析在研究系统性能和提出改善系统性能的合理途径方面具有重要意义。

□根轨迹法简单、实用，既适用于线性定常连续系统，也适用于线性定常离散系统，因而它在控制工程中得到了广泛应用，已成为经典控制理论的基本分析方法之一。

4.1 根轨迹法的基本概念

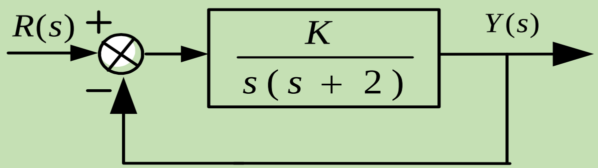
什么是根轨迹？

所谓根轨迹，是指当系统的某个参数（如开环根轨迹增益）由零连续变化到无穷大时，闭环特征方程的特征根在*s*平面上形成的若干条曲线。

大多数情况下，我们研究的都是开环根轨迹增益参数的影响

4.1 根轨迹法的基本概念

例：研究特征根随K的变化规律



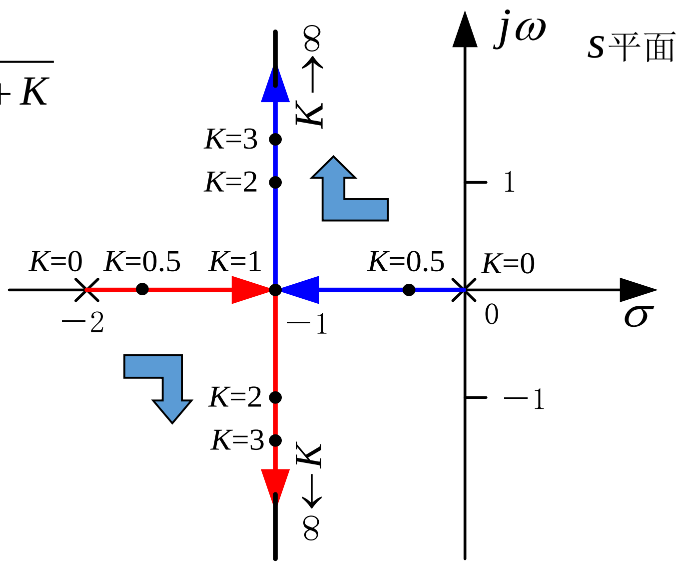
两个开环极点$-p_1=0$，$-p_2=-2$，且没有开环零点，将开环极点绘制在图上。

闭环传递函数为：$W(s)=\dfrac{G(s)}{1+G(s)}=\dfrac{K}{s(s+2)+K}$

特征方程为：$s^2+2s+K=0$

特征根（极点）为：$\begin{cases} s_1=-1+\sqrt{1-K} \\ s_2=-1-\sqrt{1-K} \end{cases}$

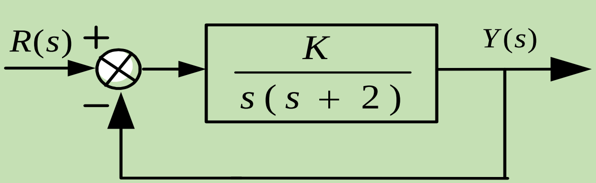
$\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$



特征根随*K*取值的不同而变化（图中箭头方向是特征根移动方向）：

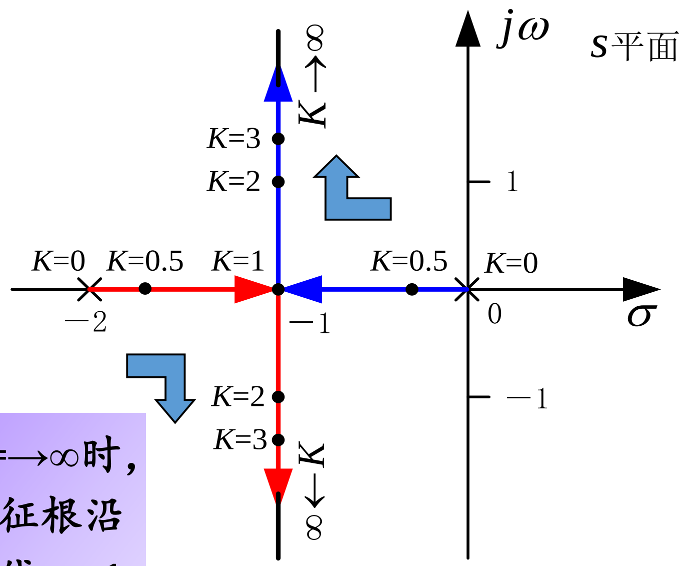
K	0	0.5	1	2	3	······	∞
s_1	0	−0.29	−1	−1+j	−1+j1.41	······	$-1+j\infty$
s_2	−2	−1.71	−1	−1−j	−1−j1.41	······	$-1-j\infty$

例：研究特征根随K的变化规律



特征根随*K*取值的不同而变化（图中箭头方向是特征根移动方向）：

K	0	0.5	1	2	3	……	∞
s_1	0	−0.29	−1	−1+j	−1+j1.41	……	$-1+j\infty$
s_2	−2	−1.71	−1	−1−j	−1−j1.41	……	$-1-j\infty$



K=0时，特征根（闭环极点）与开环极点重合；

0<*K*<1时，特征根均为(-2,0)区间负实根，阶跃响应曲线相当于ζ>1过阻尼情况。

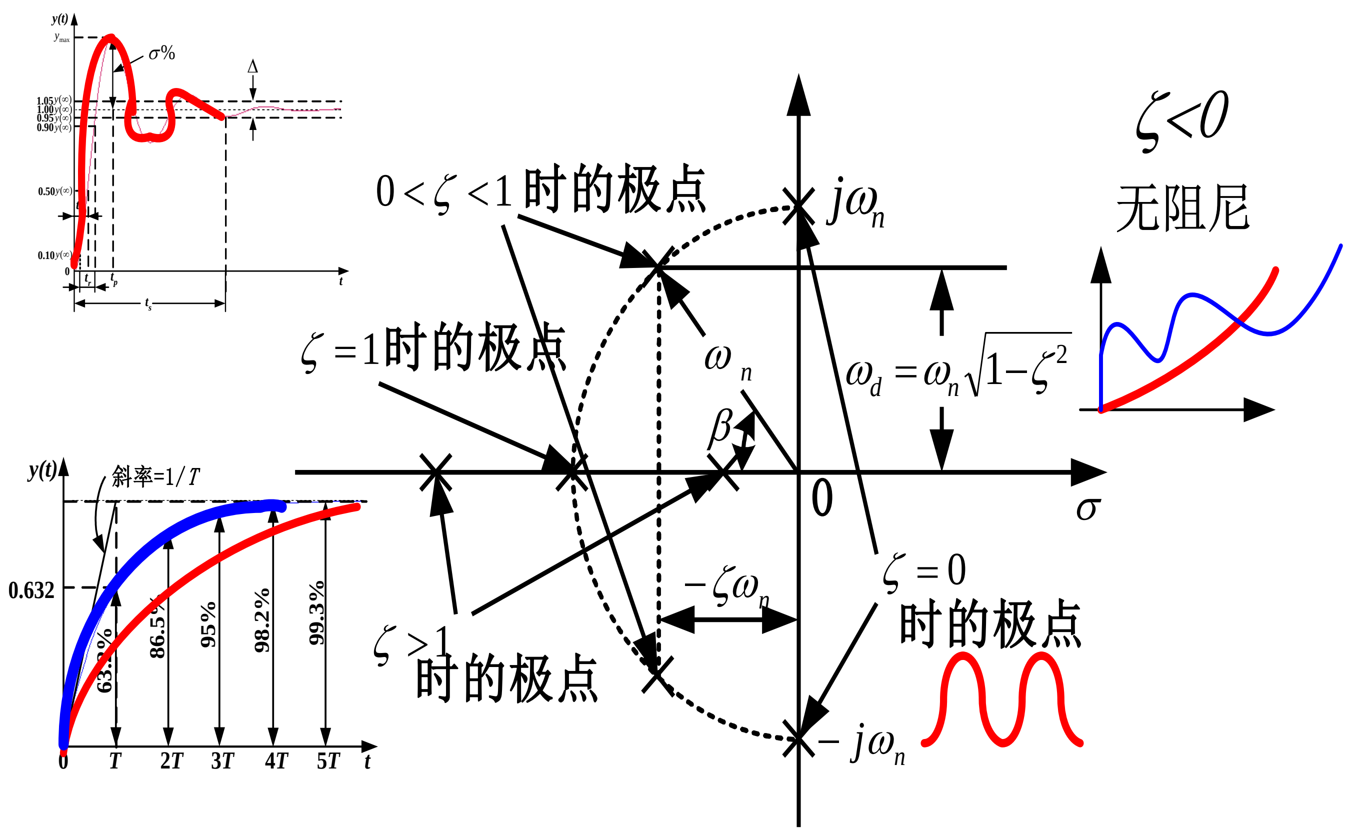
K=1时，特征根重合，阶跃响应曲线相当于ζ=1临界阻尼情况。

1<*K*<∞时，特征根互为共轭，阶跃响应曲线相当于0<ζ<1欠阻尼情况。

K=→∞时，特征根沿直线σ=-1趋于无穷；

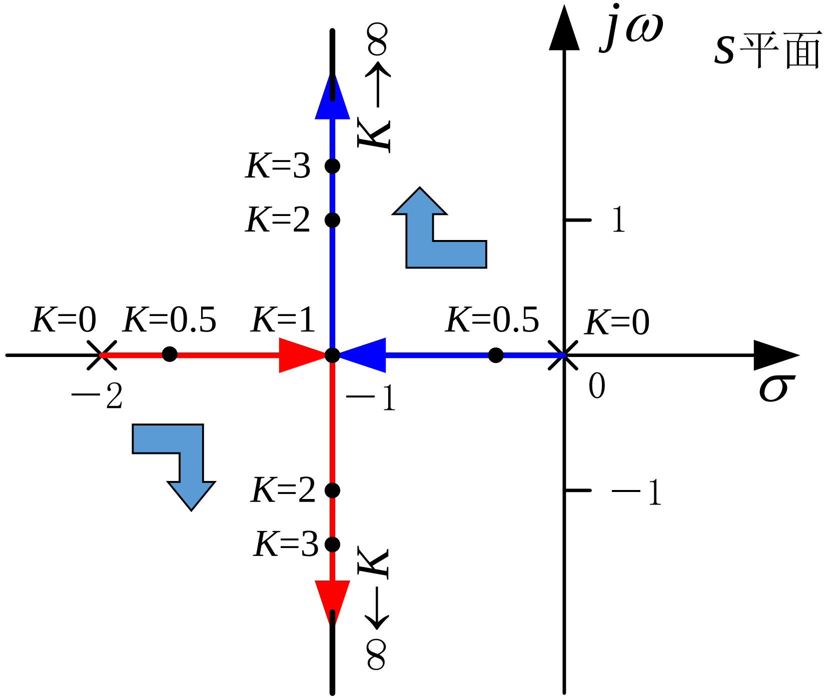
4.1 根轨迹法的基本概念

$$W(s)=\frac{K}{s^2+2s+K}\qquad \zeta=\frac{1}{\sqrt{K}}\qquad W(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$

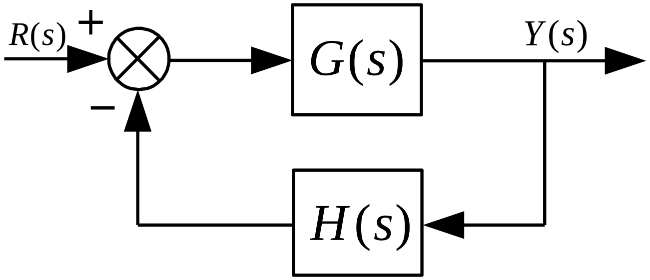


4.1 根轨迹法的基本概念

- 通过分析系统的根轨迹图可以清楚地看出闭环系统极点随系统某个参数变化的关系，由此可以判断系统的稳定范围以及分析系统动态性能。
- 绘制根轨迹时选择的可变参数可以是系统的任何参量，但实际中最常用的是系统的开环根轨迹增益（零极点形式下K）。



4.2 根轨迹法的基本条件



开环传递函数： $G(s)H(s)$

闭环传递函数： $W(s)=\dfrac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$

特征方程式： $1+G(s)H(s)=0$

根轨迹上的每个点都是特征方程的根，都必须满足特征方程式。凡s平面上满足特征方程式的点均在根轨迹上，根轨迹是这些点的集合。

特征方程式➡根轨迹的基本方程：

$$G(s)H(s)=-1$$

根轨迹的基本方程

为了便于求得闭环极点和开环零、极点的关系，将开环传函写成开环零极点形式：

$$G(s)H(s)=\frac{K\prod_{j=1}^{m}(s+z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s+p_i)}$$

则根轨迹基本方程另一种形式：

$$\frac{K\prod_{j=1}^{m}(s+z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s+p_i)}=-1$$

- 满足此方程的点为系统的闭环极点（特征根），而$-z_j$、$-p_i$ 为系统的开环零点和开环极点，所以此式表示了系统闭环极点(特征根）与系统开环零、极点之间的关系。
- 基于这种关系，就可以根据系统开环零极点的分布求出系统闭环极点的位置。

4.2 根轨迹法的基本条件

根轨迹的基本方程

根轨迹基本方程是复数方程，可用它的幅值和相角表示，这样就可得到根轨迹的幅值条件和相角条件 。

$$\frac{K\prod_{j=1}^{m}(s+z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s+p_i)}=-1$$

幅值条件：
$$\frac{K\prod_{j=1}^{m}|s+z_j|}{\prod_{i=1}^{n}|s+p_i|}=1$$
与*K*有关

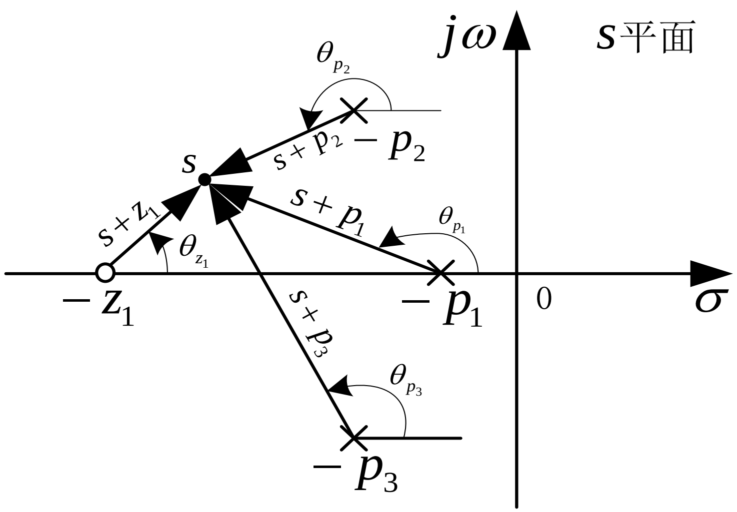
相角条件：
$$\sum_{j=1}^{m}\theta_{zj}-\sum_{i=1}^{n}\theta_{pi}=\pm(2k+1)180^\circ$$
与*K*无关

$$\theta_{zj}=\angle(s+z_j)\qquad \theta_{pi}=\angle(s+p_i)\qquad k=0,1,2\ldots$$

- 若要确定某个特征根，将它代入幅值条件方程，总能求出对应的K值，即s平面上某一点，只要满足根轨迹相角条件，总可使它满足幅值条件。
- 绘制根轨迹时，只依据根轨迹的相角条件，而幅值条件则主要用来确定各点相应的*K*值大小。

用作图法判断s平面上某一点是否符合根轨迹的相角条件

设系统的开环零极点分布如图所示，取s为试验点，从开环零极点指向s点的向量及其与正实轴的夹角也在图中标出。



若这些相角满足相角条件：

$$\theta_{z_1} - (\theta_{p_1} + \theta_{p_2} + \theta_{p_3}) = \pm(2k+1)180^\circ$$
$$k = 0,1,2,\cdots$$

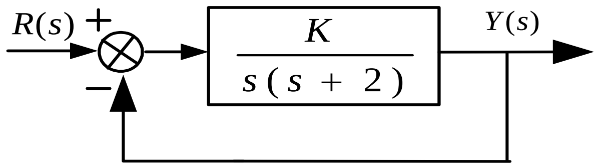
则s点为根轨迹上的一个点，并可求出该点对应的根轨迹增益K值：

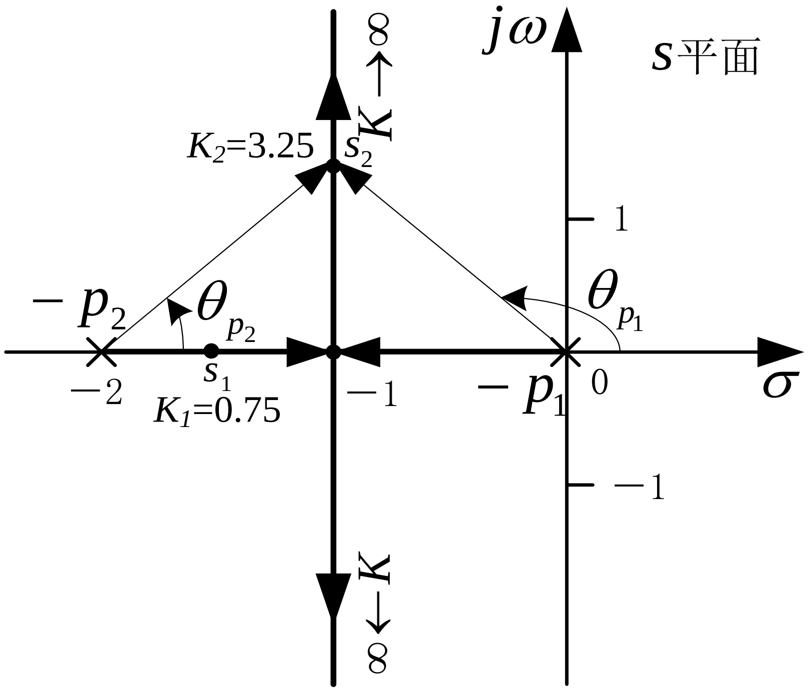
$$K = \frac{|s+p_1||s+p_2||s+p_3|}{|s+z_1|}$$

试探法逐点绘制根轨迹是很麻烦的，接下来将介绍绘制根轨迹的基本规则。

4.2 根轨迹法的基本条件

例4. 1： 系统的根轨迹如图所示，试检验根轨迹是否满足相角条件，并求根轨迹上点s_1= -1.5+j0和s_2= -1+j1.5点所对应的K值。





解：①实轴上极点$-p_1$和$-p_2$之间是根轨迹，因为$-p_1$和$-p_2$之间的任何试验点（如 s_1）的相角为：

$$0^\circ-(180^\circ+0^\circ)=-180^\circ$$

满足根轨迹的相角条件

②s平面上σ=-1这条直线也是根轨迹，线上任何一点（如 s_2）的相角为：

$$0^\circ-(\theta_{P_1}+\theta_{P_2})=-180^\circ$$

满足根轨迹的相角条件

对于点 s_1，根轨迹增益K值为：

$$K_1=|s_1||s_1+2|=|-1.5+j0||-1.5+j0+2|=0.75$$

对于点 s_2，根轨迹增益K值为：

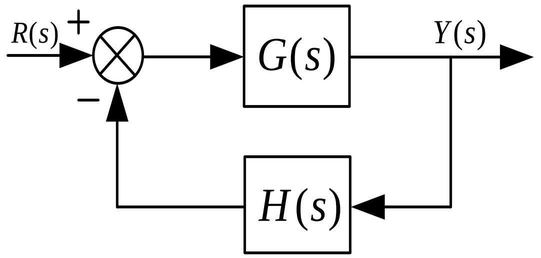
$$K_2=|s_2||s_2+2|=|-1+j1.5||-1+j1.5+2|=3.25$$

4.3 绘制根轨迹的基本规则

- 在s平面上用试探法逐点绘制根轨迹是很麻烦的，也不便应用。
- 实际上，通过分析可以找出绘制根轨迹的一些基本规则，掌握了这些规则，就可以方便地画出根轨迹的大致形状，并可为精确绘制根轨迹指明方向。
- 基本规则可归纳为9条：涉及方程形式、分支数及起点终点、在实轴上的分布、对称性、渐近线、分离点与会合点、出射角与入射角、与虚轴交点、根之和与根之积。

4.3 绘制根轨迹的基本规则

规则1　绘制根轨迹的方程形式



特征方程式/根轨迹基本方程：

$$1+G(s)H(s)=0$$

将所关心的变化参数，即*K*参变量化为乘积因子的形式：

$$1+KP(s)=0$$

乘积因子*P*(*s*)转化为零点、极点形式：

$$1+\frac{K\prod_{j=1}^{m}(s+z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s+p_i)}=0$$

以下规则是按照该形式进行讨论的，所以其它形式的传递函数都要转化为该根轨迹的基本方程。

规则2　根轨迹的分支数及起点和终点

根轨迹基本方程：
$$1+\frac{K\prod_{j=1}^{m}(s+z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s+p_i)}=0 \Rightarrow \prod_{i=1}^{n}(s+p_i)+K\prod_{j=1}^{m}(s+z_j)=0$$

- K由0→∞变化时，特征方程式中的任何一个根由起点连续地向其终点变化的轨迹称为根轨迹的一个分支。
- 因为$n \geq m$，则特征方程s最高阶数 =开环极点数n，即有n条根轨迹（分支）。

根轨迹的起点就是$K=0$时特征方程根的位置。

$$\prod_{i=1}^{n}(s+p_i)=0 \Longleftrightarrow \text{开环特征方程}$$

根轨迹的起点 $s = -p_i(i=1,2,\ldots,n)$就是系统开环传递函数的极点。

规则2　根轨迹的分支数及起点和终点

当$K \to \infty$ 时，特征方程根的极限位置就是根轨迹的终点。

$$\frac{K\prod_{j=1}^{m}(s+z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s+p_i)} = -1 \Rightarrow \frac{\prod_{j=1}^{m}(s+z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s+p_i)} = -\frac{1}{K}$$

两种情况可满足方程：

1）分子等于0，即 $$\prod_{j=1}^{m}(s+z_j) = 0$$

开环传递函数的m个零点是m条根轨迹分支的终点。

2）分母等于∞，即 $$s \to \infty e^{j\varphi}$$

当$n \geq m$时，根轨迹其余的$(n-m)$ 条根轨迹分支的终点在无限远处。

规则2 根轨迹的分支数及起点和终点

- 如果把根轨迹在无限远处的终点称为无限零点，则根轨迹的终点有m个有限零点，$(n-m)$个无限零点。
- 对于一个n阶系统，当参变量K从零到无穷大变化时，根轨迹有n条分支，它们分别从n个开环极点出发，其中有m条根轨迹分支终止在m个有限开环零点上，其余$(n-m)$条根轨迹分支终止在$(n-m)$个无限零点上。
- 特别注意的是，在绘制根轨迹时，不要将终止在无限零点上的根轨迹分支漏掉。

4.3 绘制根轨迹的基本规则

规则2　根轨迹的分支数及起点和终点

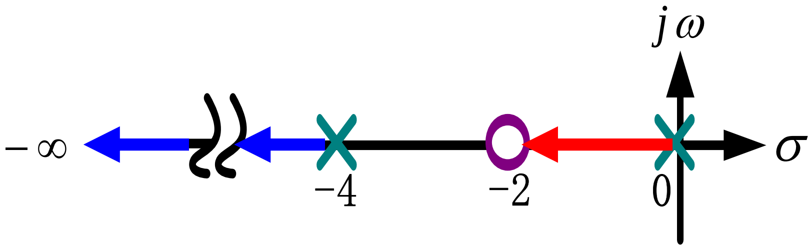
例 系统开环传函如右所示，绘制K′（根轨迹增益=2×开环增益K）的参数根轨迹。

$$G(s)H(s)=\frac{K\left(\frac{1}{2}s+1\right)}{s\left(\frac{1}{4}s+1\right)}=\frac{2K(s+2)}{s(s+4)}=K^{'}\frac{(s+2)}{s(s+4)}$$

解：

1）起止点： $S_{X_1}=0,\ \ S_{X_2}=-4,\ \ S_{O_1}=-2,\ \ S_{O_2}=-\infty$。

2）实轴上的根轨迹：



规则3 根轨迹在实轴上的分布

设实轴上点s_t在根轨迹上，$-z_1$和$-p_i$(i=1, 2, 3, 4, 5)分别为开环零极点，即根轨迹的起止点，则

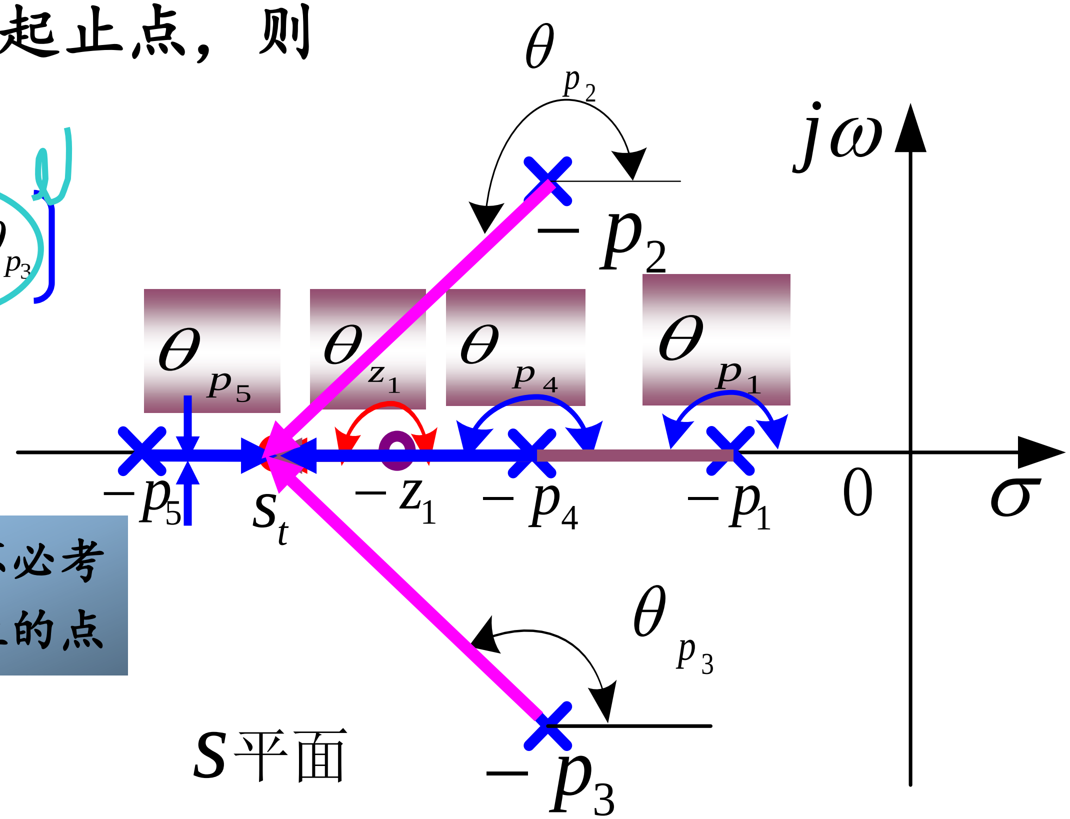
$$\theta_{z_1}-\theta_{p_1}-\theta_{p_4}-\theta_{p_5}\left[-\theta_{p_2}-\theta_{p_3}\right]$$

$$=\pi-\pi-\pi-0-\left[(2\pi)\right]$$

$$=-\pi$$

（满足相角条件）

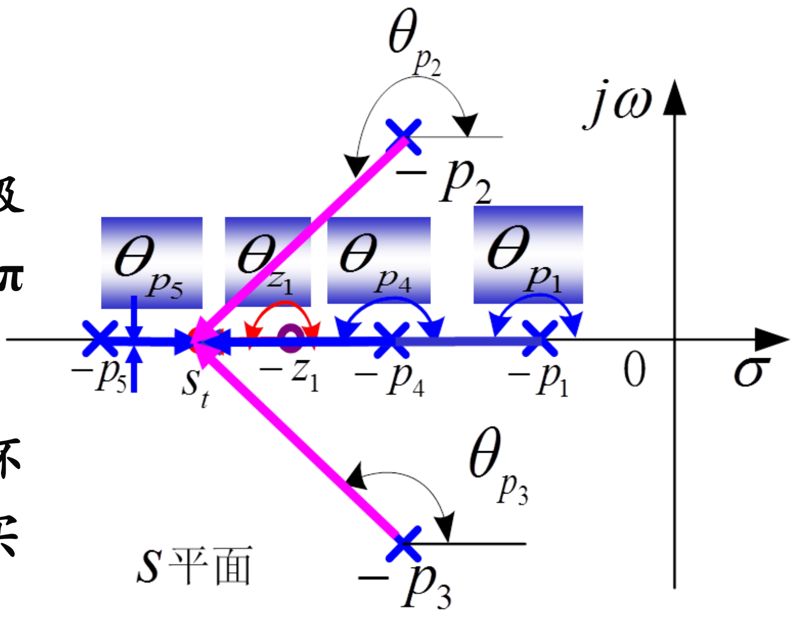
计算时可不必考虑复平面上的点



规则3 根轨迹在实轴上的分布

由以上分析可以看出：

- 位于s_t点右方实轴上的每一个开环极点和零点指向s_t点向量的相角均为π（也可表示为-π）；
- 而位于s_t点左方实轴上的每一个开环极点和零点指向s_t点向量，由于和实轴的指向一致，其相角均为0。
- 一对共轭极点（共轭零点）指向s_t点向量的相角（和）为2π，因此它们不会影响实轴上根轨迹的确定。



实轴上根轨迹的确定完全取决于试验点s_t右方实轴上开环极点和零点数之和的数目。

规则3 根轨迹在实轴上的分布

由根轨迹相角条件得：

$$\sum_{j=1}^{m}\theta_{zj}-\sum_{i=1}^{n}\theta_{pi}=\pm(2k+1)180^{\circ}$$

$$\sum_{j=1}^{m}\angle(s+z_j)-\sum_{i=1}^{n}\angle(s+p_i)=(m_t+n_t)\pi=\pm(2k+1)180^{\circ},\quad k=0,1,2\ldots$$

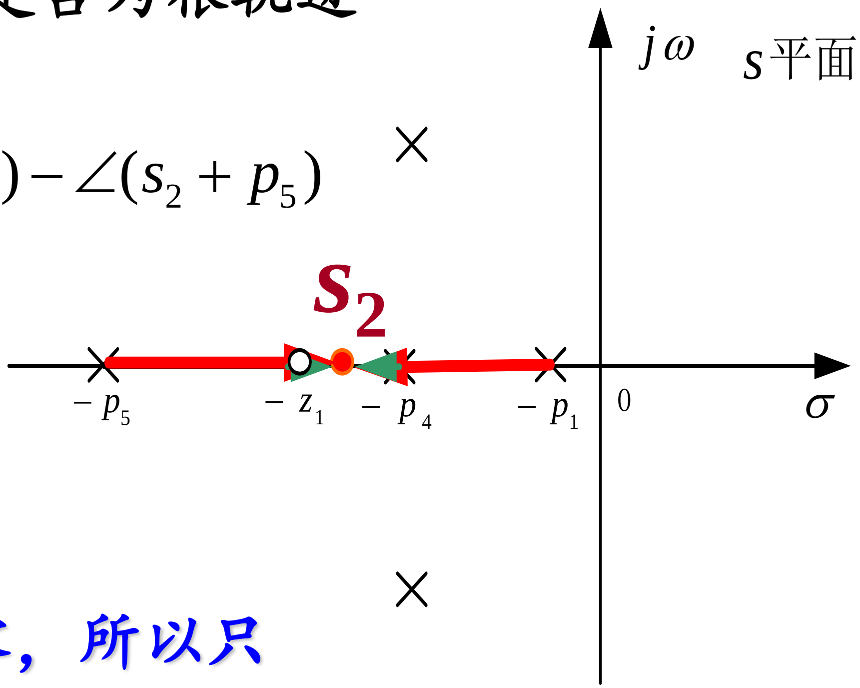
式中：m_t是s_t点右方实轴上的开环零点数，n_t是s_t点右方实轴上的开环极点。由此式可知，(m_t+n_t) 为奇数，则该点s_t就满足根轨迹相角条件表示该点是根轨迹上的一个点，该点所在的线段就是一条根轨迹。

根轨迹在实轴上总是分布在两个相邻的开环实零、极点之间，且线段右边开环实零、极点的总数为奇数。也就是说，在实轴上任取一个试验点s_t，若该点右方实轴上开环极点和零点数之和为奇数，则该点s_t是根轨迹上的一个点，该点所在的线段就是一条根轨迹。

4.3 绘制根轨迹的基本规则

规则3　根轨迹在实轴上的分布

例：　零极点分布如图，判断s_2是否为根轨迹上的点。



$$\angle(s_2+z_1)-\angle(s_2+p_1)-\angle(s_2+p_4)-\angle(s_2+p_5)$$

$$=0-\pi-\pi-0$$

$$=-2\pi\neq(2k+1)\pi$$

（不满足相角条件）

因为试验点左侧相角和总是零，所以只需考虑其右侧相角和是否满足相角条件。

规则4 根轨迹的对称性

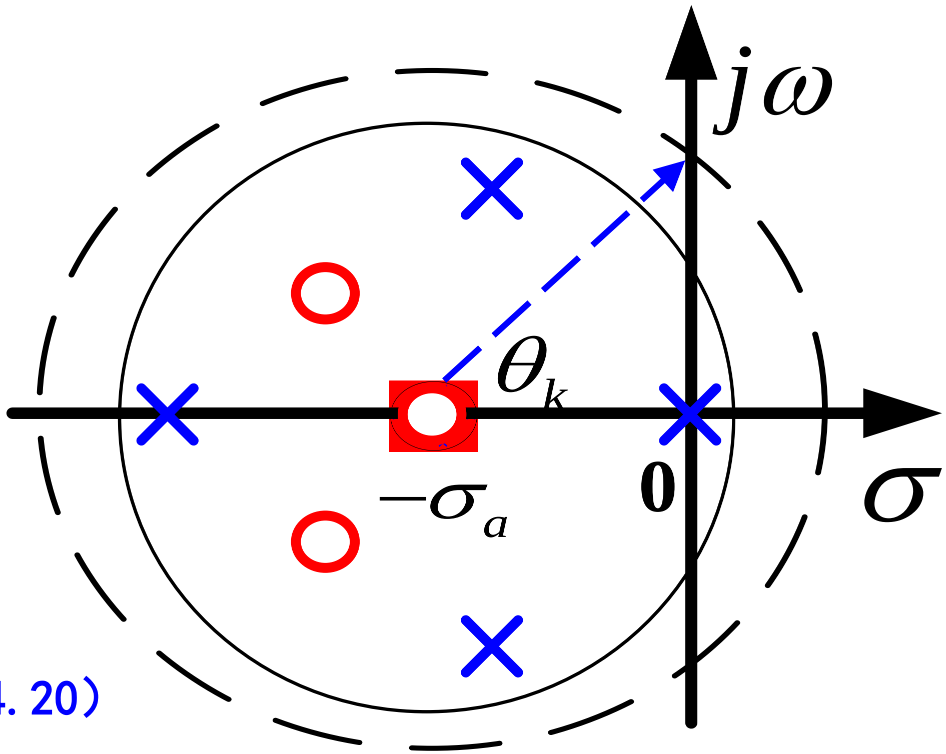
由于实际系统的参数都是实数，因此特征方程的系数均为实数，相应的特征根或为实数，或为共轭复数，或两者兼而有之。因此根轨迹必然关于实轴对称。所以绘制根轨迹图时，只需画出上半平面的根轨迹，下半平面的根轨迹可根据对称性原理得出。

规则5 根轨迹的渐近线

n-m条根轨迹分支在$K\to\infty$时趋向无限零点的极限走向，即为根轨迹的渐进线，其方位由渐进线与实轴的倾角及交点来确定的。

1）渐近线的倾角

设试验点s_t在无限远处，由于各个开环有限零点和极点之间的距离相对它们到s_t的距离很小。则可将各个开环零极点指向s_t的向量用同一点$(-\sigma_a)$指向s_t的向量来代替，即$(s+\sigma_a)$代替$(s+z_j)$、$(s+p_i)$：



$$G(s)H(s)=\frac{K\prod_{j=1}^{m}(s+z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s+p_i)}\approx\frac{K}{(s+\sigma_a)^{n-m}} \quad (4.20)$$

规则5 根轨迹的渐近线

1）渐近线的倾角

分析： 当$K\to\infty$时，若在∞处观察，$-z_j$、$-p_i$聚合成一个点，这个点就是渐近线的起点。由于对称性，该点应在实轴上，坐标应是$-z_j$、$-p_i$的几何中心点，所谓“质心”。

满足根轨迹的幅相条件：$$G(s)H(s)\approx\frac{K}{(s+\sigma_a)^{n-m}}=-1$$

$$\Rightarrow -K=Ke^{\pm(2k+1)\pi}=(s+\sigma_a)^{n-m}=\left|s+\sigma_a\right|^{n-m}\left[(n-m)\angle(s+\sigma_a)\right]$$

$$\left|\overrightarrow{s+\sigma_a}\right|=K^{\frac{1}{n-m}}\to\infty \qquad \angle\left(\overrightarrow{s+\sigma_a}\right)=\theta_k=\frac{\pm(2k+1)\pi}{n-m}$$

n-m条渐近线的倾角：

$$\theta_k=\frac{\pm(2k+1)\pi}{n-m} \qquad k=0,1,2,\cdots,(n-m-1)$$

规则5 根轨迹的渐近线

2) 渐近线与实轴的交点

$$G(s)H(s) \approx \frac{K}{(s+\sigma_a)^{n-m}} = \frac{K}{s^{n-m} + (n-m)\sigma_a s^{n-m-1} + \cdots} \qquad (4.25)$$

因为$s \to \infty e^{j\phi}$，因此分母只保留最高两项

$$G(s)H(s) = \frac{K\prod_{j=1}^{m}(s+z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s+p_i)} = \frac{K(s^m + \sum_{j=1}^{m} z_j s^{m-1} + \cdots + \prod_{j=1}^{m} z_j)}{s^n + \sum_{i=1}^{n} p_i s^{n-1} + \cdots + \prod_{i=1}^{n} p_j} = \frac{K}{s^{n\text{-m}} + \left(\sum_{i=1}^{n} p_i - \sum_{j=1}^{m} z_j\right) s^{n-m-1} + \cdots} \qquad (4.26)$$

当 $s \to \infty e^{j\phi}$ 时，式（4.26）可近似表示为：

$$G(s)H(s) \approx \frac{K}{s^{n\text{-m}} + \left(\sum_{i=1}^{n} p_i - \sum_{j=1}^{m} z_j\right) s^{n-m-1}} \qquad (4.27)$$

4.3 绘制根轨迹的基本规则

规则5　根轨迹的渐近线

2）渐近线与实轴的交点

$$-\sigma_a = \frac{\sum_{i=1}^{n} -p_i - \sum_{j=1}^{m} -z_j}{n-m} \tag{4.28}$$

- 由于开环零点和极点为复数时，总以共轭复数出现，式（4.28）分子各项相加时，共轭复数的虚部抵消，所以σ_a必为实数，即各渐近线的交点位于实轴上。
- 画根轨迹渐近线时，一般先求实轴上的交点坐标，再由该点出发，画(n-m)条将2π等分的射线。

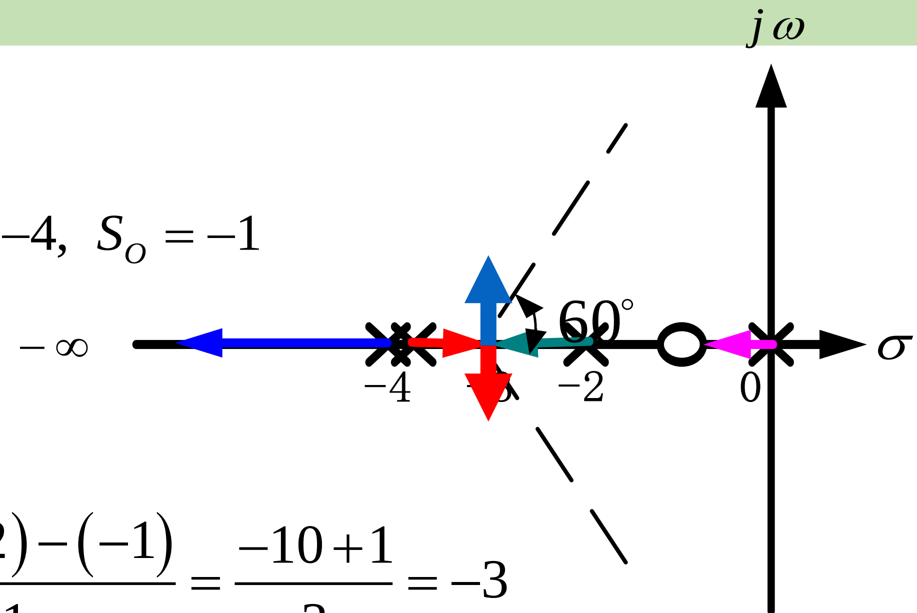
- 式（4.20）和（4.27）是在$s \to \infty e^{j\phi}$条件下推导的，即满足该条件时，根轨迹才逼近这些渐近线，而s较小时，根轨迹和渐近线并不重合。

规则5 根轨迹的渐近线

例： 画出系统根轨迹的渐进线。 $G(s)H(s)=\dfrac{K(s+1)}{s(s+2)(s+4)^2}$

起止点：

$$S_{X_1}=0,\ S_{X_2}=-2,\ S_{X_{3,4}}=-4,\ S_O=-1$$



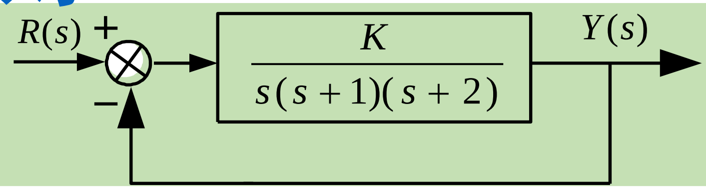
渐近线：

$$-\sigma_A=\frac{\sum_{i=1}^{n}-p_i-\sum_{j=1}^{m}-z_j}{n-m}=\frac{(-4\times2-2)-(-1)}{4-1}=\frac{-10+1}{3}=-3$$

$$\theta_k=\frac{\pm(2k+1)\pi}{n-m}=\frac{\pm(2k+1)\pi}{3}=\begin{cases}\pm60^\circ & k=0\\ \pm180^\circ & k=1\end{cases}$$

三条渐近线 ± **60°，180°**

例4.2：绘制该系统的根轨迹。



解：

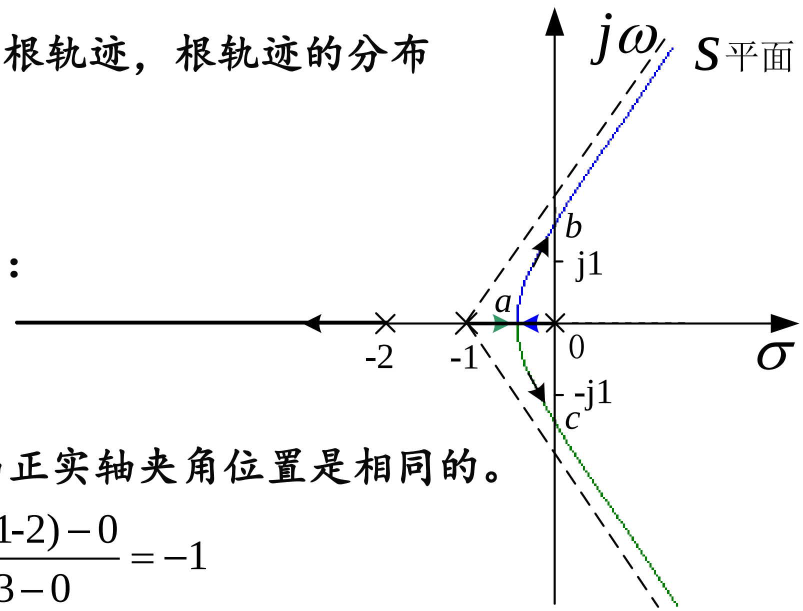
规则1：给出的控制系统满足绘制根轨迹的形式要求。

规则2：有3条根轨迹分支，起点为开环极点，如图所示。因没有开环零点，仅有无限零点，3条根轨迹的分支均沿着渐近线趋向无穷远处。

规则3：实轴上的 0 ~ -1和 -2 ~ -∞ 间的线段为根轨迹，根轨迹的分布如图所示。

规则4：有两条轨迹对称于实轴。

规则5：根轨迹渐进线与正实轴的夹角分别为：



$$\theta_k = \frac{(2k+1)\pi}{3-0} = \frac{\pi}{3},\ \pi,\ \frac{5\pi}{3} \qquad k = 0,1,2$$

该公式取正号。若取负号，根轨迹渐进线与正实轴夹角位置是相同的。

渐进线与正实轴的交点为：
$$-\sigma_a = -\frac{(0\text{-}1\text{-}2)-0}{3-0} = -1$$

据此，作出根轨迹渐进线（图中虚线）。系统完整的根轨迹如图中实线所示。

根轨迹的一条分支从-2点出发沿着负实轴移动到-∞处，另两条分支分别从0、-1出发，随着K增大沿着实轴相向移动，因此必在实轴上会合，这个会合点称为根轨迹的分离点。在分离点处，特征方程有双重实根。当K进一步增大，根轨迹从实轴上分离走向复平面，并沿着相角为π/3、5π/3的两条对称于实轴的渐近线趋于无穷远 。

4 本节课小结

- 根轨迹的概念（开环根轨迹增益K）
- 根轨迹的基本方程

$$\frac{K\prod_{j=1}^{m}(s+z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s+p_i)}=-1$$

幅值条件：

$$\frac{K\prod_{j=1}^{m}|s+z_j|}{\prod_{i=1}^{n}|s+p_i|}=1$$

与K有关

相角条件：

$$\sum_{j=1}^{m}\theta_{zj}-\sum_{i=1}^{n}\theta_{pi}=\pm(2k+1)180^\circ$$

与K无关

$$\theta_{zj}=\angle(s+z_j) \qquad \theta_{pi}=\angle(s+p_i)$$

4 本节课小结

绘制根轨迹的基本规则

规则1　绘制根轨迹的方程形式

$$1+\frac{K\prod_{j=1}^{m}(s+z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s+p_i)}=0$$

规则2　根轨迹的分支数及起点和终点

对于一个n阶系统，当参变量K从零到无穷大变化时，根轨迹有n条分支，它们分别从n个开环极点出发，其中有m条根轨迹分支终止在m个有限开环零点上，其余$(n-m)$条根轨迹分支终止在$(n-m)$个无限零点上。

绘制根轨迹的基本规则

规则3　根轨迹在实轴上的分布

根轨迹在实轴上总是分布在两个相邻的开环实零、极点之间，且线段右边开环实零、极点的总数为奇数。

规则4　根轨迹的对称性

根轨迹必然关于实轴对称。绘制根轨迹图时，只需画出上半平面根轨迹，下半平面的根轨迹可根据对称性原理得出。

绘制根轨迹的基本规则

规则5 根轨迹的渐近线

当系统$n \geq m$时，根轨迹的渐近线共有$(n-m)$条，各条根轨迹的渐近线与实轴的倾角为：

$$\theta_k = \frac{\pm(2k+1)\pi}{n-m} \qquad k = 0,1,2,\cdots,(n-m-1)$$

2π等分射线

根轨迹的渐近线交于实轴上一点，交点坐标为：

$$-\sigma_a = \frac{\sum_{i=1}^{n} -p_i - \sum_{j=1}^{m} -z_j}{n-m}$$