



西安交通大学

XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY

自动控制理论

Automatic Control Theory

工业自动化系



□ 频率特性的基本概念

- ✓ 幅频特性、相频特性
- ✓ 正弦输入信号，稳态输出幅值与输入信号幅值之比，输出信号与输入信号相位位移

□ 两种频率特性图

- ✓ 对数频率特性：对数坐标图（伯德图、Bode图）
- ✓ 幅相频率特性：极坐标图（奈奎斯特图，奈氏图，Nyquist图）

□ 典型环节的频率特性

- ✓ 比例、积分、惯性、振荡环节
- ✓ 微分（纯微分、比例微分、二阶微分），与积分、惯性、振荡倒数关系
- ✓ 延迟、不稳定环节（非最小相位环节）

系统开环对数频率特性的绘制

- 系统开环传递函数作**典型环节分解**后，可先作出各典型环节的对数频率特性曲线，然后采用**叠加方法**即可绘制系统开环对数频率特性曲线。
- 画大致形状的方法(**折线法，渐近线法**):

低频, 高频, 转折频率点

折线法(渐近线法)绘制

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K' \prod_{j=1}^m (T_j s + 1)}{\prod_{i=1}^n (T_i s + 1)}$$

对数坐标图 绘制要点:

传递函数形式: 时间常数形式

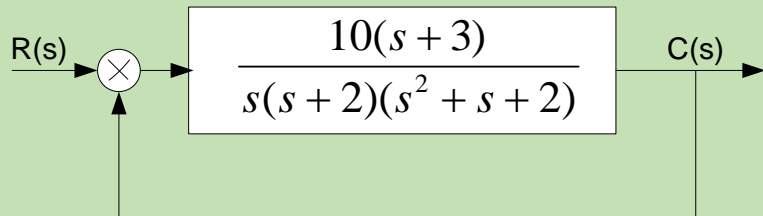
画大致形状的方法: 环节分解

- 低频 (斜率和高度)
- 高频 (斜率)
- 转折 (各环节转折频率)

画图要明确:

- 1) 低频段折线的斜率为 $-20 \nu \text{ dB/dec}$; ν 为串联的积分环节数
- 2) 转折频率点; 经过转折频率点的渐进线斜率变化;
- 3) 某一特定频率 ($\omega = 1$) 对应的高度。

例5.1: 试绘制系统开环对数坐标图。



解:

系统开环频率特性为:

$$G(j\omega) = \frac{10(3+j\omega)}{(j\omega)(2+j\omega)[2+j\omega+(j\omega)^2]} = \frac{7.5\left(1+j\frac{\omega}{3}\right)}{(j\omega)\left(1+\frac{j\omega}{2}\right)\left[1+\frac{j\omega}{2}+\frac{(j\omega)^2}{2}\right]}$$

系统由5个典型环节组成:

① 比例环节: $G_1(j\omega) = 7.5$

④ 惯性环节: $G_4(j\omega) = \frac{1}{1+\frac{j\omega}{2}}$

② 积分环节: $G_2(j\omega) = \frac{1}{j\omega}$

⑤ 振荡环节:

③ 比例微分环节: $G_3(j\omega) = 1+j\frac{\omega}{3}$

$$G_5(j\omega) = \frac{1}{1+\frac{j\omega}{2}+\frac{(j\omega)^2}{2}}$$

例5.1: 试绘制系统开环对数坐标图。

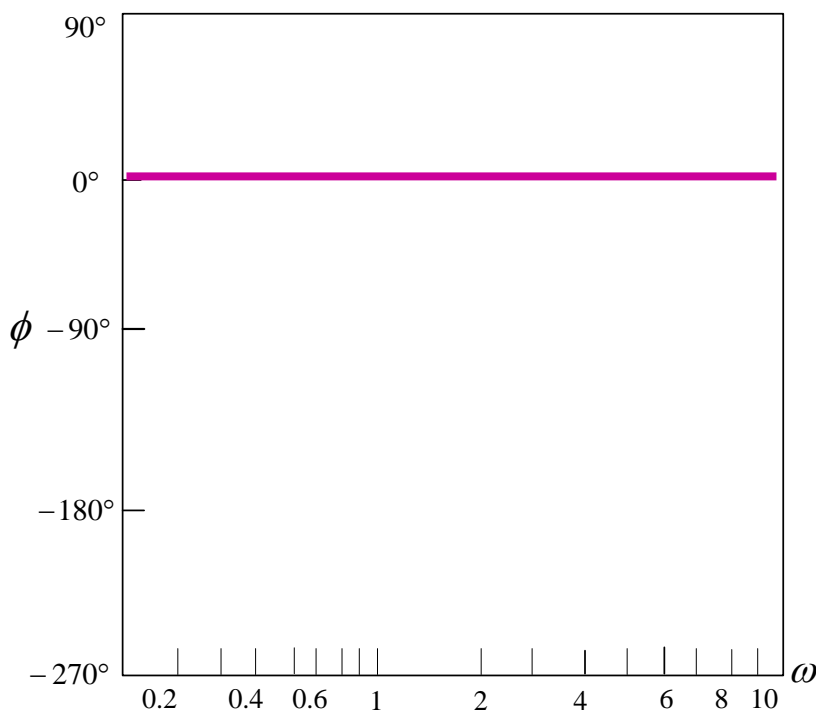
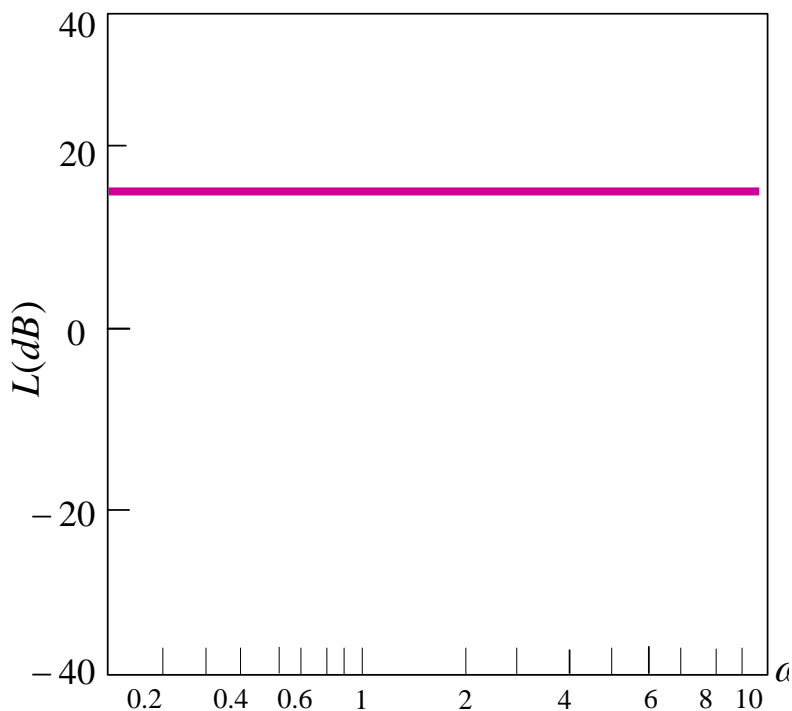
$$G(j\omega) = \frac{7.5 \left(1 + j\frac{\omega}{3}\right)}{(j\omega) \left(1 + \frac{j\omega}{2}\right) \left[1 + \frac{j\omega}{2} + \frac{(j\omega)^2}{2}\right]}$$

① 比例环节: $G_1(j\omega) = 7.5$ $G(s) = K$

$$L_1(j\omega) = 20\lg 7.5 = 17.5 \text{ dB}$$

对数幅频特性为 17.5 dB 的水平线。

相频特性为 0° 的水平线。



例5.1: 试绘制系统开环对数坐标图。

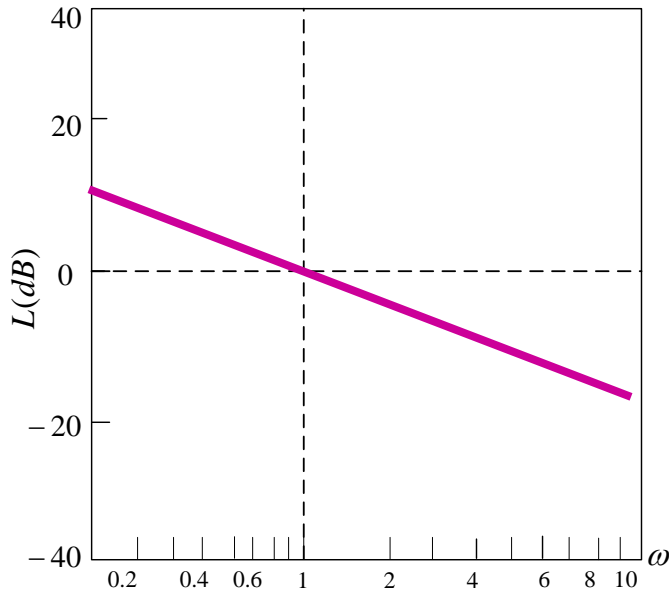
$$G(j\omega) = \frac{7.5 \left(1 + j\frac{\omega}{3}\right)}{(j\omega) \left(1 + \frac{j\omega}{2}\right) \left[1 + \frac{j\omega}{2} + \frac{(j\omega)^2}{2}\right]}$$

② 积分环节:

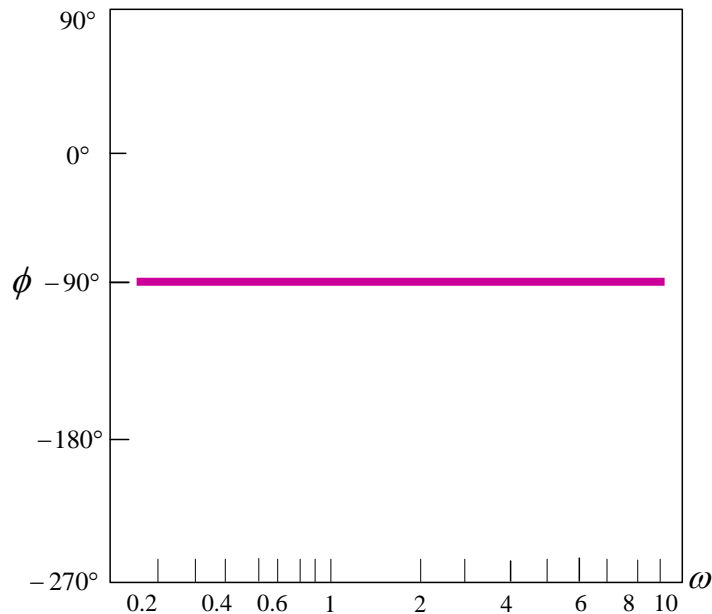
$$G_2(j\omega) = \frac{1}{j\omega}$$

$$G(s) = 1/s$$

对数幅频特性是一条与0 dB交于
 $\omega=1$, 斜率为-20 dB/dec的直线。



相频特性为-90°的水平线。

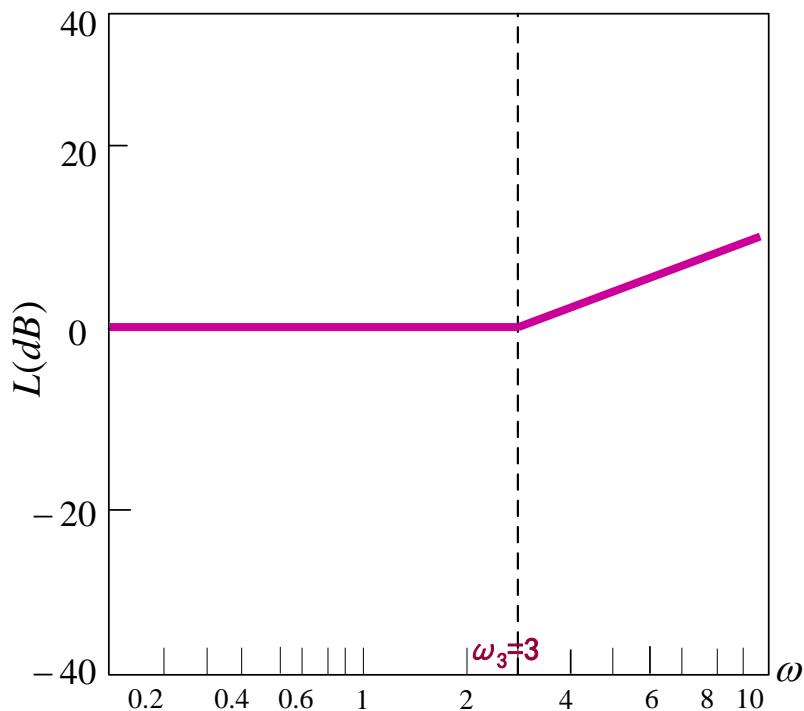


例5.1: 试绘制系统开环对数坐标图。

$$G(j\omega) = \frac{7.5 \left(1 + j\frac{\omega}{3}\right)}{(j\omega) \left(1 + \frac{j\omega}{2}\right) \left[1 + \frac{j\omega}{2} + \frac{(j\omega)^2}{2}\right]}$$

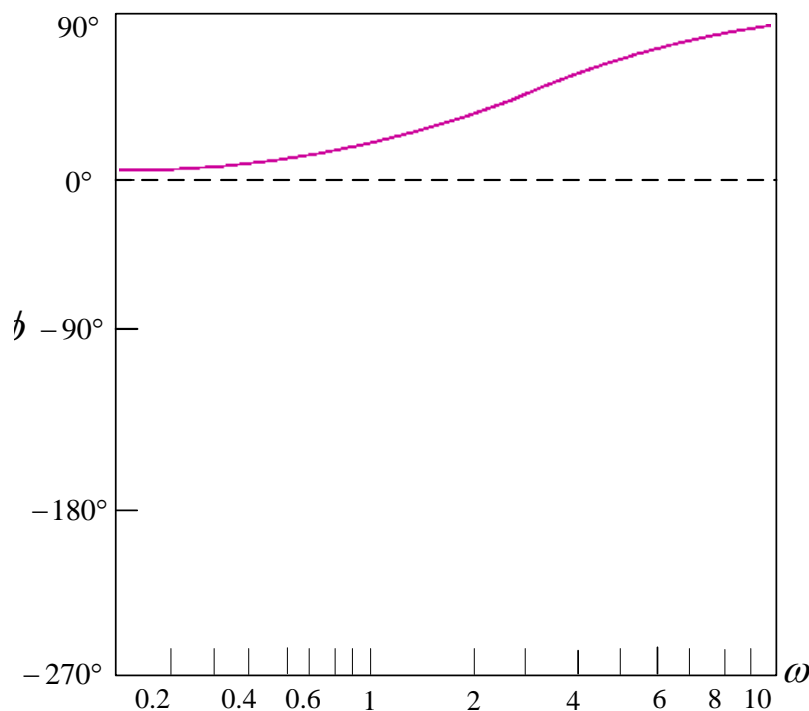
③ 比例微分环节: $G_3(j\omega) = 1 + j\frac{\omega}{3}$

对数幅频特性在 $\omega < \omega_3$ 时为 0 dB 的水平线,
在 $\omega > \omega_3$ 时为斜率 +20 dB/dec 的直线。



转角频率 $\omega_3 = 3$

相频特性在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 内变化,
是对 $+45^\circ$ 点斜对称的曲线。

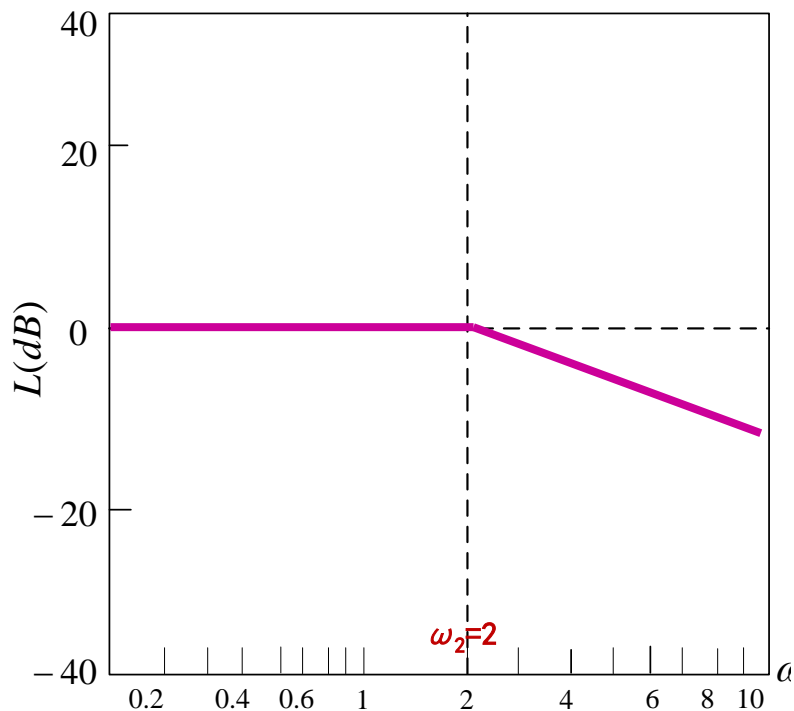


例5.1: 试绘制系统开环对数坐标图。

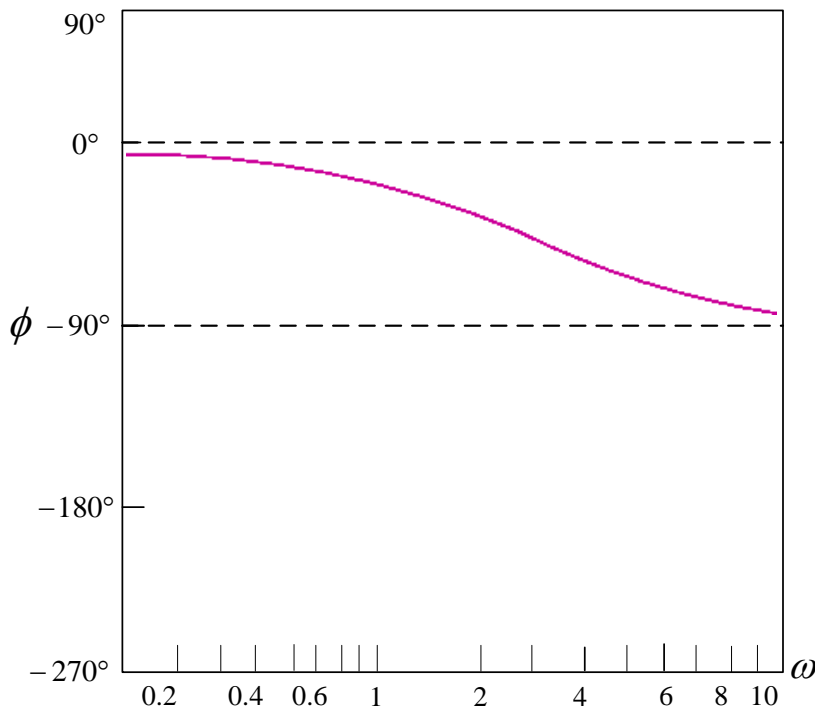
$$G(j\omega) = \frac{7.5 \left(1 + j\frac{\omega}{3}\right)}{(j\omega) \left(1 + \frac{j\omega}{2}\right) \left[1 + \frac{j\omega}{2} + \frac{(j\omega)^2}{2}\right]}$$

④ 惯性环节: $G_4(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{2}}$ 转角频率 $\omega_2=2$

对数幅频特性在 $\omega < \omega_2$ 时为 0 dB 的水平线，
在 $\omega > \omega_2$ 时为斜率 -20 dB/dec 的直线。



相频特性在 $0^\circ \sim -90^\circ$ 内变化，
是对 -45° 点斜对称的曲线。



例5.1: 试绘制系统开环对数坐标图。

$$G(j\omega) = \frac{7.5 \left(1 + j\frac{\omega}{3}\right)}{(j\omega) \left(1 + \frac{j\omega}{2}\right) \left[1 + \frac{j\omega}{2} + \frac{(j\omega)^2}{2}\right]}$$

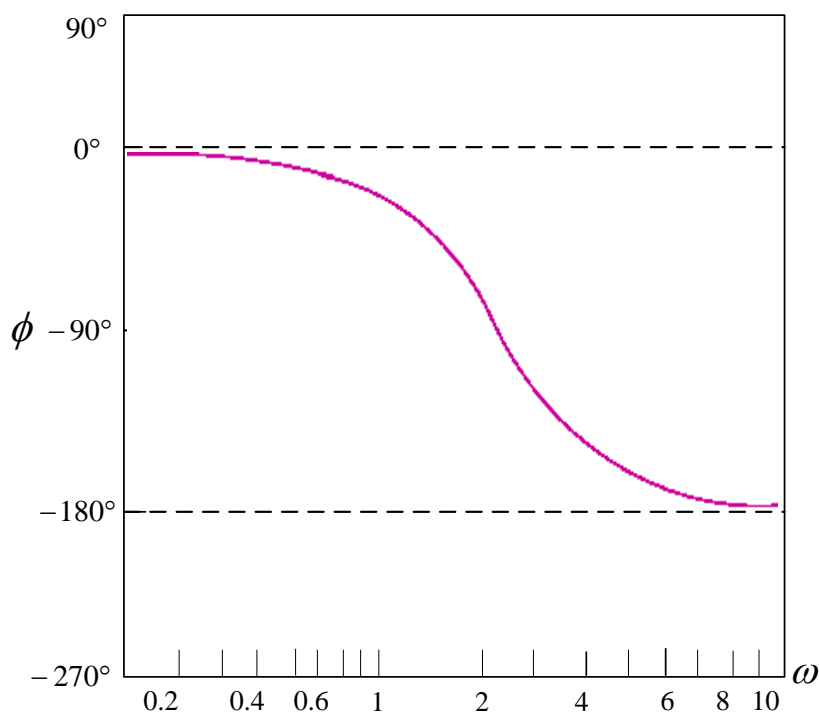
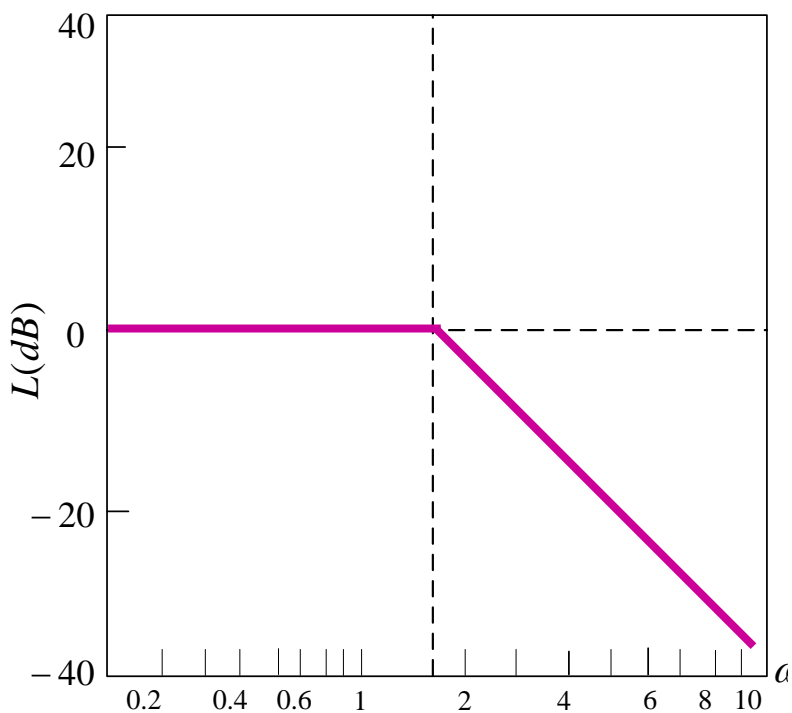
⑤ 振荡环节: $G_5(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{2} + \frac{(j\omega)^2}{2}}$

转角频率 $\omega_1 = \sqrt{2}$

阻尼比 $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{4} = 0.35$

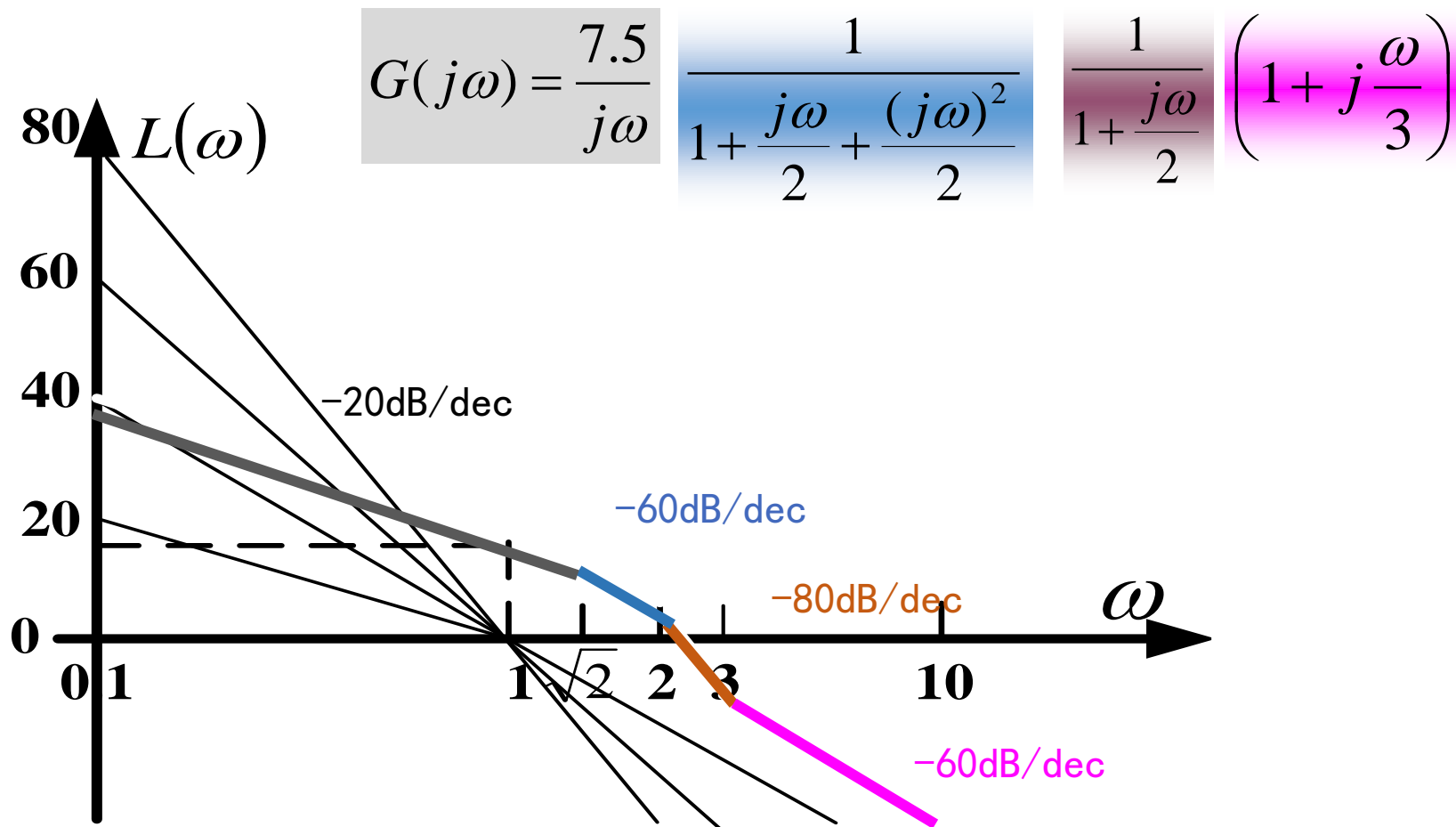
对数幅频特性在 $\omega < \omega_1$ 时为 0 dB 的水平线, 在 $\omega > \omega_1$ 时为斜率 -40 dB/dec 的直线。

相频特性在 $0^\circ \sim -180^\circ$ 内变化, 是对 -90° 点斜对称的曲线。



例5.1: 试绘制系统开环对数坐标图。

$$G(j\omega) = \frac{7.5 \left(1 + j\frac{\omega}{3}\right)}{(j\omega) \left(1 + \frac{j\omega}{2}\right) \left[1 + \frac{j\omega}{2} + \frac{(j\omega)^2}{2}\right]}$$

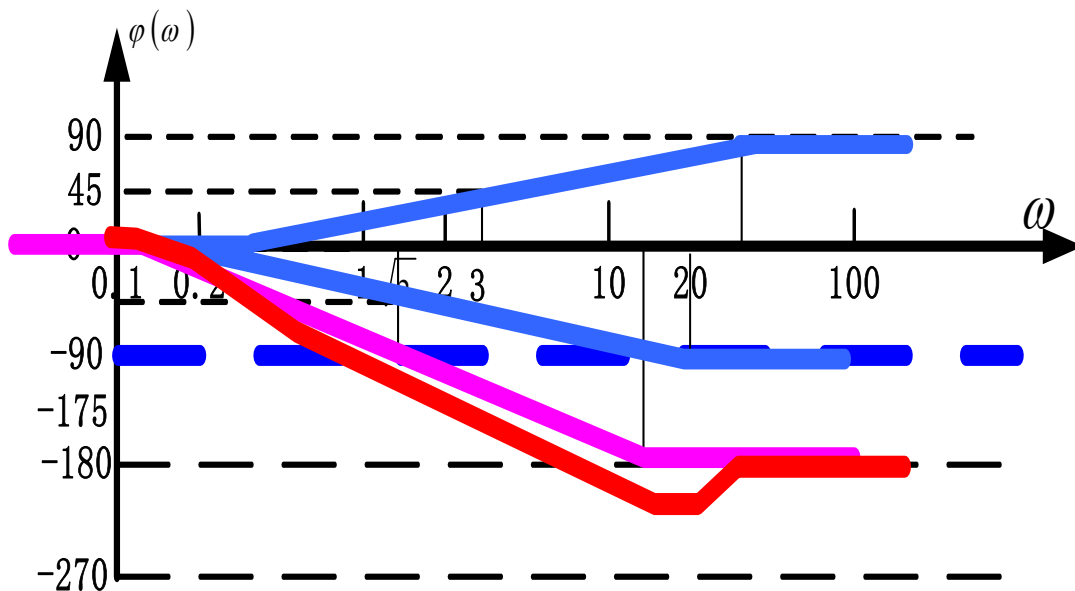


例5.1: 试绘制系统开环对数坐标图。

$$G(j\omega) = \frac{7.5 \left(1 + j\frac{\omega}{3}\right)}{(j\omega) \left(1 + \frac{j\omega}{2}\right) \left[1 + \frac{j\omega}{2} + \frac{(j\omega)^2}{2}\right]}$$

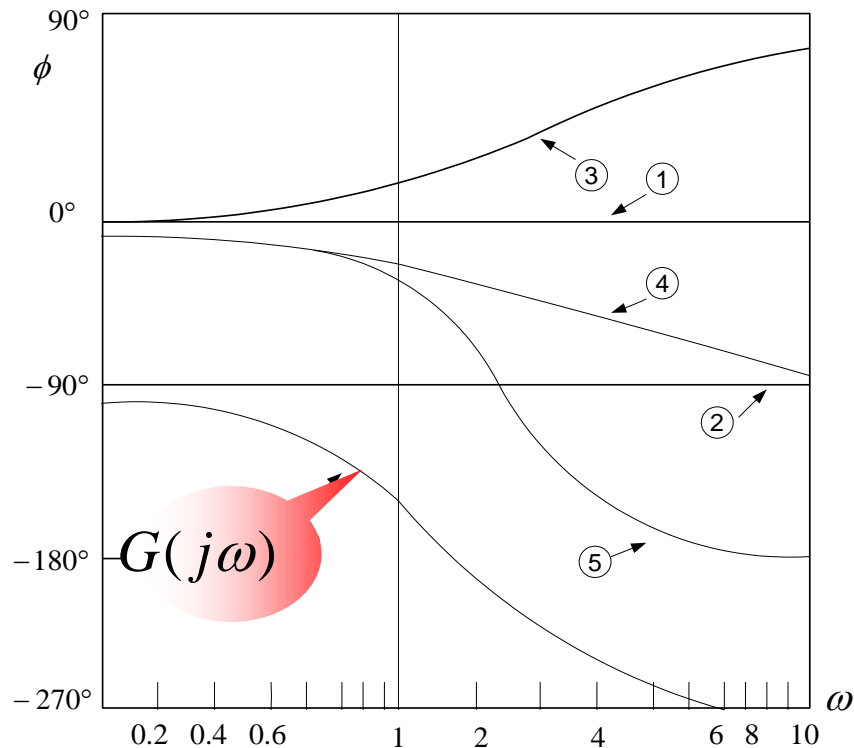
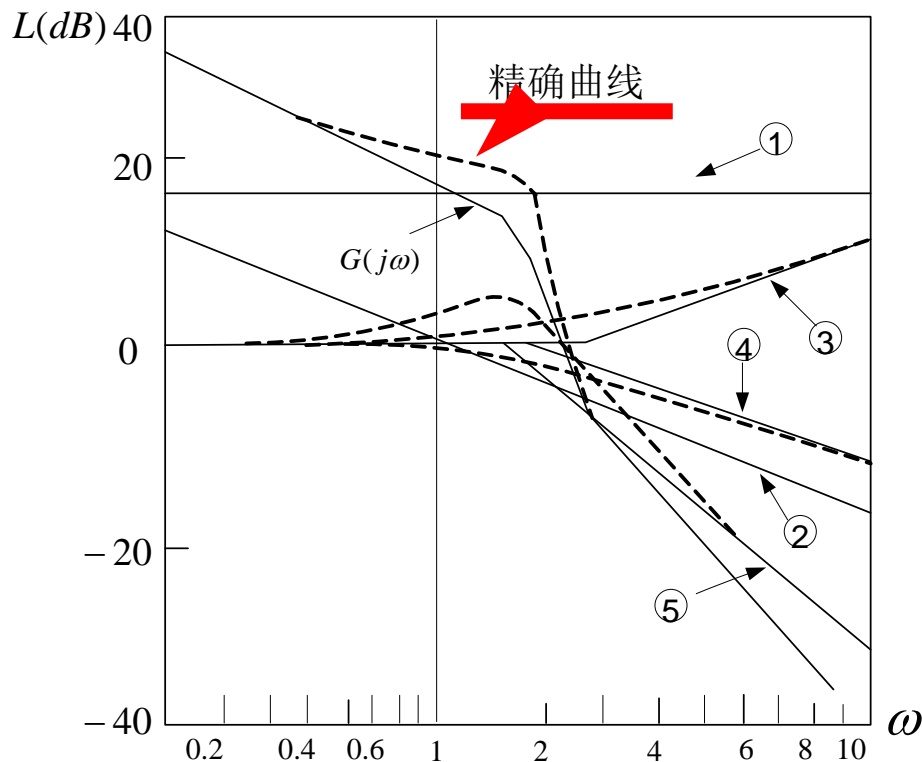
$$G(j\omega) = \frac{7.5}{j\omega} \left(1 + j\frac{\omega}{3}\right) \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{2}} \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{2} + \frac{(j\omega)^2}{2}}$$

$$\phi(\omega) = \begin{cases} 0 - 90^\circ - 0 - 0 - 0 = -90^\circ & \omega \rightarrow 0 \\ 0 - 90^\circ + 90^\circ - 90^\circ - 180^\circ = -270^\circ & \omega \rightarrow \infty \end{cases}$$



例5.1: 试绘制系统开环对数坐标图。

$$G(j\omega) = \frac{\textcircled{1} 7.5 \left(1 + j\frac{\omega}{3}\right)^{\textcircled{3}}}{\textcircled{2} (j\omega) \left(1 + \frac{j\omega}{2}\right) \left[1 + \frac{j\omega}{2} + \frac{(j\omega)^2}{2}\right]^{\textcircled{5}}}$$



开环对数幅频特性渐近曲线的绘制方法

1. 传递函数的型式（时间常数型式）；
2. 算出各环节的转角频率及 $L=20\lg K$ 的dB值, 并将转角频率从低到高排列；（环节划分）
3. 过 $\omega=1$, $L=20\lg K$ 这一点, 作斜率为 -20ν dB/dec的直线（ ν 为串联的积分环节数）；
4. 从低频段开始, 每经过一个转角频率, 按环节性质改变一次渐近线的斜率；
5. 若要画精确曲线, 则在各转角频率附近利用误差曲线进行修正。

开环对数相频特性渐近曲线的绘制方法

各环节相频特性叠加, 工程上往往用分析法计算各相频特性上几个点, 然后连接成线。

5 5.3 系统开环频率特性的

$$G(j\omega)H(j\omega) = \frac{10(0.5j\omega + 1)}{(j\omega)^2(0.1j\omega + 1)}$$

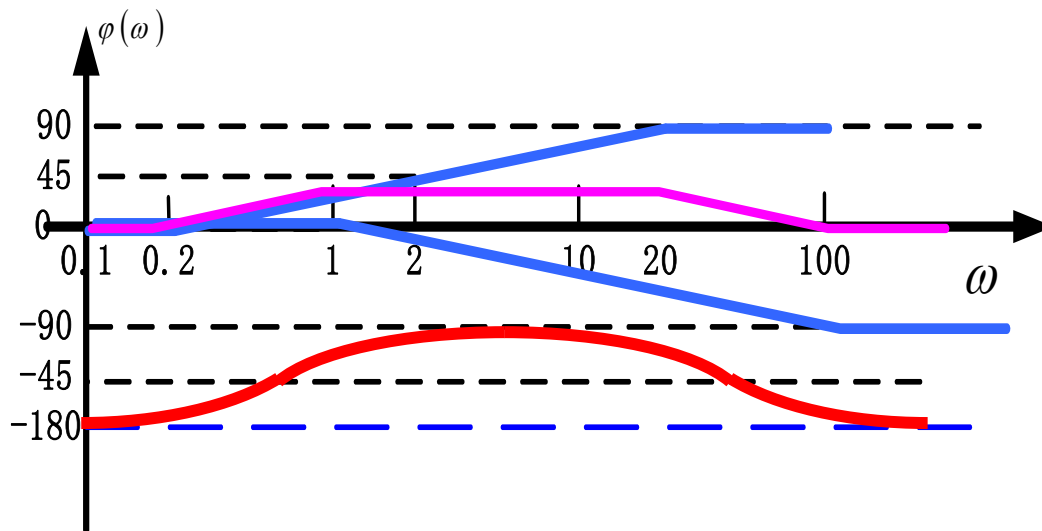
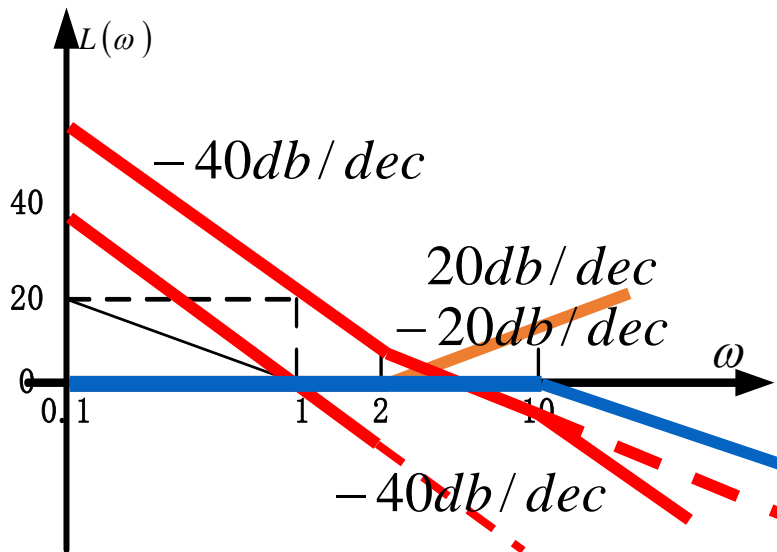
例

$$L(\omega) = 20\lg 10 - 20\lg \omega^2 + 20\lg \sqrt{1 + (0.5\omega)^2} - 20\lg \sqrt{1 + (0.1\omega)^2}$$

$$20\lg 10 = 20\text{dB}$$

$$\omega > 10$$

$$\varphi(\omega) = -180^\circ + \text{tg}^{-1} 0.5\omega - \text{tg}^{-1} 0.1\omega$$



$$L(\omega) = 20\lg 10 - 40\lg \omega \quad \omega < 2$$

$$\varphi(\omega) = -180^\circ + \text{tg}^{-1} 0.5\omega - \text{tg}^{-1} 0.1\omega$$

$$L(\omega) = 20\lg 10 - 20\lg \omega^2 + 20\lg \sqrt{1 + (0.5\omega)^2} \quad 2 < \omega < 10$$

系统开环极坐标图的绘制

概略（大致）开环幅相曲线（极坐标图）反映开环频率特性的三个重要因素：

- 1) 开环幅相曲线的起点（ $\omega=0_+$ ）和终点（ $\omega=\infty$ ）。
- 2) 开环幅相曲线与实轴的交点。

设 $\omega=\omega_x$ 时， $G(j\omega_x)H(j\omega_x)$ 的虚部为：

$$\text{Im}[G(j\omega_x)H(j\omega_x)]=0$$

或 $\phi(\omega_x)=\angle G(j\omega_x)H(j\omega_x)=k\pi$, $k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$

- 3) 开环幅相曲线的变化范围（象限、单调性）。

起点

终点

走向

例5.2:

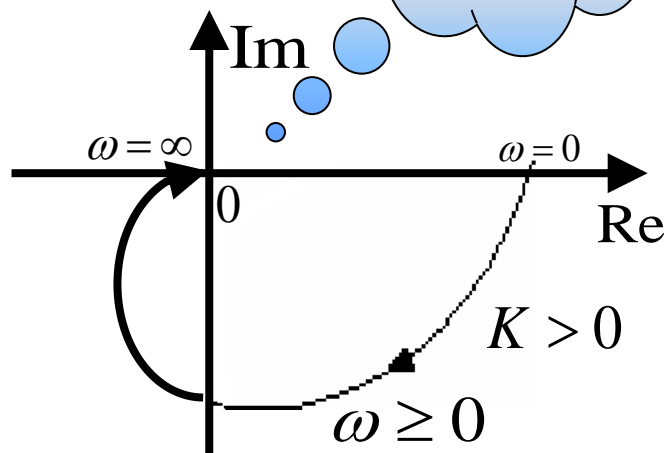
0型单位反馈系统: $G(s) = \frac{K}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$, $K, T_1, T_2 > 0$

系统的开环频率特性:

$$G(j\omega) = \frac{K[1 - T_1T_2\omega^2 - j(T_1+T_2)\omega]}{(1+T_1^2\omega^2)(1+T_2^2\omega^2)}$$

起点: $\omega = 0, G(j0) = K \angle 0^\circ$

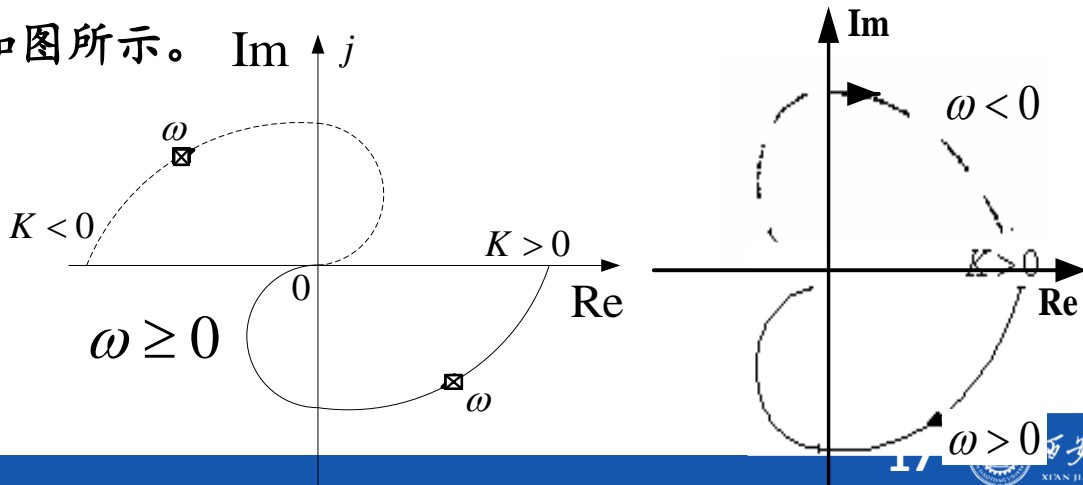
终点: $\omega = \infty, G(j\infty) = 0 \angle -180^\circ$



令 $\text{Im}G(j\omega_x) = 0$, 得 $\omega_x = 0$, 即系统开环幅相曲线除在 $\omega = 0$ 处外与实轴无交点。

由于惯性环节单调的从 $0^\circ \sim -90^\circ$ 变化, 故系统开环幅相曲线的变化范围为第IV和第III象限, 具体如图所示。

若 $K < 0$, 由于比例环节相角恒为 -180° , 故此时系统开环幅相曲线由原曲线绕原点顺时针旋转 -180° 而得, 如图中虚线所示。



5.3 系统开环频率特性的绘制

例5.3: I型单位反馈系统: $G(s)H(s) = \frac{K}{s(T_1s+1)(T_2s+1)}$, $K, T_1, T_2 > 0$

系统的开环频率特性:

$$G(j\omega)H(j\omega) = \frac{K}{j\omega(1+j\omega T_1)(1+j\omega T_2)} = \frac{K(1-jT_1\omega)(1-jT_2\omega)(-j)}{\omega(1+T_1^2\omega^2)(1+T_2^2\omega^2)}$$

幅值变化: $\begin{cases} A(0_+) = \infty \\ A(\infty) = 0 \end{cases}$

相角变化:

$$\begin{cases} \angle \frac{1}{j\omega} & \text{始终 } -90^\circ \\ \angle \frac{1}{1+jT_1\omega} & 0^\circ \square -90^\circ \\ \angle \frac{1}{1+jT_2\omega} & 0^\circ \square -90^\circ \\ \angle K & \text{始终 } 0^\circ \end{cases} \Rightarrow \angle \phi(\omega) \quad -90^\circ \square -270^\circ$$

起点: $\omega = 0, G(j0) = \infty \angle -90^\circ$

终点: $\omega = \infty, G(j\infty) = 0 \angle -270^\circ$

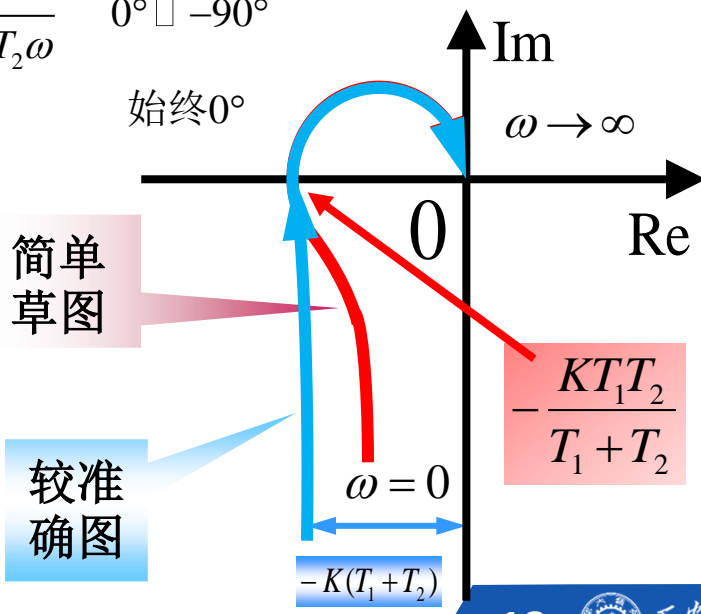
与实轴的交点坐标:

令 $\text{Im}G(j\omega_x) = 0$, 得: $\omega_x = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}}$

$$\text{Re}[G(j\omega_x)H(j\omega_x)] = -\frac{KT_1 T_2}{T_1 + T_2}$$

起点横坐标: $\text{Re}[G(j0_+)H(j0_+)] = -K(T_1 + T_2)$

$\text{Im}[G(j0_+)H(j0_+)] \rightarrow -\infty$ 求极限



5.3 系统开环频率特性的绘制

例:
$$G(s)H(s) = \frac{K(T_2s+1)}{T_1s+1} \quad (K > 0) \quad T_1 > 0, T_2 > 0$$

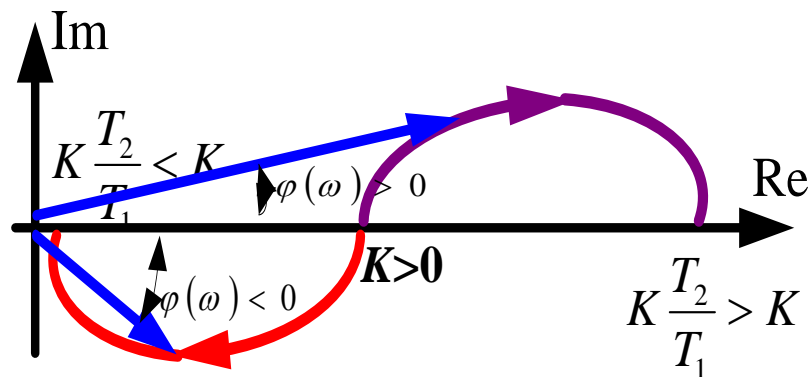
系统的开环频率特性:

$$G(j\omega)H(j\omega) = \frac{K(j\omega T_2 + 1)}{j\omega T_1 + 1} = \frac{K[(1 + T_1 T_2 \omega^2) + j(T_2 - T_1)\omega]}{(\omega T_1)^2 + 1}$$

$$G(j\omega)H(j\omega) = \begin{cases} K \angle 0^\circ & \omega = 0 \\ K \frac{T_2}{T_1} \angle 0^\circ & \omega = \infty \end{cases} \quad \phi(\omega) = \arctan \omega T_2 - \arctan \omega T_1$$

若 $T_1 > T_2$, 则 $\phi(\omega) < 0$;

若 $T_1 < T_2$, 则 $\phi(\omega) > 0$ 。



5.3 系统开环频率特性的绘制

例:
$$G(s)H(s) = \frac{K(T_3s+1)}{(T_1s+1)(T_2s+1)} \quad T_1 > T_3 > T_2 > 0$$

系统的开环频率特性:
$$G(j\omega)H(j\omega) = \frac{K(j\omega T_3+1)}{(j\omega T_1+1)(j\omega T_2+1)} \quad \underline{T_1 > T_3 > T_2 > 0}$$

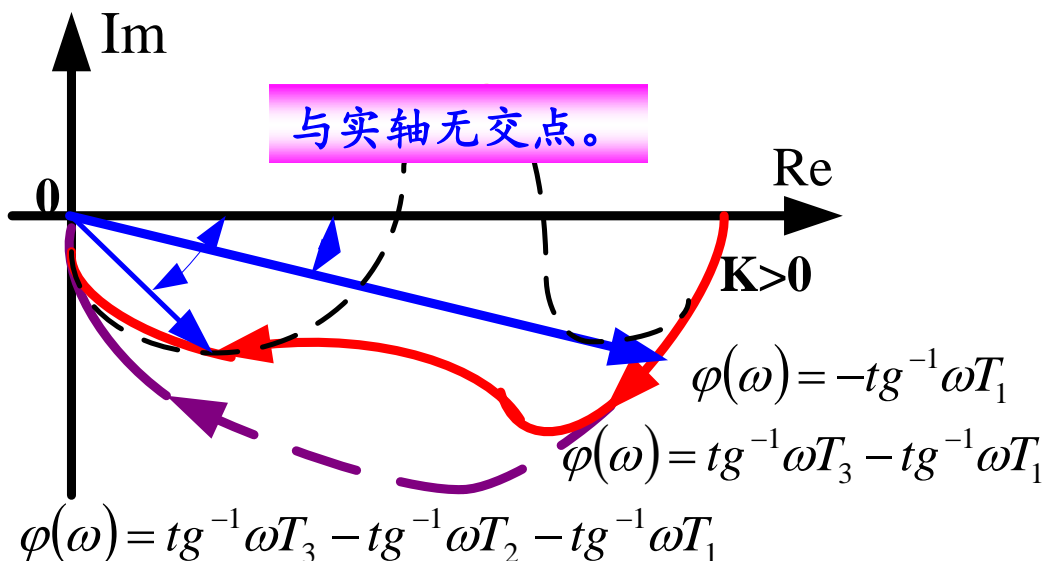
$$G(j\omega)H(j\omega) = \begin{cases} K \angle 0^\circ & \omega = 0 \\ 0 \angle -90^\circ & \omega = \infty \end{cases}$$

$$\phi(\omega) = \text{tg}^{-1}\omega T_3 - \text{tg}^{-1}\omega T_2 - \text{tg}^{-1}\omega T_1$$

$$|\text{tg}^{-1}\omega T_1| > |\text{tg}^{-1}\omega T_3| > |\text{tg}^{-1}\omega T_2|$$

① 确定交点是否存在

$$\begin{aligned} \text{令 } \phi(\omega) = 0, \quad \text{tg}^{-1}\omega T_3 \\ = \text{tg}^{-1}\omega T_2 + \text{tg}^{-1}\omega T_1 \end{aligned}$$



$$\omega T_3 = \frac{\omega T_1 + \omega T_2}{1 - \omega^2 T_1 T_2} \rightarrow$$

$$\begin{cases} \omega = 0 \text{ 即为起点;} \\ \omega^2 = \frac{T_3 - T_1 - T_2}{T_1 T_2 T_3} > 0 \end{cases}$$

与 $T_1 > T_3 > T_2$ 矛盾。

5.3 系统开环频率特性的绘制

例: $G(j\omega)H(j\omega) = \frac{K(j\omega T_3 + 1)}{(j\omega T_1 + 1)(j\omega T_2 + 1)} \quad T_1 > T_3 > T_2 > 0$

$$G(j\omega)H(j\omega) = \begin{cases} K \angle 0^\circ & \omega = 0 \\ 0 \angle -90^\circ & \omega = \infty \end{cases}$$

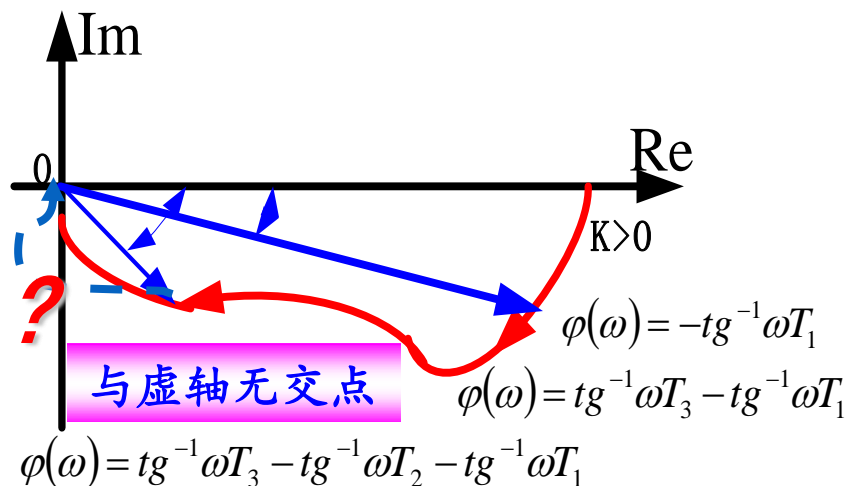
$$\phi(\omega) = \text{tg}^{-1}\omega T_3 - \text{tg}^{-1}\omega T_2 - \text{tg}^{-1}\omega T_1$$

令 $\phi(\omega) = -\frac{\pi}{2}$, $\text{tg}^{-1}\omega T_3 + \frac{\pi}{2} = \text{tg}^{-1}\omega T_2 + \text{tg}^{-1}\omega T_1$

$$-\frac{1}{\omega T_3} = \frac{\omega T_1 + \omega T_2}{1 - \omega^2 T_1 T_2} \rightarrow$$

$$\omega^2 = \frac{1}{T_1 T_2 - T_2 T_3 - T_3 T_1} > 0,$$

即 $\frac{1}{T_3} > \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_1}$ 与 $T_1 > T_3 > T_2$ 矛盾。



② 也可用实部虚部求解:

$$\left. \begin{aligned} \text{Re}[G(j\omega)] = 0 \rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2 - T_2 T_3 - T_3 T_1}} \rightarrow \text{Im}[G(j\omega)] \\ \text{Im}[G(j\omega)] = 0 \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{T_3 - T_2 - T_1}{T_1 T_2 T_3}} \rightarrow \text{Re}[G(j\omega)] \end{aligned} \right\}$$

判断是
否有解

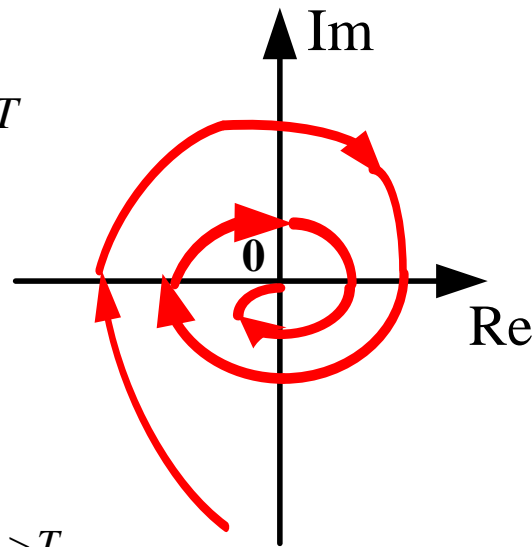
5.3 系统开环频率特性的绘制

例: $G(s)H(s) = \frac{1}{s} e^{-Ts}$ $G(j\omega)H(j\omega) = \frac{1}{j\omega} e^{-j\omega T} = \frac{1}{j\omega} [\cos(-\omega T) + j \sin(-\omega T)]$

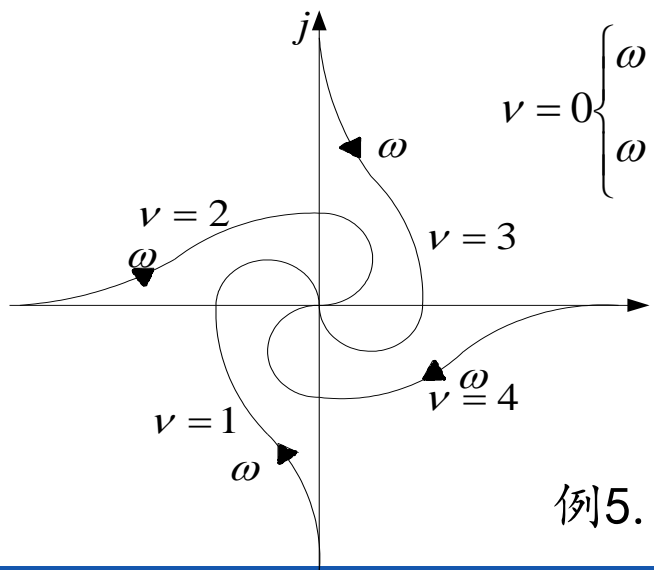
$$G(j\omega)H(j\omega) = \begin{cases} \infty \angle -\frac{\pi}{2}, \omega = 0; \\ 0 \angle -\infty, \omega = \infty. \end{cases} \quad \phi(\omega) = -\frac{\pi}{2} - \omega T$$

最小相位系统草图绘制规律总结

——抓住起止点，中间判交点。

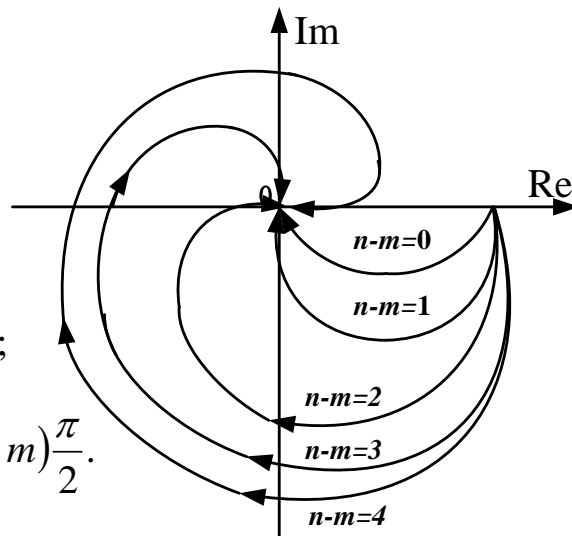


设开环传递函数 $G(j\omega)H(j\omega) = \frac{K \prod_{j=1}^m (1 + j\omega T_j)}{(j\omega)^v \prod_{i=1}^{n-v} (1 + j\omega T_i)}$ ($n > m$) 设 $T_i > T_j$



$$v = 0 \begin{cases} \omega = 0, G(j\omega) = K \angle 0^\circ; \\ \omega = \infty, G(j\omega) = 0 \angle -(n-m) \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

$$v \geq 1 \begin{cases} \omega = 0, G(j\omega) = \infty \angle -v \frac{\pi}{2}; \\ \omega = \infty, G(j\omega) = 0 \angle -(n-m) \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$



例5.3 $G(j\omega)H(j\omega) = \frac{K}{(j\omega)^v (1 + j\omega T_1)(1 + j\omega T_2)}$

最小相位系统与非最小相位系统

没有开环右零/极点的系统称为**最小相位系统**，反之则为非最小相位系统。

$$G_1(j\omega) = \frac{1+j\omega T_2}{1+j\omega T_1}, \quad G_2(j\omega) = \frac{1-j\omega T_2}{1+j\omega T_1}, \quad G_3(j\omega) = \frac{1+j\omega T_2}{1-j\omega T_1}, \quad G_4(j\omega) = \frac{1+j\omega T_2}{1+j\omega T_1} e^{-j\omega\tau}$$

$$L_1(\omega) = L_2(\omega) = L_3(\omega) = L_4(\omega) = 20\lg \sqrt{1+(\omega T_2)^2} - 20\lg \sqrt{1+(\omega T_1)^2}$$

$$\phi_1(\omega) = \operatorname{tg}^{-1} \omega T_2 - \operatorname{tg}^{-1} \omega T_1 \quad [0, 0]$$

$$\phi_2(\omega) = -\operatorname{tg}^{-1} \omega T_2 - \operatorname{tg}^{-1} \omega T_1 \quad [0, -180^\circ]$$

$$\phi_3(\omega) = \operatorname{tg}^{-1} \omega T_2 + \operatorname{tg}^{-1} \omega T_1 \quad [0, 180^\circ]$$

$$\phi_4(\omega) = \operatorname{tg}^{-1} \omega T_2 - \operatorname{tg}^{-1} \omega T_1 - \omega\tau \quad [0, -\infty]$$

G_1 相位变化最小

5.3 系统开环频率特性的绘制

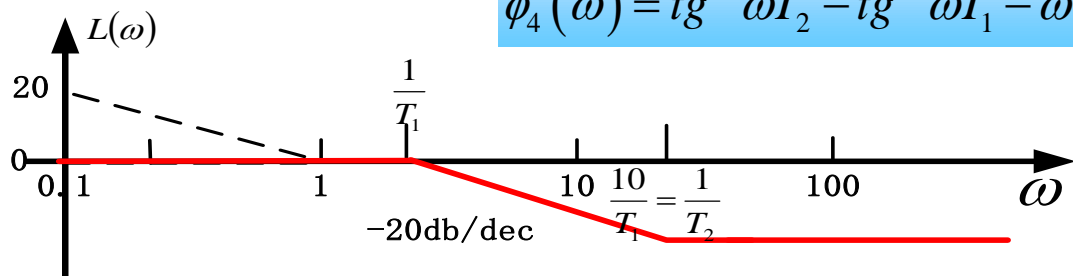
$$L_1(\omega) = L_2(\omega) = L_3(\omega) = L_4(\omega) = 20\lg \sqrt{1 + (\omega T_2)^2} - 20\lg \sqrt{1 + (\omega T_1)^2}$$

$$\phi_1(\omega) = \operatorname{tg}^{-1} \omega T_2 - \operatorname{tg}^{-1} \omega T_1 \quad [0, 0]$$

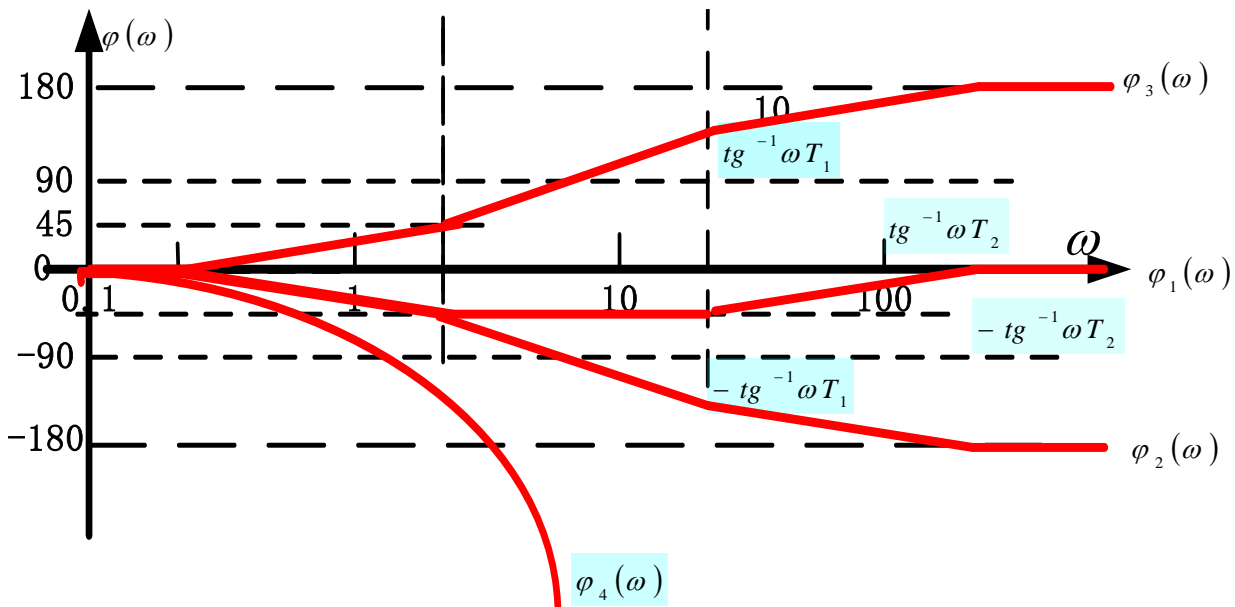
$$\phi_2(\omega) = -\operatorname{tg}^{-1} \omega T_2 - \operatorname{tg}^{-1} \omega T_1 \quad [0, -180^\circ]$$

$$\phi_3(\omega) = \operatorname{tg}^{-1} \omega T_2 + \operatorname{tg}^{-1} \omega T_1 \quad [0, 180^\circ] \quad T_1 = 10T_2$$

$$\phi_4(\omega) = \operatorname{tg}^{-1} \omega T_2 - \operatorname{tg}^{-1} \omega T_1 - \omega\tau \quad [0, -\infty]$$



$$L(\infty) = -20(n-m) \text{ dB/dec}$$



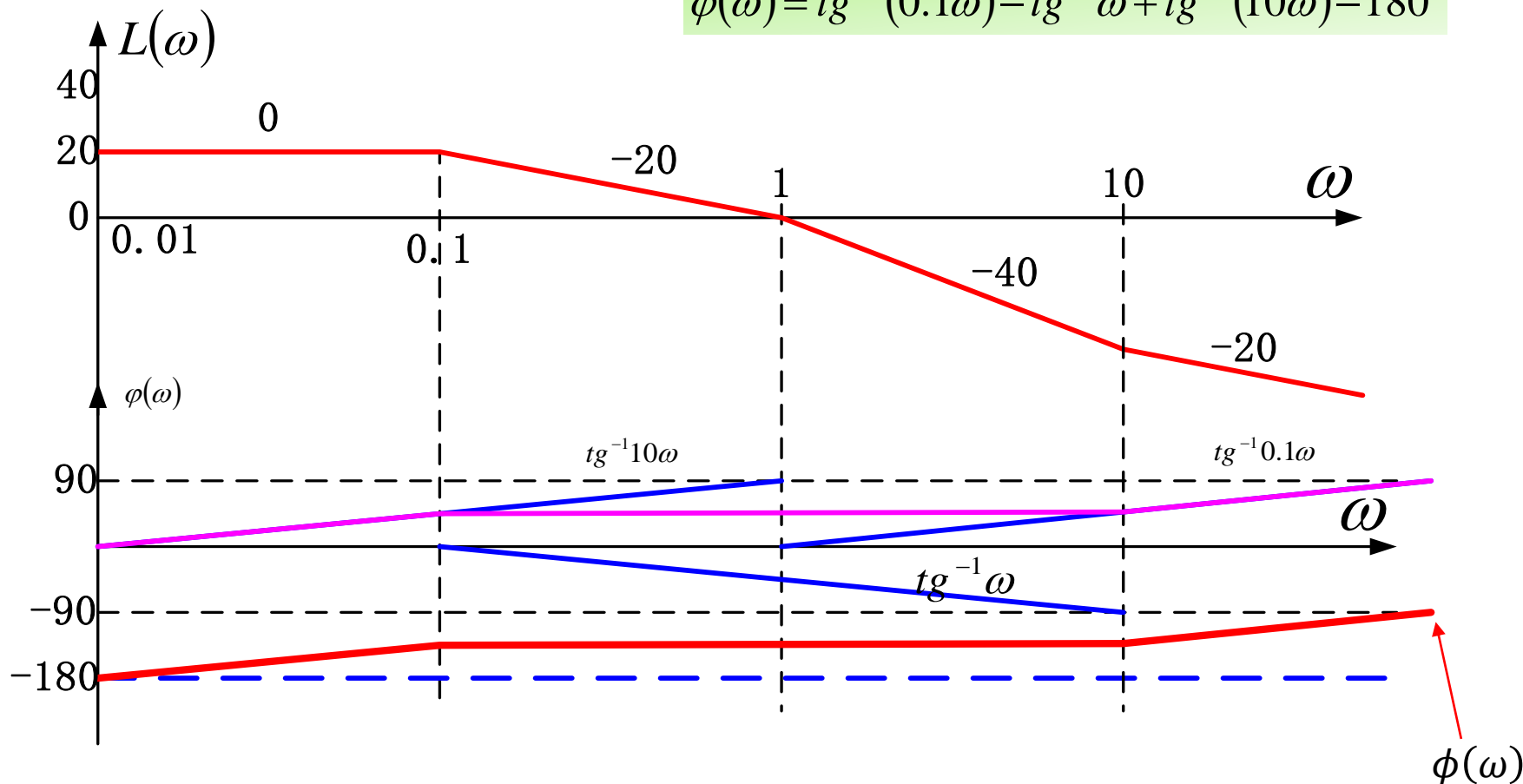
$$\phi(\infty) = -(n-m) \frac{\pi}{2}$$

只有最小相位系统
具有特征使其可通
过 $L(\omega)$ 唯一确定 $G(s)$ 。

$$G(s)H(s) = -\frac{10(0.1s+1)}{(-10s+1)(s+1)}$$

例：非最小相位系统Bode图

$$\varphi(\omega) = \operatorname{tg}^{-1}(0.1\omega) - \operatorname{tg}^{-1}\omega + \operatorname{tg}^{-1}(10\omega) - 180^\circ$$



说明：最小相位系统与非最小相位系统 $L(\omega) \sim \omega$ 一致，

$L(\infty) = -20(n-m)\text{dB/dec}$ ；且最小相位系统 $\varphi(\infty) = -(n-m) \cdot 90^\circ$ ，因此

可以根据幅频特性唯一确定最小相位系统的传递函数。

例5.4: 非最小相位系统幅相曲线绘制举例

试概略绘制系统开环幅相曲线 $G(s)H(s) = \frac{K(-\tau s + 1)}{s(Ts + 1)}$ $K, \tau, T > 0$

系统的开环频率特性:

$$G(j\omega)H(j\omega) = \frac{K[-(T + \tau)\omega - j(1 - T\tau\omega^2)]}{\omega(1 + T^2\omega^2)}$$

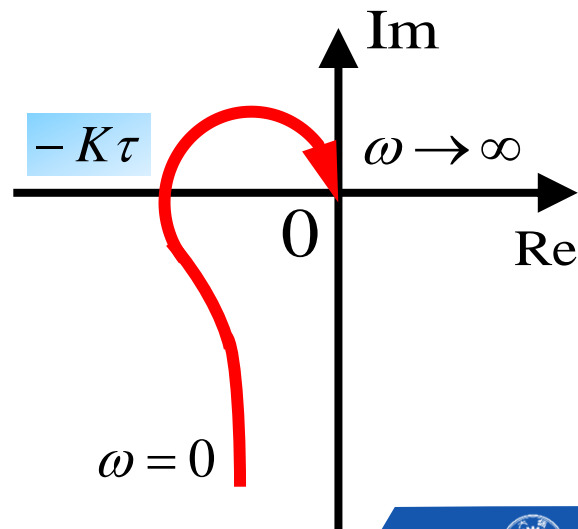
$$\phi(\omega) = \text{tg}^{-1}(-\omega\tau) - \text{tg}^{-1}\omega T - 90^\circ$$

起点: $\omega = 0^+ \quad \infty \angle -90^\circ$

终点: $\omega = +\infty \quad 0 \angle -270^\circ$

令虚部为零, 求与实轴的交点:

$$\begin{cases} \omega_x = \frac{1}{\sqrt{T\tau}} \\ \text{Re}[G(j\omega_x)H(j\omega_x)] = -K\tau \end{cases}$$



例：非最小相位系统

$$G(s)H(s) = -\frac{10(0.1s+1)}{(-10s+1)(s+1)}$$

$$\phi(\omega) = \underbrace{tg^{-1}(0.1\omega)} - \underbrace{tg^{-1}\omega} - \underbrace{tg^{-1}\left(\frac{-10\omega}{1}\right)} - \underline{180^\circ}$$

$$= \underline{tg^{-1}(0.1\omega)} - \underline{tg^{-1}\omega} + \underline{tg^{-1}(10\omega)} - 180^\circ$$

起点： $\omega = 0^+$ $10 \angle -180^\circ$

终点： $\omega = +\infty$ $0 \angle -90^\circ$

求交点： $\phi(\omega) = -180^\circ$

$\phi(\omega) = -90^\circ$

$$tg^{-1}(0.1\omega) - tg^{-1}\omega + tg^{-1}(10\omega) = 0$$

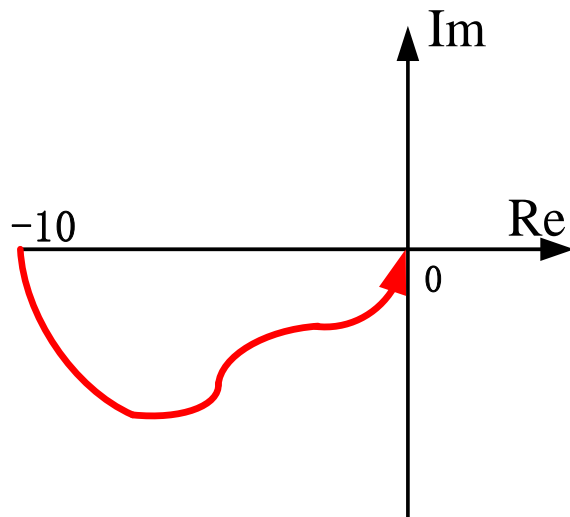
$$\omega = \frac{10.1\omega}{1-\omega^2} \rightarrow \begin{cases} \omega = 0 \text{ 即为起点;} \\ 9.1 + \omega^2 = 0 \text{ 无解} \end{cases}$$

与实轴无交点。

$$tg^{-1}(0.1\omega) - tg^{-1}\omega + tg^{-1}(10\omega) = 90^\circ$$

$$\frac{1}{-\omega} = \frac{10.1\omega}{1-\omega^2} \rightarrow 9.1\omega^2 + 1 = 0 \text{ 无解}$$

与虚轴无交点。



- 最小相位系统的Nyquist图总是顺时针走向，而非最小相位系统的Nyquist图方向可顺、可逆。

$G(j\omega_+)H(j\omega_+)$ 与 $G(j\omega_-)H(j\omega_-)$ 关于实轴对称。

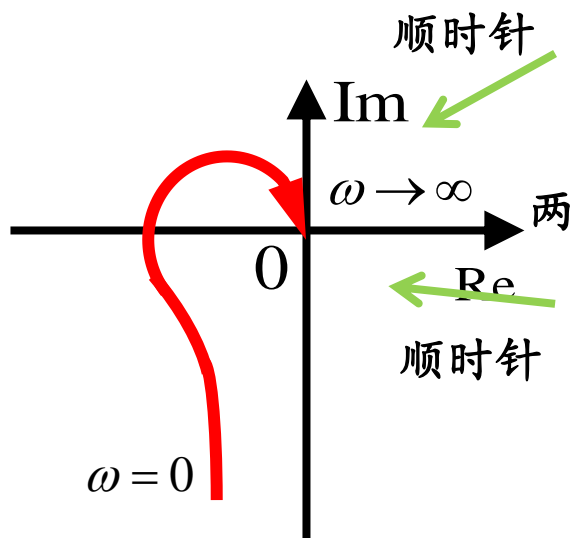
$$G(s)H(s) = \frac{K}{s(T_1s+1)(T_2s+1)} \quad K, T_1, T_2 > 0$$

最小相位系统

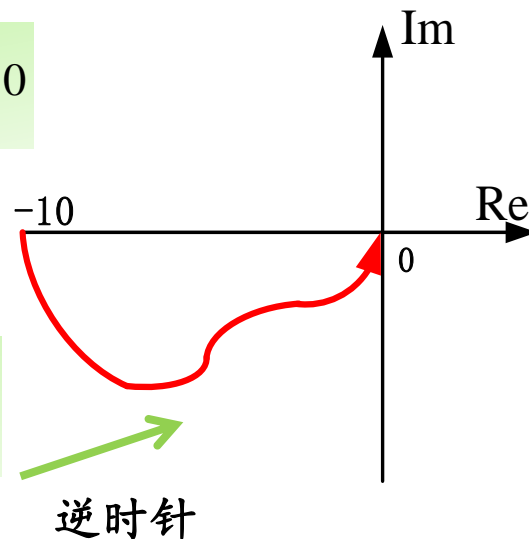
$$G(s)H(s) = \frac{K(-\tau s+1)}{s(Ts+1)} \quad K, \tau, T > 0$$

非最小相位系统

$$G(s)H(s) = -\frac{10(0.1s+1)}{(-10s+1)(s+1)}$$



两图形相似



开环对数幅频特性渐近曲线的绘制方法

1. 传递函数的型式（时间常数型式）；
2. 算出各环节的转角频率及 $20\log K$ 的dB值，并将转角频率从低到高排列；（环节划分）
3. 过 $\omega=1$ ， $L=20\log K$ 这一点，作斜率为 -20ν dB/dec的直线（ ν 为串联的积分环节数）；
4. 从低频段开始，每经过一个转角频率，按环节性质改变一次渐近线的斜率；
5. 若要画精确曲线，则在各转角频率附近利用误差曲线进行修正。

开环对数相频特性渐近曲线的绘制方法

各环节相频特性叠加，工程上往往用分析法计算各相频特性上几个点，然后连接成线。

系统开环极坐标图的绘制

概略（大致）开环幅相曲线（极坐标图）反映开环频率特性的三个重要因素：

- 1) 开环幅相曲线的起点 ($\omega=0_+$) 和终点 ($\omega=\infty$) 。
- 2) 开环幅相曲线与实轴的交点。

设 $\omega=\omega_x$ 时, $G(j\omega_x)H(j\omega_x)$ 的虚部为:

$$\text{Im}[G(j\omega_x)H(j\omega_x)]=0$$

或 $\phi(\omega_x)=\angle G(j\omega_x)H(j\omega_x)=k\pi, k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$

- 3) 开环幅相曲线的变化范围（象限、单调性）。

起点
终点
走向