西安交通大學
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY

自 动 控 制 理 论

Automatic Control Theory

工业自动化系

5 上节课要点复习

对数判据

在开环对数坐标图上，在ω<ω0的频段内，相频特性穿越-180°线的次数为 $N_+ - N_- = -\frac{P}{2}$

稳定裕量：相位裕量、增益裕量

相位裕量 $\gamma = 180^\circ + \varphi(\omega_0)$

增益裕量 $\varphi(\omega_g) = -180^\circ \quad K_g = -20\log|G(j\omega_g)H(j\omega_g)|$

对数频率特性分析系统的稳态性能

0型系统：低频段水平线，静态有差系统，阶跃输入时误差与低频段高度有关。 $20\lg K_0 = 20\lg K_p$

I型系统：起始阶段斜率-20dB/dec， ω=1时低频渐近线高度20lgKv，低频渐近线与0 dB水平线的交点频率ω_1=K_v

II型系统：低频斜率-40dB/dec， ω=1时，低频渐近线的值是20lgK_a，低频渐近线与0 dB水平线的交点频率ω_a等于$\sqrt{K_a}$ 。

5 上节课要点复习

闭环频域指标与时域指标的关系（定性了解）

谐振峰值与超调量

$$\Rightarrow \sigma_p = e^{-\pi\sqrt{\frac{M_r-\sqrt{M_r^2-1}}{M_r+\sqrt{M_r^2-1}}}} \times 100\%$$

谐振频率与峰值时间、调节时间

$$\Rightarrow \omega_r t_p = \pi\sqrt{\frac{1-2\zeta^2}{1-\zeta^2}}$$

$$\Rightarrow \omega_r t_s = \frac{1}{\zeta}\sqrt{1-2\zeta^2}\ln\frac{\pi}{0.05\sqrt{1-\zeta^2}}$$

带宽频率与峰值时间、调节时间

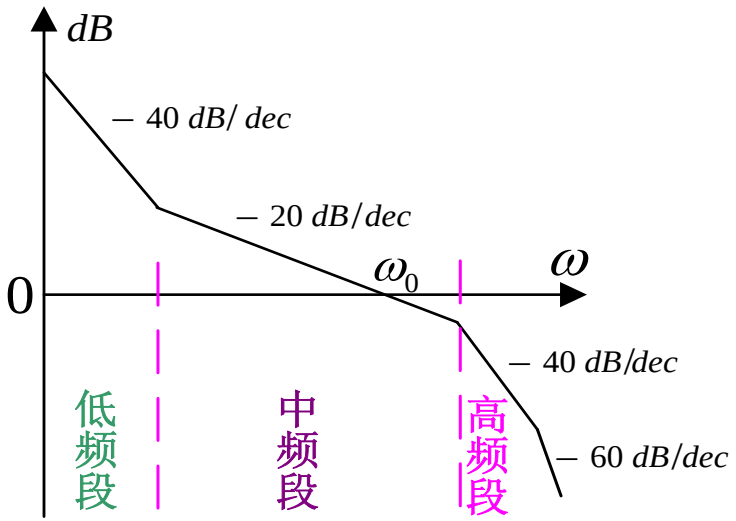
$$\Rightarrow \omega_b t_p = \pi\sqrt{\frac{(1-2\zeta^2)+\sqrt{2-4\zeta^2+4\zeta^4}}{1-\zeta^2}}$$

$$\omega_b t_s = \frac{1}{\zeta}\sqrt{(1-2\zeta^2)+\sqrt{2-4\zeta^2+4\zeta^4}}\ln\frac{1}{0.05\sqrt{1-\zeta^2}}$$

5 上节课要点复习

□ 开环频率特性与时域响应的对应关系

- 低频段(第一个转折频率以前的频段)的频率特性形状主要影响系统瞬态响应的结尾段，影响系统的稳态指标；
- 中频段(开环截止频率附近的频段)主要影响瞬态响应的中间段，时域响应的动态指标主要是由中频段的形状所决定的(时域响应的快速性、振荡性)。
- 高频段(中频段以后的频段)主要影响瞬态响应的起始段；



□ 典型系统的开环频率特性

低频段:一定的高度和斜率　中频段:足够的宽高度　高频段:迅速衰减

西安交通大學
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY

线性系统的校正方法 06

- 系统校正概述
- 常用校正装置及其特性
- 应用频率法对系统进行串联校正
- 按期望模型对系统进行串联校正

- 6.3、6.4.3、6.4.4、6.5.2、6.6、6.7不做要求

6.1 系统校正概述

- 系统分析：在系统结构及参数已知的情况下如何去建立系统的数学模型，如何利用各种工程方法求取系统的稳态和瞬态响应特性。

- 系统的综合(或系统设计)：系统的各项性能指标是根据实际需要预先给定的，要求设计一个系统并选择合适的参数使其满足对性能指标的要求。

- 校正属于系统的综合（局部）

6.1 系统校正概述

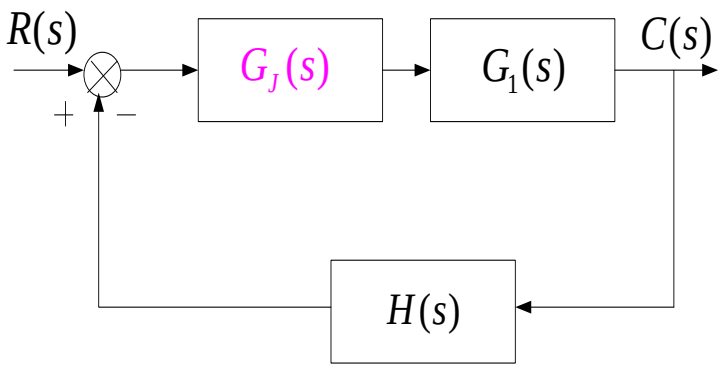
- 综合工作可以是全局的，也可以是局部的；
- 全局综合是根据对性能指标的要求确定系统组成和结构，选择元部件，拟定控制电路和控制规律，并通过理论分析或实验研究确定控制装置和各环节的参数。这是一个全过程，即从无到有设计一个控制系统；
- 但在实际中遇到更多的情况是局部的综合；
- 因为系统中某些部分如被控对象、执行元件、功率放大部分、测量元件等往往事先已经确定，不能任意改变，即系统中存在一个“不可变部分”，或称为“固有部分”。

校正的概念

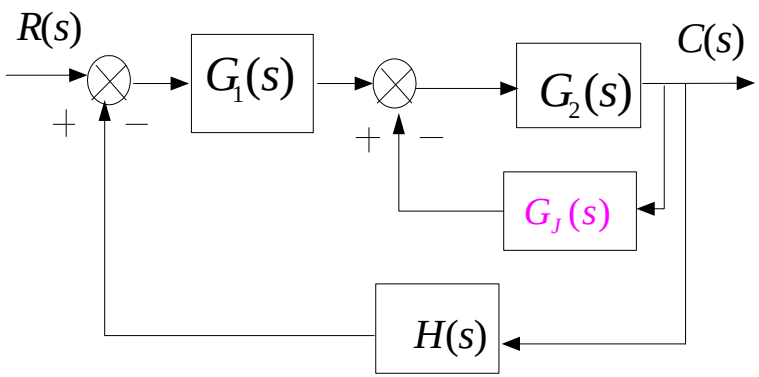
- 仅靠固有部分的工作不能满足对性能指标的要求，必须增加另外的附加控制装置，使系统的性能得到改善；
- 这种局部的综合工作通常称为对系统进行“校正”，附加的控制装置则称为“校正装置”（Correction）；
- 在这种情况下，设计者的任务是在不改变固有部分的情况下，选择合适的校正装置和参数，使校正后的系统满足对各项性能指标的要求。

串联校正和并联校正

根据校正装置在系统中的位置，校正方式可分为串联校正和并联校正两种，具体如图所示，图中$G_J(s)$是校正装置。



串联校正



并联校正

串联校正和并联校正

- 在一个系统中，究竟采用串联校正还是采用并联校正，主要决定于系统中信号的性质，可供采用的元件，校正装置的价格以及设计者的经验等。
- 在大多数情况下，串联校正比较经济，易于实现、应用广泛。
- 采用并联校正时，一般不必再进行放大，可以采用无源网络实现，这是它的优点。
- 在一些比较复杂的系统中，可以同时采用串联校正和并联校正，以便使系统具有较好的性能。

超前校正和迟后校正

- 根据校正装置的特性，校正方法可以分为超前校正和迟后校正；
- 如果校正装置具有正的相角特性，即输出信号在相位上超前于输入信号，称为“超前校正装置”，把该装置串入系统中，则称为“超前校正”；如校正装置具有负的相角特性，即输出信号在相位上滞后于输入信号，称为“迟后校正装置”，把该装置串入系统中，则称为“迟后校正”；
- 究竟采用超前还是迟后校正，决定于系统特性和性能指标要求，在有些情况下，单纯采用超前或者迟后校正都不能达到满意的效果，需两者兼用，即“超前-迟后校正”。

校正装置的设计方法

校正工作的主要内容是选择合适的校正装置并确定校正装置的参数，即设计一个校正装置。

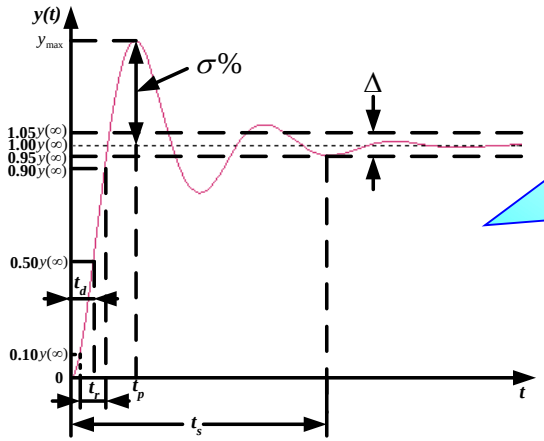
与分析控制系统相似，通常使用的设计方法有下列几种：

(1) 根轨迹法：利用校正装置的零、极点去改变原系统的根轨迹，使其影响期望的主导极点位置，从而满足对性能指标的要求；

(2) 频率响应法：利用校正装置去改变原系统频率特性，使其具有合适的低频、中频和高频特性，以及足够的稳定裕量，从而获得满意的闭环响应特性；

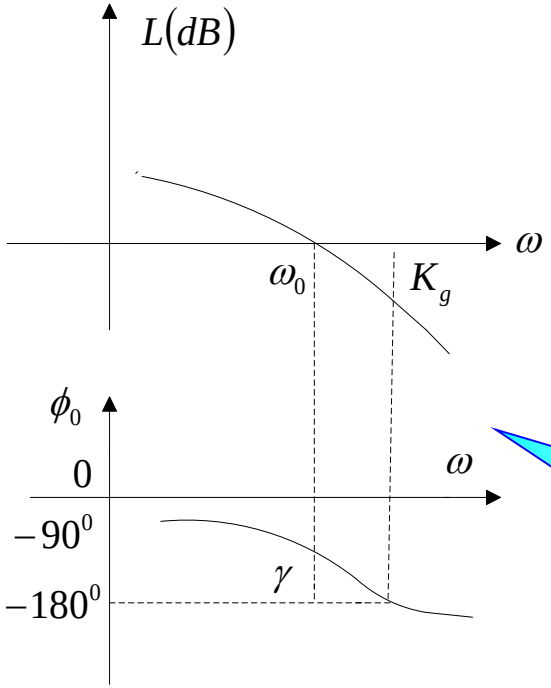
(3) 计算机辅助设计： 用计算机代替人做根轨迹或频率响应特性，以及性能指标校验，反复进行，直到得出满意结果。

性能指标



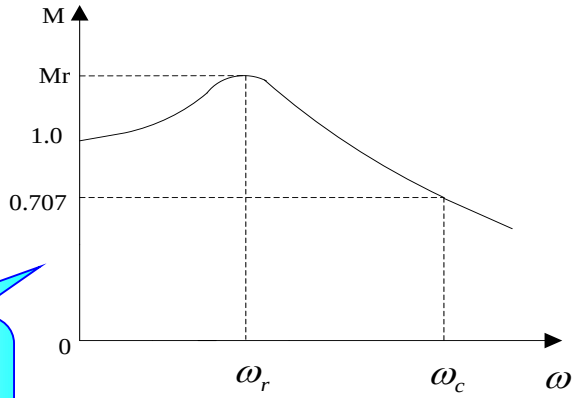
闭环时域阶跃响应

- 时域稳态误差指标
- 时域动态性能指标



开环对数频特性曲线

- 开环频域指标



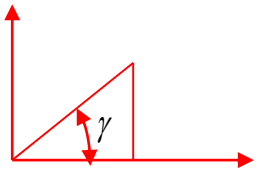
闭环幅频特性曲线

- 闭环频域指标

性能指标（二阶系统）

- 时域指标：

$$\begin{cases} t_s = \dfrac{4}{\xi\omega_n} & \text{（±2%误差范围）} \\ \sigma = e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}} \times 100\% \end{cases}$$



- 开环频域指标：

$$\begin{cases} \omega_0 = \omega_n\sqrt{\sqrt{1+4\xi^4}-2\xi^2} \\ \gamma = tg^{-1}\dfrac{2\xi}{\sqrt{\sqrt{1+4\xi^4}-2\xi^2}} \end{cases}$$

$$\frac{\omega_n^2}{s(s+2\xi\omega_n)}$$

$$\gamma = 180° + \left(-90° - \tan^{-1}\left(\frac{\omega_0}{2\xi\omega_n}\right)\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{2\xi\omega_n}{\omega_0}\right)$$

- 闭环频域指标：

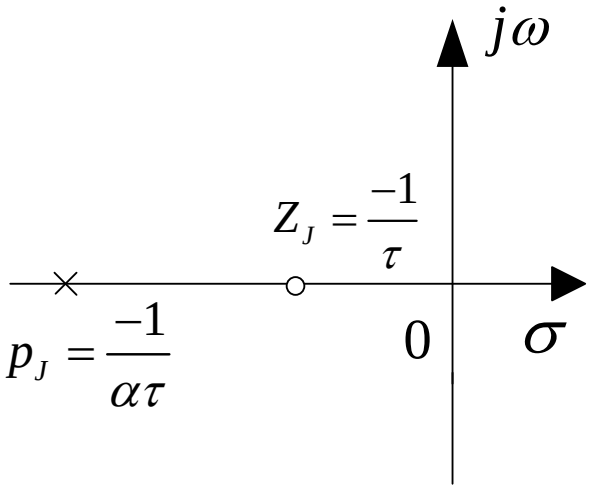
$$\begin{cases} \omega_c = \omega_n\sqrt{(1-2\xi^2)+\sqrt{2-4\xi^2}+4\xi^4} \\ M_r = \dfrac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \end{cases}$$

超前校正装置（Phase Lead）

超前校正装置的传递函数：

$$G_J(s)=\frac{s-Z_J}{s-P_J}=\frac{s+\frac{1}{\tau}}{s+\frac{1}{\alpha\tau}}=\alpha\cdot\frac{\tau s+1}{\alpha\tau s+1}$$

式中：$\begin{cases}\alpha=\dfrac{Z_J}{P_J}<1\\ \tau=-\dfrac{1}{Z_J}>0\end{cases}$

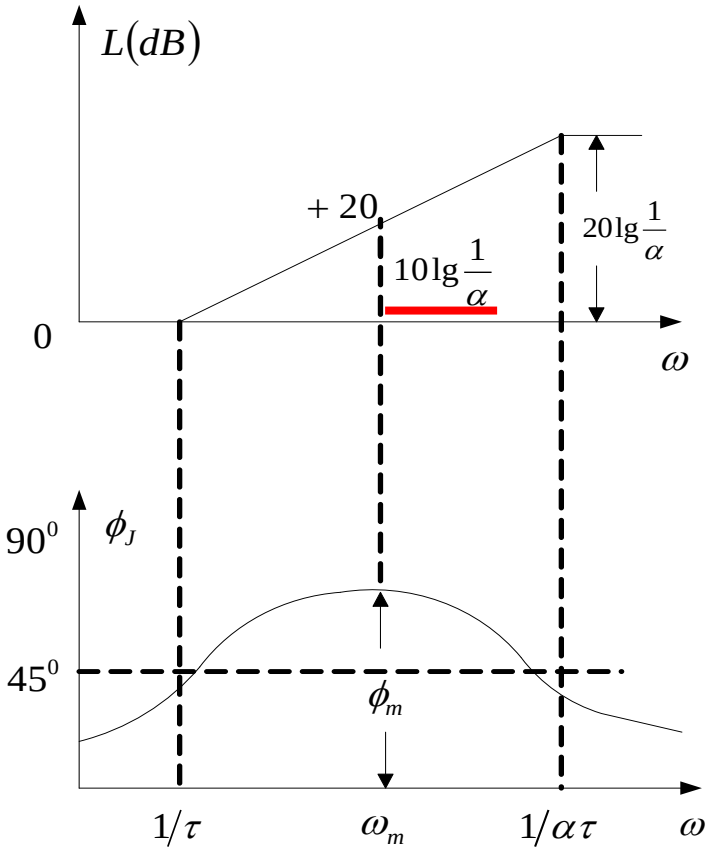


零点Z_J较极点P_J靠近虚轴，它们之间距离由α和τ的大小决定。

由于α的大小仅使对数幅频特性上下移动一个位置，所以超前校正装置的Bode图可由以下频率特性求得。

$$G_J(j\omega)=\frac{j\omega\tau+1}{j\alpha\omega\tau+1}$$

超前校正装置



$$G_J(j\omega)=\frac{j\omega\tau+1}{j\alpha\omega\tau+1}$$

$$\varphi_J(\omega)=tg^{-1}\tau\omega-tg^{-1}\alpha\tau\omega=tg^{-1}\frac{(1-\alpha)\tau\omega}{1+\alpha\tau^2\omega^2}$$

令 $\frac{d\phi_J}{d\omega}=0$，求得最大超前角时的频率 ω_m 为：

$$\omega_m=\frac{1}{\sqrt{\alpha}\tau}$$

两个转折频率1/τ和1/ατ的几何中心

则最大相位超前角为：

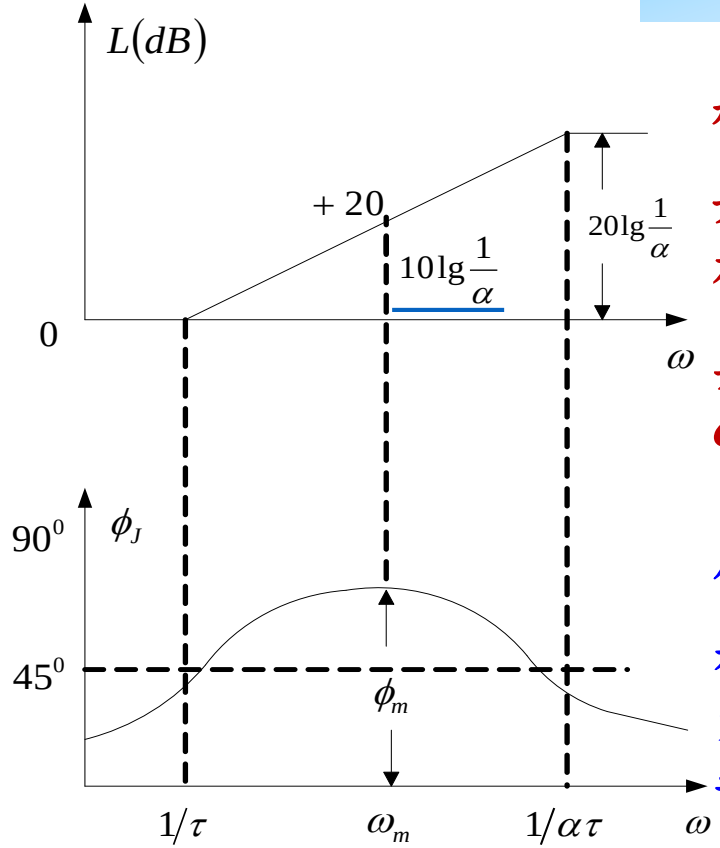
$$\phi_m=tg^{-1}\frac{1-\alpha}{2\sqrt{\alpha}}=\sin^{-1}\frac{1-\alpha}{1+\alpha}\quad\Rightarrow\quad\alpha=\frac{1-\sin\phi_m}{1+\sin\phi_m}$$

ϕ_m仅与α有关

超前校正装置

$$G_J(j\omega)=\frac{j\omega\tau+1}{j\alpha\omega\tau+1}$$

$$\phi_m=\sin^{-1}\frac{1-\alpha}{1+\alpha}\quad\Rightarrow\quad\alpha=\frac{1-\sin\phi_m}{1+\sin\phi_m}$$



超前校正装置特点：

好处：产生超前相角，增加相位裕量，增加稳定性

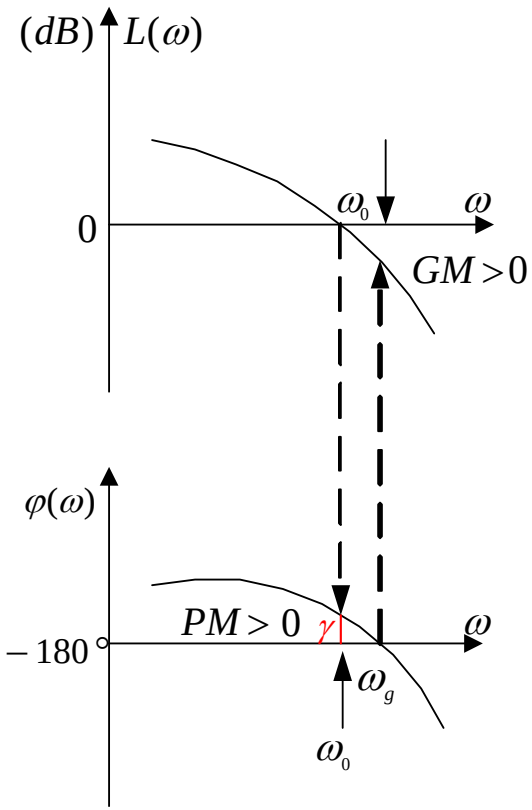
弊端：产生正增益，原系统幅频特性抬高，ω_0右移，相位裕量降低。

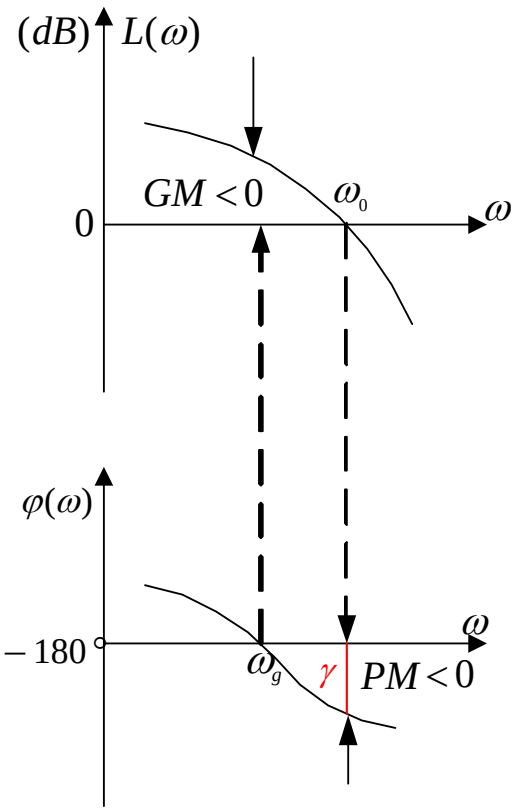
应用超前校正核心思想：

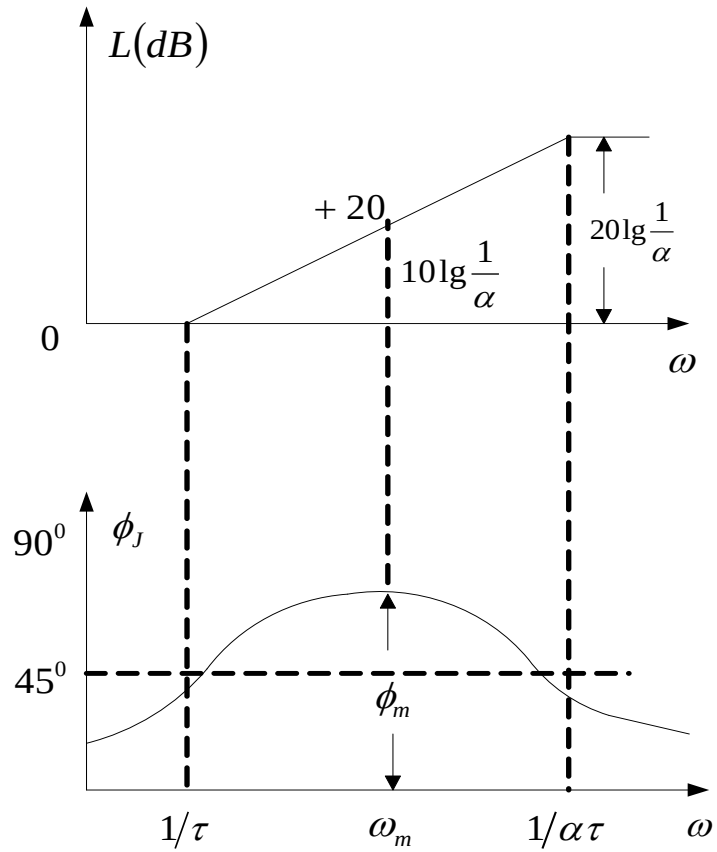
利用其相角超前特性，将校正装置产生最大超前角的频率配置在新系统开环截止频率处，从而产生最大相位裕量。

同时消除幅值增益引入的弊端

6.2 常用校正装置及其特性





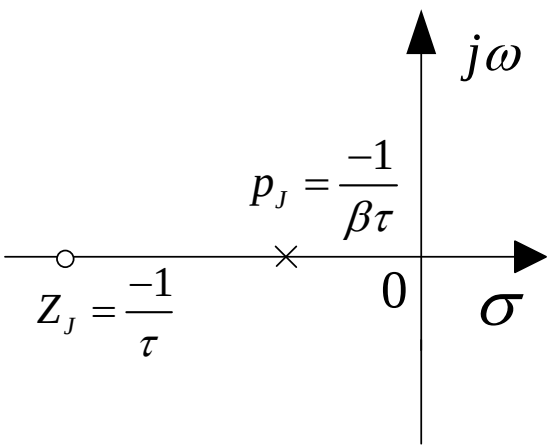


迟后校正装置（Phase Lag）

迟后校正装置的传递函数：

$$G_J(s)=\frac{\tau s+1}{\beta\tau s+1}=\frac{1}{\beta}\cdot\frac{s+\frac{1}{\tau}}{s+\frac{1}{\beta\tau}}$$

式中： $\beta>1$



极点P_J较零点Z_J靠近虚轴，它们之间距离由β和τ的大小决定。

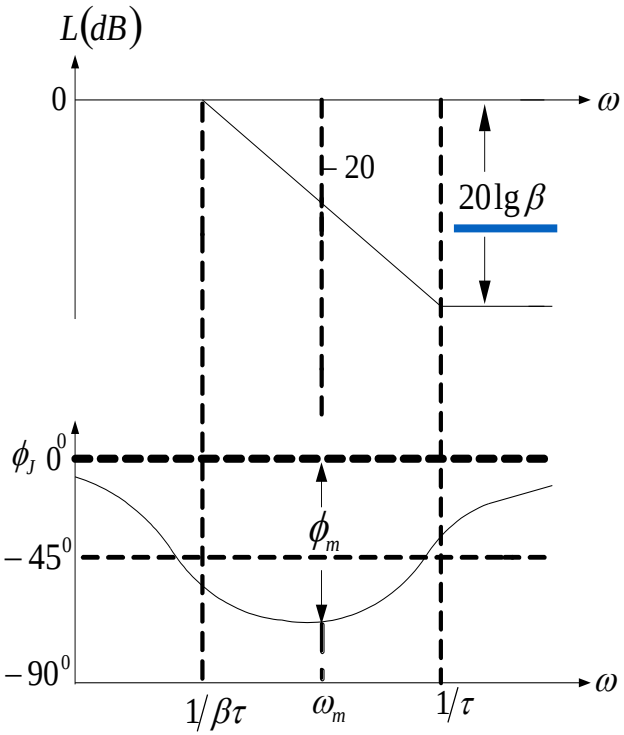
β称为迟后网络系数，表示迟后深度，β越大，零、极点之间的距离越大。

迟后装置的Bode图可由频率特性求得。

$$G_J(j\omega)=\frac{j\omega\tau+1}{j\beta\omega\tau+1}$$

迟后校正装置（Phase Lag）

$$G_J(j\omega)=\frac{j\omega\tau+1}{j\beta\omega\tau+1}$$



最大迟后角ϕ_m出现在转折频率$1/\beta\tau$和$1/\tau$的几何中心ω_m处。 $\omega_m=\frac{1}{\sqrt{\beta}\tau}$

$$\phi_m=\sin^{-1}\frac{1-\beta}{1+\beta}\quad\Rightarrow\quad\beta=\frac{1-\sin\phi_m}{1+\sin\phi_m}$$

迟后网络实际是低通滤波器，能够抑制高频噪声，需要避免最大迟后角出现在ω_0附近，以免对系统相位裕量产生不利影响：

迟后装置在开环截止角频率ω_0处产生的迟后相角为：

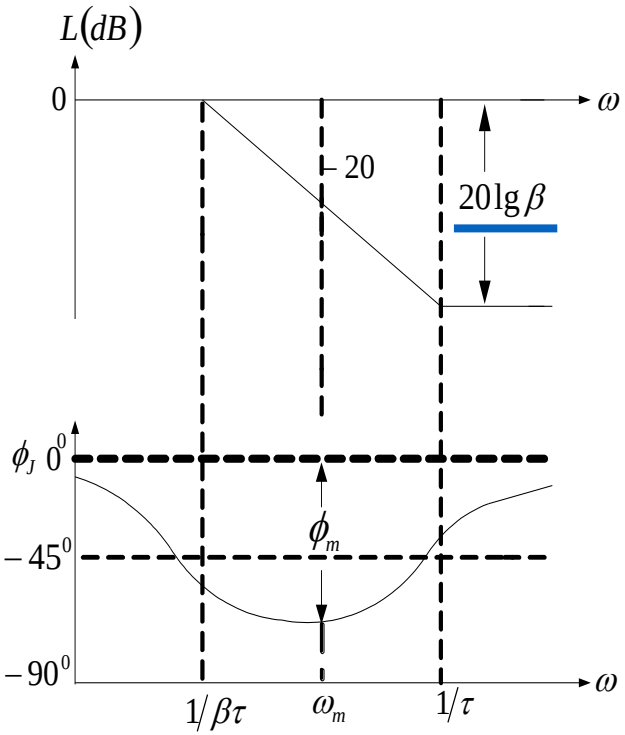
$$\phi_J(\omega_0)=tg^{-1}\tau\omega_0-tg^{-1}\beta\tau\omega_0$$

一般可取：$1/\tau=\omega_0/10$

$$\phi_J(\omega_0)\approx tg^{-1}\left[\frac{1-\beta}{10\beta}\right]\xrightarrow{\beta=10}\phi_J(\omega_0)\approx tg^{-1}\left[\frac{1-10}{10\times10}\right]=-5.14^\circ$$

迟后校正装置（Phase Lag）

$$G_J(j\omega)=\frac{j\omega\tau+1}{j\beta\omega\tau+1}$$



迟后校正装置特点：

好处：产生幅值衰减，会降低原系统幅频特性，减小ω_0，带来相位裕量的增加。

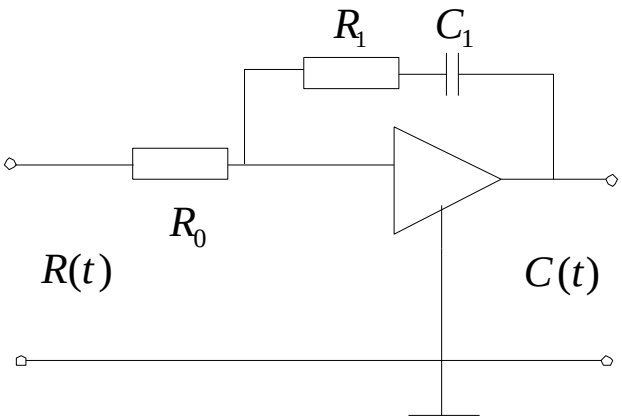
弊端：校正装置产生相位迟后，会降低相位裕量。

迟后校正核心思想：

利用幅值衰减带来相位裕量的增加特性，利用其后段产生稳定的$20\lg\beta$衰减，同时配置转折频率$\frac{1}{\tau}$远离ω_0（距离越远，迟后装置带来的相位迟后影响越小）

PI调节器

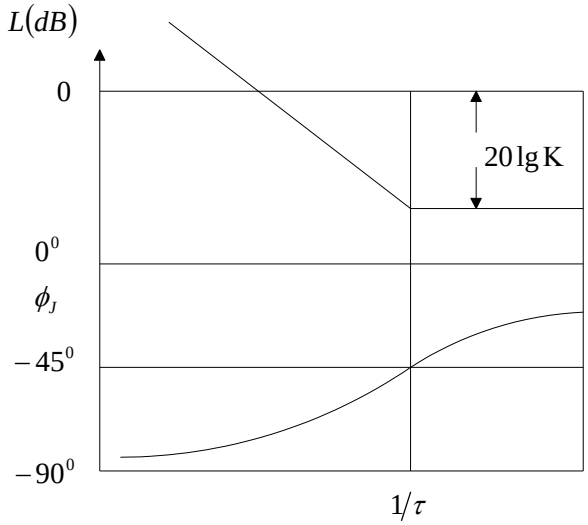
$$G_J(s)=\frac{R_1+\dfrac{1}{C_1 s}}{R_0}=\frac{R_1}{R_0}\cdot\frac{R_1C_1s+1}{R_1C_1s}=K\cdot\frac{\tau s+1}{\tau s}$$



其中： $\tau=R_1C_1$， $K=\dfrac{R_1}{R_0}$

从Bode图可知，在低频段呈积分特性，可看做一个积分环节；在高频段相当于一个比例环节，即兼有比例和积分两种调节作用，从传递函数也可看出，这也是PI调节器名称的由来。PI调节器是一种典型的迟后校正装置。

$$G_J(s)=K\cdot\frac{\tau s+1}{\tau s}=K+\frac{K}{\tau s}$$



迟后-超前校正装置

传递函数为：$G_J(s)=\dfrac{C(s)}{R(s)}=\dfrac{(1+\tau_1 s)(1+\tau_2 s)}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$

其中：$\dfrac{T_1}{\tau_1}=\dfrac{\tau_2}{T_2}=\beta>1$

则：$G_J(s)=\dfrac{(1+\tau_1 s)(1+\tau_2 s)}{(1+\beta\tau_1 s)(1+\dfrac{1}{\beta}\tau_2 s)}=\dfrac{(s-Z_{J1})(s-Z_{J2})}{(s-P_{J1})(s-P_{J2})}$

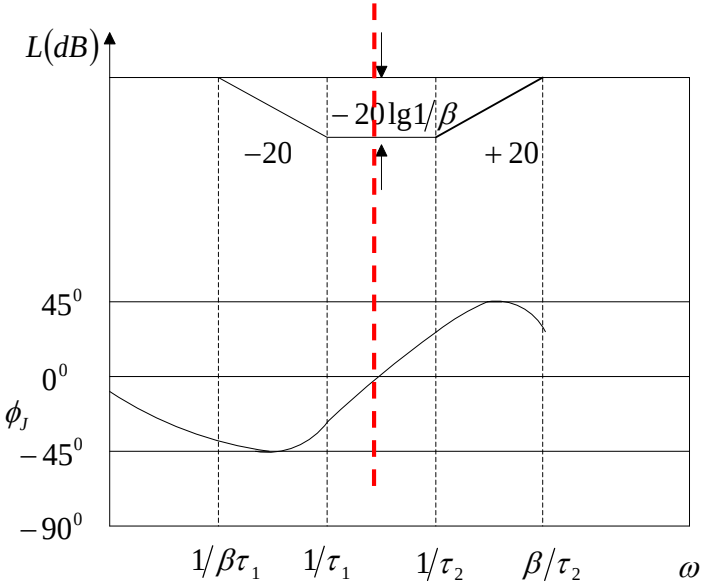
$$\frac{P_{J2}}{Z_{J2}}=\frac{Z_{J1}}{Z_{J1}}=\beta>1$$

将$s=j\omega$代入，得：

$$G_J(j\omega)=\frac{(1+j\omega\tau_1)(1+j\omega\tau_2)}{(1+j\beta\omega\tau_1)(1+j\dfrac{1}{\beta}\omega\tau_2)}$$

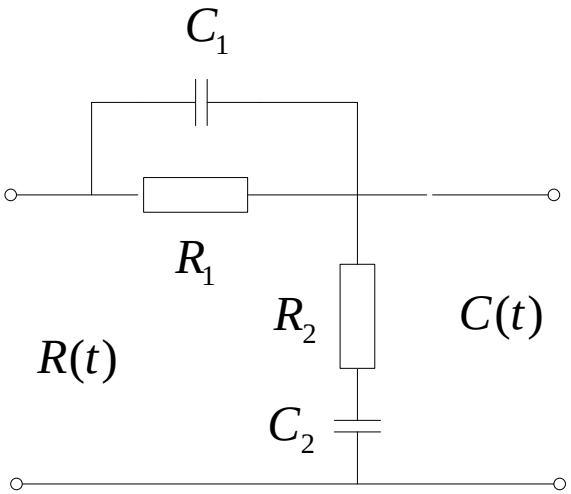
从Bode图可知，在$\omega<\omega_1$时，校正装置具有迟后相角特性，在$\omega>\omega_1$时，校正装置具有超前相角特性，相角过零处的频率ω_1为：

$$\omega_1=\frac{1}{\sqrt{\tau_1\tau_2}}$$



迟后-超前校正装置

无源迟后-超前校正网络实例



传递函数为：

$$G_J(s)=\frac{(1+\tau_1 s)(1+\tau_2 s)}{\tau_1\tau_2 s^2+(\tau_1+\tau_2+\tau_{12})s+1}$$

其中： $\tau_1=R_1C_1$ $\tau_2=R_2C_2$ $\tau_{12}=R_1C_2$

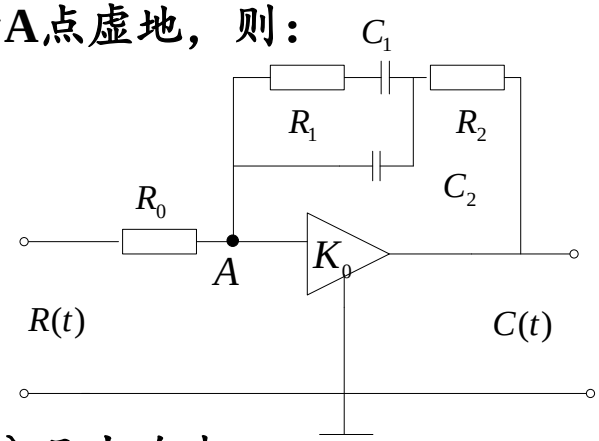
选择合适的参数使其具有不相等的负实数极点，则可变化为标准形式：

$$G_J(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{(1+\tau_1 s)(1+\tau_2 s)}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$$

迟后-超前校正装置

□有源迟后-超前校正网络实例

传函由反馈回路阻抗Z_f和输入电阻R_0求得，由于A点虚地，则：



$$Z_f=\frac{(R_1+\frac{1}{C_1s})\cdot\frac{1}{C_2s}}{(R_1+\frac{1}{C_1s})+\frac{1}{C_2s}}+R_2=\frac{R_1C_1s+1}{R_1C_1C_2s^2+C_2s+C_1s}+R_2$$

则：

$$G_J(s)=\frac{Z_f}{R_0}=\frac{R_1}{R_0}\cdot\frac{R_1C_1R_2C_2s^2+R_1C_1s+R_2C_2s+R_2C_1s+1}{R_1^2C_1R_1C_2s^2+R_1C_2s+R_1C_1s}$$

若取R_1>>R_2,C1>>C2则上式分子中略去R_2C_1s，分母中略去R_1C_2s和高次项，得：

$$G_J(s)=\frac{R_1}{R_0}\cdot\frac{(R_1C_1s+1)(R_2C_2s+1)}{R_1C_1s}=K\cdot\frac{(1+\tau_1s)(1+\tau_2s)}{\tau_1s}$$

其中：$K=\frac{R_1}{R_0}$　　$\tau_1=R_1C_1$　　$\tau_2=R_2C_2$

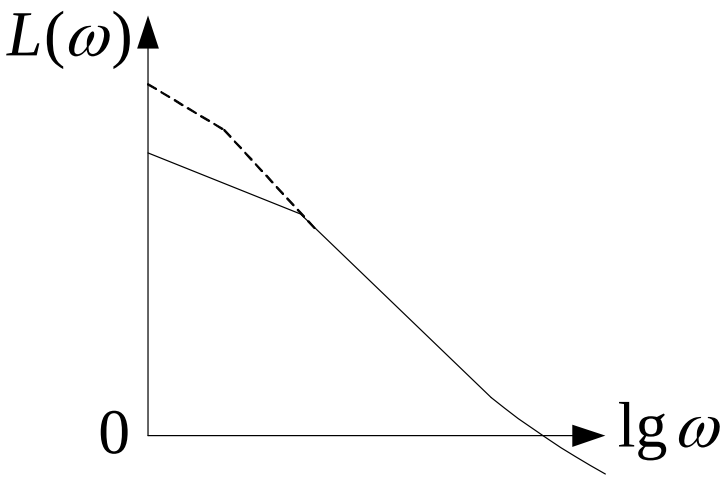
- □ 因改善性能需要，迟后-超前校正是低频迟后、中高频超前；
- □ 具有积分+微分作用。

6.4 应用频率法对系统进行串联校正

典型的开环对数频率特性：低频段、中频段、高频段

需要校正的情况有下列几种：

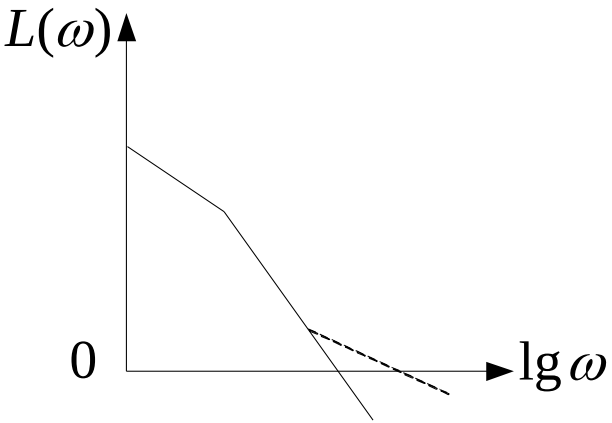
① 系统是稳定的，而且具有满意的瞬态响应性能，但是稳态误差过大，必须增加低频段的放大倍数以减小稳态误差，但校正后应尽可能保持中频段和高频段的形状不变。



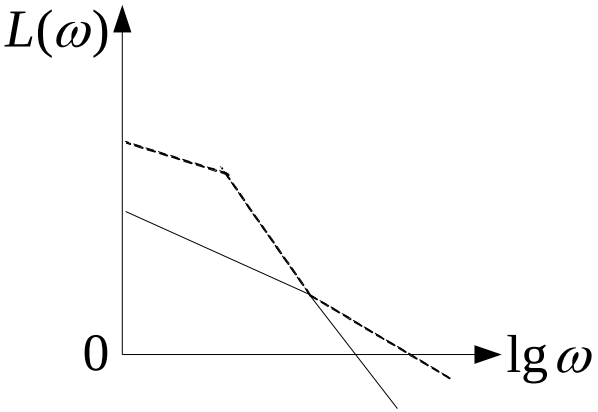
6.4 应用频率法对系统进行串联校正

需要校正的情况有下列几种：

② 系统是稳定的，且具有满意的稳态性能，但瞬态响应性能较差，应改变特性的中频段和高频段，以改变中频段的斜率、截止角频率和相位稳定裕量。



③ 系统虽然是稳定的，但稳态和动态性能都不能满足要求，整个特性都应改变。



应用频率法的串联超前校正

- 从伯德图来看，如果串联一个超前校正网络，使在截止频率处产生超前相位，以增加系统的相位稳定裕量，那么系统的瞬态响应性能将会得到改善。
- 因此，在校正时，应使校正网络的最大超前角出现在校正后系统（新系统）的开环截止角频率处。

应用频率法的串联超前校正

$$G_J(s)=\frac{\tau s+1}{\alpha\tau s+1}$$

应用频率法进行超前校正的步骤：

(1) 画出未校正系统的伯德图，求出ω_0和相角裕量γ_g。

(2) 根据给定的相角裕量γ，计算出需增加的相角超前量，即：

$$\phi_J=\gamma-\gamma_g+\varepsilon$$

式中：ε是考虑到校正装置对截止频率位置的影响而增加的相角裕量，当未校正系统中频段斜率为-40 dB/dec时，取 ε =5°；当未校正系统中频段斜率为-60dB/dec时，取 ε=15°~20°。

应用频率法的串联超前校正

$$G_J(s)=\frac{\tau s+1}{\alpha\tau s+1}$$

应用频率法进行超前校正的步骤：

(3) 令校正装置的最大超前角$\phi_m=\phi_J$，计算出：

$$\alpha=\frac{1-\sin\phi_m}{1+\sin\phi_m}$$

若ϕ_m大于60°，则应考虑采用二级串联。

(4) 计算校正网络在ω_m处的幅值10log1/α。显然，未校正系统在幅值为 -10log1/α处的频率即为校正后系统新的开环截止角频率 $\omega_0^{'}$，即 $\omega_0^{'}=\omega_m$。

应用频率法的串联超前校正

$$G_J(s)=\frac{\tau s+1}{\alpha\tau s+1}$$

应用频率法进行超前校正的步骤：

(5) 计算校正网络的转折频率ω_1和ω_2：

$$\omega_1=\frac{1}{\tau}=\omega_m\sqrt{\alpha} \qquad \omega_2=\frac{1}{\alpha\tau}=\frac{\omega_m}{\sqrt{\alpha}}$$

$$\tau=\frac{1}{\omega_m\sqrt{\alpha}} \qquad \alpha\tau=\frac{\sqrt{\alpha}}{\omega_m}$$

$$\Rightarrow G_J(s)=\frac{\frac{1}{\omega_1}s+1}{\frac{1}{\omega_2}s+1}=\frac{\tau s+1}{\alpha\tau s+1}$$

(6) 画出校正后系统的伯德图，校验相位裕量，如不满足要求，则可增大 ε 从(2)重新计算。

6.4 应用频率法对系统进行串联校正

例6.4： 将未校正的系统经串联超前校正为开环放大倍数K_o=12，γ=40°。

$$G_g(s)=\frac{K_1}{s(s+1)}$$

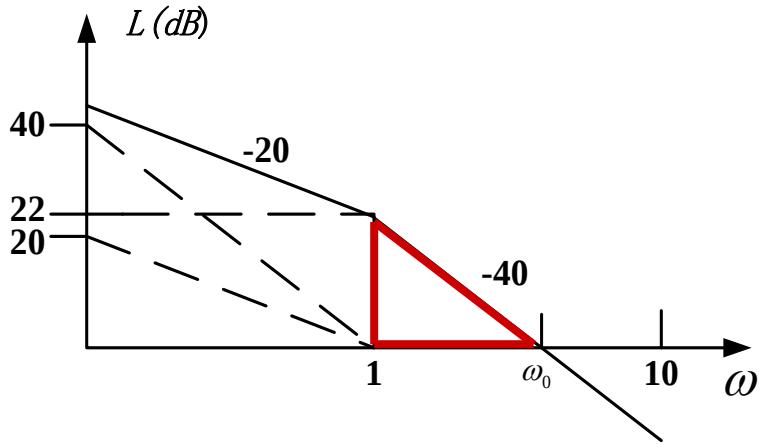
解： (1) 取K_1=K_o=12，画出系统的伯德图，则20lg12=22 dB，首先保证了稳态性能e_{ss}。

计算稳定裕量：

$$\because\ \frac{22}{\lg\frac{1}{\omega_0}}=-40\Rightarrow\omega_0=10^{\frac{22}{40}}=3.5\ \left(1/\sec\right)$$

$$\therefore\ \gamma_g=180^\circ+\phi\left(\omega_0\right)$$

$$=180^\circ-90^\circ-tg^{-1}\left(3.5\right)=16.12^\circ<40^\circ$$



6.4 应用频率法对系统进行串联校正

例6.4： 将未校正的系统经串联超前校正为开环放大倍数K_o=12，γ=40°。

$$G_g(s)=\frac{K_1}{s(s+1)}$$

解：

$$G_J(s)=\frac{\tau s+1}{\alpha\tau s+1}$$

(2) 稳定裕量不够，说明动态性能不好，需要超前校正，取ε=5°，则超前相角为：

$$\phi_J=\gamma-\gamma_g+\varepsilon=40^\circ-16.12^\circ+5^\circ=29^\circ$$

(3) 令校正装置的最大超前角$\phi_m=\phi_J$=30°，计算出：

$$\alpha=\frac{1-\sin\phi_m}{1+\sin\phi_m}=\frac{1-\sin 30^\circ}{1+\sin 30^\circ}=0.334$$

例6.4： 将未校正的系统经串联超前校正为开环放大倍数K_o=12，γ=40°。

$$G_g(s)=\frac{K_1}{s(s+1)}$$

解：

$$G_J(s)=\frac{\tau s+1}{\alpha\tau s+1}$$

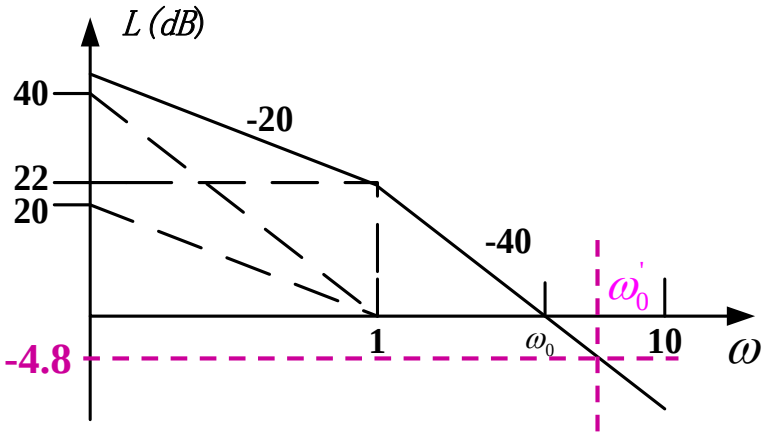
(4) 为使γ↑，应采用超前校正，由于超前校正的高通特性，所以引入超前校正后将使原系统带宽有所增加，因此主动选择 $\omega_0^{'}>\omega_0$。

$$\alpha=0.334 \quad \Rightarrow \quad 10\log\frac{1}{\alpha}=4.8dB$$

在图上量出 $L(\omega_0^{'})=-4.8\,dB$ 的点

$$\frac{0-(-4.8)}{\lg\omega_0-\lg\omega_0^{'}}=-40$$

$$\Rightarrow \omega_0'=\omega_m=10^{\frac{4.8}{40}}\omega_0=4.6\left(1/\sec\right)$$



6.4 应用频率法对系统进行串联校正

例6.4： 将未校正的系统经串联超前校正为开环放大倍数K_o=12，γ=40°。

$$G_g(s)=\frac{K_1}{s(s+1)}$$

解： (5) 校正网络的转折频率为：

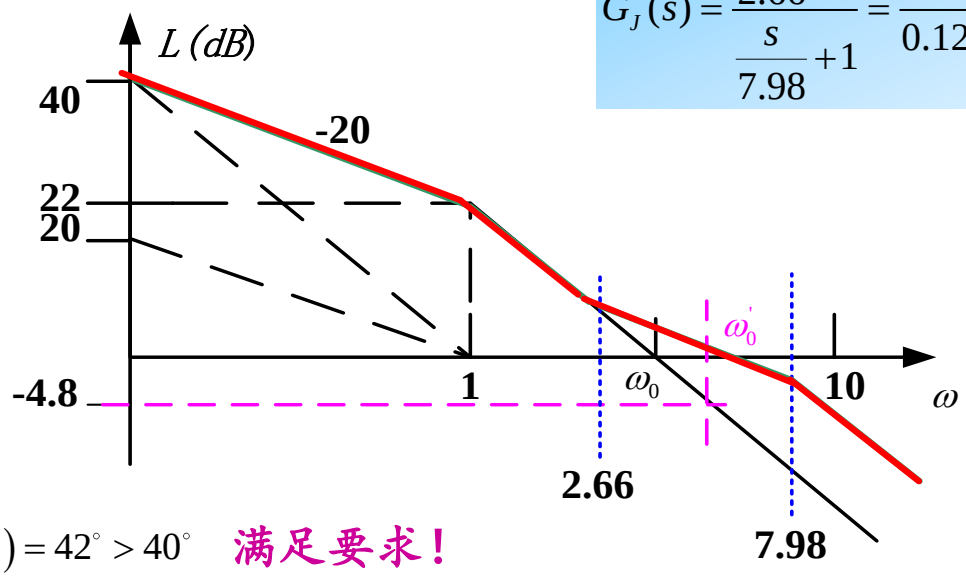
$$G_J(s)=\frac{\tau s+1}{\alpha\tau s+1}$$

$$\omega_1=\frac{1}{\tau}=\omega_m\sqrt{\alpha}=2.66\ \ (1/\sec)\qquad \omega_2=\frac{1}{\alpha\tau}=\frac{\omega_m}{\sqrt{\alpha}}=7.98\ \ (1/\sec)$$

校正后系统的开环传递函数变为：

$$G_J(s)=\frac{\frac{s}{2.66}+1}{\frac{s}{7.98}+1}=\frac{0.376s+1}{0.125s+1}$$

$$G_0(S)=G_g(s)G_J(s)=\frac{12(0.376s+1)}{s(s+1)(0.125s+1)}$$



(6) 校验性能指标

$$\gamma=180^\circ+\phi(\omega_0')|_{\omega_0'=4.6}$$
$$=180^\circ-90^\circ-tg^{-1}(\omega_0')$$
$$-tg^{-1}(0.125\omega_0')+tg^{-1}(0.376\omega_0')=42^\circ>40^\circ$$

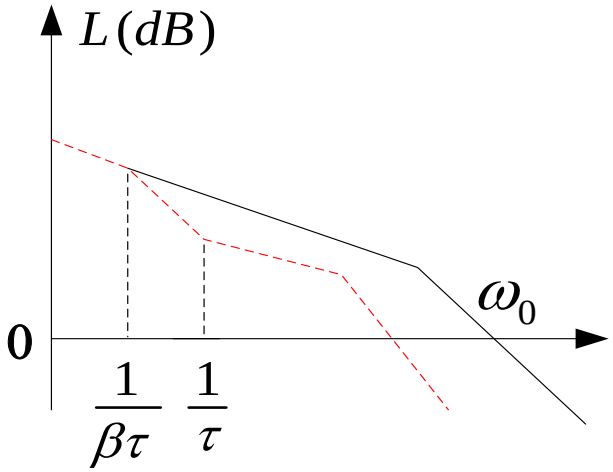
满足要求！

应用频率法的串联超前校正

- 串联超前校正可增加系统的相角稳定裕量并使频带变宽，从而改善系统的动态性能。
- 如保持相角裕量不变，则串联超前校正可使对数幅频特性向上移动，即增大开环放大倍数，从而改善系统稳态性能。
- 有些情况下，串联超前校正使用会受限制。如当未校正系统相角在开环截止频率ω_0附近急剧减少时，采用串联超前校正往往效果不大。

应用频率法的串联迟后校正

- 串联迟后校正可以用来改善系统的动态性能，其方法是利用迟后网络的低通滤波特性所造成的高频衰减，降低系统的开环截止角频率，增大相角裕量，从而改善系统的动态性能。
- 显然，这种方法能够减少超调量和振荡次数，但由于带宽变窄，所以过渡过程时间变长了。



应用频率法的串联迟后校正

$$G_J(s)=\frac{\tau s+1}{\beta\tau s+1}$$

应用频率法进行迟后校正的步骤：

(1) 根据给定的稳态性能指标确定系统的开环放大倍数K_0。

(2) 画出未校正系统的伯德图，求出ω_0和相角裕量γ_g。

(3) 找到未校正系统的相角裕量等于 $\gamma+\varepsilon$ 处的频率ω_0'，并以此作为校正后系统的开环截止频率。

其中，γ 是要求的相角裕量，ε是用来补偿迟后网络在ω_0处造成的相角迟后，通常取 $\varepsilon=5°\sim15°$。

应用频率法的串联迟后校正

$$G_J(s)=\frac{\tau s+1}{\beta\tau s+1}$$

应用频率法进行迟后校正的步骤：

(4) 令未校正系统在 ω_0' 处的幅值增益为20logβ，由此确定迟后网络的 β 值。

$$20\log\beta=20\log\left|G(j\omega_0')H(j\omega_0')\right|$$

再按下式计算迟后网络的转折频率ω_2和ω_1，即

$$\omega_2=\frac{1}{\tau}=\frac{\omega_0'}{2}\sim\frac{\omega_0'}{10}\qquad \tau=\frac{(2\sim10)}{\omega_0'}\qquad \omega_1=\frac{1}{\beta\tau}$$

(5) 画出校正后系统的伯德图，校验相角裕量。

(6) 校验其他指标，若不能满足要求，可改变 τ 值后重新设计。

例6.5： 将未校正的系统进行串联迟后校正后满足速度误差系数K_v=10，相角裕量γ=30°。

$$G_g(s)=\frac{K}{s(s+1)(s+4)}$$

解：

（1）确定开环放大倍数K_0。

$$K_0=K_v=\lim_{s\to 0}sG_g(s)=\lim_{s\to 0}\frac{sK}{s(s+1)(s+4)}=10$$

$$\Rightarrow K=40$$

故满足稳态误差要求的开环传递函数是：

$$G_g(s)=\frac{40}{s(s+1)(s+4)}=\frac{10}{s(s+1)(0.25s+1)}$$

例6.5： 将未校正的系统进行串联迟后校正后满足速度误差系数K_v=10，相角裕量 γ =30°。

$$G_g(s)=\frac{K}{s(s+1)(s+4)}$$

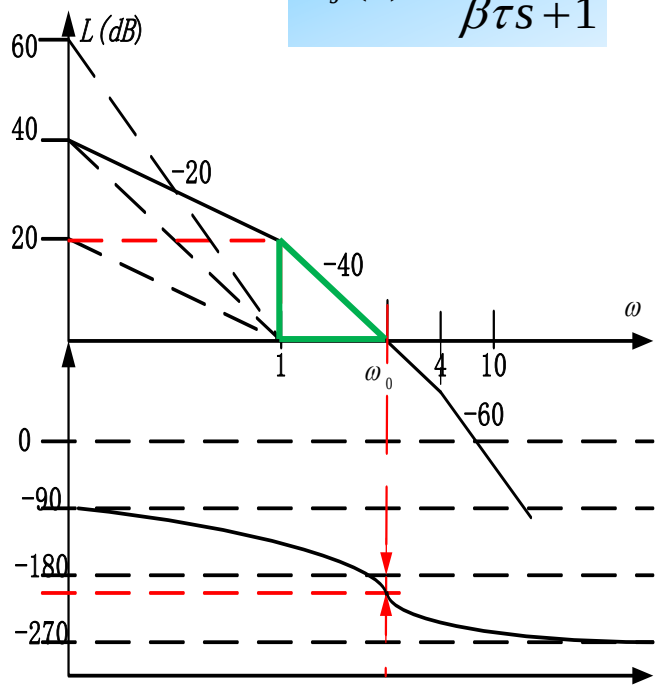
解： (2) 计算此时相角裕量。

$$G_g(s)=\frac{10}{s(s+1)(0.25s+1)}$$

$$G_J(s)=\frac{\tau s+1}{\beta\tau s+1}$$

$$\because\ \frac{20}{\lg\frac{1}{\omega_0}}=-40\Rightarrow\omega_0=3.16\left(1/\sec\right)$$

$$\therefore\ \gamma_g=180^\circ+\phi(\omega_0)$$
$$=180^\circ-90^\circ-tg^{-1}(3.16)-tg^{-1}(3.16\times0.25)$$
$$=-20^\circ<30^\circ$$



不稳定，需要进行迟后校正。

例6.5： 将未校正的系统进行串联迟后校正后满足速度误差系数K_v=10，相角裕量 γ=30°。

$$G_g(s)=\frac{K}{s(s+1)(s+4)}$$

解： (3) 考虑相角裕量取 $\gamma_g'=30°+15°$

$$G_g(s)=\frac{10}{s(s+1)(0.25s+1)}$$

令未校正系统的相角裕量=γ_g'可得到新的开环截止频率ω_0'为：

$$G_J(s)=\frac{\tau s+1}{\beta\tau s+1}$$

$$\gamma_g'=180°-90°-tg^{-1}(\omega_0')-tg^{-1}(0.25\omega_0')=45° \quad \Rightarrow \omega_0'\approx 0.66\approx 0.7\left(1/\sec\right)$$

(4) 令未校正系统在 ω_0' 处的幅值增益为20log β，即：

$$20\log\beta=20\log\left|G(j\omega_0')H(j\omega_0')\right|=21.4 \quad \Rightarrow \beta=11.8$$

计算迟后网络的转折频率：

$$\omega_2=\frac{1}{\tau}=\boxed{\frac{\omega_0'}{3.5}=\frac{0.7}{3.5}}=0.2 \qquad \tau=5$$

$$\omega_1=\frac{1}{\beta\tau}=\frac{1}{11.8\times 5}=0.017 \qquad \beta\tau=59$$

$$\Rightarrow \quad G_J(s)=\frac{5s+1}{59s+1}$$

例6.5： 将未校正的系统进行串联迟后校正后满足速度误差系数K_v=10，相角裕量 γ=30°。

$$G_g(s)=\frac{K}{s(s+1)(s+4)}$$

解： (5) 校正后系统的开环传递函数变为：

$$G_g(s)=\frac{10}{s(s+1)(0.25s+1)}$$

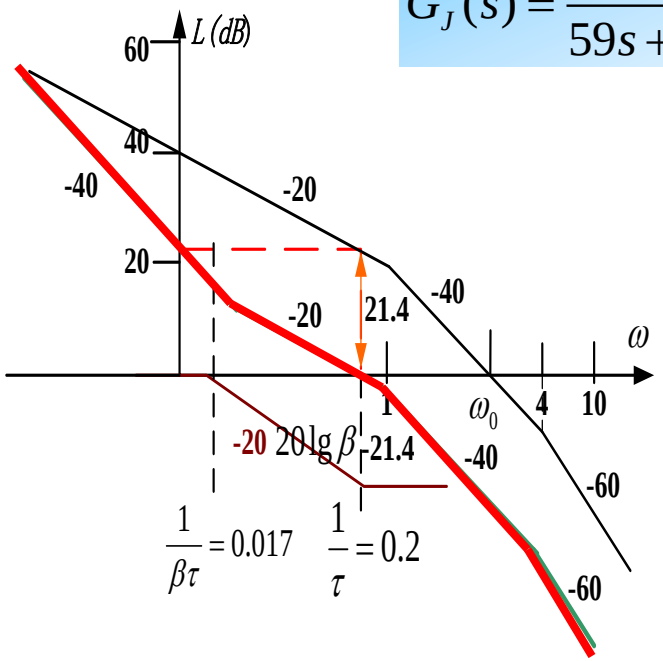
$$G_0(S)=G_g(s)G_J(s)=\frac{10(5s+1)}{s(s+1)(0.25s+1)(59s+1)}$$

$$G_J(s)=\frac{5s+1}{59s+1}$$

(6) 校验性能指标

$$\gamma=180^\circ+\phi(\omega_0')|_{\omega_0'=0.7}$$
$$=180^\circ+(-90^\circ-tg^{-1}\omega_0'-tg^{-1}0.25\omega_0'$$
$$-tg^{-1}59\omega_0'+tg^{-1}5\omega_0')$$
$$=33^\circ>30^\circ$$

满足要求！



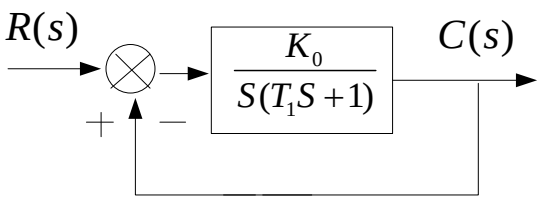
6.4 应用频率法对系统进行串联校正

说明：

- 超前和迟后都可以改善稳定裕量。
- 超前校正增大带宽，通过增加相位裕量来改善稳定性和动态性能；
- 迟后校正压缩带宽，造成动态响应时间延长，以系统超低频运行为代价来改善稳定裕量。

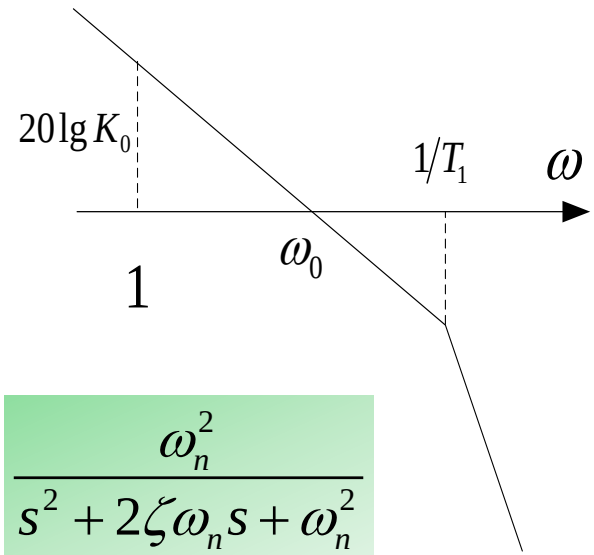
典型二阶开环系统模型及其特性

开环传递函数为：$G_0(s)=\dfrac{K_0}{s(T_1s+1)}$



在ω=1处，幅值等于20lgK_0，则：

$$20\log K_0=20\log\omega_0\Rightarrow K_0=\omega_0\left(\omega_0<\frac{1}{T_1}\right)$$



闭环传递函数为：

$$G_C(s)=\frac{K_0}{T_1s^2+s+K_0}=\frac{\dfrac{K_0}{T_1}}{s^2+\dfrac{1}{T_1}s+\dfrac{K_0}{T_1}}$$

$$\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$

典型二阶开环模型及其特性

$$G_0(s)=\frac{K_0}{s(T_1s+1)}$$

$$\omega_n=\sqrt{\frac{K_0}{T_1}} \qquad \xi=0.5\sqrt{\frac{1}{K_0T_1}}$$

超调量：$\sigma=e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}\times100\%$

调节时间：$t_s=\dfrac{4}{\xi\omega_n}$

相角裕量：$\gamma=tg^{-1}\dfrac{2\zeta}{\sqrt{\sqrt{1+4\zeta^4}-2\zeta^2}}$

ζ=0.707为最佳二阶系统，这时有：$K_0T_1=0.5 \quad \Rightarrow \omega_n=\sqrt{\dfrac{K_0}{T_1}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}T_1}$

$$\because K_0=\omega_0\left(\omega_0<\frac{1}{T}\right)$$

$$\therefore K_0=\omega_0=\frac{1}{2T_1}$$

校正为最佳二阶系统后的开环传函为：

$$G_0(s)=\frac{K_0}{s(T_1s+1)}=\frac{1}{2T_1s(T_1s+1)}$$

按最佳二阶开环模型校正系统

设未校正二阶系统开环传函为$G_g(s)$，按最佳二阶系统校正后开环传函为：

$$G_J(s)G_g(s)=\frac{1}{2Ts(Ts+1)}$$

$$\begin{cases}\sigma=4.3\% \\ \omega_n t_s=6 \\ \gamma=65.5^\circ\end{cases}$$

ζ=0.707需要确定指标 $\omega_0=\dfrac{1}{2T}$

则校正网络传函为：

$$G_J(s)=\frac{G_0(s)\left[=G_J(s)G_g(s)\right]}{G_g(s)}=\frac{1}{2Ts(Ts+1)G_g(s)}$$

6.7 连续设计示例：硬盘读写系统的校正方法

任务：

为磁盘驱动读取系统设计一个合适的PD控制器，使得系统能够满足对单位阶跃响应的设计要求。

表6.1 磁盘驱动器控制系统的设计要求与实际性能

性能指标	预期值	实际值
超调量	小于5%	0.1%
调度时间	小于150ms	40ms
对单位阶跃干扰的最大响应	小于5×10^{-3}	6.9×10^{-5}

6.7 连续设计示例：硬盘读写系统的校正方法

闭环系统的框图：

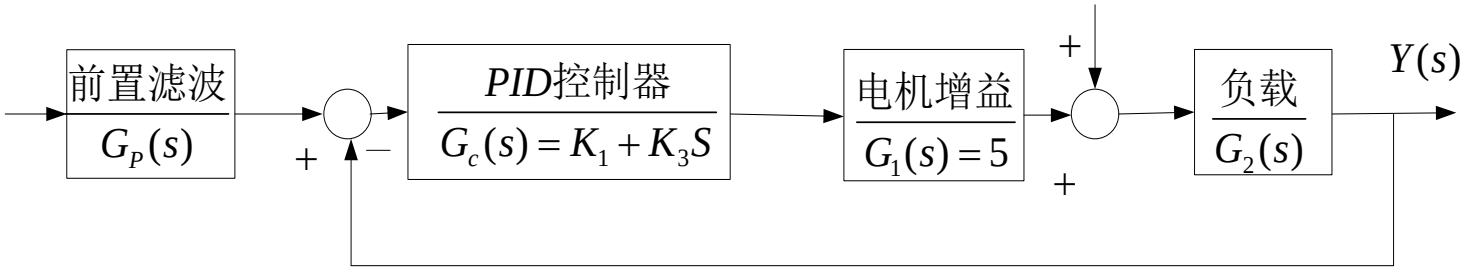


图6.41 带有PD控制器的磁盘驱动器控制系统(2阶系统模型)

- 为闭环系统配置了前置滤波器，目的在于消除零点因式 (s+z) 对闭环传递函数的不利影响。

预期闭环传递函数取为：

$$T(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+\alpha\omega_n s+\omega_n^2}$$

其中： $\alpha=1.82$ $\omega_n t_s=4.82$

6.7 连续设计示例：硬盘读写系统的校正方法

闭环系统的框图：

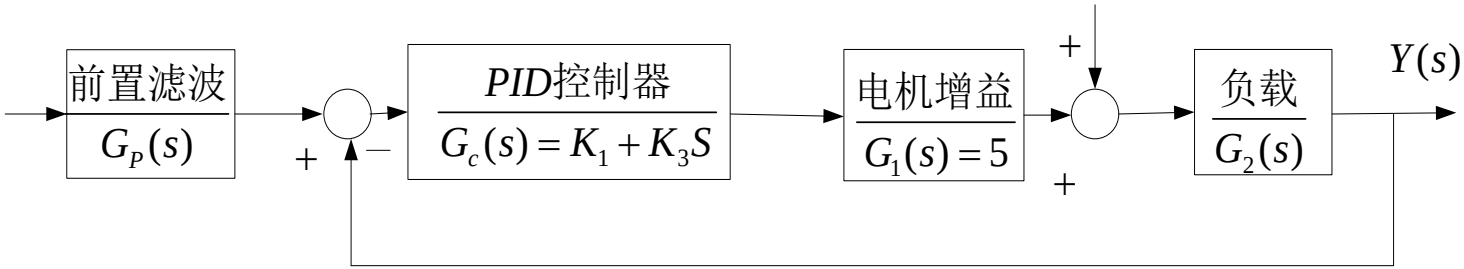


图6.41 带有PD控制器的磁盘驱动器控制系统(2阶系统模型)

- 为闭环系统配置了前置滤波器，目的在于消除零点因式 (s+z) 对闭环传递函数的不利影响。

预期闭环传递函数取为：

$$T(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+\alpha\omega_n s+\omega_n^2}$$

其中： $\alpha=1.82$ $\omega_n t_s=4.82$

6.7 连续设计示例：硬盘读写系统的校正方法

取ω_n=120，则预期调节时间t_s=40 ms ，故闭环系统特征方程：

$$s^2+(20+5K_3)s+5K_1=s^2+218.4s+14400=0$$

则： $218.4=20+5K_3$ $\quad 14400=5K_1$

解得： $K_1=2880,\quad K_3=39.68$

故PD控制器为： $G_c(s)=39.68(s+72.58)$

将前置滤波器取为： $G_p(s)=\dfrac{72.58}{(s+72.58)}$

能进一步对消引入PD控制器新增的闭环零点。

PID控制规律概述

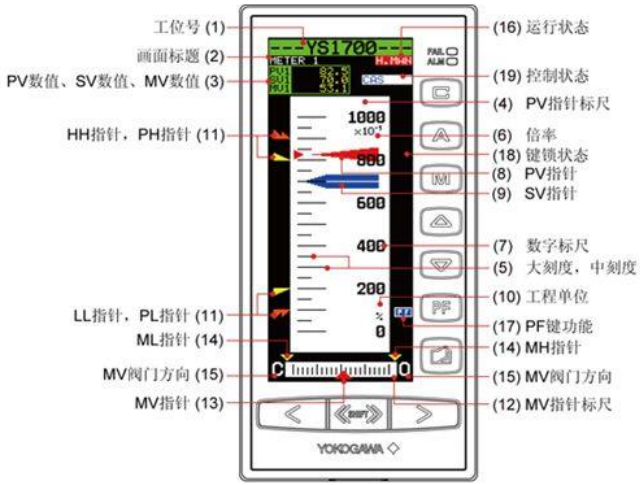
$$u(t)=K_p(e(t)+\frac{1}{T_i}\int e(t)dt+T_d\frac{de(t)}{dt})$$

$$u(t)=K_o e(t)+K_i\int e(t)dt+K_d\frac{de(t)}{dt}$$

□ 为什么在工业控制中，将近90%以上采用PID控制器？

PID控制器作为工业控制中的主导控制器结构，其获得成功应用的关键在于，大多数过程可由低阶动态环节（一阶或二阶惯性加纯滞后）近似逼近，而针对此类过程，PID控制器代表了在不知道被控对象数学模型的基础上一个实用而廉价的解。PID不需要依赖于系统的传函。

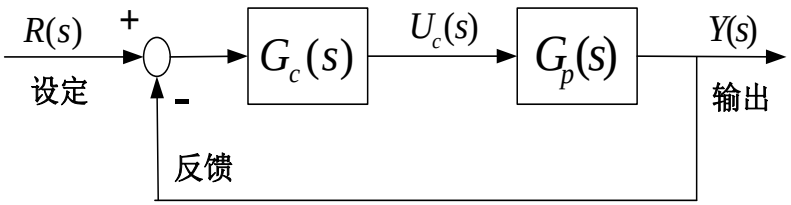
PID控制规律概述



西安交通大学 XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY

$$u(t)=K_p e(t)+K_i\int e(t)dt+K_d\frac{de(t)}{dt}$$

时域基本控制规律



➢ 比例控制

$$G_c(s)=K_p \qquad u_c(t)=K_p e(t)$$

$$G_p(s)=\frac{\omega_n^2}{s(s+2\zeta\omega_n)}\Rightarrow W(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$

$$W_{cp}(s)=\frac{K_p\omega_n^2}{s^2+2\zeta_p\omega_{np}s+\omega_{np}^2}\quad\Rightarrow\quad \omega_{np}=\sqrt{K_p}\,\omega_n \qquad \zeta_p=\frac{\zeta}{\sqrt{K_p}} \qquad T_p=\frac{T}{\sqrt{K_p}}$$

对动态性能指标的影响：

$$t_s=\frac{3\sim4}{\zeta_p\omega_{np}}=\frac{3\sim4}{\zeta\omega_n}$$ 不变

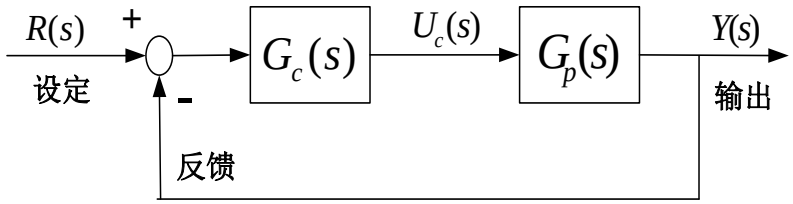
$$\sigma=e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}\times100\%\Rightarrow\begin{cases}K_p>1, & \zeta_p<\zeta, \quad \sigma_p\uparrow\\ 0<K_p<1, & \zeta_p>\zeta, \quad \sigma_p\downarrow\end{cases}$$

对稳态性能指标的影响：

$$K=\frac{K_p\omega_n}{2\zeta},\qquad e_{ss}=\frac{1}{K}\downarrow$$

$$u(t)=K_p e(t)+K_i\int e(t)dt+K_d\frac{de(t)}{dt}$$

时域基本控制规律



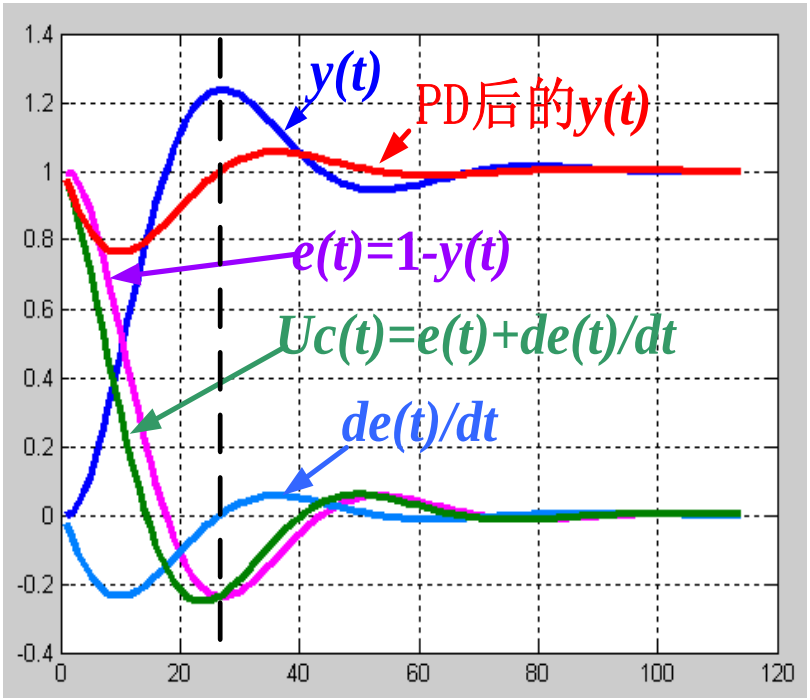
□ 比例微分控制

$$G_c(s)=K_p+K_d s \qquad u_c(t)=K_p e(t)+K_d\frac{de}{dt}$$

$$G_p(s)=\frac{\omega_n^2}{s(s+2\zeta\omega_n)}\Rightarrow W(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$

$$W_{cp}(s)=\frac{(K_p+K_d s)\omega_n^2}{s^2+(2\zeta\omega_n+K_d\omega_n^2)s+K_p\omega_{np}^2}$$

$$2\zeta\omega_n\to(2\zeta\omega_n+K_d\omega_n^2),\quad \zeta\uparrow,\ \sigma_p\downarrow,\ t_s\downarrow$$



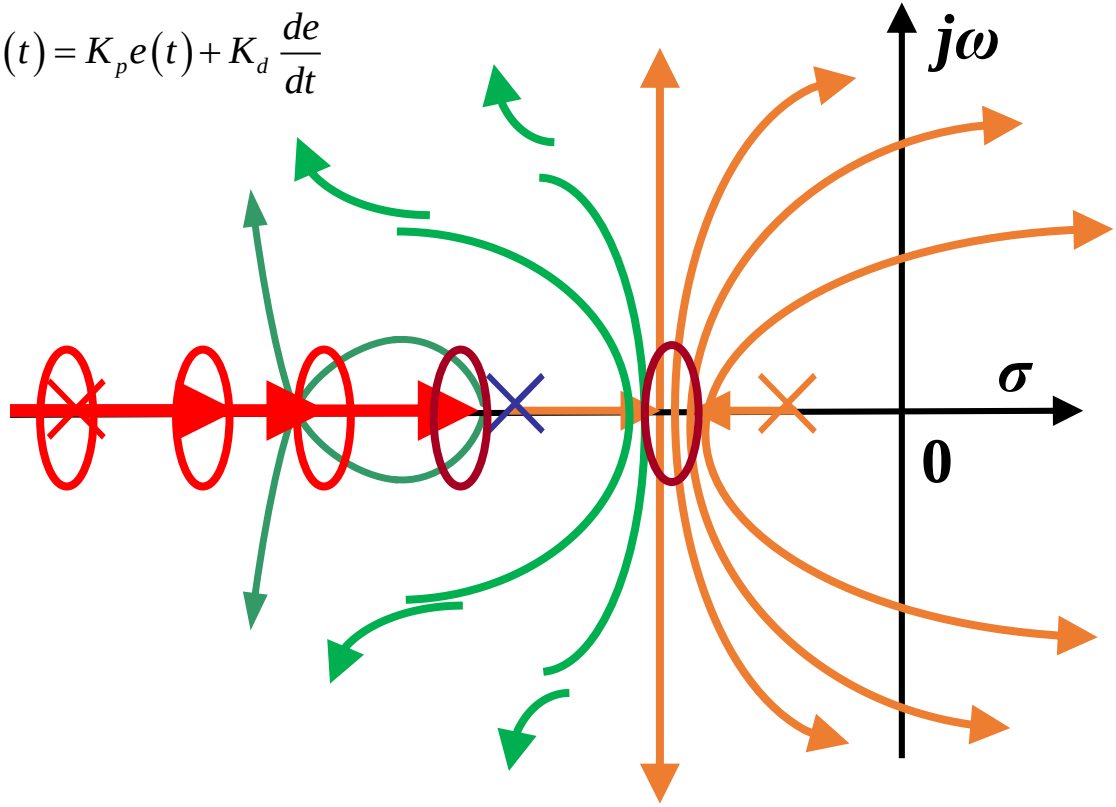
$$u(t)=K_p e(t)+K_i\int e(t)dt+K_d\frac{de(t)}{dt}$$

时域基本控制规律

□ 比例微分控制

$$u_c(t)=K_p e(t)+K_d\frac{de}{dt}$$

结论：在原系统根轨迹左侧引入开环零点，即引入微分作用，将使系统根轨迹左偏，有助于改善稳定性和动态性能。若开环零点过于靠近虚轴（左侧），则微分作用过强而不利于改善系统性能。



微分作用过强反而适得其反，系统变成高通滤波器，引入噪声而使系统稳定性下降。

$$u(t)=K_p e(t)+K_i\int e(t)dt+K_d\frac{de(t)}{dt}$$

时域基本控制规律

□ 比例微分控制

$$u_c(t)=K_p e(t)+K_d\frac{de}{dt}$$

作用：① 在时间上$U_c(t)$超前于max[$y(t)$]出现，有“预见性”的提前抑制超调出现。

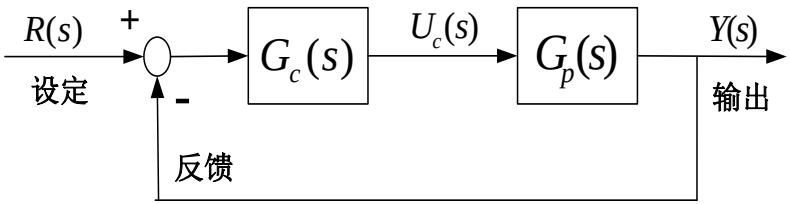
② K_d不宜过大，否则(K_p+$K_d s$)将占据主导地位，超调反而增大。

③ 微分作用对变化信号敏感，所以只影响动态性能而不影响稳态误差。

结论：K_d合适， PD调节可以抑制超调，缩短动态响应过程，不影响稳态响应（串联校正）。拓宽响应频带，改善稳定性，但容易引入噪声，需要另外增加考虑抗干扰措施。

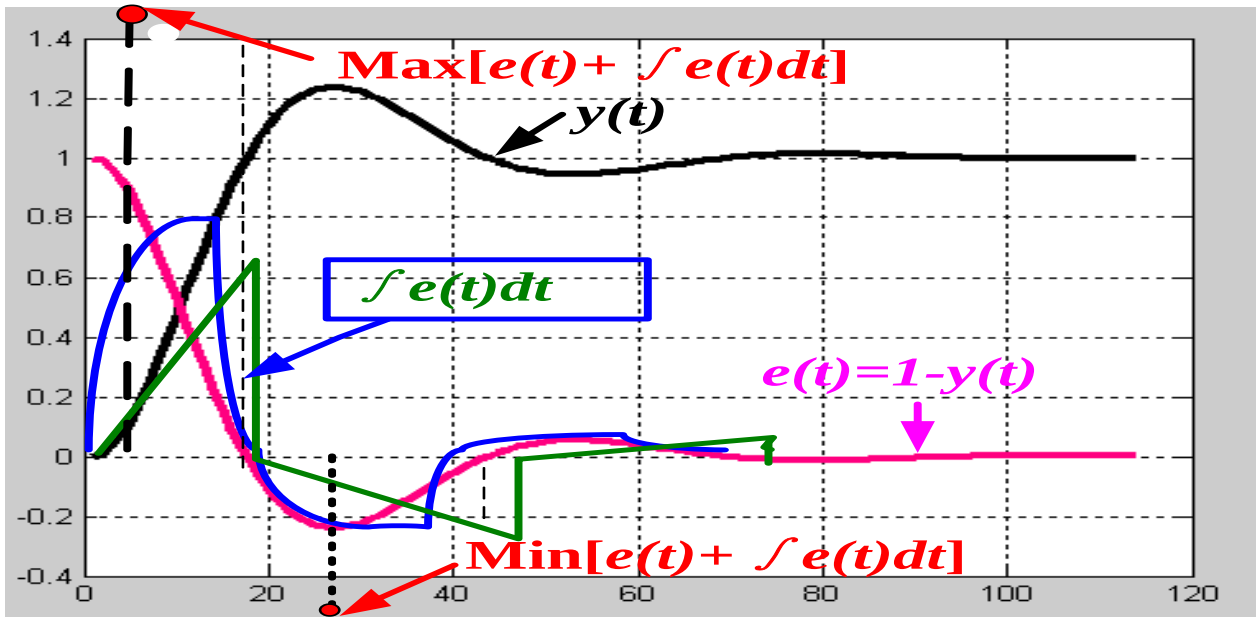
$$u(t)=K_p e(t)+K_i\int e(t)dt+K_d\frac{de(t)}{dt}$$

时域基本控制规律



比例积分控制

$$G_c(s)=K_p+\frac{K_i}{s}\qquad u_c(t)=K_p e(t)+K_i\int e(t)dt\qquad G_p(s)=\frac{\omega_n^2}{s(s+2\zeta\omega_n)}\Rightarrow G_{cp}(s)=\frac{\omega_n^2\left(K_p s+K_i\right)}{s^2\left(s+2\zeta\omega_n\right)}$$



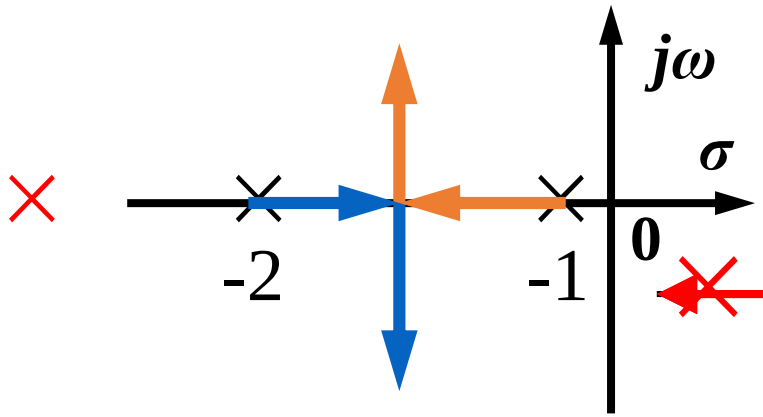
$$u(t)=K_p e(t)+K_i\int e(t)dt+K_d\frac{de(t)}{dt}$$

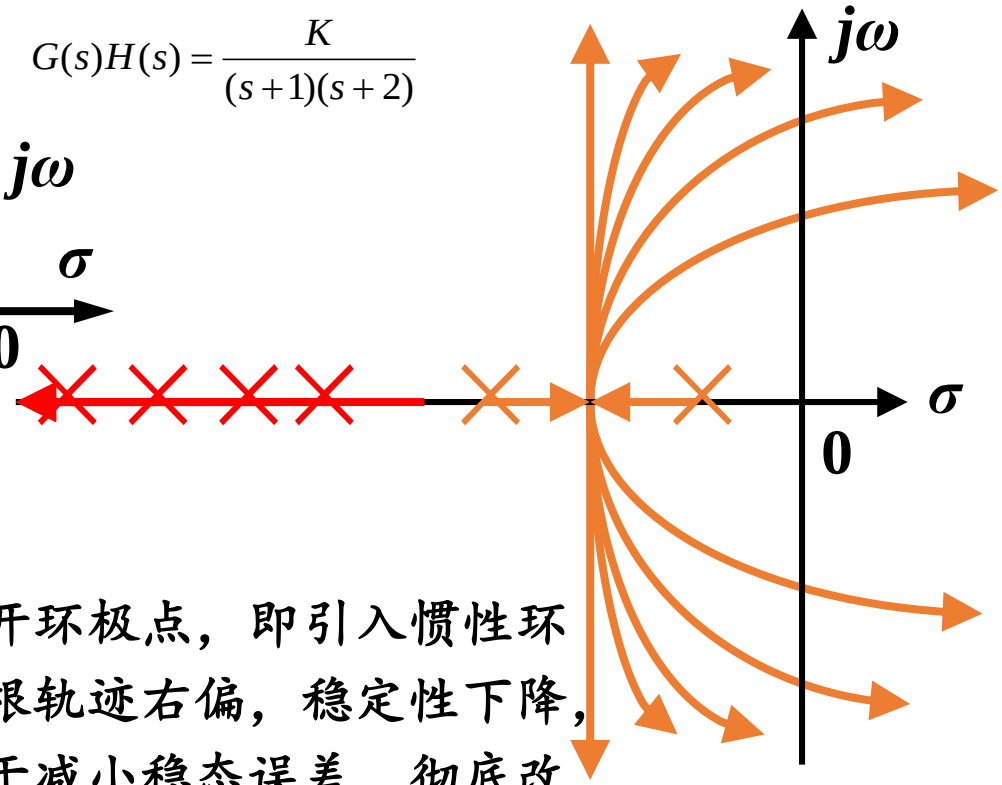
时域基本控制规律

□ 比例积分控制

$$u_c(t)=K_p e(t)+K_i\int e(t)dt$$

增加位于左侧的开环极点 $G(s)H(s)=\dfrac{K}{(s+1)(s+2)}$





结论：给原系统根轨迹引入开环极点，即引入惯性环节或称积分作用，将使系统根轨迹右偏，稳定性下降，但抬高了系统的阶次，有助于减小稳态误差，彻底改善无差度。

$$u(t)=K_p e(t)+K_i\int e(t)dt+K_d\frac{de(t)}{dt}$$

时域基本控制规律

□ 比例积分控制

$$u_c(t)=K_p e(t)+K_i\int e(t)dt$$

作用：

① 提高了系统型号，改变了系统的无差度，是彻底消除静差的方法，但对系统稳定性不利。

② 明显使动态性能恶化，且抑制超调的作用在时间上滞后于MAX[*y*(*t*)]的出现

③ *U*(t)波形本身存在畸变（间断点），使系统混有高次谐波，更加破坏稳定性。

结论：主要用于改善稳态误差，甚至彻底消除静差，如果能使系统超低频工作(时域稳态响应)，即系统具有极强的高频滤波能力，则可以补偿动态性能的损失，达到改善稳定性的目的，但其实质是破坏稳定性的，一般轻易不单独采取积分调节。

$$u(t)=K_p e(t)+K_i\int e(t)dt+K_d\frac{de(t)}{dt}$$

PID参数对控制性能的影响

$$u(t)=K_p(e(t)+\frac{1}{T_i}\int e(t)dt+T_d\frac{de(t)}{dt})$$

- K_p 对过渡过程的影响

增益 K_p 的增大，使系统的调节作用增强，但稳定性下降；

- T_i 对系统性能的影响

积分作用的增强（即 T_i 下降），使系统稳态误差减小，但稳定性下降；

- T_d 对系统性能的影响

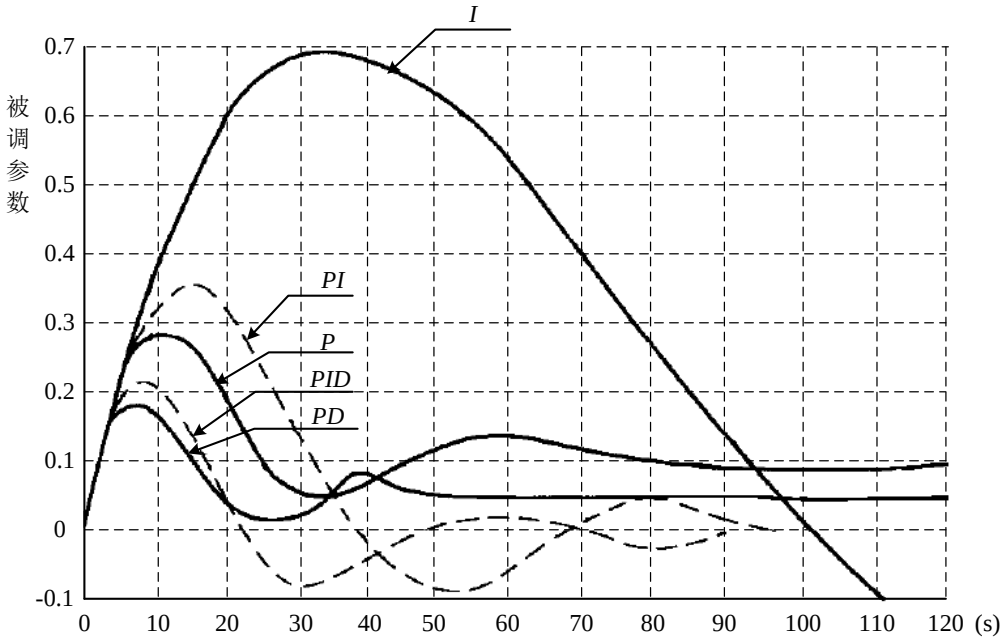
微分作用的增强（即 T_d 增大），从理论上讲使系统的超前作用增强，稳定性得到加强，但高频噪声起放大作用。因而，微分作用不适合于测量噪声较大的对象。

$$u(t)=K_p(e(t)+\frac{1}{T_i}\int e(t)dt+T_d\frac{de(t)}{dt})$$

PID控制规律选择

选用不同调节规律的调节器，通过变更调节器的参数，使调节的过渡过程接近最佳。在阶跃干扰的作用下，各个过渡过程如图所示。

PD调节动态偏差最小。这是由于有了微分作用，可使比例放大系数增大，调节时间大大缩短，但因无积分作用，所以仍有静差。对于PID调节，动态最大偏差比PD调节稍差，由于有积分作用，静差为零。但由于引入积分作用，使振荡周期增长了，即调节时间增长了。从图中可以看出，微分作用减少超调量和过渡过程时间，积分作用的特点是能够消除静差，但使超调量和过渡过程时间增大。



$$u(t)=K_p(e(t)+\frac{1}{T_i}\int e(t)dt+T_d\frac{de(t)}{dt})$$

PID控制规律选择

① 比例调节：结构简单，响应迅速，参数整定方便，存在静差。

纯比例调节器是一种最简单的调节器，它对控制作用和扰动作用的响应都很迅速。由于比例调节只有一个参数，所以整定简便。这种调节器的主要缺点是存在静差。对一些负荷变化不显著，而工艺上要求不高的系统，可以选用比例调节器。例如，一般的液面调节和压力调节系统均可采用比例调节器。

② 积分调节：没有静差，动态误差最大，调节时间也最长。

积分调节的特点是没有静差。它的动态误差最大，而且调节时间也最长。它只能用于有自衡特性的简单对象，不能用于有积分特性而无自衡对象及有纯滞后多容对象，故已很少单独使用。

$$u(t)=K_p(e(t)+\frac{1}{T_i}\int e(t)dt+T_d\frac{de(t)}{dt})$$

PID控制规律选择

③ 比例积分调节：最常用，能消除稳态误差，对于滞后较大的系统效果不好。

这是最常用的调节器，它既能消除稳态误差，又能产生较积分调节快得多的动态响应。对于一些调节通道容量滞后较小，负荷变化不很大的调节系统，例如流量调节系统，压力调节系统，可以得到很好的效果。对于滞后较大的调节系统，则比例积分调节效果不好。

④ 比例微分调节：增进调节稳定度，减小动态偏差和静差，微分作用不能太大。

由于有微分作用后，增进调节系统的稳定度，使系统比例系数增大而加快调节过程，减小动态偏差和静差。但微分作用不能太大，否则系统对高频干扰特别敏感，以致影响正常工作。所以调节过程中高频干扰作用频繁的系统，以及存在周期性干扰时，应避免使用微分调节。

$$u(t)=K_p(e(t)+\frac{1}{T_i}\int e(t)dt+T_d\frac{de(t)}{dt})$$

PID控制规律选择

⑤ 比例积分微分调节：是常规调节中相对最好的一种调节器，但对于滞后大，变化很大的系统，无法满足要求。

PID调节器是常规调节中相对最好的一种调节器。它综合了各类调节器的优点，所以有更高调节质量，不管对象滞后，负荷变化，反应速度如何，基本上均能适应。但是，对于对象滞后很大，负荷变化很大的调节系统，这种调节器也无法满足要求，只好设计更复杂的调节系统。

选择调节规律的目的，是使调节器与调节对象能很好配合，使构成的控制系统满足工艺上对性能、质量等指标的要求。所以，应当在详细研究调节对象特性以及工艺要求的基础上对调节规律进行选择。当然，选得是否恰当，还得靠计算或实践来最后检验。

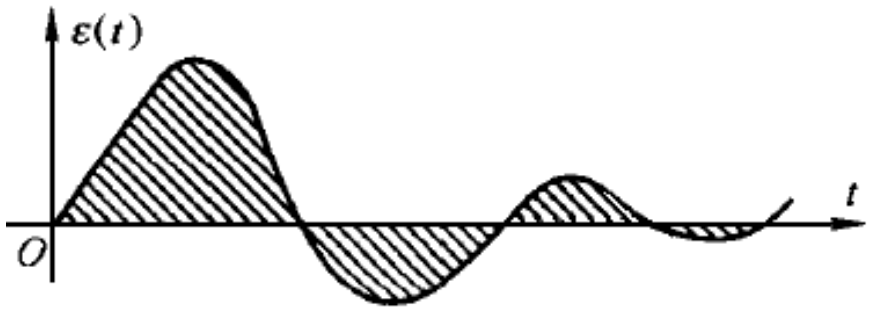
$$u(t)=K_p(e(t)+\frac{1}{T_i}\int e(t)dt+T_d\frac{de(t)}{dt})$$

PID参数确定

$$\varepsilon(t)=y(\infty)-y(t)$$

$$IAE=\int_0^{\infty}|\varepsilon(t)|dt=\min$$

误差绝对值对时间的积分



积分面积最小表示偏差小和过程快

衰减率——每经过一个振荡周期，过程波动幅度衰减的百分数。

典型最佳调节过程的标准是：在阶跃的扰动作用下，保证调节过程波动的衰减率 ψ=0.75（或更高）的前提下，使过程的最大动态偏差、静态误差和调节时间最小。

$$u(t)=K_p(e(t)+\frac{1}{T_i}\int e(t)dt+T_d\frac{de(t)}{dt})$$

PID参数确定

最佳过渡过程相对应的PID参数值叫最佳整定参数，由于各种具体生产过程的要求不同，“最佳”标准是不一样的，因而产生许多不同的整定方法。但是，一般较通用的标准是在“典型最佳调节过程”（ψ =0.75）前提下，尽量满足准确性和快速性要求，即绝对误差的时间积分最小。

PID控制器参数整定的方法概括起来有两大类：一是理论计算法，即依据系统的数学模型，经过理论计算确定控制器参数，但所得到的计算数据未必可以直接用，还须通过实际进行调整和修改。二是工程整定法，主要依赖经验，直接在试验中进行，且方法简单、易于掌握，在实际中被广泛采用。工程整定方法主要有稳定边界法、反应曲线法、衰减曲线法，其共同点都是通过试验，然后按照工程经验公式对控制器参数进行整定。但无论采用哪一种方法所得到的控制器参数，都需要在实际运行中进行最后调整与完善。

$$u(t)=K_p(e(t)+\frac{1}{T_i}\int e(t)dt+T_d\frac{de(t)}{dt})$$

PID参数确定

$$P=\frac{1}{K_p}\times 100\%$$

➢ 稳定边界法

稳定边界法又称临界比例度法，即在生产工艺许可的情况下，用试验方法找出，当比例调节系统的被调量作等幅振荡（即达到了稳定边界时的临界比例度P_m）时，按经验公式求出调节器的整定参数。

调节器整定数据

调节规律	P (%)	T_i	T_d
P	$2P_m$		
PI	$2.2P_m$	$0.85T_m$	
PID	$1.7P_m$	$0.5T_m$	$0.13T_m$

下面两种情况下不宜采用：

(1)临界比例度过小时，调节阀很易游移于全开或全关位置，对生产工艺不利或不容许。例如，对一个用燃料油加热的炉子，如果阀门发生全关状态就要熄火。

(2)工艺上的约束条件严格时，等幅振荡将影响生产的安全。

$$u(t)=K_p(e(t)+\frac{1}{T_i}\int e(t)dt+T_d\frac{de(t)}{dt})$$

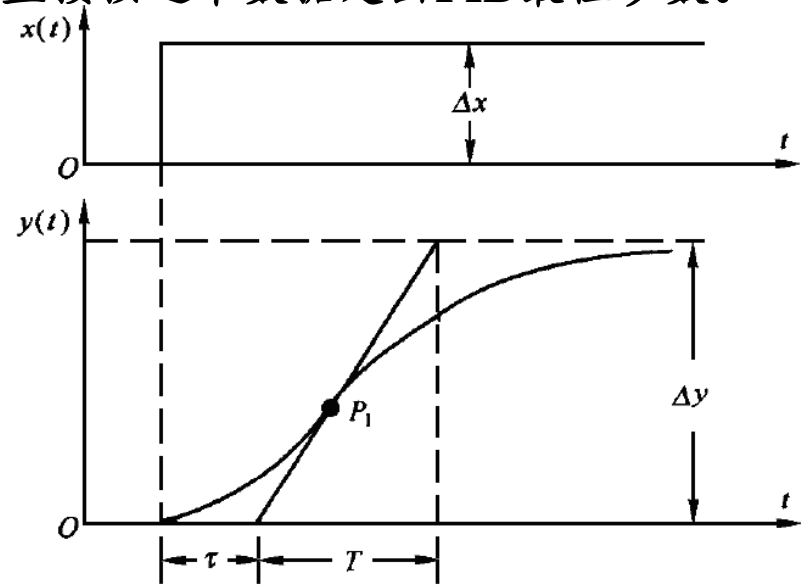
PID参数确定

➢ 反应曲线法

根据飞升特性曲线（对象输入量作单位阶跃变化时被调量的反应曲线，亦即飞升特性，飞升曲线的拐点P1做切线，获得τ和T）定出几个能代表该调节对象动态特性的参数，然后可直接按这个数据定出PID最佳参数。

$$K=\frac{\dfrac{\Delta y}{y_{\max}-y_{\min}}}{\dfrac{\Delta x}{x_{\max}-x_{\min}}}$$

$$P=\frac{\dfrac{\Delta e}{\Delta e_{\max}}}{\dfrac{\Delta x}{\Delta x_{\max}}}\times 100\%$$



$$u(t)=K_p(e(t)+\frac{1}{T_i}\int e(t)dt+T_d\frac{de(t)}{dt})$$

PID参数确定

➢ 反应曲线法

根据代表对象动特性的参数K、T、τ，可以利用下面的经验公式，计算对应于衰减率ψ=0.75下调节器的最佳整定参数。

经验公式：

对于P控制器：$$P=\frac{K\tau}{T}\times 100\%$$

对于PI控制器：$$P=1.1\frac{K\tau}{T}\times 100\% \qquad T_i=3.3\tau$$

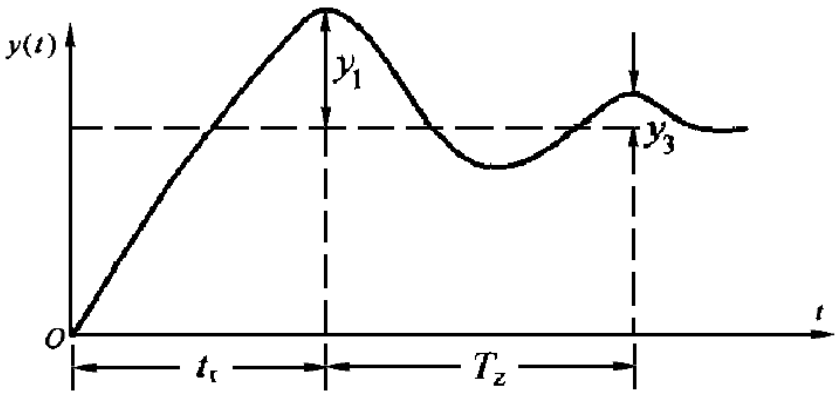
对于PID控制器：$$P=0.85\frac{K\tau}{T}\times 100\% \qquad T_i=2\tau \qquad T_d=0.5\tau$$

$$u(t)=K_p(e(t)+\frac{1}{T_i}\int e(t)dt+T_d\frac{de(t)}{dt})$$

PID参数确定

➢ 衰减曲线法

先把控制器改成比例作用，由手动投入自动，在达到稳定情况后，适当改变给定值，达到规定衰减比后，记下此时比例度及周期，然后按表求得其它调节规律时的整定参数。



衰减振荡过渡过程

调节器整定数据

调节规律	P (%)	T_i	T_d
P	P_s'		
PI	$1.2P_s'$	$0.85T_{s1}$	
PID	$0.8P_s'$	$0.3T_{s1}$	$0.1T_{s1}$

对象衰减比为1/10时的整定数据

调节规律	P (%)	T_i	T_d
P	P_s'		
PI	$1.2P_s'$	$2t_r$	
PID	$0.8P_s'$	$1.2t_r$	$0.4t_r$

$$u(t)=K_p(e(t)+\frac{1}{T_i}\int e(t)dt+T_d\frac{de(t)}{dt})$$

PID参数确定

三种整定方法的比较：

稳定边界法：适用于一般的流量、压力、液面和温度调节系统，但实验时需要注意调节过程是否超限。

反应曲线法：实验容易掌握，做实验所需时间比其它方法短些，但飞升特性曲线不太容易得到。

衰减曲线法：安全，且容易掌握，能适用于各种类型的调节系统，但实验很费时间。

$$u(t)=K_p(e(t)+\frac{1}{T_i}\int e(t)dt+T_d\frac{de(t)}{dt})$$

PID参数确定

试凑法

步骤：先调P，只用P调节，有静差时，可考虑后加I，满意时，可用PI调节，动特性不好可考虑D，加D后反复试，满意为止。

参数整定找最佳，从小到大顺序查。先是比例后积分，最后再把微分加。

曲线振荡很频繁，比例度盘要放大。曲线漂浮绕大湾，比例度盘往小扳。

曲线偏离回复慢，积分时间往下降。曲线波动周期长，积分时间再加长。

曲线振荡频率快，先把微分降下来。动差大来波动慢。微分时间应加长。

理想曲线两个峰，前高后低 4比1 。 一看二调多分析，调节质量不会低。

数字PID控制比连续PID控制更为优越，因为计算机程序的灵活性，很容易克服连续PID控制中存在的问题，经修正而得到更完善的数字PID算法。

实现方法：

把模拟调节器（PID）写成差分形式，导出递推公式，最后用程序实现。

6 数字式PID—位置式PID

已知：

$$u = k_c(e + \frac{1}{T_i}\int_0^T edt + T_d\frac{de}{dt}) + u_o \qquad (1)$$

将其离散化，设采样周期为T，则任一时刻 *i* 的模拟量输出为u_i，偏差量为e_i，前一时刻偏差为e_{i-1}

所以：

$$\frac{de}{dt} \to \frac{\Delta e}{\Delta t} \to \frac{e_i - e_{i-1}}{T} \qquad \int_0^t edt \to \sum_{j=0}^{i} e_j \cdot T$$

微分➡增量代替　　积分➡和式代替

数字式PID—位置式PID

则(1)式变为：

$$u_i = k_c\left(e_i + \frac{T}{T_i}\sum_{j=0}^{i} e_j + \frac{T_d}{T}(e_i - e_{i-1})\right) + u_o \qquad (2)$$

可用递推公式算出本次e_i作为下次的e_{i-1}。

设u_o为阀位初值，则（2）式其输出值与阀位是一一对应的。

通常称为

PID控制的位置式算法

数字式PID—增量式PID

根据式(2)可以得：

$$u_{i-1}=k_c(e_{i-1}+\frac{T}{T_i}\sum_{j=0}^{i-1}e_j+\frac{T_d}{T}(e_{i-1}-e_{i-2}))+u_o \qquad (3)$$

根据式(2)和式(3)可以得到：

$$\Delta u=k_c[(e_i-e_{i-1})+\frac{T}{T_i}e_i+\frac{T_d}{T}(e_i-2e_{i-1}+e_{i-2})] \qquad (4)$$

故称之为

PID控制的增量式算法

西安交通大学 XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY

数字式PID—增量式PID

由式(4)得：

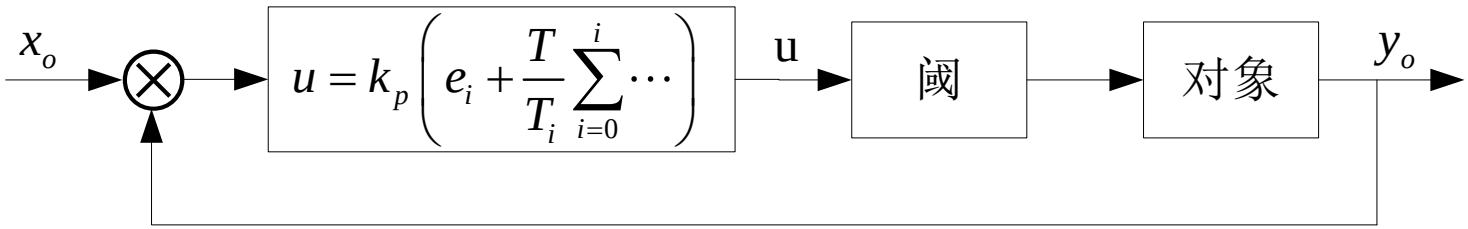
$$\Delta u = k_c[(e_i - e_{i-1}) + \frac{T}{T_i}e_i + \frac{T_d}{T}(e_i - 2e_{i-1} + e_{i-2})]$$

$$= k_c e_i(1 + \frac{T}{T_i} + \frac{T_d}{T}) - k_c e_{i-1}(1 + \frac{2T_d}{T}) + k_c e_{i-2}\frac{T_d}{T}$$

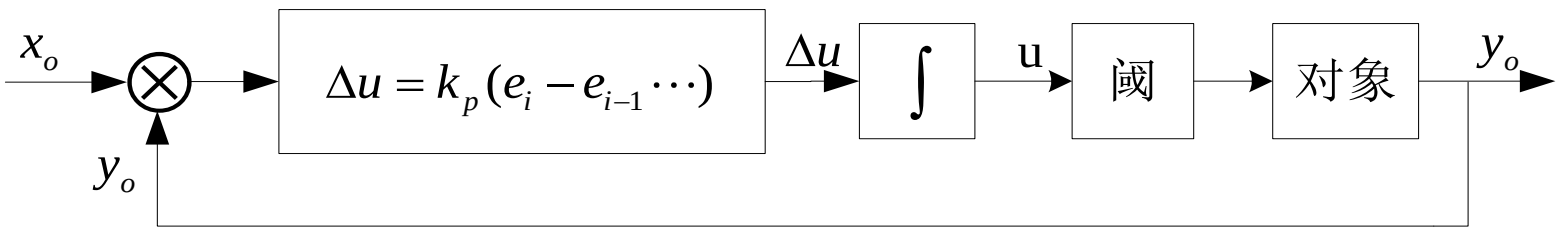
$$= d_0 e_i - d_1 e_{i-1} + d_2 e_{i-2} \qquad (5)$$

它只反应了各次偏差对控制作用所起的影响，形式上比原来简单，但丢失物理含义，很少使用。

数字式PID—增量式PID



位置式控制



增量式控制

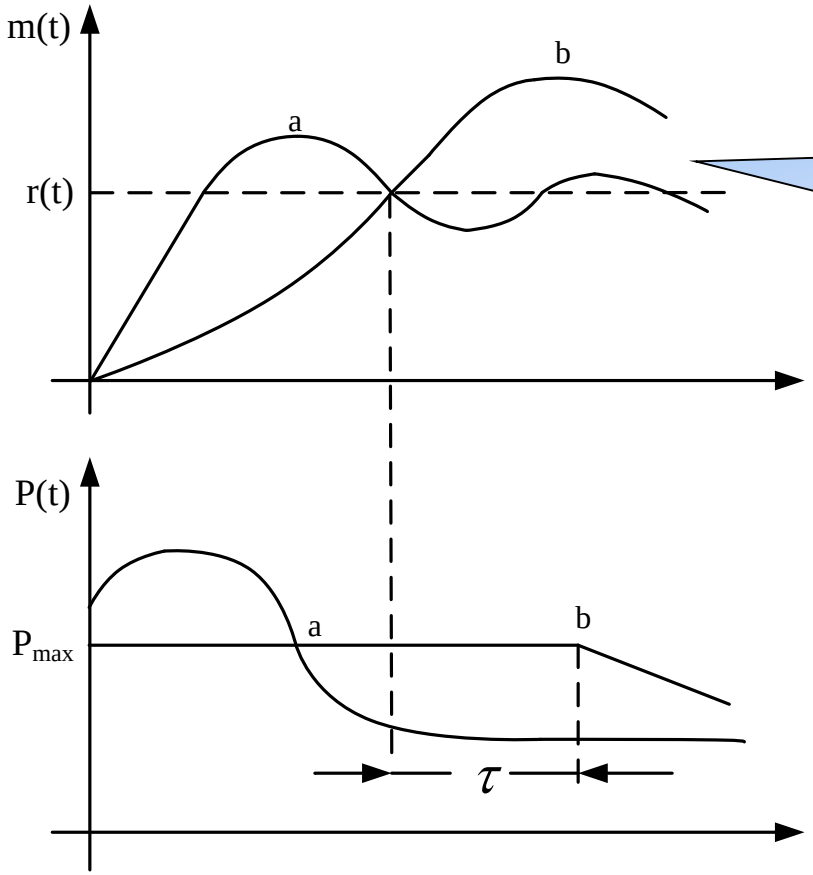
位置式与增量式比较

- 位置式PID控制的输出与整个过去的状态有关，用到了误差的累加值；而增量式PID的输出只与当前拍和前两拍的误差有关，因此位置式PID控制的累积误差相对更大
- 增量式PID控制输出的是控制量增量，并无积分作用，因此该方法适用于执行机构带积分部件的对象，如步进电机等，而位置式PID适用于执行机构不带积分部件的对象，如电液伺服阀

位置式与增量式比较

- 由于增量式PID输出的是控制量增量，如果计算机出现故障，误动作影响较小，而执行机构本身有记忆功能，可仍保持原位，不会严重影响系统的工作，而位置式的输出直接对应对象的输出，因此对系统影响较大。
- 位置式PID控制系统，需要借助其他手段实现手动/自动无扰切换，而增量式则更易于实现手动/自动的无扰切换。
- 增量式PID改善了积分饱和（积分失控）现象。

积分饱和的作用及抑制



曲线a——理想情况的控制

曲线b——有限制时产生积分饱和

积分饱和可引起大幅度超调，使系统稳定性变差。严重的可造成设备损坏，产品质量下降。

积分饱和的作用及抑制

1）遇限削弱积分法

基本思想：当控制量进入饱和区后，只执行削弱积分项的累加，而不进行增大积分项的累加。

具体是：

(1) 若$U_{i-1} > U_{max}$ 越上限

$e > 0$，∑不加，维持原状

$e < 0$，∑-|e|，相减（削弱）

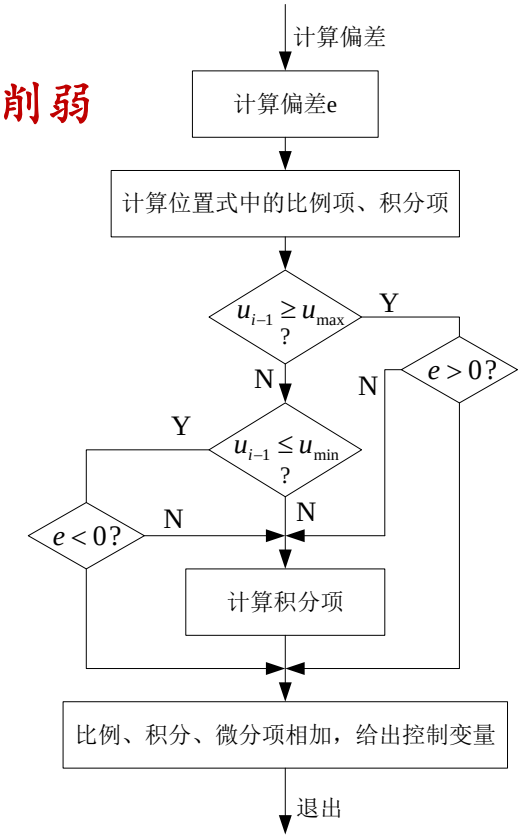
(2)若$U_{i-1} \le U_{min}$ 越下限

$e > 0$，∑+e，增大∑

$e < 0$，不进行∑-|e|，维持

(3)正常： 计算∑

这样可避免控制量长时间停留在饱和区。



积分饱和的作用及抑制

2）积分分离法

基本思想：当偏差大于某个规定的门限值，删除积分作用，以便∑e不至于过大。只有当e较小时，方引入积分作用，以消除静差。

积分项前面乘以比例系数：

$$u(t)=K_p(e(t)+K_I\frac{1}{T_i}\int e(t)dt+T_d\frac{de(t)}{dt})$$

当e≤ε 则 K_I=1；当e >ε 则 K_I=0。 ε为e的门限值。

这样，控制量不易进入饱和区；即使进入了，也能较快退出。所以系统的输出特性得到了改善。

6 对标准PID算法的改进

➢ 变速积分的PID算法

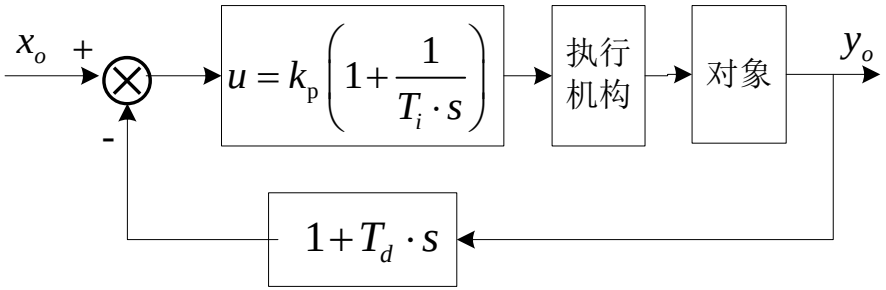
根据系统偏差大小改变积分速度，使其与偏差大小相对应，即偏差大时，积分累加速度减慢．积分作用弱；反之积分累加速度加快，增强积分。

➢ 带死区的PID算法

B——死区

$$\Delta U(k)=\begin{cases}\Delta U(k) & |E(k)>B| \\ 0 & |E(k)\le B|\end{cases}$$

➢微分先行的PID算法(PI-D)



➢比例先行PID算法(I-PD)

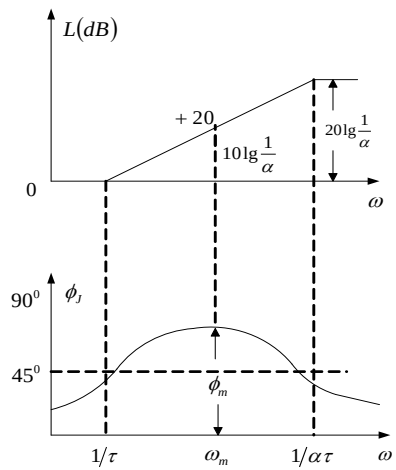
在微分先行PID基础上，再次对比例动作做同样的改进，消除比例冲击。

➢带可变型设定值滤波器SVF的PID算法

对设定值SP进行滤波处理，可有效消除由于SP的改变引起的冲击

6 本章小结

超前校正装置



$$G_J(j\omega)=\frac{j\omega\tau+1}{j\alpha\omega\tau+1}$$

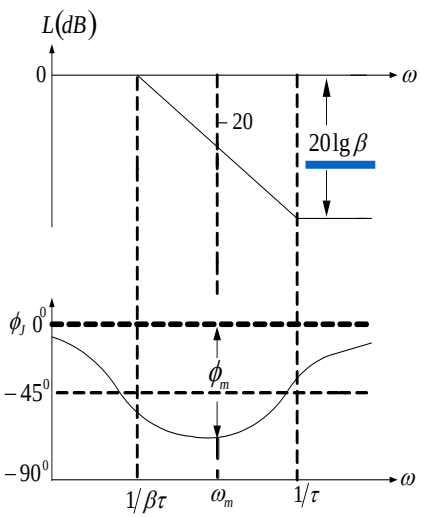
$$\omega_m=\frac{1}{\sqrt{\alpha}\tau}$$

$$\phi_m=\sin^{-1}\frac{1-\alpha}{1+\alpha}\quad\Rightarrow\quad\alpha=\frac{1-\sin\phi_m}{1+\sin\phi_m}$$

特点：相位超前，幅值增加

思想：利用其相角超前特性，将校正装置产生最大超前角的频率配置在新系统开环截止频率处，从而产生最大相位裕量。

迟后校正装置



$$G_J(j\omega)=\frac{j\omega\tau+1}{j\beta\omega\tau+1}$$

$$\omega_m=\frac{1}{\sqrt{\beta}\tau}$$

$$\phi_m=\sin^{-1}\frac{1-\beta}{1+\beta}\quad\Rightarrow\quad\beta=\frac{1-\sin\phi_m}{1+\sin\phi_m}$$

特点：幅值衰减，相位迟后

思想：利用幅值衰减带来相位裕量的增加特性，利用其后段产生稳定的$20\lg\beta$衰减，同时配置转折频率$\frac{1}{\tau}$远离ω_0（距离越远，迟后装置带来的相位迟后影响越小）

6 本章小结

□ 应用频率法对系统进行串联校正

- ✓ 串联超前校正：步骤+例题
- ✓ 串联迟后校正：步骤+例题

□ 按期望模型对系统进行串联校正

按最佳二阶系统校正后开环传函为：

$$G_J(s)G_g(s)=\frac{1}{2Ts(Ts+1)} \qquad \begin{cases}\sigma=4.3\% \\ \omega_n t_s=6 \\ \gamma=65.5^\circ\end{cases}$$

则校正网络传函为：

$$G_J(s)=\frac{G_0(s)\left[=G_J(s)G_g(s)\right]}{G_g(s)}=\frac{1}{2Ts(Ts+1)G_g(s)}$$

6 作业

- 6.3
- 6.8

写清题号，不用抄题；

下次课交作业