西安交通大学考试题

成绩	

课 程 线性代数与解析几何 （A卷）

学 院 ________________ 考 试 日 期 2018 年 1月9日

专业班号 ________________

姓 名 ________________ 学 号 ________________ 期中 ☐ 期末 ☑

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
满分	15	15	10	8	10	10	12	10	10	
得分										
阅卷人										

一、单选题 （每小题3分，共15分）

1. 设 $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31}+a_{11} & a_{32}+a_{12} & a_{33}+a_{13} \end{pmatrix}$,

$P_1=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, P_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 则 【 】

(A) $AP_1P_2=B$; (B) $AP_2P_1=B$; (C) $P_1P_2A=B$; (D) $P_2P_1A=B$.

2. 设 n 阶方阵 A 经过有限次初等变换后得到矩阵 B，则 【 】

(A) $|A|=|B|$; (B) 方程组 $Ax=0$ 与 $Bx=0$ 同解;

(C) A 与 B^T 等价; (D) 一定存在初等矩阵 P,Q，使得 $A=PBQ$.

3. 设 $Ax=0$ 是非齐次方程组 $Ax=b$ 对应的齐次方程组，则 【 】

(A) 若 $Ax=0$ 只有零解，则 $Ax=b$ 有唯一解;

(B) 若 $Ax=0$ 有非零解，则 $Ax=b$ 有无穷多解;

(C) 若 $Ax=b$ 有无穷多解，则 $Ax=0$ 只有零解;

(D) 若 $Ax=b$ 有无穷多解，则 $Ax=0$ 有非零解.

4. 设 $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & x \\ -3 & -3 & 5 \end{pmatrix}$，$A$ 有特征值 $\lambda_1=6,\lambda_2=\lambda_3=2$，且 A 有3个线性无关的特征向量，则 x 等于 【 】

(A) 2; (B) -2; (C) 4; (D) -4.

5. 设n维向量组β_1,β_2,β_3可由α_1,α_2线性表出，则 【 】

(A) 仅当α_1,α_2线性无关时，β_1,β_2,β_3线性无关;

(B) 仅当α_1,α_2 线性相关时，β_1,β_2,β_3线性相关;

(C) β_1,β_2,β_3线性无关;

(D) β_1,β_2,β_3线性相关.

二、填空题 （每小题3分，共15分）

1. 设A为3阶方阵，且$|A-2I|=|A+I|=|2A-I|=0$，则$|A^*|=$ ________ .

2. 设n阶矩阵A满足$A^2-2A+3I=0$，则$A^{-1}=$ ____________ .

3. 设$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -2\\ 4 & t & 3\\ 3 & -1 & 1\end{pmatrix}$，$B$为3阶非零矩阵，且$AB=0$，则$t=$ ___________ .

4. 二次曲面$x^2+2y^2-2xy=1$在R^3中表示的图形是________柱面.

5. 已知R^3中向量满足$\|\boldsymbol{a}\|=\|\boldsymbol{b}\|=2$，$(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})=\dfrac{\pi}{3}$，则$\|2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}\|=$________.

三、**(本题 10 分)** 求过点$A(-3,0,1)$且与平面$\pi_1:3x-4y-z+5=0$平行，与直线$l_1:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$相交的直线$l$的方程.

四、**(本题 8 分)** 已知$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关, 证明$\alpha_1+\alpha_2,3\alpha_2+2\alpha_3,\alpha_1-2\alpha_2+\alpha_3$线性无关.

五、**(本题 10 分)** 设$A=\begin{pmatrix}\lambda & 1 & 1\\ 0 & \lambda-1 & 0\\ 1 & 1 & \lambda\end{pmatrix},b=\begin{pmatrix}a\\1\\1\end{pmatrix}$,且线性方程组$Ax=b$存在两个不同的解.

(1) 求参数λ,a的值; (2) 求方程组$Ax=b$的通解.

六、(本题 10 分) 设 3 阶方阵 A 满足 $A\alpha_i = i\alpha_i (i=1,2,3)$，其中 $\alpha_1 = (1,2,2)^T, \alpha_2 = (2,-2,1)^T, \alpha_3 = (-2,-1,2)^T$,求矩阵 A.

七、(本题 12 分) 已知二次型 $f(x_1,x_2,x_3) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 + 2ax_2x_3 (a>0)$,

(1)若此二次型正定, 求参数 a 的范围;

(2)若此二次型通过正交变换化成标准形方程为 $f(y_1,y_2,y_3) = y_1^2 + 2y_2^2 + 5y_3^2$, 求参数 a 的取值及所用的正交变换.

八、**(本题 10 分）学习了第 8 章线性变换的同学做题一,，其余同学做题二.**

题一：设$T \in L(V)$，T 在V 的基$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$下的矩阵$A = \begin{pmatrix} 15 & -11 & 5 \\ 20 & -15 & 8 \\ 8 & -7 & -6 \end{pmatrix}$.

(1)证明$\beta_1 = 2\alpha_1 + 3\alpha_2 + \alpha_3$，$\beta_2 = 3\alpha_1 + 4\alpha_2 + \alpha_3$，$\beta_3 = \alpha_1 + 2\alpha_2 + 2\alpha_3$也是$V$ 的基；

(2)求T 在基β_1，β_2，β_3下的矩阵.

题二：设线性空间$f[x]_2$有两个基（I）：$1, x, x^2$；（II）：$x^2 + x, x^2 - x, x + 1$.

(1)求由基（I）到基（II）的过渡矩阵；

(2)求$f = 4x^2 + 4x + 2$在基（II）下的坐标.

九、(本题 10 分) 设 A, B 均为 n 阶矩阵, A 有 n 个不同的特征值, 证明:

(1) 若 $AB = BA$, 则 B 相似于对角阵;

(2) 若 A 的特征向量也是 B 的特征向量, 则 $AB = BA$.