西安交通大學
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY

自 动 控 制 理 论
Automatic Control Theory

工业自动化系

上节课要点复习

绘制根轨迹的基本规则

规则1：绘制根轨迹的方程形式

规则2：分支数，起点，终点(有限/无限零点)

规则3：实轴上的分布

规则4：对称性

规则5：渐进线

规则6：分离点/汇合点

规则7：出/入射角

规则8：与虚轴的交点

规则9：根之和与根之积

□ 参量根轨迹的绘制

- ✓ 研究除开环根轨迹增益K以外的其它可变参量（如时间常数、反馈系数，开环零、极点等）对系统性能的影响，就需要绘制参量根轨迹。
- ✓ 首先需要按照根轨迹基本绘制规则1，对根轨迹方程形式进行必要处理。（例如：参量为时间常数T）

$$1+TG_1(s)H_1(s)=0$$

$$1+\frac{T\prod_{j=1}^{m}(s+z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s+p_i)}=0$$

- ✓ 然后按照根轨迹基本绘制规则2~9绘制参量根轨迹。

□ 用根轨迹法分析控制系统性能

- ✓ 利用根轨迹，可以定性分析当某一参数变化时系统稳定性及动态性能的变化趋势，也可根据性能要求确定系统的参数。
- ✓ 利用根轨迹分析系统的稳定性，求根轨迹与虚轴交点，确定稳定条件，从而确定合适的K值范围。
- ✓ 开环零极点对系统性能的影响（增加合适的位于虚轴左侧的开环零点，根轨迹左移，可增加稳定裕度又可提高系统快速性，改善系统性能；增加位于虚轴左侧的开环极点，根轨迹右移，稳定性降低，不利于改善动态性能，离虚轴越近，作用越显著）

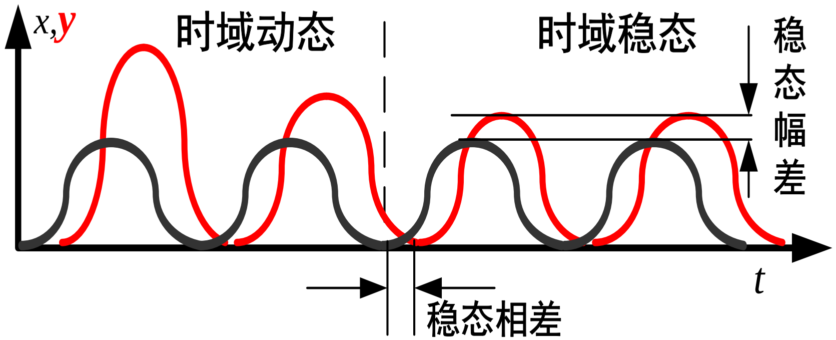
线性系统的频率法分析 05

- □ 频率特性的基本概念
- □ 频率特性的两种图形表示方法
- □ 典型环节的频率特性
- □ 系统开环频率特性的绘制
- □ 奈氏判据判断闭环系统稳定性
- □ 对数判据判断闭环系统稳定性
- □ 频率法分析系统品质

5.1 频率特性的基本概念

- 控制系统的输入信号可以表示为不同频率正弦信号的合成。

例如：当$r(t)=R\sin(\omega t)$时，系统时间响应如图所示，其稳态误差主要包括幅差和相差，且随输入频率变化。

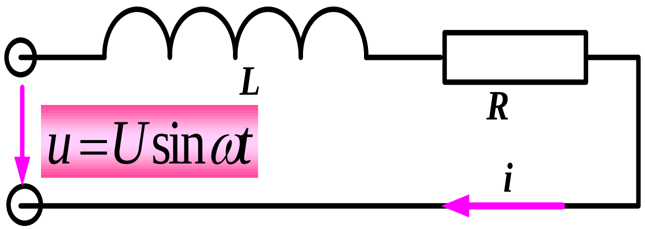


控制系统在正弦输入信号下的时间响应也是频率的函数。

- 频率特性反映正弦信号作用下系统稳态响应随频率变化的性能，或者稳态幅差、相差随输入频率变化的性能。
- 应用频率特性研究线性系统的经典方法称为频域分析法。

频率特性的概念和定义

设输入为正弦交流电压 **u(t)=Usin(ωt)**，输出为 **i**，则



$$I(s) = G(s)U(s)$$

$$\because U(s) = \frac{U\omega}{s^2+\omega^2}$$

$$\Rightarrow i(t) = L^{-1}\left[G(s)\cdot\frac{U\omega}{s^2+\omega^2}\right]$$

$$G(s) = \frac{1}{SL+R} = \frac{K}{Ts+1} \quad K = \frac{1}{R},\ T = \frac{L}{R}$$

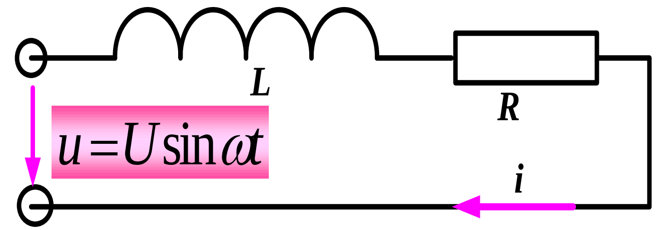
$$= U\left\{\underbrace{A(\omega)Sin\left[\omega t+\phi(\omega)\right]}_{\text{稳态响应}} + \underbrace{B(\omega)e^{-\frac{t}{T}}}_{\text{暂态响应}}\right\}$$

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}},\ \phi(\omega) = -\arctan(\frac{\omega L}{R}) = -\arctan(\omega T)$$

$u(t)=Usin(\omega t)$ → $G(s)=\frac{1}{SL+R}$ → $i(t)=UA(\omega)sin(\omega t+\phi(\omega))$

输入信号 | 输出的稳态响应分量

频率特性的概念和定义



$u(t)=U\sin(\omega t)$ → $G(s)=\dfrac{1}{SL+R}$ → $i(t)=UA(\omega)\sin(\omega t+\phi(\omega))$

输入信号 输出的稳态响应分量

$$G(s)=\frac{1}{SL+R}$$

令$s\to j\omega$

$$G(j\omega)=\frac{1}{j\omega L+R}=|G(j\omega)|\angle G(j\omega)$$

由输入信号及输出的稳态响应分量可知

$$|G(j\omega)|=\frac{|Y|}{|X|}=\frac{|I|}{|U|}=A(\omega)$$ 振幅比

$$\angle G(j\omega)=\phi(\omega)$$ 相位差

$$|G(j\omega)|=\frac{1}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}=A(\omega)$$

$$\angle G(j\omega)=-\arctan(\omega T)=\phi(\omega)$$

5.1 频率特性的基本概念

$G(j\omega)=G(s)\big|_{s=j\omega}$ 称为系统的频率特性，也是描述系统的一种数学模型

$$\begin{cases}\mathrm{Re}\left[G(j\omega)\right]=\dfrac{K}{1+(\omega T)^2} & \text{实频特性}\\ \mathrm{Im}\left[G(j\omega)\right]=-j\dfrac{\omega TK}{1+(\omega T)^2} & \text{虚频特性}\end{cases}$$

复数的表示形式

1）代数式：$A=a+jb$

2）三角式：$A=r(\cos\varphi+j\sin\varphi)$

3）指数式：$A=re^{j\varphi}$

4）幅值幅角：$A=r\angle\varphi$

$$A(\omega)=\left|G(j\omega)\right|=\sqrt{\mathrm{Re}\left[G(j\omega)\right]^2+\mathrm{Im}\left[G(j\omega)\right]^2}=\frac{1}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}=\frac{K}{\sqrt{1+(\omega T)^2}}$$

幅频特性

$$\phi(\omega)=\angle G(j\omega)=\arctan\left(\frac{\mathrm{Im}\left[G(j\omega)\right]}{\mathrm{Re}\left[G(j\omega)\right]}\right)=-\arctan(\omega T)$$

相频特性

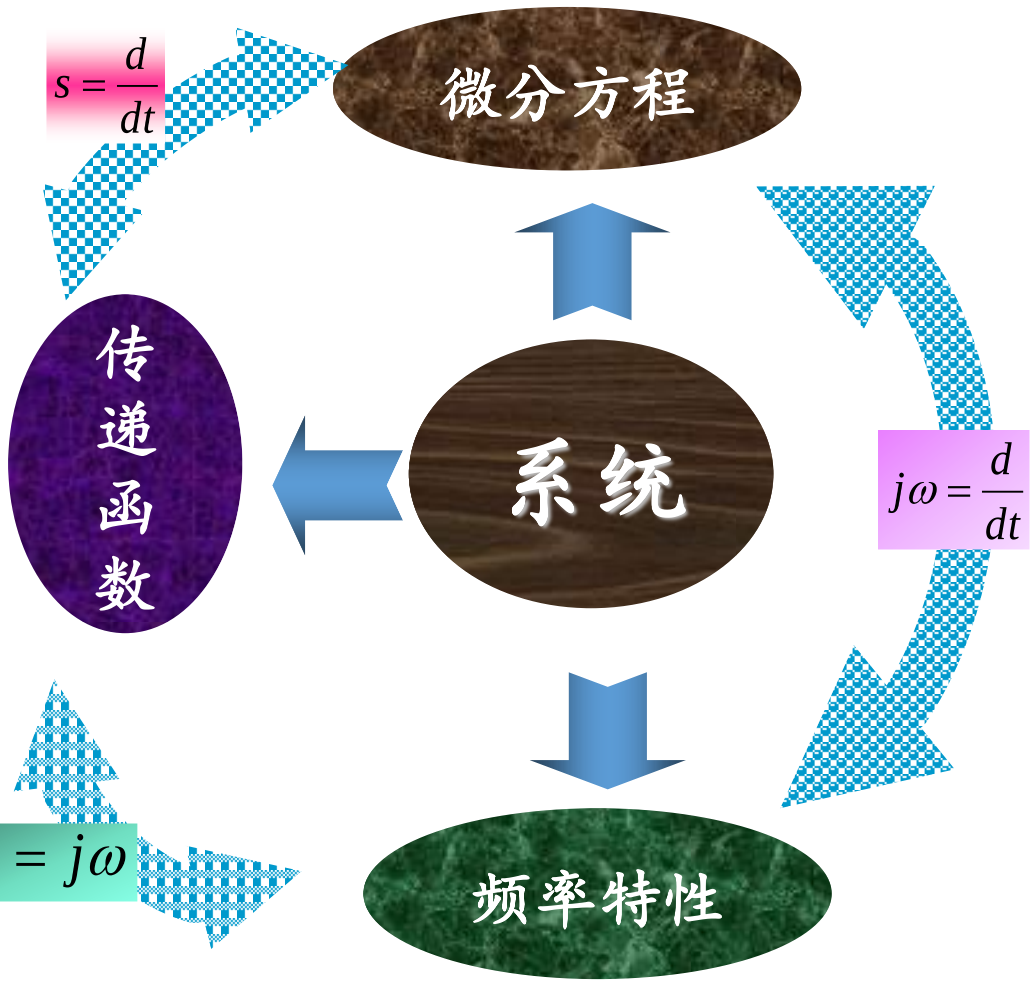
频率特性——正弦稳态输出与正弦输入之比。包括“相频特性和幅频特性”或者“实频特性和虚频特性”两部分。

系统频率特性的物理意义

- 频率特性是稳态正弦输出量复数与相应输入量复数之比。包括幅频特性和相频特性。
- 稳态正弦输出量与相应输入量幅值之比，它随频率的变化关系称为幅频特性。表示系统对不同频率正弦信号的稳态衰减（或放大）能力。
- 输出量与输入量的相位差，随频率变化的关系称为系统的相频特性。它表示系统对不同频率稳态正弦信号的移相能力。
- 频率特性也是系统数学模型的一种表达形式。与微分方程和传递函数一样，也表征了系统的运动规律，成为系统频域分析的理论依据。

5.1 频率特性的基本概念

频率特性也是系统的一种数学模型，可有解析和图解两种形式。



不同数学模型之间的转换关系。

通过频域与时域之间对应关系分析系统性能。

5.1 频率特性的基本概念

频率特性分析方法的特点

- 物理意义鲜明，具有重要的实际意义。
- 计算量小，与过渡过程性能指标有对应关系，不必解特征根。
- 由于采用作图方式，使用这种做法有很强的直观性。
- 应用对象广泛。不仅适用于二阶系统，也适用于高阶系统；不仅适用于线性定常系统，也可推广应用于某些非线性系统。尤其系统在某些频率范围存在严重的噪声时，应用频率特性分析法可以比较满意地抑制噪声。

5.2 频率特性的三种图形形式

用频率法分析系统性能时，往往利用系统频率特性的图形模型。

频率特性的常用三种图形表示：

1．对数频率特性：对数坐标图，或伯德（Bode）图；

2．幅相频率特性：极坐标图，或奈魁斯特（Nyquist）图；

3．对数幅相图（不要求掌握，仅做了解）。

这三种图仅是表现形式不同，本质上都是一样。

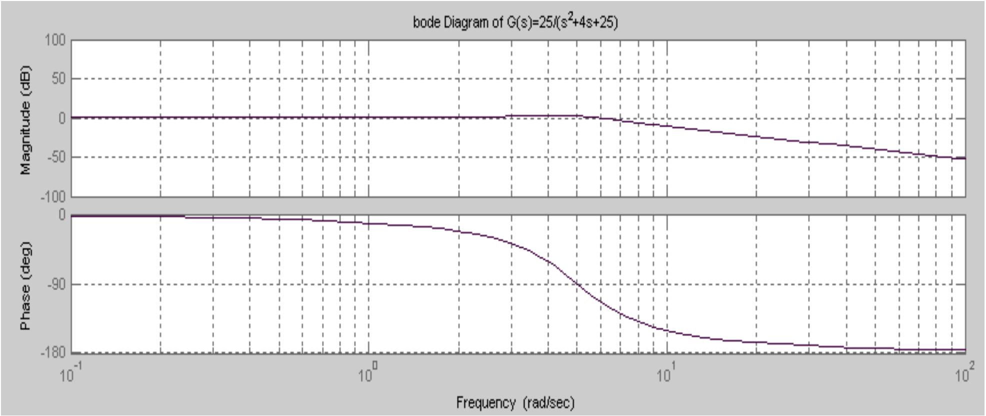
5.2频率特性的三种图形形式

1. 对数坐标图或伯德图（Bode）图

由对数幅频特性“$A(\omega)\sim\omega$”和对数相频特性“$\phi(\omega)\sim\omega$”两张图组成。

$20lgA(\omega)$ dB

$\phi(\omega)$ °



$$G(j\omega)=\prod_{i=1}^{n}A_i(\omega)e^{j\phi_i(\omega)}$$

ω轴对数刻度，

十进制标度，

无0坐标。

lgω

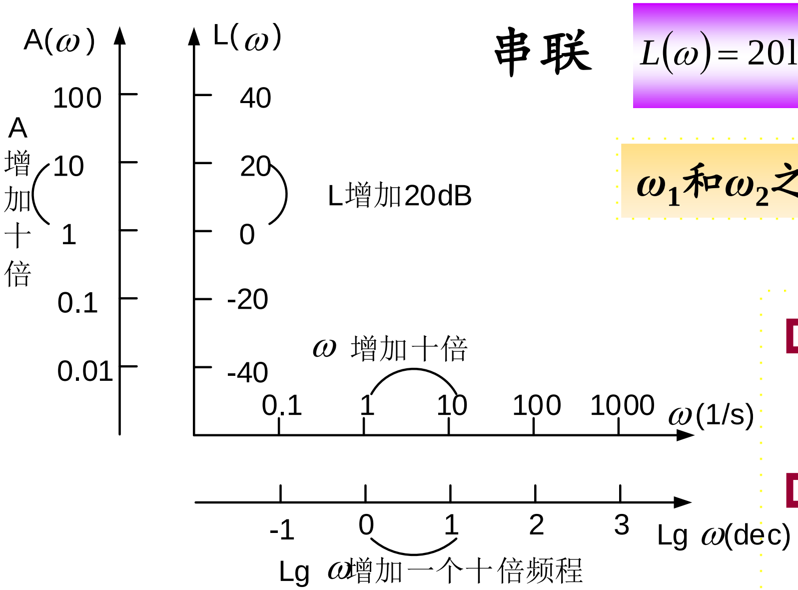
0.1 ←十倍频程→ 1 ←十倍频程→ 10←十倍频程→ 100

$lg10^{-1}=-1$ $lg1=0$ $lg10=1$ $lg100=2$

$\lg 1=0\quad \lg 2=0.3\quad \lg 3=0.5\quad \lg 4=0.6\quad \lg 5=0.7\quad \lg 6=0.78\quad \lg 7=0.85\quad \lg 8=0.9\quad \lg 9=0.95$

5.2频率特性的三种图形形式

1. 对数坐标图或伯德图（Bode）图



串联 $L(\omega)=20\lg A(\omega)=\sum_{i=1}^{n}20\lg A_i(\omega)$　　$\phi(\omega)=\sum_{i=1}^{n}\phi_i(\omega)$

ω_1和ω_2之间的距离是$lg\omega_2$-$lg\omega_1$，而不是ω_2- ω_1。

- 幅频特性将各环节的幅值乘除关系转变为加减关系，简化了作图过程。
- ω轴对数刻度，将低频段相对展宽了，而将高频段相对压缩了，便于在较大频率范围内反映频率特性的变化情况。

若把系统的开环对数频率特性划分为低频段，中频段和高频段，这三部分对控制系统动态过程的影响是不同的。低频段主要影响阶跃响应动态过程的最后阶段，而开环频率特性的高频段主要影响阶跃响应动态过程的起始阶段。对动态性能影响最重要的是中频段。所以，常用低频段估计系统的稳态性能，而用中频段估计系统的动态响应过程和性能。

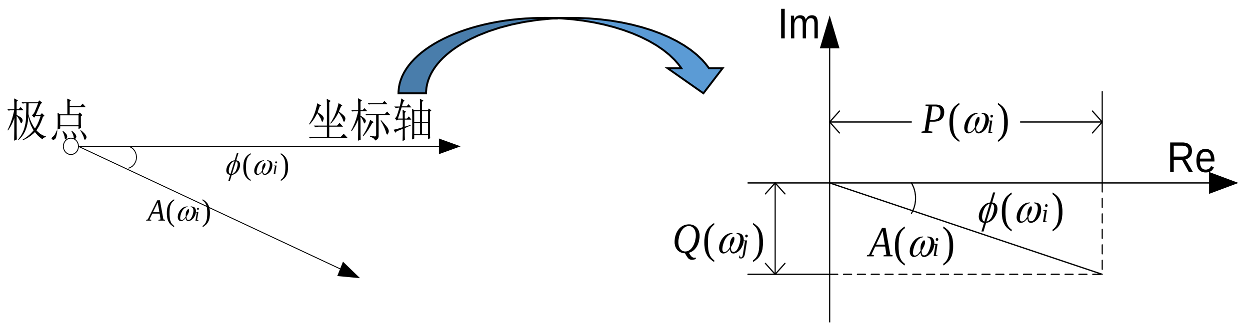
5.2频率特性的三种图形形式

2. 极坐标图或幅相频率特性（Nyquist图）

系统频率特性：$G(j\omega)=A(\omega)e^{j\phi(\omega)}$

可以用向量来表示某一频率ω_i下的$G(j\omega_i)$，向量相对于极坐标轴的转角为$\phi(\omega_i)$，取逆时针为相角正方向，如左下图所示。

通常将极坐标重合在直角坐标中，极点取直角坐标的原点，极坐标轴取直角坐标的实轴，如右下图所示。

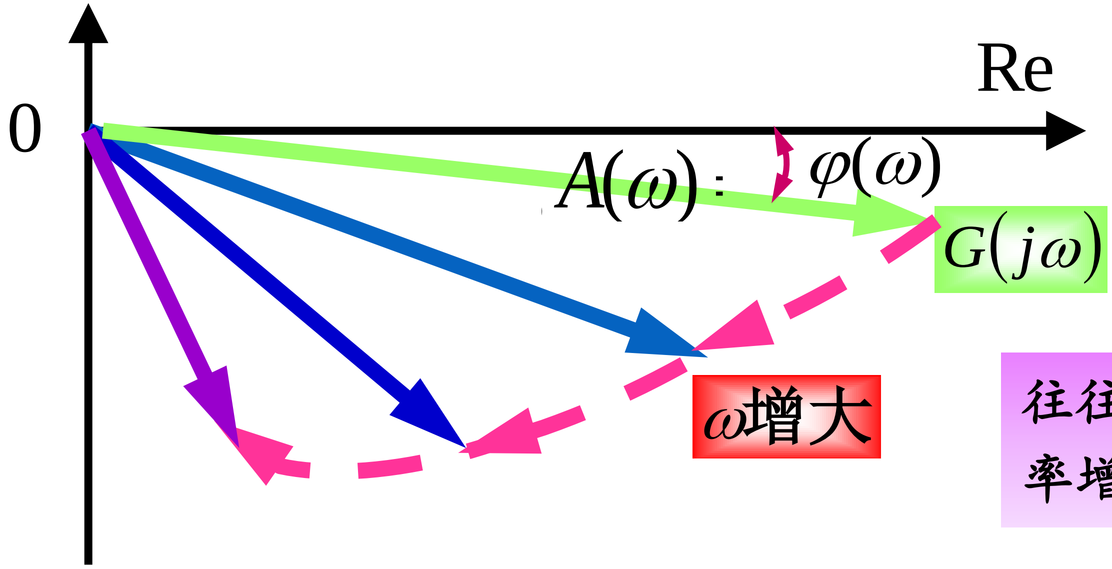


向量$G(j\omega_i)$在实轴上的投影$P(\omega_i)$为$G(j\omega_i)$的实部，在虚轴的投影$Q(\omega_i)$为$G(j\omega_i)$的虚部。

2. 极坐标图或幅相频率特性（Nyquist图）

$A(\omega)$和$\phi(\omega)$均是ω的函数，当ω变化时$G(j\omega_i)$的幅值和相角均随之变化，因此表示它的向量也随之变化。

当ω从0变化到∞时，这些向量的端点将描绘出一条去向，这条曲线叫$G(j\omega_i)$的极坐标图，或叫奈魁斯特（Nyquist）曲线。



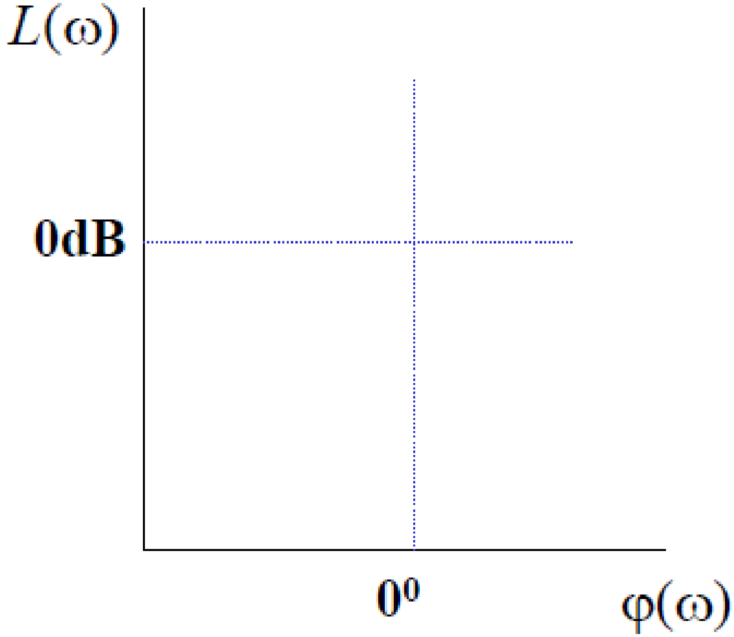
往往用箭头表示频率增大的方向。

5.2频率特性的三种图形形式

3. 对数幅相图或尼柯尔斯（Nichols）曲线

它是以角频率为参数绘制的，将对数幅频特性和相频特性组合成一张图，纵坐标$L(\omega)$表示对数幅值(dB)，横坐标$\phi(\omega)$表示相应的相角(度)。

了解即可。



典型环节的频率特性绘制及分析

- 系统的开环传递函数通常可分解为若干个典型环节的乘积，因此为了更好的研究开环系统的频率特性，首先需要了解各典型环节的频率特性

典型环节
- 最小相位环节
  - 比例环节
  - 积分环节
  - 惯性环节
  - 振荡环节
  - 纯微分环节
  - 比例微分环节
  - 二阶微分环节
- 非最小相位环节
  - 比例环节
  - 惯性环节
  - 振荡环节
  - 比例微分环节
  - 二阶微分环节

除了比例环节以外，非最小相位环节和与之对应的最小相位环节的区别在于开环零极点的位置，最小相位环节的零极点全都位于s平面的左半平面。

典型环节的频率特性绘制及分析

1）比例环节的频率特性 $G(s)=K(K>0)$

对数坐标图，或伯德(Bode)图

$$G(j\omega)=K=\mathrm{Re}(\omega)+\mathrm{Im}(\omega)=K+j0$$

$$A(\omega)=|K| \Rightarrow L(\omega)=20\lg|K| \qquad \varphi(\omega)=0^{\circ}$$

对数幅频特性为一水平线，$K>1$时，在0 dB线以上，K<1时，在0 dB线以下。相频特性与横坐标轴重合。

极坐标图，或奈魁斯特(Nyquist)图

点！！！

典型环节的频率特性绘制及分析

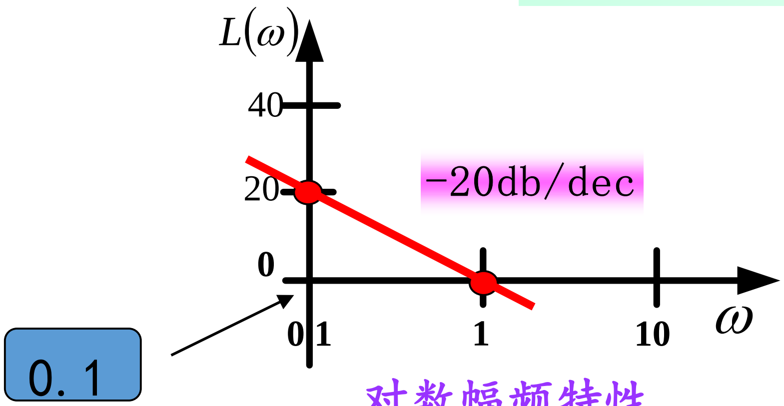
2）积分环节的频率特性

$$G(s)=1/s$$

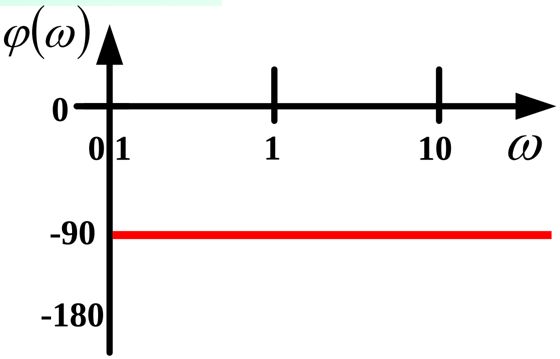
$$G(j\omega)=\frac{1}{j\omega}=-j\frac{1}{\omega}=\frac{1}{\omega}e^{-j\frac{\pi}{2}} \Rightarrow \begin{cases} A(\omega)=\dfrac{1}{\omega} \\ \varphi(\omega)=-\dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

对数坐标图，或伯德(Bode)图

$$\begin{cases} L(\omega)=20\lg A(\omega)=-20\lg\omega \\ \varphi(\omega)=-90^{\circ} \end{cases}$$



对数幅频特性



对数相频特性

典型环节的频率特性绘制及分析

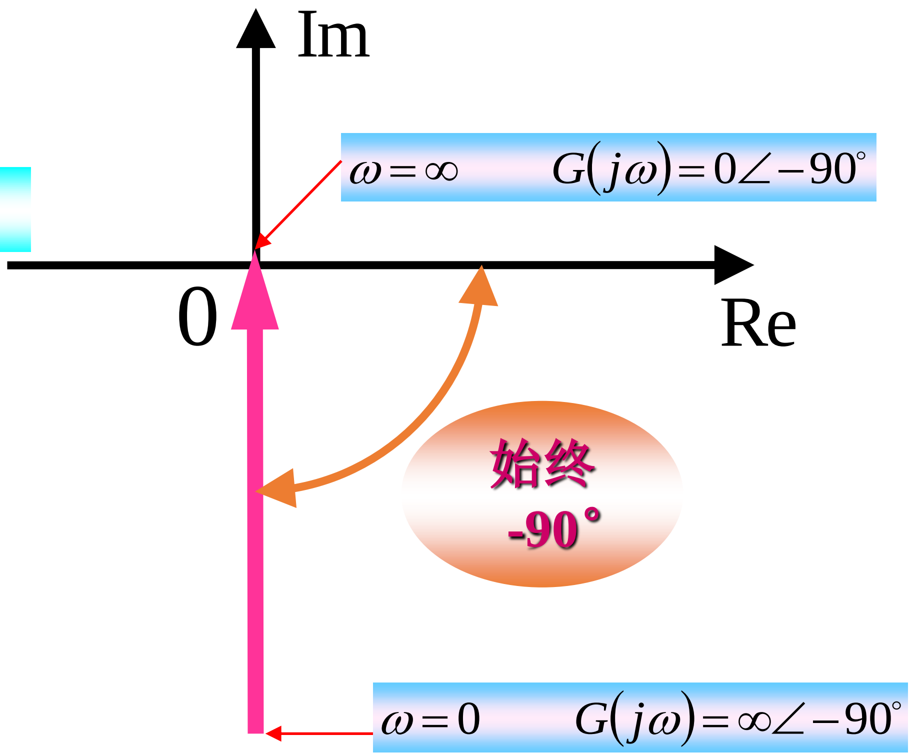
2）积分环节的频率特性

$$G(s)=1/s \qquad G(j\omega)=\frac{1}{j\omega}$$

极坐标图，或奈魁斯特(Nyquist)图

$\omega=0 \qquad G(j\omega)=\infty\angle-90^{\circ}$

$\omega=\infty \qquad G(j\omega)=0\angle-90^{\circ}$



典型环节的频率特性绘制及分析

3）惯性环节的频率特性

$$G(s)=\frac{1}{1+Ts}\xrightarrow{s=j\omega}\frac{1}{1+j\omega T}$$

$$G(j\omega)=\frac{1}{1+j\omega T}=\frac{1}{1+\omega^2T^2}-j\frac{\omega T}{1+\omega^2T^2}$$

$$=\left|G(j\omega)\right|\angle G(j\omega)$$

$$=\frac{1}{\left|1+j\omega T\right|}e^{j\varphi(\omega)}=\frac{1}{\sqrt{1+(\omega T)^2}}e^{j\arctan\left(-\frac{\omega T}{1}\right)}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{1+(\omega T)^2}}e^{-j\arctan(\omega T)}$$

$$\begin{cases}L(\omega)=-20\lg\sqrt{1+(\omega T)^2}\\ \phi(\omega)=-\arctan\omega T\end{cases}$$

$\omega=0 \qquad G(j\omega)=1\angle 0^\circ$

$\omega=\infty \qquad G(j\omega)=0\angle -90^\circ$

$\omega=\frac{1}{T} \qquad G(j\omega)=\frac{1}{\sqrt{2}}\angle -45$

先画Bode图，分两种情况。

典型环节的频率特性绘制及分析

3）惯性环节的频率特性

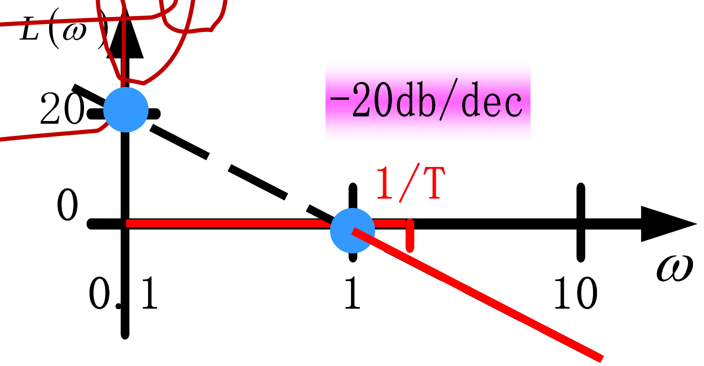
$$L(\omega)=-20\lg\sqrt{1+(\omega T)^2}$$

$(a)\quad \omega T<<1$或$\omega<<\dfrac{1}{T}$

$$L(\omega)\approx-20\lg 1=0$$

$(b)\quad \omega T>>1$或$\omega>>\dfrac{1}{T}$

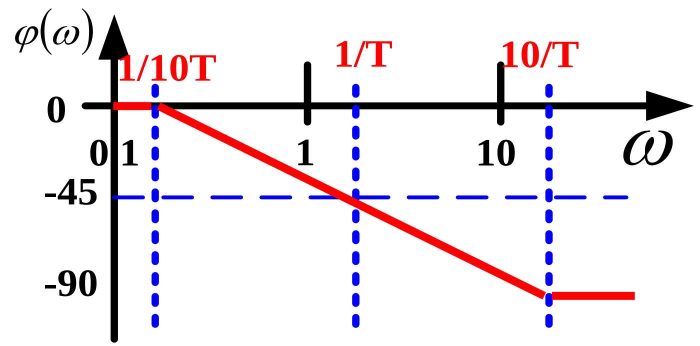
$$L(\omega)\approx-20\lg\omega T=-20[\lg\omega-\lg(\frac{1}{T})]$$



$$\phi(\omega)=-\arctan\omega T$$

⇩

0～－90°

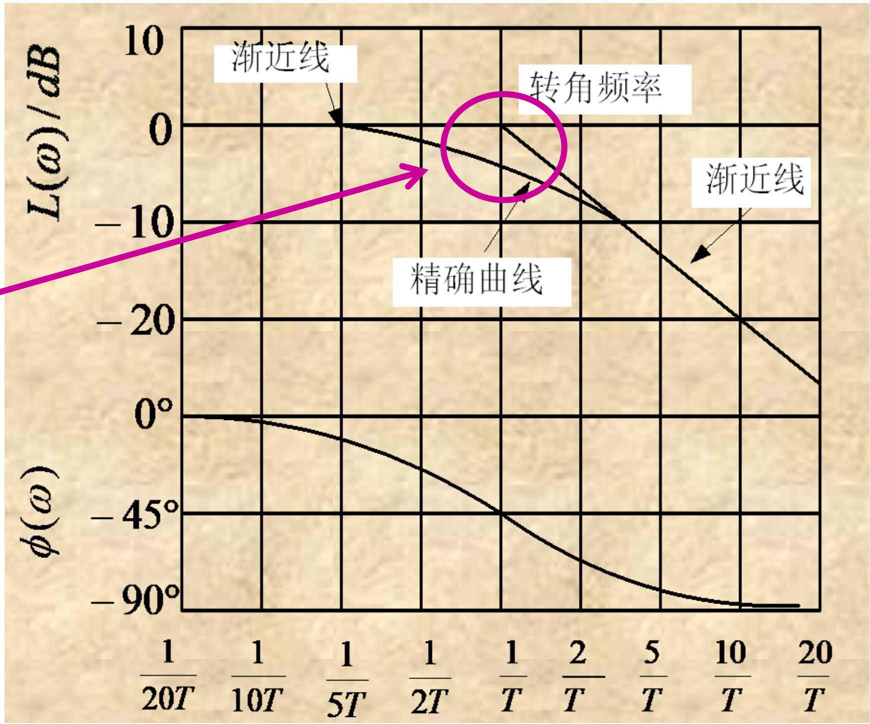


典型环节的频率特性绘制及分析

3）惯性环节的频率特性

用渐近线代替对数幅频特性会带来误差，但误差不大，最大误差发生在转角频率处，即：

$$\omega = \frac{1}{T}$$



$$-20\lg\sqrt{1+(\omega T)^2}-(-20\lg\omega T)$$

$$=-20\lg\sqrt{2}-0$$

$$=-3.03\ \ db$$

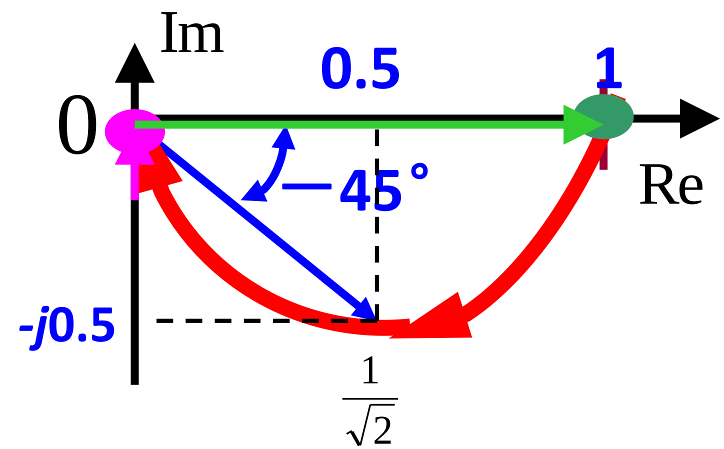
典型环节的频率特性绘制及分析

$$G(j\omega)=\frac{1}{\sqrt{1+(\omega T)^2}}e^{-j\arctan(\omega T)}$$

3）惯性环节的频率特性

画极坐标图：

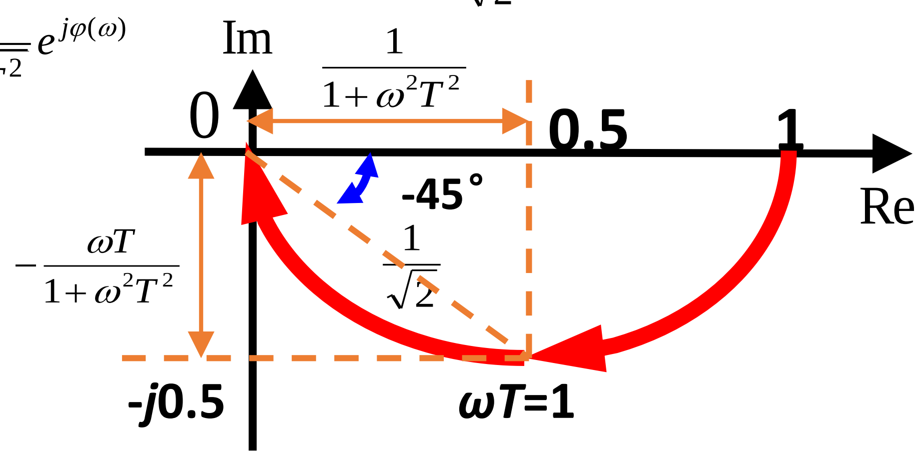
$\omega=0$	$G(j\omega)=1\angle 0^\circ$
$\omega=\infty$	$G(j\omega)=0\angle -90^\circ$
$\omega=\frac{1}{T}$	$G(j\omega)=\frac{1}{\sqrt{2}}\angle -45$



$$G(j\omega)=\frac{1}{1+j\omega T}=\frac{1}{1+\omega^2T^2}-j\frac{\omega T}{1+\omega^2T^2}=\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}e^{j\varphi(\omega)}$$

$$P(\omega)=\frac{1}{1+\omega^2T^2}\qquad Q(\omega)=\frac{-\omega T}{1+\omega^2T^2}$$

$$\left[P(\omega)-\frac{1}{2}\right]^2+Q^2(\omega)=\left(\frac{1}{2}\right)^2$$



❖ 半圆的圆心在(1/2，0)处，半径为1/2 。

典型环节的频率特性绘制及分析

$$G(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$

4）振荡环节的频率特性

$$G(s)=\frac{1}{T^2s^2+2\zeta Ts+1}$$

ω_n=1/T

$$A(\omega)=\frac{1}{\sqrt{(1-\omega^2T^2)^2+(2\zeta\omega T)^2}}$$

$$\phi(\omega)=-\tan^{-1}\left(\frac{2\zeta\omega T}{1-\omega^2T^2}\right)$$

$$G(j\omega)=\frac{1}{1+2\zeta(j\omega T)+(j\omega T)^2}=A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

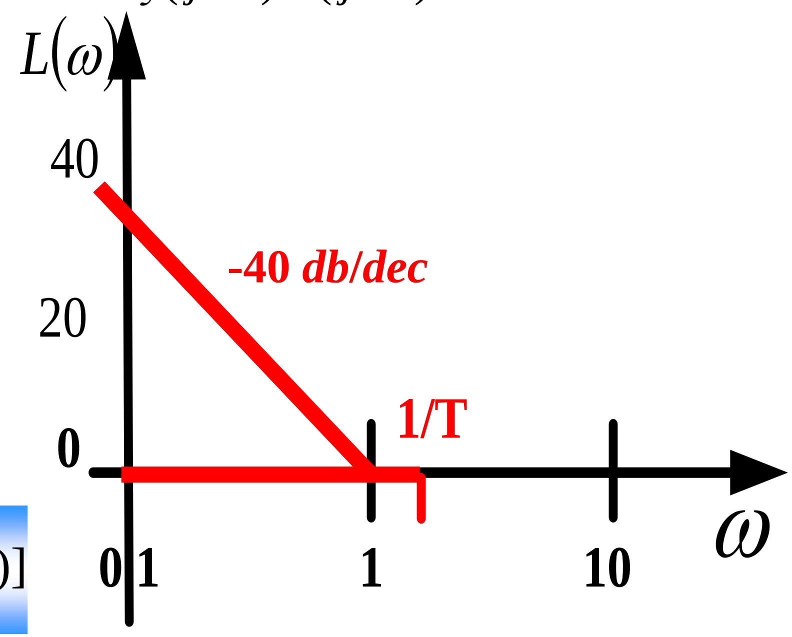
$$L(\omega)=20\lg A(\omega)=-20\lg\sqrt{(1-\omega^2T^2)^2+(2\zeta\omega T)^2}$$

(a) $\omega T<<1$

$$L(\omega)\approx-20\lg 1=0$$

(b) $\omega T>>1$ （将ωT的低次项也略去）

$$L(\omega)\approx-20\lg\omega^2T^2=-40\lg\omega T=-40[\lg\omega-\lg(\frac{1}{T})]$$



$$\omega=\frac{1}{T}\Rightarrow-20\,lg\sqrt{(1-T^2\omega^2)^2+4\zeta^2T^2\omega^2}\,\Big|_{\omega=\frac{1}{T}}=-20\,lg\,2\,\zeta$$

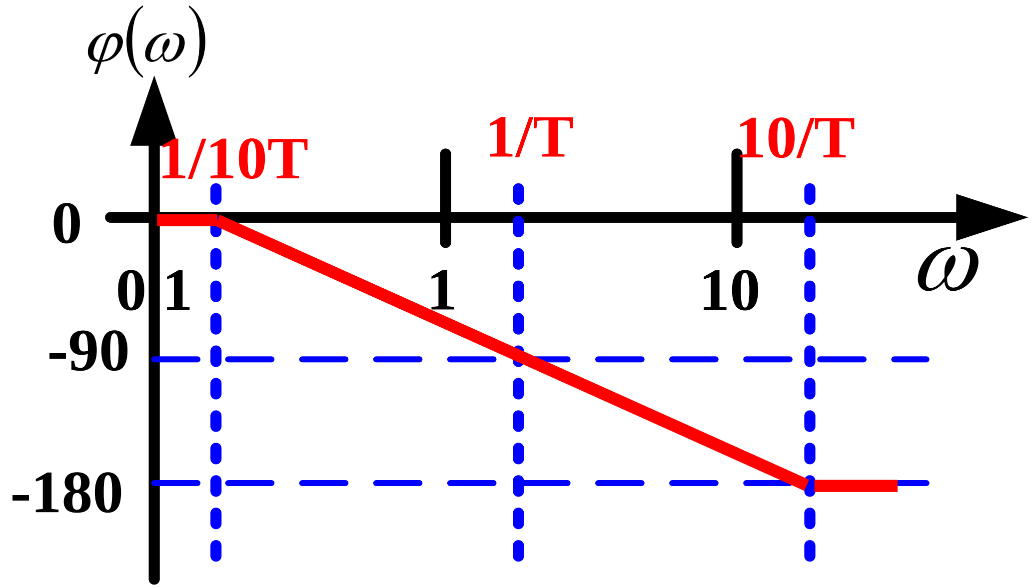
该公式为$\omega=\frac{1}{T}$时渐近曲线与实际曲线的误差值。即误差值与阻尼比ζ相关。

典型环节的频率特性绘制及分析

4）振荡环节的频率特性

$$\phi(\omega) = -\arctan\left(\frac{2\zeta\omega T}{1-\omega^2 T^2}\right)$$

$$= \begin{cases} 0^\circ & \omega = 0 \\ -90^\circ & \omega = \dfrac{1}{T} \\ -180^\circ & \omega = \infty \end{cases}$$

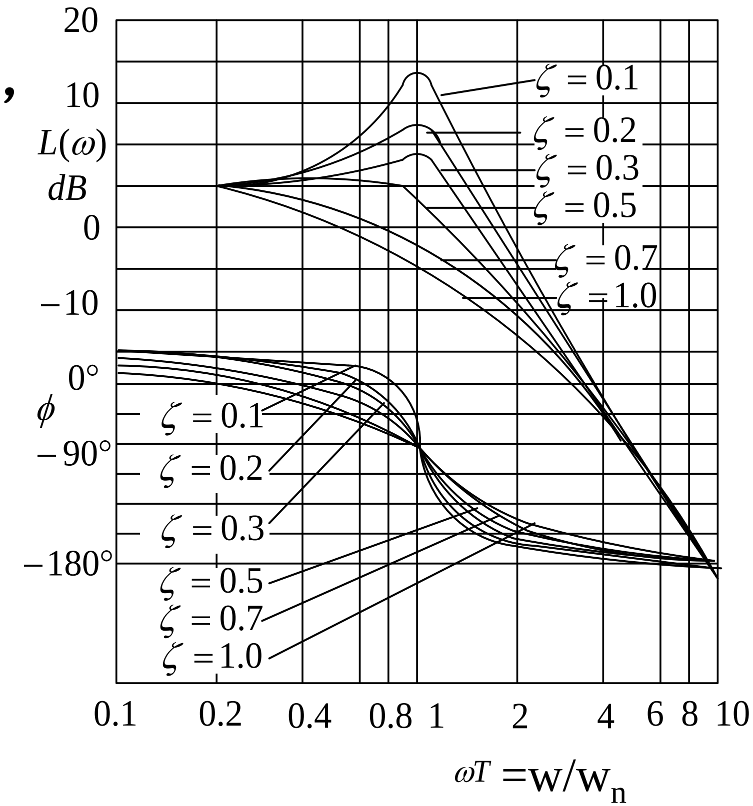


典型环节的频率特性绘制及分析

4）振荡环节的频率特性

用渐近线代替对数幅频特性会带来误差，误差的大小和ζ值有关，ζ很小时，误差较大，如图所示。

当ζ较小时，对数幅频特性有一高峰，称为**谐振峰M_r**，此时对应的频率称为**谐振频率ω_r**。



$$A(\omega)=\frac{1}{\sqrt{(1-\omega^2T^2)^2+(2\zeta\omega T)^2}}$$

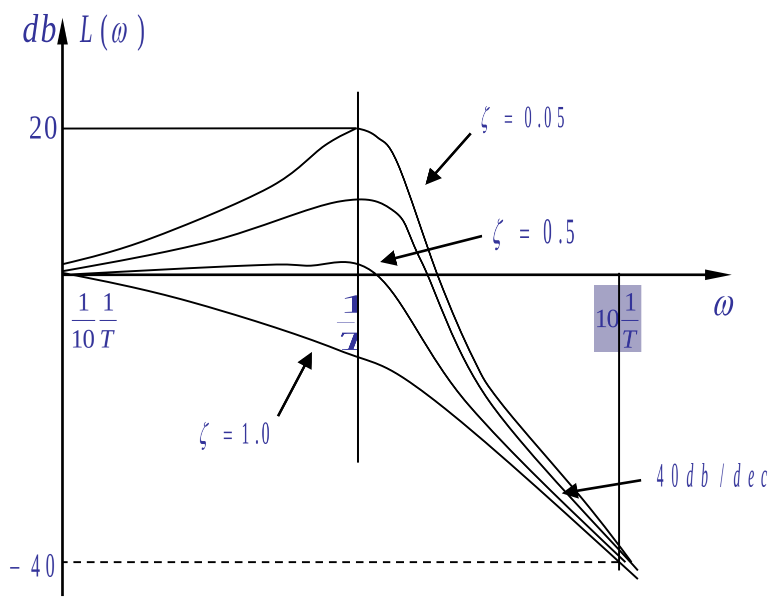
$$\left.\frac{dA(\omega)}{d\omega}\right|_{\omega=\omega_r}=-\left.\frac{4T^4\omega^3+4\omega T^2(2\zeta^2-1)}{2\sqrt{[(1+T^2\omega^2)^2+(2\zeta\omega T)^2]^3}}\right|_{\omega=\omega_r}=0$$

$$M_r=A(\omega)_{\max}=\frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}\qquad \omega_r=\frac{1}{T}\sqrt{1-2\zeta^2}\qquad (0\le\zeta<0.707)$$

典型环节的频率特性绘制及分析

4）振荡环节的频率特性

振荡环节的误差可正可负，它们是阻尼比ξ的函数，且以$\omega_n=1/T$的转折频率为对称，距离转折频率越远误差越小。通常大于（或小于）十倍转折频率时，误差可忽略不计。经过修正后的对数幅频特性曲线如图所示。



振荡环节对数幅频率特性图

由图可看出，振荡环节的对数幅频特性在转折频率$\omega_n=1/T$附近产生谐振峰，这是该环节固有振荡性能在频率特性上的反映。

注意：转折频率与谐振频率并不相同，$\omega_r=\dfrac{1}{T}\sqrt{1-2\zeta^2}$，阻尼比越小，两者越接近，阻尼比越大，两者相距越远。

典型环节的频率特性绘制及分析

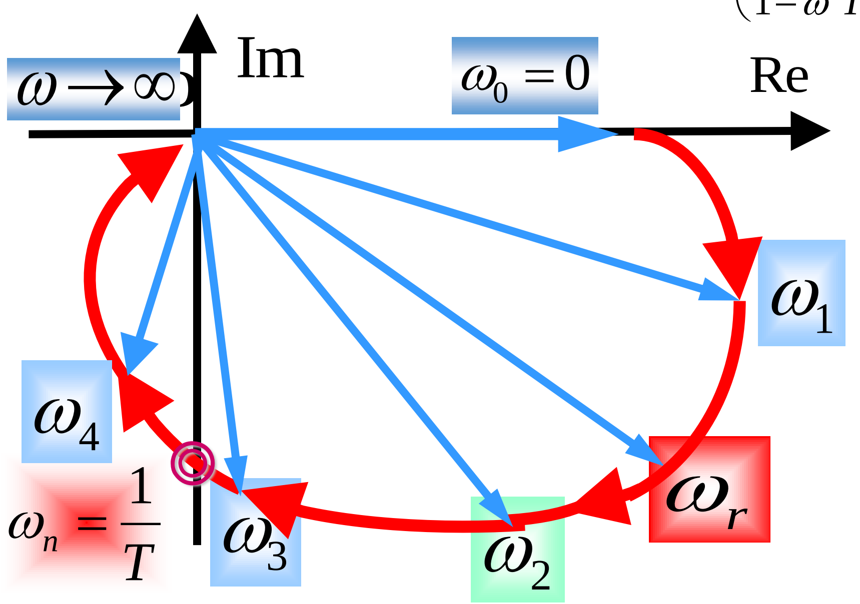
4）振荡环节的频率特性

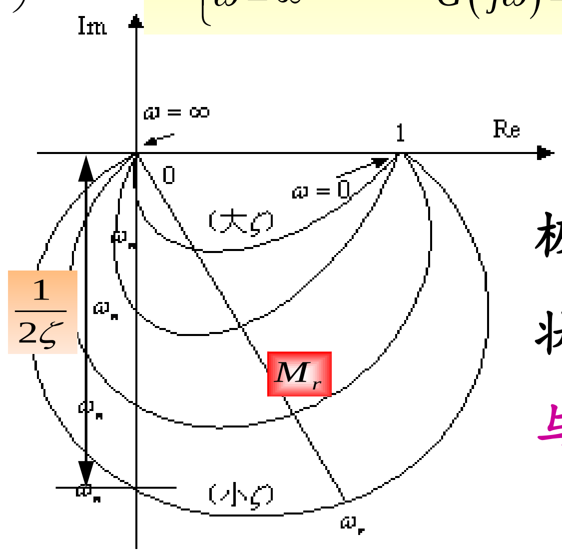
$$G(j\omega)=\frac{1}{1+2\zeta(j\omega T)+(j\omega T)^2}=A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

$$A(\omega)=\frac{1}{\sqrt{(1-\omega^2T^2)^2+(2\zeta\omega T)^2}}$$

$$\phi(\omega)=-\arctan\left(\frac{2\zeta\omega T}{1-\omega^2T^2}\right)$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\omega=0 & G(j\omega)=1\angle 0^\circ\\ \omega=\omega_n=\dfrac{1}{T} & G(j\omega)=(2\zeta)^{-1}\angle -90^\circ\\ \omega=\infty & G(j\omega)=0\angle -180^\circ\end{cases}$$





极坐标的形状与ζ有关，与T无关。

曲线上离原点最远的点 $\omega=\omega_r$，$A(\omega)=M_r$

典型环节的频率特性绘制及分析

5）微分环节的频率特性

纯微分环节	s	积分环节	$1/s$
比例微分环节	$Ts+1$	惯性环节	$1/(Ts+1)$
二阶微分环节	$T^2s^2+2\zeta Ts+1$ $T>0,\quad 0\le\zeta<1$	振荡环节	$1/(T^2s^2+2\zeta Ts+1)$ $T>0,\quad 0\le\zeta<1$

传递函数互为倒数 !!!

典型环节的频率特性绘制及分析

5）微分环节的频率特性

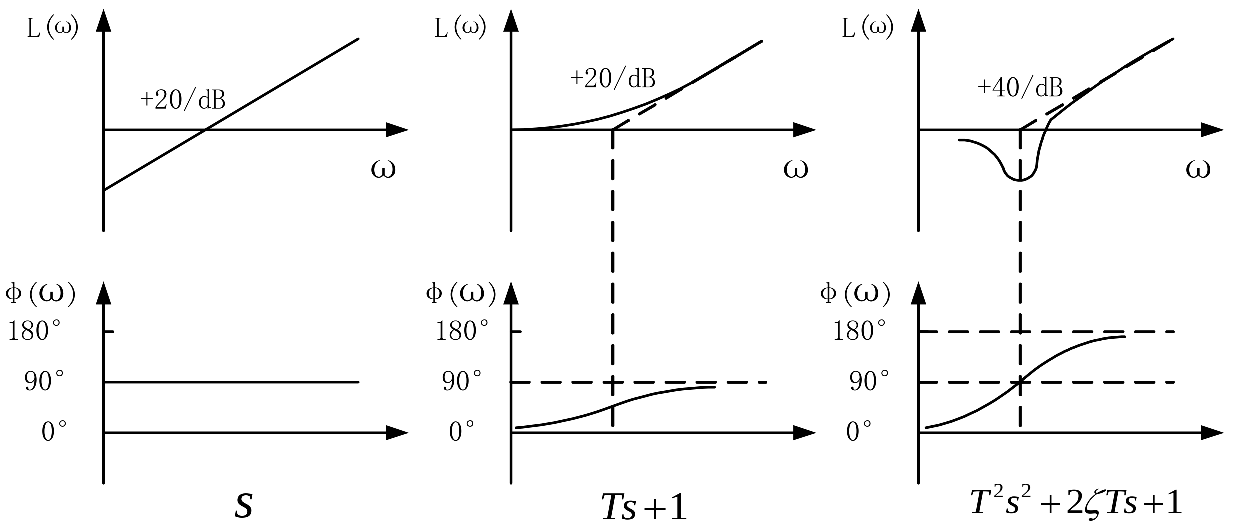
对数坐标图，或伯德(Bode)图

传递函数互为倒数的对数坐标图间的关系：

$$G_1(s)=\frac{1}{G_2(s)} \qquad G_1(j\omega)=A_1(\omega)e^{j\phi_1(\omega)} \qquad G_2(j\omega)=A_2(\omega)e^{j\phi_2(\omega)}$$

$$A_1(\omega)=\frac{1}{A_2(\omega)} \Rightarrow L_1(\omega)=-L_2(\omega) \qquad \phi_1(\omega)=-\phi_2(\omega)$$

反号 ！！！



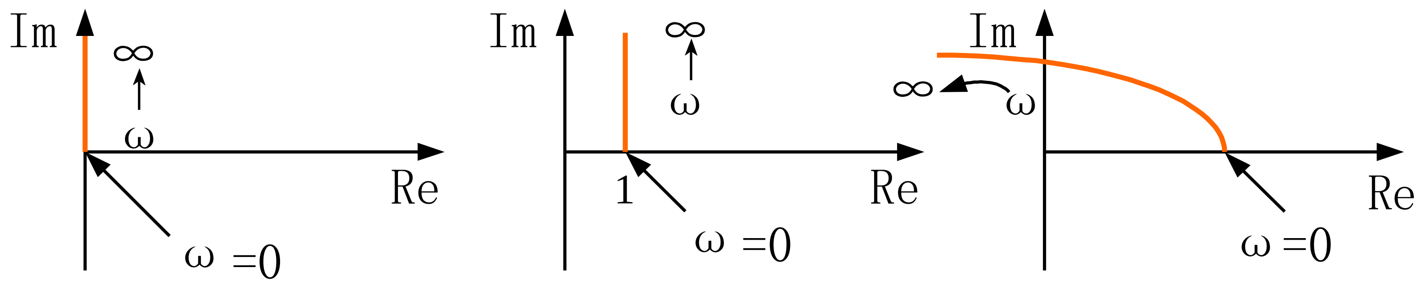
将积分环节、惯性环节、振荡环节的曲线上下倒过来。

典型环节的频率特性绘制及分析

5）微分环节的频率特性

极坐标图，或奈魁斯特(Nyquist)图

- **纯微分**环节的频率特性为 $G(j\omega)=j\omega$，所以极坐标图为**正虚轴**。
- **比例微分**环节的频率特性为 $G(j\omega)=1+j\omega T$，所以极坐标图是**实部为1且平行于正虚轴的直线**。
- **二阶微分**环节的频率特性为 $G(j\omega)=(1-T^2\omega^2)+j2\zeta\omega T$，**当 $\omega=0$ 时，$G(j\omega)=1$，随着 ω 的增大，实部减小，虚部增大。**



s　　　　$Ts+1$　　　　$T^2s^2+2\zeta Ts+1$

典型环节的频率特性绘制及分析

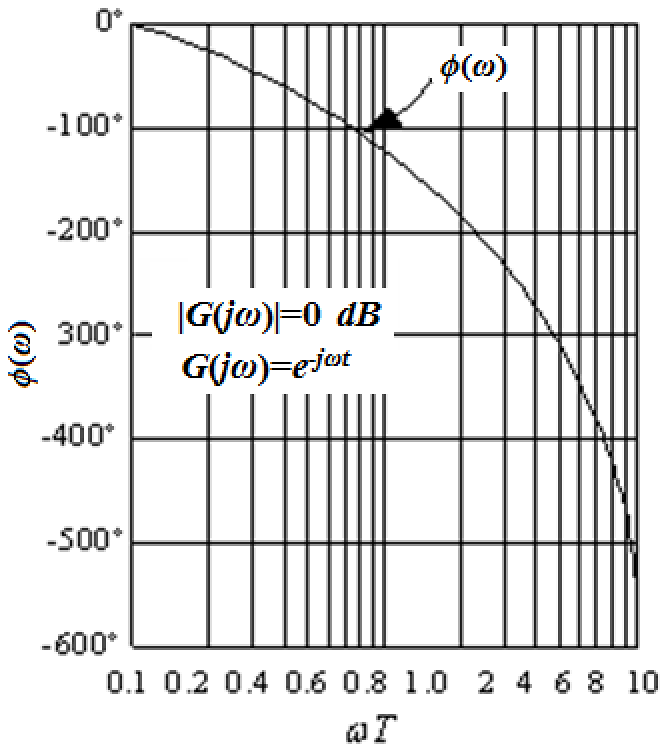
6）延迟环节的频率特性 $G(s)=e^{-Ts}$

对数坐标图，或伯德(Bode)图

$$G(j\omega)=e^{-j\omega T}$$

$$A(\omega)=1 \Rightarrow L(\omega)=0$$

$$\varphi(\omega)=-\omega T\ (rad)=-57.3\omega T\ (^\circ)$$



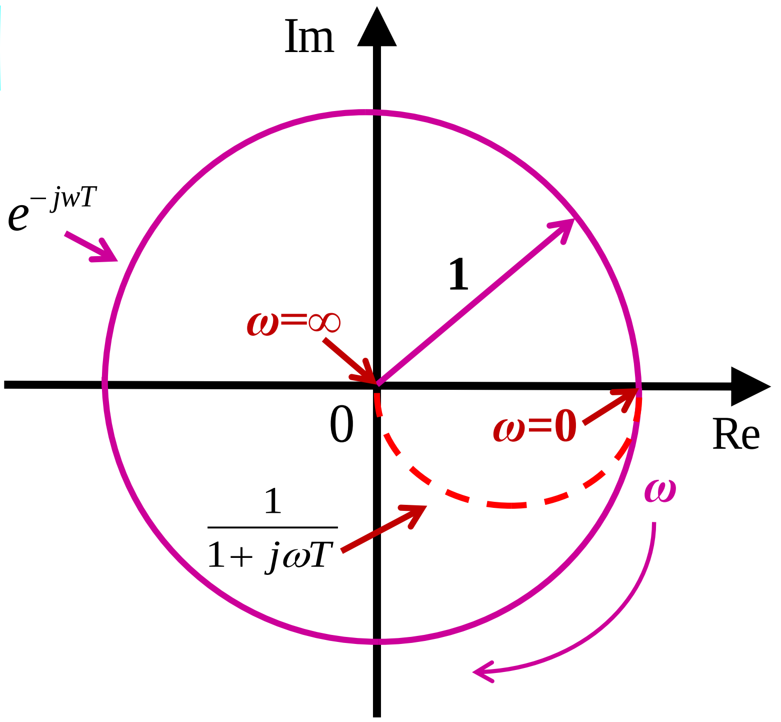
典型环节的频率特性绘制及分析

6）延迟环节的频率特性 $G(s)=e^{-Ts}$

极坐标图，或奈魁斯特(Nyquist)图

延迟环节的极坐标图是个**单位圆**。

在低频段 $\omega<<1/T$ 时，可以用**惯性环节近似延迟环节**，在低频段与单位圆很相似，高频段两特性差别很大。



典型环节的频率特性绘制及分析

❖ 不稳定环节（非最小相位环节）的频率特性

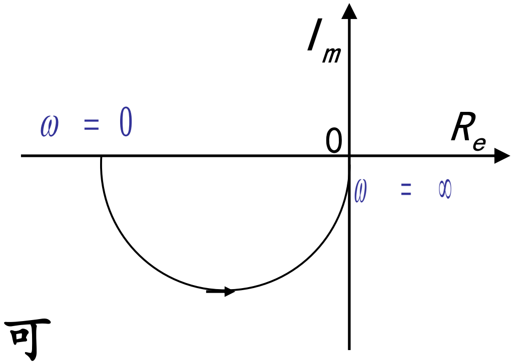
$$G(s)=\frac{1}{Ts-1}$$

不稳定环节有一个正实极点，其频率特性是： $G(j\omega)=\dfrac{1}{jT\omega-1}$

对数坐标图，或伯德(Bode)图

$$|G(j\omega)|=\frac{1}{\sqrt{T^2\omega^2+1}} \qquad \angle G(j\omega)=-\arctan\frac{T\omega}{-1}=-180^0+\arctan(T\omega)$$

$$\begin{cases}\omega=0 & \angle G(j0)=-180^\circ \\ \omega=\dfrac{1}{T} & \angle G(j\dfrac{1}{T})=-135^\circ \\ \omega=\infty & \angle G(j\infty)=-90^\circ\end{cases}$$



不稳定惯性环节的频率特性

不稳定环节的频率特性如右图。比较图可知，它与惯性环节频率特性相比，是以平面的虚轴为对称的。

典型环节的频率特性绘制及分析

❖ 不稳定环节（非最小相位环节）的频率特性

$$\frac{1}{-Ts+1} \qquad \frac{1}{Ts-1}$$

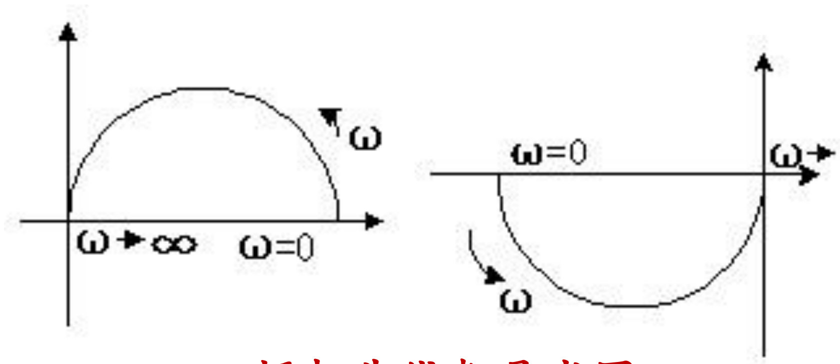
它们模相等，都是：$|G(jw)|=\frac{1}{\sqrt{(\omega T)^2+1}}$

且与惯性环节相同，相频特性则不同，分别为：

$$\angle=\arctan\frac{\omega T}{1}=0\to 90^\circ$$

$$\angle=\arctan(-\frac{\omega T}{1})=-\arctan\frac{\omega T}{1}=-180^\circ\to -90^\circ$$

极坐标图，或奈魁斯特(Nyquist)图



幅相曲线都是半圆

不稳定的振荡环节推导类似。

不稳定环节的对数幅频特性图和稳定环节相同，相频特性变化范围不同。

□ 频率特性的基本概念

- ✓ 幅频特性、相频特性
- ✓ 正弦输入信号，稳态输出幅值与输入信号幅值之比，输出信号与输入信号相位位移

□ 两种频率特性图

- ✓ 对数坐标图（伯德图、bode图）
- ✓ 极坐标图（奈奎斯特图，Nyquist图）

□ 典型环节的频率特性

- ✓ 比例、积分、惯性、振荡环节
- ✓ 微分（纯微分、比例微分、二阶微分），与积分、惯性、振荡倒数关系
- ✓ 延迟、不稳定环节

- 5.2 画近似伯德图

写清题号，不用抄题；