

# 西安交通大学考试题

成绩

课程 线性代数与解析几何 (A 卷)

学 院 \_\_\_\_\_ 考试日期 2019 年 1 月 8 日

专业班号 \_\_\_\_\_ 序号 \_\_\_\_\_

姓 名 \_\_\_\_\_ 学 号 \_\_\_\_\_ 期中 期末

√

一 15 分	二 15 分	三 10 分	四 13 分	五 13 分	六 13 分	七 9 分	八 6 分	九 6 分

一、单项选择 (请将正确选项填写在后面的括号中, 每小题 3 分, 共 15 分)

1. 设有非零多项式  $f(x) = \begin{vmatrix} a_{11} + x & a_{12} + x & a_{13} + x \\ a_{21} + x & a_{22} + x & a_{23} + x \\ a_{31} + x & a_{32} + x & a_{33} + x \end{vmatrix}$ , 其中  $a_{ij} (i, j = 1, 2, 3)$  为实常数,

则多项式  $f(x)$  的次数为

【    】

(A) 3 次. (B) 2 次. (C) 1 次. (D)  $\leq 1$  次.

2. 下列矩阵中不是初等矩阵的是

【    】

(A)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ . (B)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ . (C)  $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ . (D)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

3. 设  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  齐次线性方程组  $Ax = 0$  的一个基础解系, 则该方程组的基础解系还有

【    】

(A)  $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1 + \alpha_3$ . (B)  $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_1$ .

(C)  $\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_2 - \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_1$ . (D)  $\alpha_1 + 2\alpha_2, 2\alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_1$ .

4. 在欧氏空间  $\mathbb{R}^3$  中, 下述哪个集合可构成  $\mathbb{R}^3$  的子空间

【    】

(A)  $W_1 = \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 \mid x = y = z + 1\}$ .

(B)  $W_2 = \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 \mid x - y + z = 0\}$ .

(C)  $W_3 = \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 - y^2 = z\}$ .

(D)  $W_4 = \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z = 0 \text{ 或 } x = y\}$ .



## 西安交通大学考试题

三、(10 分) 计算  $n$  阶行列式

$$D_n = \begin{vmatrix} a_1 + x & a_2 & a_3 & \cdots & a_n \\ a_1 & a_2 + x & a_3 & \cdots & a_n \\ a_1 & a_2 & a_3 + x & \cdots & a_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_n + x \end{vmatrix}, \text{ 其中 } a_1, \cdots, a_n, x \text{ 为任意实常数.}$$

四、(13 分)  $\lambda$  取何值时, 线性方程组

$$\begin{cases} \lambda x_1 + (\lambda + 3)x_2 + x_3 = -2, \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = \lambda, \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = \lambda^2 \end{cases}$$

有惟一解、无解、无穷多解? 在有无穷多解时, 求结构式通解.

五、(13 分)  $\mathbb{R}^3$  中有一直线  $L$  过点  $P(1,2,3)$  且垂直于平面  $x+2y+3z=4$ .

- 1) 求此直线  $L$  的直线方程;
- 2) 证明过此直线  $L$  的平面都垂直于平面  $x+2y+3z=4$ ;
- 3) 求此直线  $L$  绕  $z$  轴旋转所得旋转面的曲面方程.

六、(13 分) 已知二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + 2tx_2x_3 + x_3^2$ .

- 1) 问  $t$  取何值时, 该二次型是正定的;
- 2) 取  $t=1$ , 试用正交变换化相应的二次型为标准形, 并写出所用的正交变换;
- 3)  $t=1$  时,  $f=1$  表示何种二次曲面?

## 西安交通大学考试题

七、(9 分) 设  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$  分别是  $n$  阶方阵  $A$  对应特征值  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  的特征向量, 且已知  $\lambda_1 \neq \lambda_2$ . 试证明: 向量  $\alpha_1 + \alpha_2$  不是  $A$  的特征向量.

八、(6 分) 设  $A, B$  是两个  $n$  阶实方阵,  $M = \begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix}$  是一个分块矩阵, 试证明:

$$r(M) = r(A + B) + r(A - B).$$

九、(6 分) 设  $A$  为  $n(n > 1)$  阶实方阵, 且  $\det(A) = 0$ , 证明:  $A$  的伴随矩阵  $A^*$  的非零特征值(若存在)等于  $\sum_{i=1}^n A_{ii}$ , 其中  $A_{ij}$  为  $a_{ij}$  的代数余子式.