

西安交通大学电子与信息工程学院研究生课程
《等离子体电子学》

第七章 非平衡等离子体的建模

主讲人：王洪广

2018-05-23

非平衡等离子体的建模

● 简介

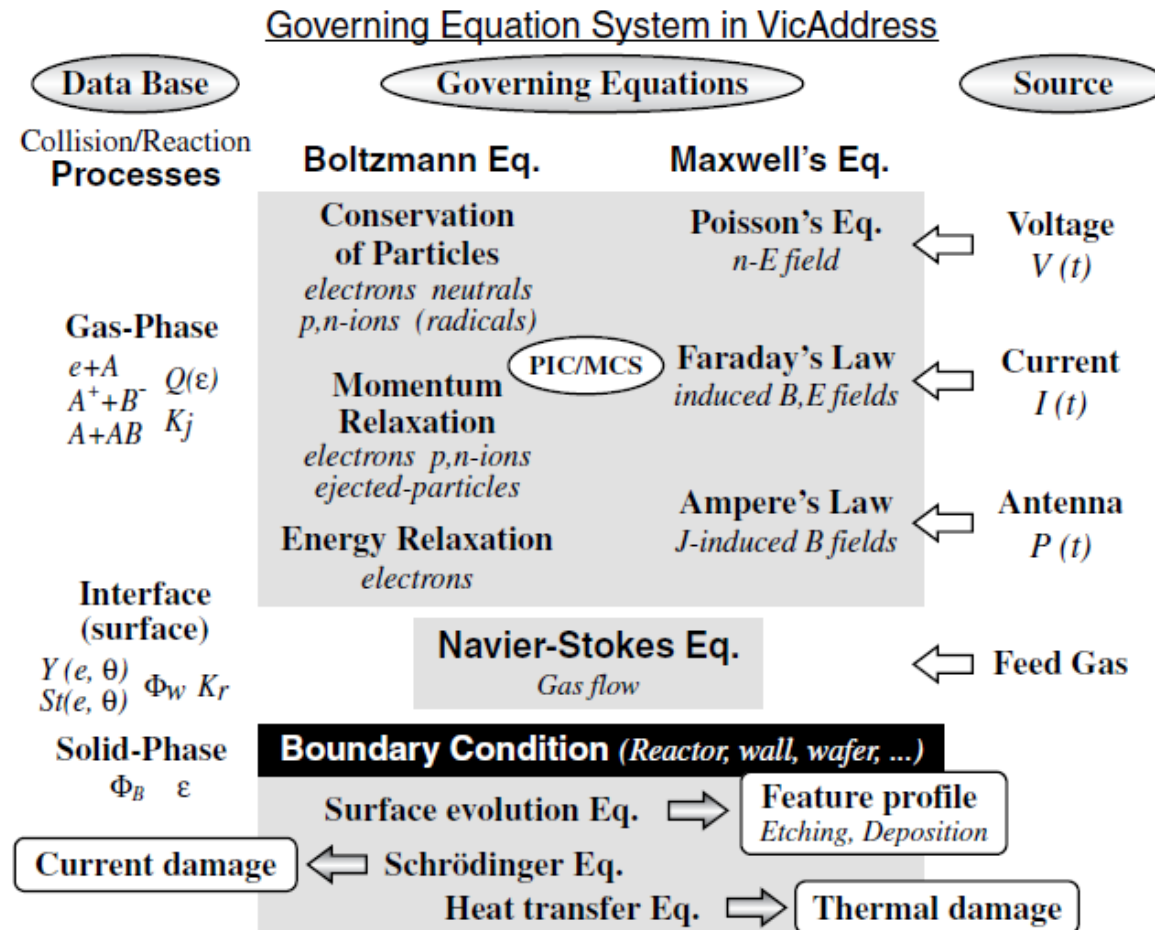
□ 建模方法的发展

- 0维等离子体唯象模型（电路模型、速率方程模型）
- 等离子体中的复杂性及建模遇到的困难
 - 射频等离子体（周期短，需要很小的时间步长）
 - 快过程和慢过程并存（时间尺度差别大，甚至达到10个数量级）
 - 电子、离子的特性的弛豫跟不上外加瞬态场的变化
- 1980-1990年代，提出了多种低温等离子体相关的模型

非平衡等离子体的建模

● 简介 (续)

□ 用于材料加工的低温等离子体及其控制方程



非平衡等离子体的建模

● 连续介质模型

□ 相关守恒定律

■ 基于玻尔兹曼方程（见第5章）

$$\text{particle number density} \Leftarrow \int (\text{Boltzmann Eq.}) \, dv$$

$$\text{momentum balance} \Leftarrow \int (\text{Boltzmann Eq.}) \, v \, dv$$

$$\text{energy balance} \Leftarrow \int (\text{Boltzmann Eq.}) \, v^2 \, dv.$$

- 所有粒子都满足，粒子表现为流体，电磁场满足Maxwell方程
- 优点：计算时间短
- 条件：电子平均自由程比器件尺寸小
- 上述方程并不完备（需要增加其它条件，如绝热条件、状态方程等）

非平衡等离子体的建模

● 连续介质模型 (续)

□ 控制方程 (一维为例)

电子

$$\frac{\partial n_e(z, t)}{\partial t} = -V_{de}(z, t) \frac{\partial n_e(z, t)}{\partial z} + D_{Le}(z, t) \frac{\partial^2 n_e(z, t)}{\partial z^2} + \{R_i(z, t) - R_a(z, t)\}n_e(z, t) - R_{re}(z, t)n_e(z, t)n_p(z, t). \quad (7.4)$$

For positive ions it is given by

正离子

$$\frac{\partial n_p(z, t)}{\partial t} = -V_{dp}(z, t) \frac{\partial n_p(z, t)}{\partial z} + D_{Lp}(z, t) \frac{\partial^2 n_p(z, t)}{\partial z^2} + R_i(z, t)n_e(z, t) - R_{re}(z, t)n_e(z, t)n_p(z, t) - R_{ri}(z, t)n_n(z, t)n_p(z, t), \quad (7.5)$$

and for negative ions it is given by

负离子

$$\frac{\partial n_n(z, t)}{\partial t} = -V_{dn}(z, t) \frac{\partial n_n(z, t)}{\partial z} + D_{Ln}(z, t) \frac{\partial^2 n_n(z, t)}{\partial z^2} + R_a(z, t)n_e(z, t) - R_{ri}(z, t)n_n(z, t)n_p(z, t). \quad (7.6)$$

Poisson's equation for the electric field $E(z, t)$ and the space potential $V(z, t)$ is

电场

$$\frac{\partial E(z, t)}{\partial z} = -\frac{\partial^2 V(z, t)}{\partial z^2} = \frac{e}{\epsilon_0} \{n_p(z, t) - n_e(z, t) - n_n(z, t)\}. \quad (7.7)$$

非平衡等离子体的建模

● 连续介质模型 (续)

□ 方程系数

- 方程的求解主要依赖
运输系数的确定
- 一维方程适用于平行
平板CCP (电容耦合
等离子体)

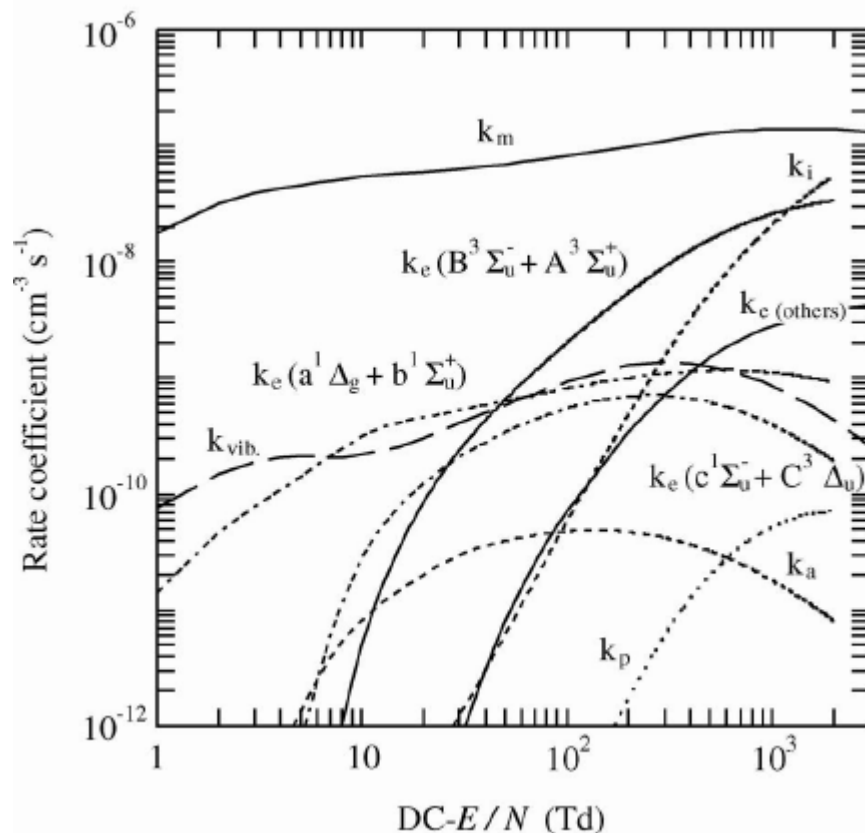


FIGURE 7.2
Collision rates of the electron in pure oxygen as a function of DC-E/N.

非平衡等离子体的建模

● 连续介质模型 (续)

□ 轴对称的ICP(感应耦合等离子体)

■ 磁场问题

■ 轴对称坐标系

Poisson's equation:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r E_r(r, \theta, z, t)) + \frac{1}{r} \frac{\partial E_\theta(r, \theta, z, t)}{\partial \theta} + \frac{\partial E_z(r, \theta, z, t)}{\partial z} \\ = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} - \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \\ = \frac{e}{\epsilon_0} (n_p - n_e - n_n); \end{aligned}$$

Coulomb's law in magnetics:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial t} (r B_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0;$$

流体力学方程也需要扩展到2维或3维

Ampere's law:

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{r} \frac{\partial B_z}{\partial \theta} - \frac{\partial B_\theta}{\partial z} \\ \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial B_r}{\partial \theta} \end{vmatrix} = -\epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \begin{vmatrix} E_r \\ E_\theta \\ E_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} J_{er} \\ J_{e\theta} \\ J_{ez} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} J_{pr} \\ J_{p\theta} \\ J_{pz} \end{vmatrix};$$

Faraday's law:

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} - \frac{\partial E_\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r E_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \theta} \end{vmatrix} = -\frac{\partial}{\partial t} \begin{vmatrix} B_r \\ B_\theta \\ B_z \end{vmatrix};$$

非平衡等离子体的建模

● 连续介质模型（续）

□ 局域场近似（LFA）模型

- 上述方程求解需要知道所有碰撞速率在不同时刻、不同约化场强下的值，即碰撞速率为 $E(z,t)/N$ 的函数
- 假设每个时刻，带电粒子分布在空间每点上达到准平衡状态，则可根据前述电子群参数获得所需的碰撞速率（如式2.4、2.5）
- 模型不适用的情况
 - 随着射频场频率的提高，带电粒子的弛豫跟不上外场的变化时，该近似模型不再适用
 - 气体数密度过低时，由于碰撞频率降低，弛豫时间也会变得很大，LFA模型不适用
 - 电场的空间变化过于剧烈的情况，如鞘层，该模型也不适用

非平衡等离子体的建模

● 连续介质模型 (续)

□ 准热平衡 (QTE) 模型

■ 电子本身基本达到热平衡时, 其能量分布为Maxwellian分布

- Maxwellian分布仅依赖于电子温度一个参数, 可简化碰撞速率的计算
- 假设电离和电子附着的碰撞截面在超过阈值能量后为常数, 则电离 (速) 率的计算为

$$R_i(z, t) = Nk_i \exp\left(-\frac{\varepsilon_i}{kT_e(z, t)}\right), \quad \leftarrow \text{Maxwellian分布}$$

电子温度满足能量守恒方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{3}{2} n_e(z, t) kT_e(z, t) \right) + \frac{\partial q_e(z, t)}{\partial z} & \leftarrow \text{能流密度} \quad q_e(z, t) = \frac{5}{3} \left(n_e(z, t) V_{de}(z, t) - D_{Le} \frac{\partial n_e(z, t)}{\partial z} \right) \frac{3}{2} kT_e \\ & = eE(z, t) \left(-n_e(z, t) V_{de}(z, t) + D_{Le} \frac{\partial n_e(z, t)}{\partial z} \right) \\ & - \varepsilon_i n_e(z, t) Nk_i \exp\left(-\frac{\varepsilon_i}{kT_e(z, t)}\right) \\ & - \varepsilon_a n_e(z, t) Nk_a \exp\left(-\frac{\varepsilon_a}{kT_e(z, t)}\right) \\ & - \sum \varepsilon_j n_e(z, t) Nk_j \exp\left(-\frac{\varepsilon_j}{kT_e(z, t)}\right), \quad (7.15) \end{aligned}$$

非平衡等离子体的建模

● 连续介质模型（续）

□ 准热平衡（QTE）模型的局限性

- 利用电子温度来表示迁移速度、扩散系数。忽略了电子平均能量和电离率之间的相移，某种程度上放大了电离过程
- 适用于有较强电离过程的情况，其中带电粒子间的库仑作用较强

TABLE 7.1

Low-Temperature Plasma Model and the Variable

Model	Variable	References
LFA	$E(\mathbf{r}, t)/N$	Boeuf [4]
QTE	$\langle \varepsilon_e(\mathbf{r}, t) \rangle$	Graves [5]
RCT	$E_{eff}^m(\mathbf{r}, t)/N$ for momentum $E_{eff}^e(\mathbf{r}, t)/N$ for energy	Makabe [6]
Phase space	$\varepsilon_e(\mathbf{r}, t)/N$	Sommerer [7]
Particle	$\varepsilon_e(\mathbf{r}, t), (\varepsilon_p(\mathbf{r}, t))$	Birdsall [8]
Hybrid	—	Kushner [9]
Circuit	$V(t)$ or $I(t)$	—

非平衡等离子体的建模

● 连续介质模型（续）

□ 弛豫连续体（RCT）模型

- 正离子鞘层中，非准中性等离子体，电场剧烈变化，带电粒子无法达到平衡状态
- 正离子气体中，以电子弛豫过程为主；负离子气体中，还需要考虑正、负离子的弛豫过程
- 以正离子气体为例，根据动量守恒方程，获得动量弛豫方程

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left(n_e(z, t) m V_{de}(z, t) \right) \\ &= eE(z, t) n_e(z, t) - \frac{n_e(z, t) m V_{de}(z, t)}{\langle \tau_m \rangle} - n_e(z, t) m V_{de}(z, t) \frac{\partial}{\partial z} V_{de}(z, t), \end{aligned}$$

- 根据能量守恒方程
可得**能量弛豫方程**

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(n_e(z, t) \varepsilon_m(z, t) \right) &= eE(z, t) \left(-n_e(z, t) V_{de}(z, t) + D_{Le} \frac{\partial n_e(z, t)}{\partial z} \right) \\ &- \left(\frac{2m}{M} R_m \varepsilon_m(z, t) + \sum R_j \varepsilon_j + R_i \varepsilon_i \right) n_e(z, t) \\ &- \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(n_e(z, t) V_{de}(z, t) - D_{Le} \frac{\partial n_e(z, t)}{\partial z} \right) \varepsilon_m(z, t) \right]. \end{aligned}$$

非平衡等离子体的建模

● 连续介质模型 (续)

□ 弛豫连续体 (RCT)模型

- RCT模型是目前最具优势的模型：忽略较少、速度快、且易于解释

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(n_e(z, t) \varepsilon_m(z, t) \right) &= eE(z, t) \left(-n_e(z, t) V_{de}(z, t) + D_{Le} \frac{\partial n_e(z, t)}{\partial z} \right) \\ &\quad - \left(\frac{2m}{M} R_m \varepsilon_m(z, t) + \sum R_j \varepsilon_j + R_i \varepsilon_i \right) n_e(z, t) \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(n_e(z, t) V_{de}(z, t) - D_{Le} \frac{\partial n_e(z, t)}{\partial z} \right) \varepsilon_m(z, t) \right]. \end{aligned}$$



$$E(z, t)_{eff}^2 = \varepsilon_m / e \mu \langle \tau_e \rangle$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(E_{eff}(z, t)^2 n_e(z, t) \right) = \frac{\{ E_{eff}(z, t)^2 - E(z, t)^2 \} n_e(z, t)}{\langle \tau_e \rangle} - \frac{\partial}{\partial z} q_e(z, t),$$

$$q_e(z, t) = n_e(z, t) V_{de}(z, t) E_{eff}(z, t)^2 - D_{Le}(z, t) \frac{\partial}{\partial z} (n_e(z, t) E_{eff}(z, t)^2)$$

非平衡等离子体的建模

● 粒子模型

□ 连续介质模型难以适用的情况

- 电子的**平均自由程**大于器件尺度时，电子与器壁互作用显著，电子的输运主要取决于其历史，电子难以通过**两体碰撞**实现动量和能量的弛豫，此时不能将等离子体视为流体（连续介质）
- **低气压**情况，也出现类似的复杂性
- 粒子模型
 - 第一性原理方法，不对电子的速度分布或能量分布进行假设
 - 采用蒙特卡罗方法处理每次碰撞，接近实际
 - 事实上，该方法适用于低气压、高气压等几乎所有情况
 - 缺点：计算量大

非平衡等离子体的建模

● 粒子模型 (续)

□ 蒙特卡罗模拟 (MCSs)

■ 基本思想与算法

- 牛顿运动方程
$$\frac{d^2}{dt^2} \mathbf{r}(t) = \frac{e}{m} [\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{v} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)],$$

- 按时间步长离散: $t \rightarrow t + \Delta t$, 利用轨迹跟踪法求解该时间间隔内的轨迹
- 处理碰撞: 二体碰撞近似, 利用蒙特卡罗方法来处理, 若产生碰撞, 则修正粒子运动速度
- 蒙特卡罗: Monte Carlo, 一种统计模拟方法, 使用随机数 (或伪随机数) 来解决随机相关物理问题的计算

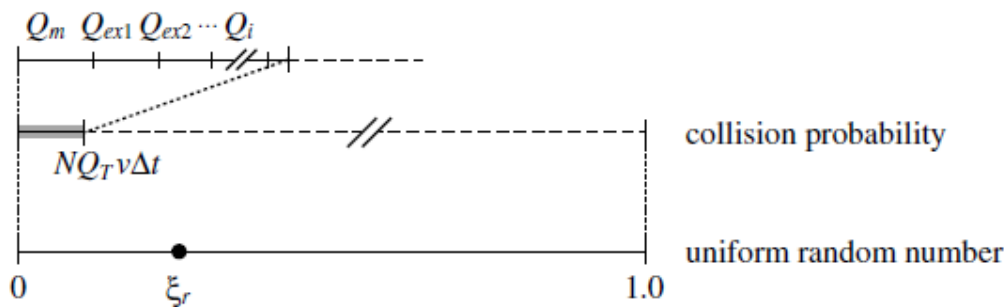
非平衡等离子体的建模

● 粒子模型 (续)

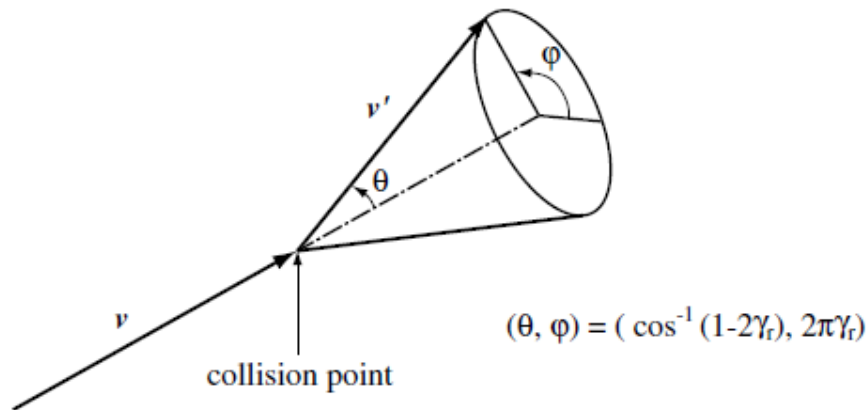
□ 蒙特卡罗模拟 (MCSs)

■ 二体碰撞的处理

(a)



(b)



随机数 ξ_r 使用:
用于决定碰撞类型

$$NQ_T(\varepsilon)v\Delta t \geq \xi_r.$$

时间步长限制:

$$\Delta t \ll \frac{1}{NQ_T(\varepsilon)v}.$$

随机数 γ_r 使用:
用于决定散射角
使散射角满足球
对称均匀分布

非平衡等离子体的建模

● 粒子模型 (续)

□ 蒙特卡罗模拟 (MCSs)

■ 碰撞出射角的随机数及其满足的概率分布函数

验证其归一化特性

$$p(\theta) = \frac{1}{2} \sin \theta, \quad \text{余弦分布}$$

$$p(\phi) = \frac{1}{2\pi}. \quad \text{均匀分布}$$

$$\int_0^\theta \frac{1}{2} \sin \theta d\theta = \gamma_r \quad \rightarrow \quad \cos \theta = 1 - 2\gamma_r.$$

$$\int_0^\phi \frac{1}{2\pi} d\phi = \gamma_r \quad \rightarrow \quad \phi = 2\pi \gamma_r.$$

$$p(\theta, \phi) = \frac{\sin \theta d\theta d\phi}{4\pi}.$$

$$p(\theta, \phi) d\theta d\phi = p_\theta(\theta) d\theta p_\phi(\phi) d\phi,$$

$$\int_0^\pi p_\theta(\theta) d\theta = 1 \quad \text{and} \quad \int_0^{2\pi} p_\phi(\phi) d\phi = 1.$$

$$p_\theta(\theta) d\theta \int_0^{2\pi} p_\phi(\phi) d\phi = \frac{2\pi \sin \theta d\theta}{4\pi} = \frac{1}{2} \sin \theta d\theta,$$

$$p_\phi(\phi) d\phi \int_0^\pi p_\theta(\theta) d\theta = \frac{d\phi}{4\pi} = \frac{1}{2\pi} d\phi.$$

非平衡等离子体的建模

● 粒子模型 (续)

□ 宏观参数的计算

effective ionization rate is given by

$$R_0 = \frac{1}{n_e(\mathbf{r}, t)} \frac{d}{dt} n_e(\mathbf{r}, t), \quad (7.33)$$

the drift velocity is obtained as

$$v_d = \frac{d}{dt} \langle \mathbf{r}(t) \rangle, \quad (7.34)$$

and the diffusion tensor is given by

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \langle (\mathbf{r}(t) - \langle \mathbf{r}(t) \rangle)^2 \rangle. \quad (7.35)$$

非平衡等离子体的建模

● 粒子模型 (续)

□ PIC-MCS模型

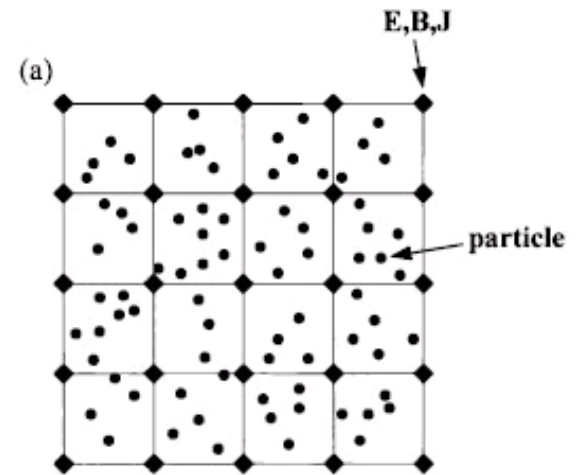
PIC: Particle in Cell

- PIC模型 (网格粒子云模型, 宏粒子、粒子云)
- 粒子运动满足牛顿方程
- 粒子在连续空间运动, 按时间步长推进
- 电磁参量分布在网格上, 满足麦克斯韦方程, 按时间步长推进
- 网格与连续空间的耦合

时间和空间步长限制

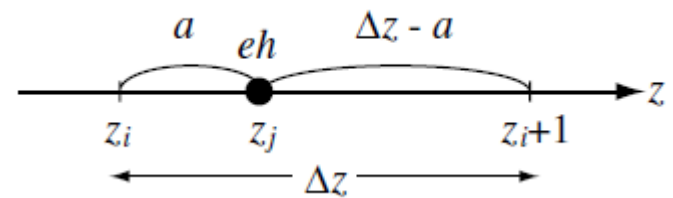
$$\Delta t < \omega_{pe}^{-1},$$

$$\Delta z < \lambda_D,$$



带电粒子电荷分配到网格
带电粒子处电磁场的计算

插值计算:



$$E(z_j) = a E(z_i) + (\Delta z - a) E(z_{i+1}).$$

非平衡等离子体的建模

● 粒子模型 (续)

□ 混合模拟

■ 示例1: MCS-流体混合模型

- 流体方法速度快, LFA计算
- 结合MCS方法用于运输系数的非流体行为计算

■ 示例2: 低气压等离子体的混合模拟

- PIC-MCS模型计算电子
- RCT模型计算离子

非平衡等离子体的建模

● 电路模型

□ 电容耦合等离子体 (CCP) 的等效电路

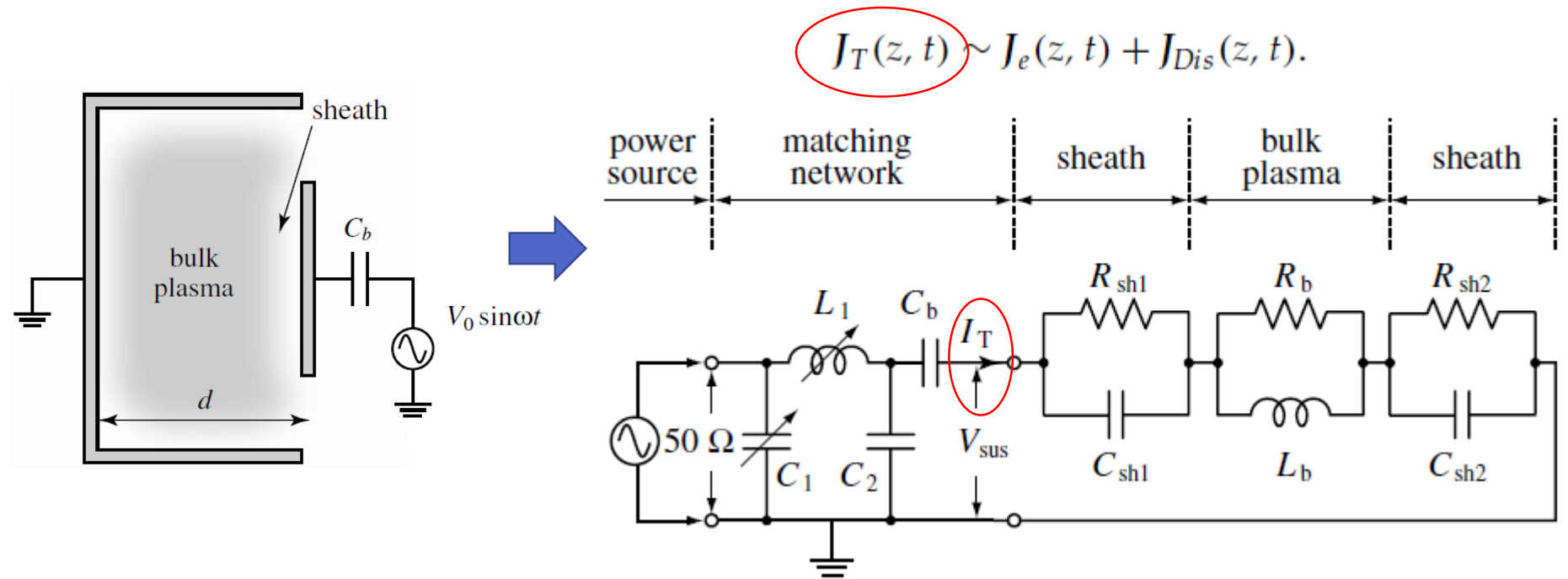


FIGURE 7.6

Typical equivalent circuit of a capacitively coupled rf plasma with an external impedance matching network.

非平衡等离子体的建模

● 电路模型 (续)

□ 电容耦合等离子体 (CCP) 的等效电路

R_m : 总碰撞速率
 S_b : 主等离子体面积
 d_b : 主等离子体厚度

■ 动量守恒方程 $\frac{d}{dt}\{mv_{de} \exp j(\omega t - \phi)\} = eE_b \exp(j\omega t) - mv_{de} \exp[j(\omega t - \phi)]R_m$

根据 v_{de} 计算 J_e

$$J_T(t) = \frac{n_e e^2}{m\omega} \left(\frac{R_m}{\omega} \frac{1}{1 + \left(\frac{R_m}{\omega}\right)^2} - j \frac{1}{1 + \left(\frac{R_m}{\omega}\right)^2} + j \frac{\epsilon_0 m}{n_e e^2} \omega^2 \right) E_b \exp(j\omega t).$$

J_{Dis} 相关项

$j\omega \bar{L}_b$ and $1/j\omega C_b$ $\omega_{pe}^2 (= e^2 n_e / m \epsilon_0)$

$$R_b = \frac{m\omega}{n_e e^2} \frac{\omega}{R_m} \left(1 + \left(\frac{R_m}{\omega}\right)^2 \right) \frac{d_b}{S_b} = \left(\frac{\omega}{\omega_{pe}}\right)^2 \frac{1}{R_m} \left(1 + \left(\frac{R_m}{\omega}\right)^2 \right) \left(\frac{\epsilon_0 S_b}{d_b}\right)^{-1}, \quad (7.40)$$

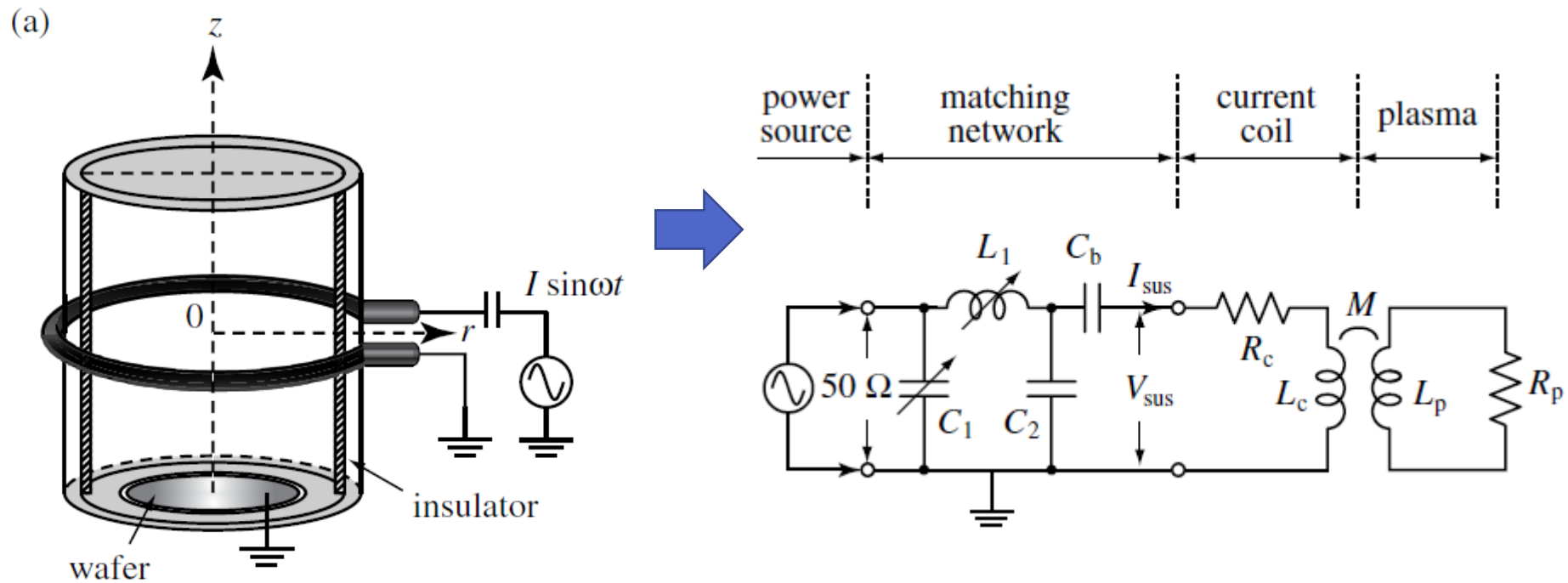
$$L_b = \frac{m\omega_0}{n_e e^2} \left(1 + \left(\frac{R_m}{\omega}\right)^2 \right) \frac{d_b}{S_b} = \frac{1}{\omega_{pe}^2} \left(1 + \left(\frac{R_m}{\omega}\right)^2 \right) \left(\frac{\epsilon_0 S_b}{d_b}\right)^{-1}, \quad (7.41)$$

$$C_b = \frac{\epsilon_0 S_b}{d_b}, \quad (7.42)$$

非平衡等离子体的建模

● 电路模型 (续)

□ 电感耦合等离子体 (ICP) 的等效电路



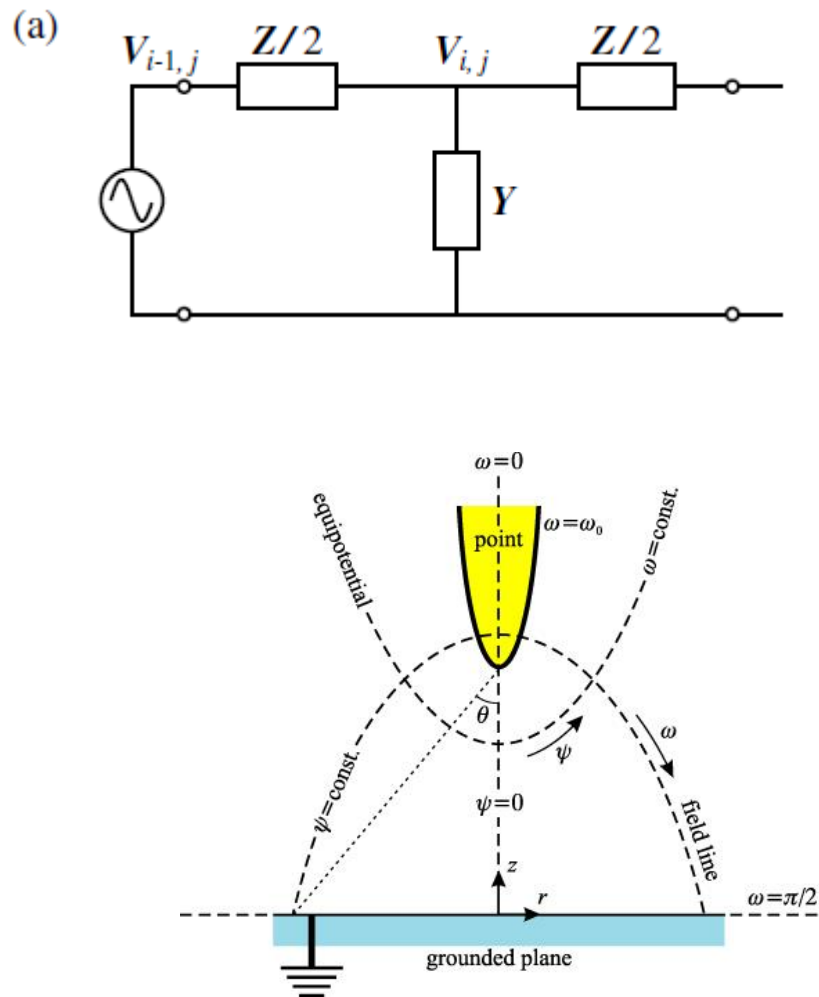
非平衡等离子体的建模

● 传输线 (TLM) 模型

□ 大面积电极上瞬态电位的计算

- 电极尺寸与射频电源的波长相当，轴对称电极上的电位分布需要考虑瞬态效应
- 横向(径向)传播，可以采用传输线模型

$$\frac{dV(x)}{dx} = -ZI(x) \quad \text{and} \quad \frac{dI(x)}{dx} = -YV(x).$$



非平衡等离子体的建模


● 传输线 (TLM) 模型 (续)

□ 大面积电极上瞬态电位的计算

■ 一维亥姆霍兹方程

$$\frac{dV(x)}{dx} = -ZI(x) \quad \text{and} \quad \frac{dI(x)}{dx} = -YV(x).$$

■ 针-板结构电极的分布阻抗


$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = ZYV(x).$$

$$Z = R + j\omega L,$$

$$= \rho/(2\pi r t) + j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\log \left(\frac{1 + \sqrt{r_0^2 + 1}}{r_0} \right) - \sqrt{r_0^2 + 1} + r_0 \right),$$

■ 主等离子体及鞘层的导纳

$$\frac{1}{Y} = \frac{R_b}{1 + \left(\frac{R_b}{\omega L_b}\right)^2} + j \frac{1}{1 + \left(\frac{R_b}{\omega L_b}\right)^2} \frac{R_b}{\omega L_b} - j \frac{2}{\omega C_{sh}},$$

非平衡等离子体的建模

● 电磁场与Maxwell方程

□ 库仑定律、高斯定律与泊松方程

$$\frac{F(\mathbf{r})}{q} = E(\mathbf{r}) = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\mathbf{r}}{r},$$



$$|E(\mathbf{r})|4\pi r^2 = \frac{e}{\epsilon_0},$$

球对称条件

$$\int E(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n} dS = \frac{e}{\epsilon_0},$$



$$\int_S E(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n} dS = \int_V \operatorname{div} E(\mathbf{r}) dV = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho(\mathbf{r}) dV.$$

$$\operatorname{div} E(\mathbf{r}) = \frac{1}{\epsilon_0} \rho(\mathbf{r}). \quad \text{—————} \quad \operatorname{div} B(\mathbf{r}) = 0.$$

非平衡等离子体的建模

● 电磁场与Maxwell方程 (续)

□ 法拉第定律

■ 根据环路电压的两种定义

flux of magnetic field $\Phi(t)$,

$$u = IR = -\frac{d\Phi(t)}{dt}.$$

$$u = \int \mathbf{E}(r, t) \cdot d\mathbf{l}$$



$$\Phi = \int_S \mathbf{B}(r, t) \cdot \mathbf{n} dS.$$

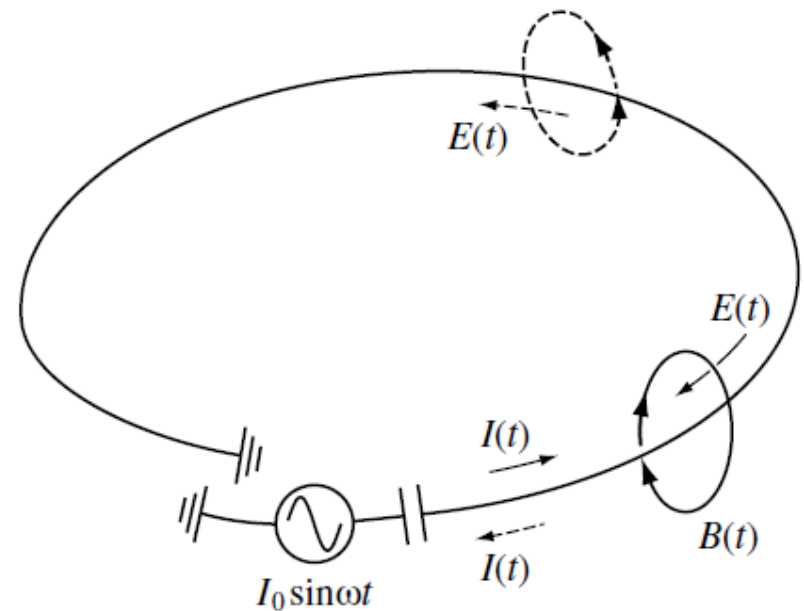
$$u = \int \mathbf{E}(r, t) \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B}(r, t) \cdot \mathbf{n} dS.$$



$$\int_S \left\{ \text{rot} \mathbf{E}(r, t) + \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B}(r, t) \right\} \cdot \mathbf{n} dS = 0,$$



$$\text{rot} \mathbf{E}(r, t) + \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B}(r, t) = 0,$$



非平衡等离子体的建模

● 电磁场与Maxwell方程 (续)

□ 安培定律

■ 根据感应磁场的定义

$$\int \mathbf{B}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I,$$



$$I(\mathbf{r}) = \int \left(\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \right) \cdot n dS,$$

$$\int \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \int_S \left\{ \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \right\} \cdot n dS.$$



$$\int \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{l} = \int_S \text{rot} \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \cdot n dS. \text{ Stokes's theorem}$$

$$\frac{1}{\mu_0} \text{rot} \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t},$$

微分形式

非平衡等离子体的建模

● 电磁场与Maxwell方程（续）

□ Maxwell方程

- 电磁场与源项之间的关系
- 与电流连续性方程联立，5个方程中有3个独立方程

$$\begin{aligned}\operatorname{rot}E(\mathbf{r}, t) &= -\frac{\partial B(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \\ \frac{1}{\mu_0}\operatorname{rot}B(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) + \varepsilon_0\frac{\partial E(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \\ \operatorname{div}E(\mathbf{r}, t) &= \rho(\mathbf{r})/\varepsilon_0 \\ \operatorname{div}B(\mathbf{r}, t) &= 0.\end{aligned}$$

- E与D，B与H之间由本构关系联系，决定于电磁媒质属性

《等离子体电子学》

第七章 非平衡等离子体的建模

本章结束

下一章：第八章 模型的数值求解



(在“幻灯片放映”模式中时单击该箭头)