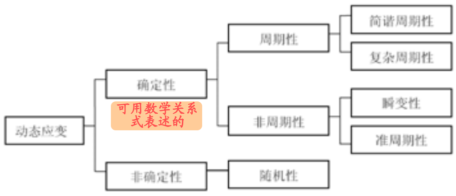
第六章 动态应变测量

一、动态应变信号特性

动载荷
结构运动 } ⟹ **结构动态应变**



1. 周期性动应变

（1）简谐周期性动应变

$$\varepsilon(t)=\varepsilon_1\cos(2\pi f_1 t-\theta_1)$$

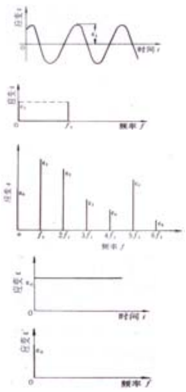
（2）复杂（一般）周期性动应变
（两个或两个以上谐波构成）

$$\varepsilon(t)=\varepsilon_0+\sum_{n=1}^{\infty}\varepsilon_n\cos(2\pi n f_1 t-\theta_n)$$

$$(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

静态应变分量ε_0

$$\varepsilon(t)=\varepsilon_0$$

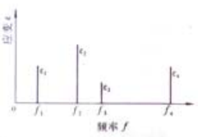


周期性动应变频谱为等间距离散谱，通常只需考虑有限阶

2. 非周期性动应变

（1）准周期性动应变

频率之比为非有理数(不存在公倍数)的谐波构成的运动。

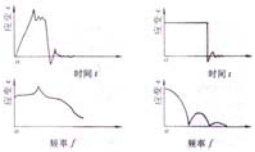


准周期性动应变频谱为无规则离散谱

（2）瞬变性动应变（冲击性应变）

- 冲击性载荷
- 承载构件突然断裂

$$\varepsilon(t)=\int_{-\infty}^{\infty}F(f)e^{j2\pi ft}df$$



瞬变性动应变频谱为连续谱，从零频到较高频率，频率范围宽

3. 随机性动应变

- 工程中最常见形式
- 不能用准确的数学关系描述，只能用概率统计的方法研究

确定性动应变测量 → 选择相应频率范围仪器系统测量记录，进行频谱分析

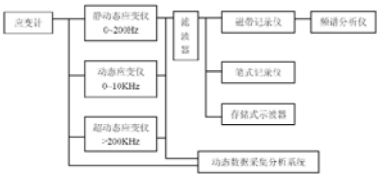
随机性动应变测量 → 选择频响范围足够宽的仪器系统，大量重复试验，依据统计特性来研究构件强度问题

二、应变片的动态响应

- 应变沿应变片栅长方向传播，由于应变片的动态响应，应变片测得的平均应变与中点应变存在着差异
- 在通常的应变频率范围内，由于应变片基长引入的动态响应误差可以忽略不计。

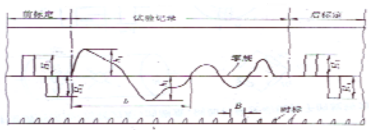
三、动态应变测量的仪器系统

仪器系统：动态电阻应变仪 + 记录、采集设备



- 依据被测应变频率范围选择合适的应变仪和记录采集设备
- 各仪器之间阻抗需匹配
- 根据信号分析要求选用滤波器（带通、低通、高通）

四、动态应变记录波形图



幅标 — 确定记录应变幅值的比例标记。

通常需要前标定和后标定，产生一个已知应变ε_H

$$H=(H_1+H_3)/2 \quad 或 \quad H=(H_2+H_4)/2$$

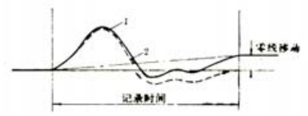
测量应变幅值 $\varepsilon_h=\dfrac{h}{H}\varepsilon_H$

若正负幅标不等高，正、负应变须分别用正、负幅标来计算。

时标 — 确定记录应变频率周期的比例标记。

$$T=\frac{b}{B}\frac{1}{f_B}$$

零线修正 —记录时间较长时，如零线有移动，可用前后零点的连线作为量测基准线。

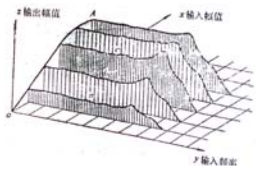


五、仪器系统振幅特性和频率特性的检测

1. 仪器系统要求

- **线性**的振幅特性
- **平坦**的频率响应特性

$$z = f(x, y)$$



2. 振幅特性的测定

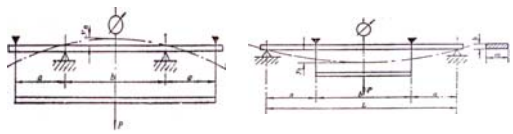
通常采用**静态时**的振幅特性测定方法。

（1）标准应变模拟仪法

- 用并联电阻法产生一系列已知标准应变量，记录系统最后输出，得到仪器系统静态时的振幅特性。
- 不能反映应变片的特性影响。

（2）等弯矩标准应变梁法

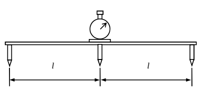
- 以等截面等弯矩梁作为标准应变发生装置，以标准的机械应变作为输入。



$$\varepsilon = \frac{4h}{b^2} y_0 \qquad \varepsilon = \frac{12h}{3L^2 - 4a^2} y_0$$

- 以三点挠度计测量时有

$$\varepsilon = \frac{4h}{l^2} y_0$$



3. 频率特性的测定

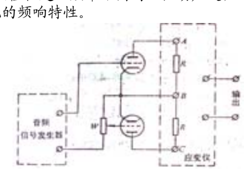
仅当需考虑的应变频率接近仪器系统极限工作频率时方进行测定。

（1）动态应变模拟仪法

- 通过并联动态电阻法产生一系列幅值恒定、频率不同的正弦动应变，记录系统最后输出z_i，得到仪器系统的频响特性。

$$e = \frac{z_0 - z_i}{z_0} \times 100\%$$

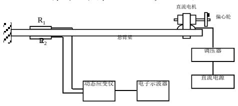
- 不能反映应变片的特性影响。



（2）机械方法

悬臂梁激振法

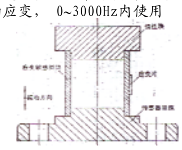
- 以旋转偏心轮激励悬臂梁的自由端，产生振幅恒定、频率可变的应变信号。



- 检定频率受马达转速、梁固有频率限制，0~200Hz内使用

采用动态应变标定传感器

- 利用振动台产生恒定幅值、频率可调的加速度激励，动态应变标定传感器可产生相应频率的应变， 0~3000Hz内使用



六、随机性应变信号的特性

- 随机应变大多为平稳过程，可用样本平均代替集合平均
- 随机应变的统计特性描述指标

均值、均方值和方差

均值 $\varepsilon_a=\lim\limits_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T\varepsilon(t)dt$ 随机应变的静态分量（静应变）

均方值 $\psi^2=\lim\limits_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T\varepsilon^2(t)dt$ 随机应变的强度（能量的一种度量）

方差 $s^2=\lim\limits_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T[\varepsilon(t)-\varepsilon_a]^2dt$ 随机应变的动态分量（在均值附近的波动大小）

$\psi^2=\varepsilon_a^2+s^2$

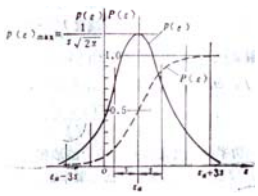
概率密度函数

概率密度函数 $p(\varepsilon)=\lim\limits_{\Delta\varepsilon\to 0}\frac{\mathrm{Prob}[\varepsilon<\varepsilon(t)\le\varepsilon+\Delta\varepsilon]}{\Delta\varepsilon}$ 随机应变瞬时值$\varepsilon(t)$落在指定范围内的概率大小

累积概率分布函数 $P(\varepsilon)=\int_{-\infty}^{\varepsilon}p(\xi)d\xi$ 随机应变瞬时值$\varepsilon(t)$小于或等于给定值ε的概率大小

高斯正态分布

$$p(\varepsilon)=\frac{1}{s\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(\varepsilon-\varepsilon_a)^2}{2s^2}}$$



概率密度函数与均值、均方值间的关系

$\varepsilon_a=\int_{-\infty}^{\infty}\varepsilon p(\varepsilon)d\varepsilon$

$\psi^2=\int_{-\infty}^{\infty}\varepsilon^2 p(\varepsilon)d\varepsilon$

自相关函数

描述随机过程不同时刻数据间的依赖关系。

$$R(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T \varepsilon(t)\varepsilon(t+\tau)dt$$

自相关函数与均值、均方值间的关系

$$\begin{cases}\psi^2=R(0)\\ \boxed{\varepsilon_a^2=R(\infty)}\end{cases}$$

用以检验数据的样本记录长度是否足以代替信号的总体情况

功率谱密度函数

描述随机数据的能量在频率域上的分布特性。

$$\psi^2(f,\Delta f)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T \varepsilon^2(t,f,\Delta f)dt$$ 随机应变在频带Δf内的均方值

$$G(f)=\lim_{\Delta f\to 0}\frac{\psi^2(f,\Delta f)}{\Delta f}=\lim_{\Delta f\to 0}\frac{1}{\Delta f}[\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T \varepsilon^2(t,f,\Delta f)dt]$$

功率谱密度函数与自相关函数的关系

$$\begin{cases}G(f)=2\int_{-\infty}^{\infty}R(\tau)e^{-j2\pi f\tau}d\tau\\ R(\tau)=\int_0^{\infty}G(f)e^{j2\pi f\tau}df\end{cases}$$

功率谱密度函数与均方值间的关系

$$\psi^2=R(0)=\int_0^{\infty}G(f)df$$

$$\psi^2(f_0,\Delta f)=G(f_0)\Delta f$$

功率谱密度函数即均方值在频率域上的密度函数，表征了随机信号能量的频率结构。

在结构强度问题中，功率谱密度相等的随机载荷对零部件具有等效的损伤能力。

功率谱密度在随机疲劳实验、疲劳强度校核、机械系统动态特性分析中应用广泛。