

第二章 噪声与非线性失真

2.1 概述

2.2 电路器件的噪声

2.3 噪声系数（多级线性网络级联的噪声系数）

2.4 噪声温度

2.5 非线性器件的描述方法

2.6 非线性器件的影响

2.7 非线性器件在频谱搬移电路中的作用

2.8 灵敏度与动态范围

2.1 概述

噪声——限制了系统所能处理的**最低**信号电平

非线性失真——限制了系统所能处理的**最高**电平

本节内容

- 起伏噪声的**基本特性**
- 电子器件内部噪声的**来源及等效电路**
- 衡量系统噪声性能的**指标**——噪声系数与等效噪声温度

2.1 概述

- 放大器最主要的指标就是放大倍数，也就是其把微弱信号增强的能力。
- 从使用的角度来看，是否只要能得到足够强的输出信号就能满足要求了？

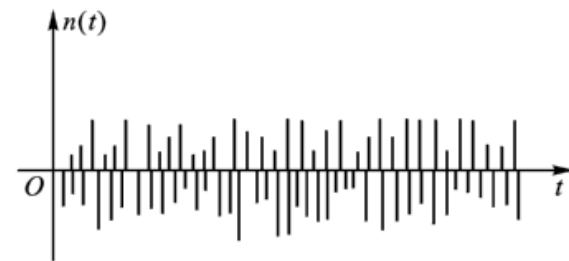
2.1 概述

- 在绝大多数情况下，我们关心的不仅仅只是信号的强度，而是**信号与噪声相比的相对强度**。从提高通信的可靠性的角度来看，真正需要的指标是信噪比，即**信号功率（能量）与噪声功率（能量）的比值**。
- **信噪比大，自然正确恢复信息的概率就高**，可靠性就高，否则尽管可以得到很强的输出信号，但在噪声同样也很强的情况下，要想正确地从中得到有用信息是很困难的。
- 放大器输出端的噪声信号来源可分为**两类**，一类是在**输入端加入**的噪声，它和信号得到相同倍数的放大；另一类是**放大器内部产生**的，它的大小是**放大器性能好坏的重要指标**。

2.1 概述

起伏噪声的**特点**（以热噪声为例）：

随机性、电流脉冲持续时间短、平均值为零



描述起伏噪声的**几个重要概念**：

➤ **频谱** —— 极宽，几乎占据整个无线电频段

➤ **功率谱密度 $S(f)$** —— 单位：dBm/Hz

频带 $\Delta f = f_2 - f_1$ 上的**功率**： $P = \int_{f_1}^{f_2} S(f) df$

噪声电压均方值 $\overline{V_n^2}$ → 电压功率谱密度 $S_V(f)$ → $\overline{V_n^2} = \int_{f_1}^{f_2} S_V(f) df$

噪声电流均方值 $\overline{I_n^2}$ → 电流功率谱密度 $S_I(f)$ → $\overline{I_n^2} = \int_{f_1}^{f_2} S_I(f) df$

$\overline{V_n^2}$ 和 $\overline{I_n^2}$ 代表单位电阻上的功率

2.1 概述

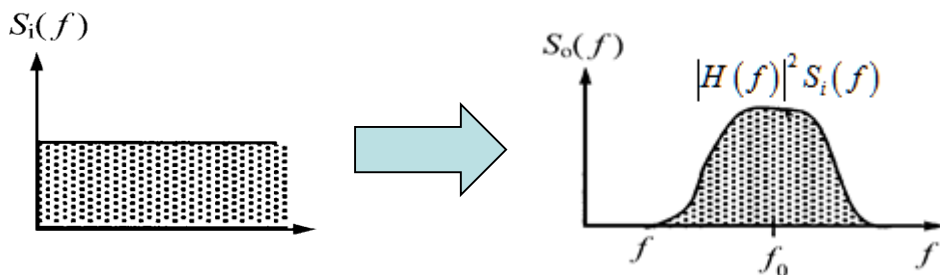
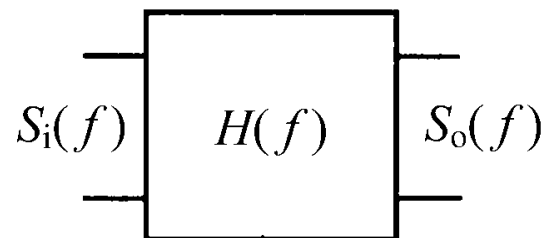
白噪声： $S(f)$ 是**常数**

$$\overline{I_n^2} = \int_{f_1}^{f_2} S_I(f) df = S_I \int_{f_1}^{f_2} df = S_I(f_2 - f_1)$$

➤ 等效噪声带宽

噪声通过线性系统

$$S_o(f) = S_i(f) |H(f)|^2$$

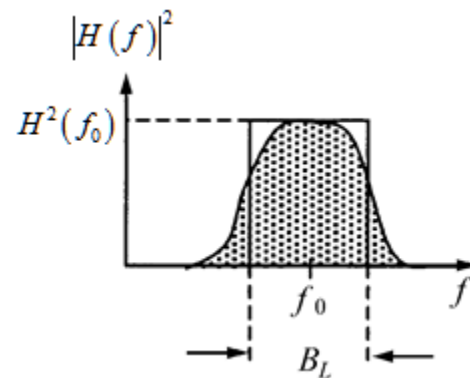


$$\begin{aligned} \overline{V_n^2} &= \int_0^{+\infty} S_i(f) |H(f)|^2 df \\ &= S_i \int_0^{+\infty} |H(f)|^2 df \end{aligned}$$

2.1 概述

➤ 等效噪声带宽 (续)

$$B_L = \frac{\int_0^{+\infty} |H(f)|^2 df}{H^2(f_0)}$$

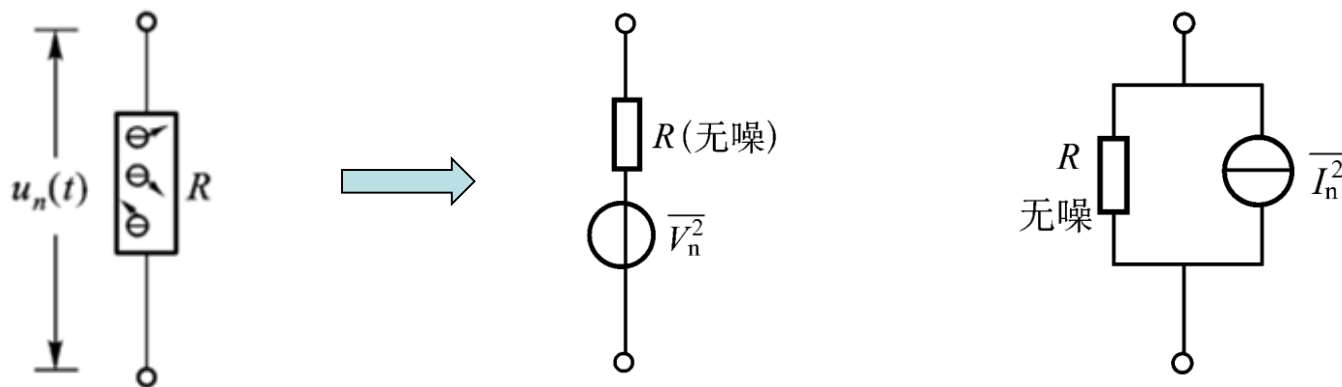


系统总输出噪声 $\overline{V_n^2} = \int_0^{+\infty} S_i(f) |H(f)|^2 df = S_i H^2(f_0) B_L$

2.2 电路器件的噪声

1. 电阻的热噪声及等效电路

由设备中电阻类器件（如天线）内部的自由电子无规则热运动（布朗运动）引起的一种起伏过程。



功率谱密度

电流源 $S_I = 4kT \frac{1}{R}$
电压源 $S_V = 4kTR$

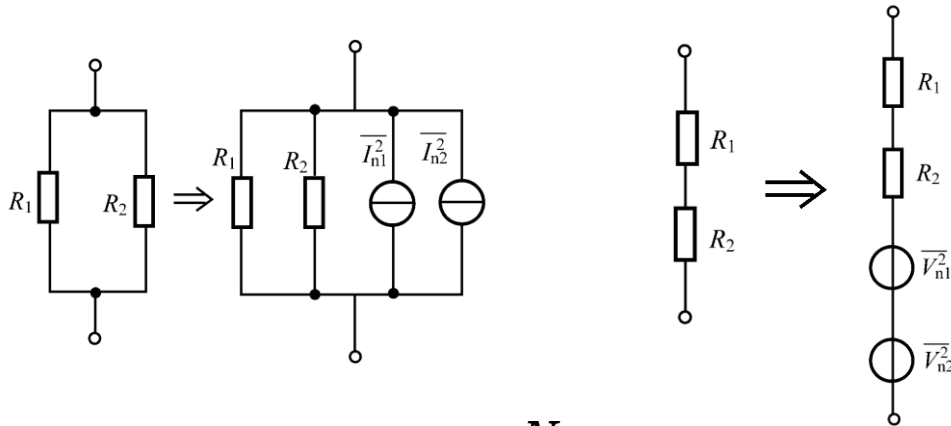
白噪声

$$\overline{V_n^2} = 4kTRB$$
$$\overline{I_n^2} = 4kT \frac{1}{R} B$$

(B 为系统带宽)

2.2 电路器件的噪声

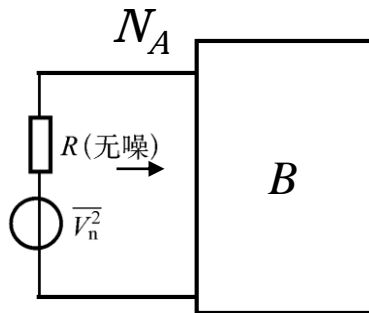
有噪电阻的串并联



额定噪声功率

条件: 负载与噪声源内阻匹配

$$N_A = \frac{\overline{V_n^2}}{4R} = \frac{4kTRB}{4R} = kTB$$



特点

与噪声源电阻R大小无关

与噪声源温度有关

例题

例2.1 试求常温下1kΩ电阻上的最大热噪声电压有效值。

$$\sqrt{v_n^2} = \sqrt{4kTR \times 10^{14}} = \sqrt{4 \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300 \times 1000 \times 10^{14}} = 0.041 \text{ V}$$

$$B_L = 1 \text{ GHz} \Rightarrow \sqrt{v_n^2} = 128 \text{ (}\mu\text{V)} \quad B_L = 1 \text{ MHz} \Rightarrow \sqrt{v_n^2} = 4.1 \text{ }\mu\text{V}$$

带宽不同，得到的热噪声功率明显不同

若将其置于液氮槽中，温度为-196° 时，

$$\sqrt{v_n^2} = \sqrt{4kTR \times 10^{14}} = \sqrt{4 \times 1.38 \times 10^{-23} \times 77 \times 1000 \times 10^{14}} = 0.021 \text{ V}$$

$$\left. \sqrt{v_n^2} \right|_{77^\circ} / \left. \sqrt{v_n^2} \right|_{300^\circ} = \frac{0.021}{0.041} = 0.51 = -2.9 \text{ dB}$$

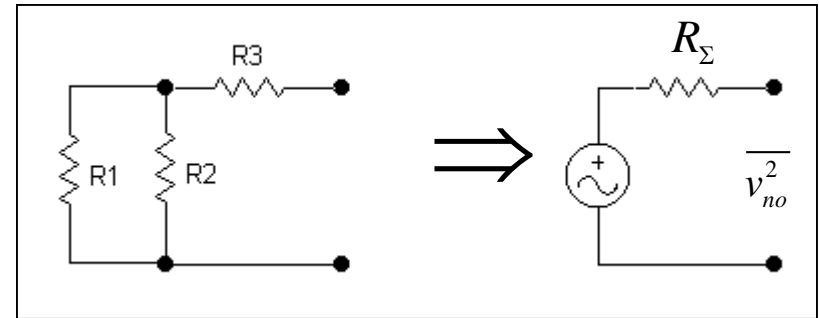
噪声功率可降低近3dB

例题

例2-2 试求如图网络的噪声等效电路。

由于噪声源的独立性，可得出R1的噪声对输出的贡献为：

$$v_{no1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_{n1}$$



R2、R3的噪声对输出的贡献为： $v_{no2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_{n2}$ ， $v_{no3} = v_{n3}$

根据叠加定理，有：

$$v_{no} = v_{no1} + v_{no2} + v_{no3} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_{n1} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_{n2} + v_{n3}$$

例题

$$\begin{aligned}\overline{v_{no}^2} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T v_{no}^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} v_{n1} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_{n2} + v_{n3} \right)^2 dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \left[\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right)^2 v_{n1}^2 + \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)^2 v_{n2}^2 + v_{n3}^2 \right] dt \\ &\quad + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \left[2 \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)^2} v_{n1} v_{n2} + 2 \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_{n1} v_{n3} + 2 \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_{n2} v_{n3} \right] dt \\ \overline{v_{no}^2} &= \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right)^2 4kTR_1 B_L + \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)^2 4kTR_2 B_L + 4kTR_3 B_L \\ &= \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 \right) 4kTB_L = 4kTR_{\Sigma} B_L\end{aligned}$$

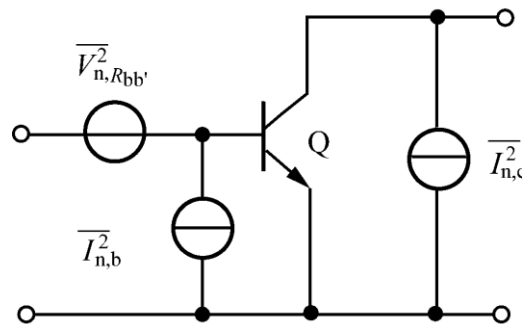
结论：总的等效噪声源可用其总等效电阻的噪声来表示

2.2 电路器件的噪声

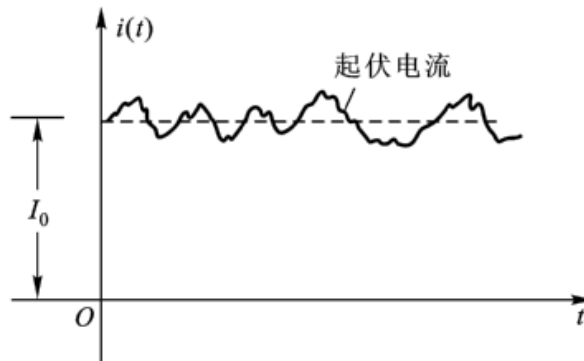
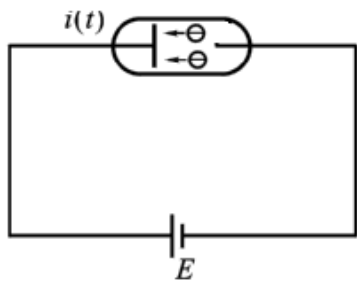
2. 双极型晶体三极管的噪声

a. 基区电阻 $r_{bb'}$ 热噪声 $\overline{V_{n,r_{bb'}}^2}$ —— 白噪声

b. 散粒噪声 —— 功率谱密度 $S_I = 2qI_0$



散粒噪声：由设备中有源器件内部的载流子或电子发射的不均匀性引起的一种起伏过程。



$$\overline{I_{n,c}^2} = 2qI_c B$$

$$\overline{I_{n,b}^2} = 2qI_b B$$

$$\overline{V_{n,r_{bb'}}^2} = 4kTr_{bb'} B$$

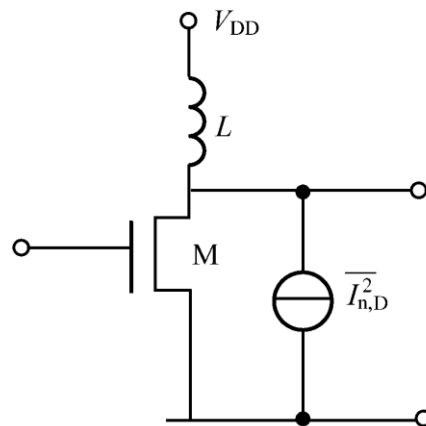
2.2 电路器件的噪声

3. 场效应管的噪声

沟道热噪声 —— $S_I = 4kT\gamma g_{d0}$

噪声等效电路 $\overline{I_{n,D}^2} = 4kT\gamma g_{d0}B$

闪烁噪声 —— $S_V = \frac{K}{WLC_{ox}} \frac{1}{f}$



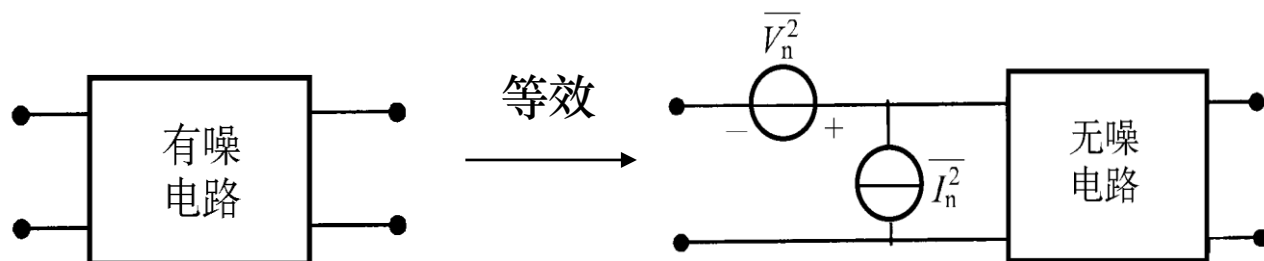
4. 电抗元件的噪声

电抗元件的噪声来源于它的损耗电阻——热噪声



2.2 电路器件的噪声

5. 两端口网络的等效输入噪声源



串联噪声电压源 $\overline{V_n^2}$

并联噪声电流源 $\overline{I_n^2}$

求法:

$\overline{V_n^2}$ —— 输入端短路，将有噪网络的输出噪声功率等效到输入端的值

$\overline{I_n^2}$ —— 输入端开路，将有噪网络的输出噪声功率等效到输入端的值

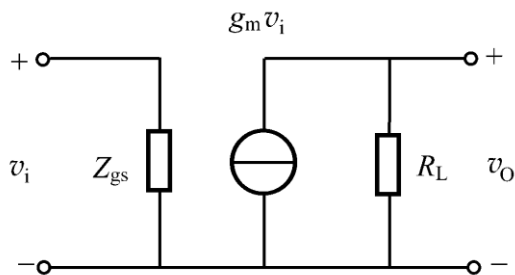
例题

例2.3 如图所示，场效应管放大器中管子输出噪声电流为 $\overline{I_{n,D}^2}$
 负载电阻 R_L 的热噪声是 $\overline{V_{n,RL}^2}$

求：该放大器对应的等效输入噪声源 $\overline{V_n^2}$ 和 $\overline{I_n^2}$

解：(1) 首先求放大器的增益

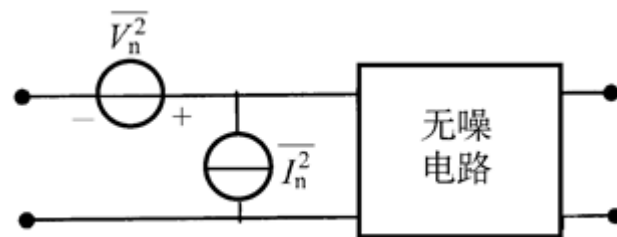
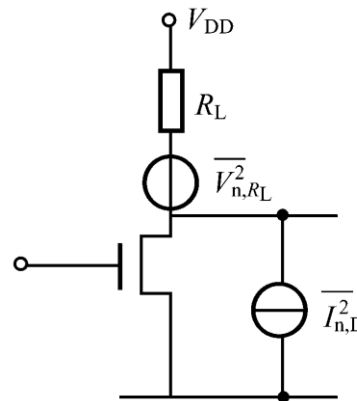
放大器交流等效电路如图示，



$$\text{电压增益 } A_V = \frac{V_o}{V_i} = \frac{g_m V_i R_L}{V_i} = g_m R_L$$

(2) 放大器总输出噪声

$$\overline{V_{n,o}^2} = \overline{V_{n,RL}^2} + \overline{I_{n,D}^2} \cdot R_L^2$$

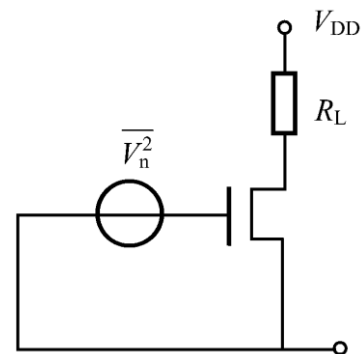


例题

(3) 求等效输入噪声电压源 $\overline{V_n^2}$

输入端短路 此时输出噪声均由 $\overline{V_n^2}$ 产生, 则:

$$\overline{V_n^2} = \frac{\overline{V_{n,o}^2}}{A_V^2} = \frac{\overline{V_{n,RL}^2} + \overline{I_{n,D}^2} R_L^2}{(g_m R_L)^2} = \frac{\overline{V_{n,RL}^2}}{g_m^2 R_L^2} + \frac{\overline{I_{n,D}^2}}{g_m^2} \xrightarrow[\text{负载噪声}]{\text{不考虑}} \overline{V_n^2} = \frac{\overline{I_{n,D}^2}}{g_m^2}$$

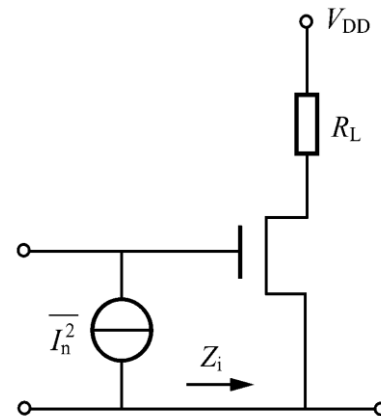


(4) 求等效输入噪声电流源 $\overline{I_n^2}$

输入端开路 此时输出端的噪声均由 $\overline{I_n^2}$ 产生

$$(\overline{I_n^2} |Z_i|^2) A_V^2 = (\overline{I_n^2} |Z_i|^2) (g_m R_L)^2 = \overline{V_{n,o}^2}$$

$$\text{则 } \overline{I_n^2} = \frac{\overline{V_{n,RL}^2} + \overline{I_{n,D}^2} R_L^2}{(g_m R_L)^2 |Z_i|^2} \xrightarrow[\text{负载噪声}]{\text{不考虑}} \overline{I_n^2} = \frac{\overline{I_{n,D}^2}}{g_m^2 |Z_i|^2}$$

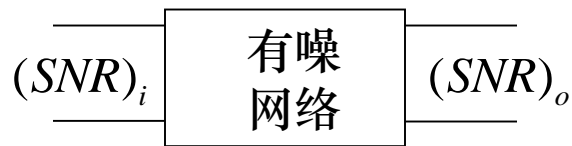


$\overline{V_n^2}$ 和 $\overline{I_n^2}$ 是相关的

2.3 噪声系数

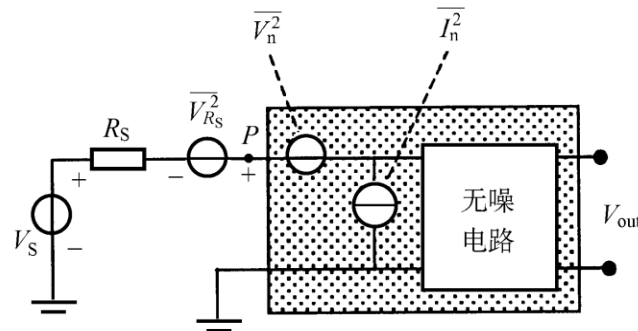
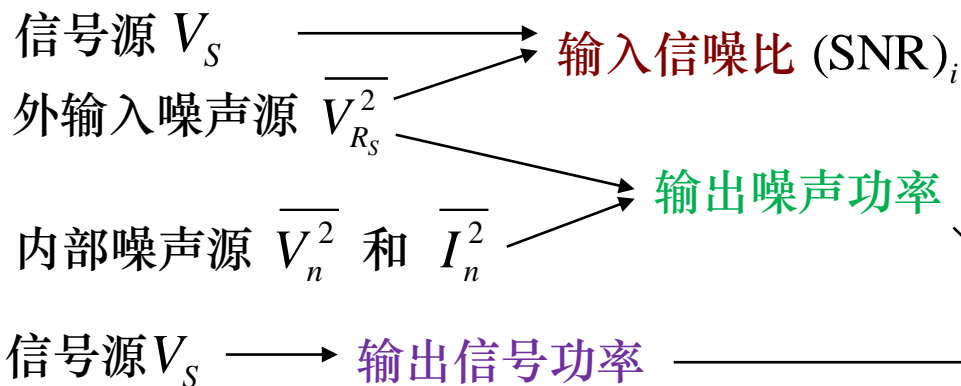
定义:

$$F = \frac{SNR_i}{SNR_o} = \frac{P_i / N_i}{P_o / N_o} > 1$$



$$NF(\text{dB}) = 10 \log F$$

噪声系数与等效输入噪声源的关系



$$F = \frac{(SNR)_i}{(SNR)_o} = \frac{\overline{V_{R_S}^2} + \overline{(V_n + I_n R_S)^2}}{\overline{V_{R_S}^2}} = 1 + \frac{\overline{(V_n + I_n R_S)^2}}{4kTR_S B}$$

2.3 噪声系数——对噪声系数的理解

$$F = \frac{(SNR)_i}{(SNR)_o} = 1 + \frac{\overline{(V_n + I_n R_S)^2}}{4kTR_S B}$$

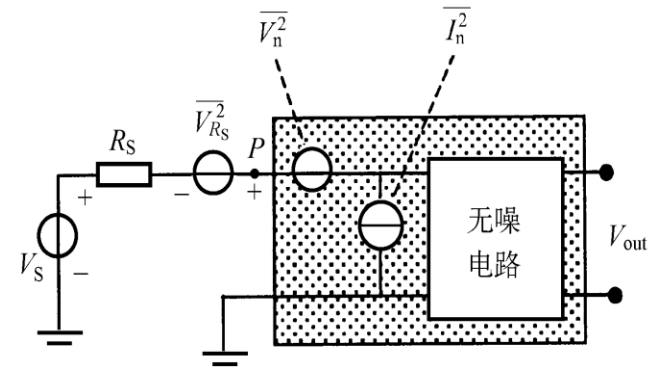
- 有噪网络的噪声系数一定大于1
- 噪声系数与网络内部噪声大小有关
- 网络的噪声系数与外部源噪声有关

● 与源噪声温度 T 有关

测量噪声系数时，规定标准噪声温度 $T_0 = 290\text{K}$

● 与源内阻 R 有关

噪声匹配 \rightarrow 噪声系数最小 \rightarrow 最佳源内阻

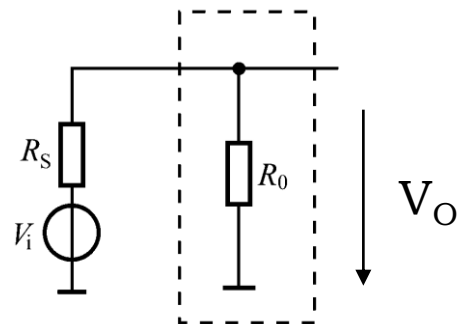


例题

例2.4 图示的两端口网络为一个电阻 R_0 ，求该网络的噪声系数。

解：根据公式

$$F = \frac{(SNR)_i}{(SNR)_o} = 1 + \frac{\overline{(V_n + I_n R_S)^2}}{4kTR_S B}$$



网络的噪声系数又可以表示为

$$F = \frac{\overline{V_{R_S}^2} + \overline{(V_n + I_n R_S)^2}}{\overline{V_{R_S}^2}} = \frac{\overline{V_{R_S}^2} + \overline{(V_n + I_n R_S)^2}}{\overline{V_{R_S}^2}} \frac{A_V^2}{A_V^2} = \frac{\overline{V_{n,out}^2}}{A_V^2 \overline{V_{R_S}^2}}$$

其中 $\overline{V_{n,out}^2}$ 网络总输出噪声电压均方值

例题

该网络的电压增益为：
$$A_V = \frac{R_0}{R_0 + R_S}$$

再求网络总输出噪声电压均方值：

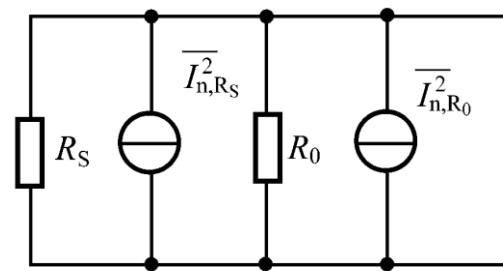
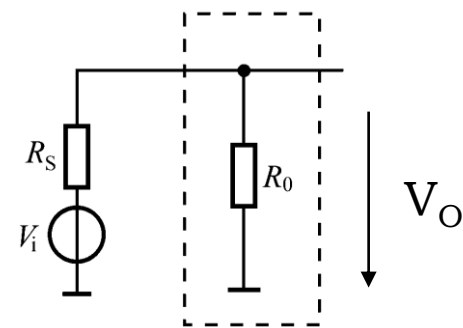
等效噪声电路如图：

在带宽 B 内输出噪声电压均方值为：

$$\overline{V_{n,out}^2} = \left(\overline{I_{n,R_S}^2} + \overline{I_{n,R_0}^2} \right) (R_S // R_0)^2 = 4kT (R_S // R_0) B$$

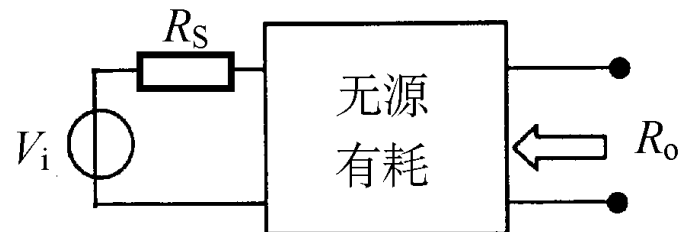
根据噪声系数定义有：

$$F = \frac{\overline{V_{n,out}^2}}{A_V^2 \overline{V_{R_S}^2}} = \frac{4kT (R_S // R_0) B}{4kT R_S B} \times \left(\frac{R_S + R_0}{R_0} \right)^2 = 1 + \frac{R_S}{R_0}$$



结论： R_0 越大，噪声系数越小 与功率最大传输——**共轭匹配**不同

2.3 噪声系数——无源有耗网络

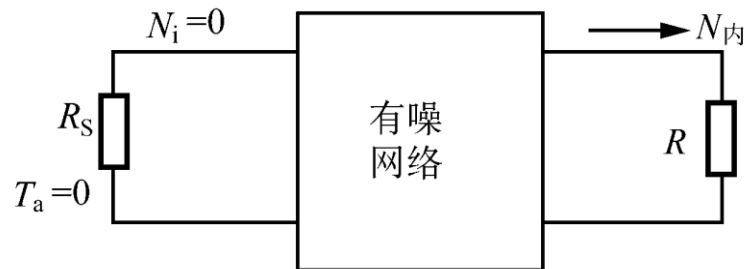


$$F = \frac{P_i / N_i}{P_o / N_o} = \frac{N_o}{G_P \cdot N_i} = \frac{1}{G_P} = L$$

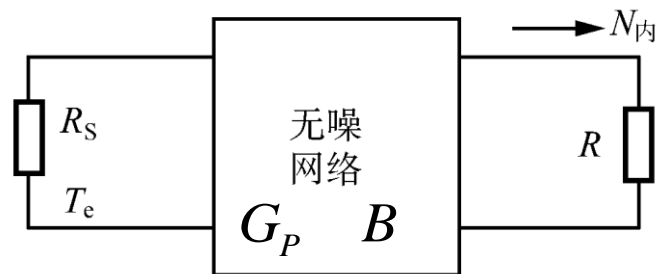
结论：无源有耗网络的噪声系数在数值上等于它的损耗

2.4 等效噪声温度

条件：有噪线性网络
产生白噪声，阻抗匹配



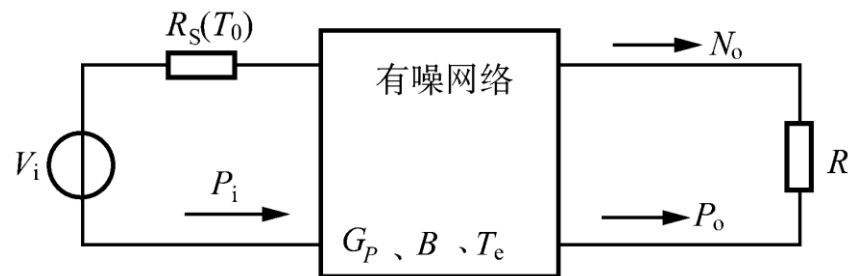
定义：将网络视为无噪，其内部噪声折合到输入端，
视为由某电阻在温度 T_e 时产生的白噪声



等效噪声温度与噪声系数的关系

已知条件: B 、 G_P 、 T_e 、 P_i 、 T_0

阻抗匹配



外部输入噪声功率为: $N_i = kT_0B$

考虑内部等效噪声, 总输入噪声为 $N_{i总} = k(T_0 + T_e)B$

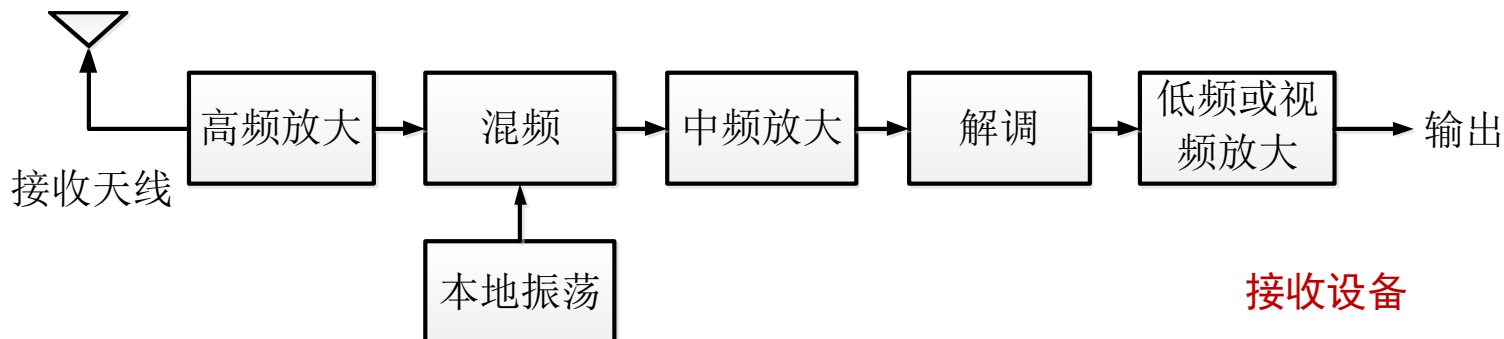
总输出噪声为 $N_o = G_P k(T_0 + T_e)B$

由噪声系数定义
$$F = \frac{P_i / N_i}{P_o / N_o} = \frac{P_i / kT_0B}{G_P P_i / G_P k(T_0 + T_e)B} = 1 + \frac{T_e}{T_0}$$

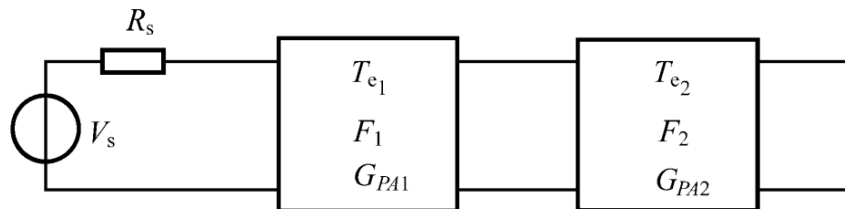
或

$$T_e = (F - 1)T_0$$

2.5 多级线性网络级联的噪声系数



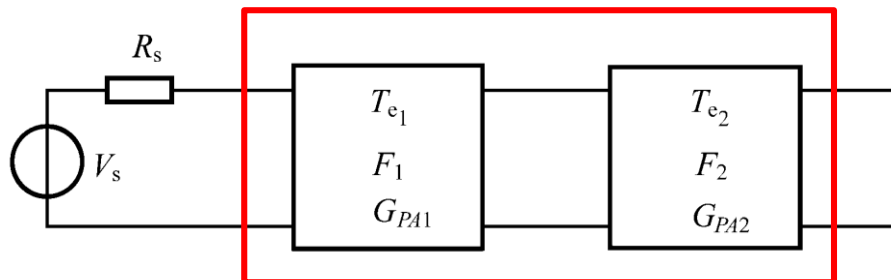
每个模块都有固有噪声，导致输出信噪比变差。接收机总的噪声系数应该为多少？级联各单元对接收机信噪比的影响如何？



已知：带宽均为 B 、等效噪声温度
功率增益、噪声系数、各级间均匹配

求：总噪声系数 F 、等效噪声温度 T_e

2.5 多级线性网络级联的噪声系数



第一级输入噪声功率

$$N_i = kT_0B$$

第一级的输出噪声功率是

$$N_1 = G_{PA1}k(T_0 + T_{e1})B$$

第二级输出噪声功率是：

$$N_o = G_{PA2}(N_1 + kT_{e2}B) = G_{PA1}G_{PA2}kB\left(T_0 + T_{e1} + \frac{T_{e2}}{G_{PA1}}\right)$$

两级总的输出噪声功率又可表示为

$$N_o = G_{PA1}G_{PA2}kB(T_0 + T_e)$$

相等

2.5 多级线性网络级联的噪声系数

所以

$$T_e = T_{e1} + \frac{T_{e2}}{G_{PA1}}$$

$$F = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_{PA1}}$$

$$F = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_{P1}} + \frac{F_3 - 1}{G_{P1}G_{P2}} + \dots$$

$$T_e = T_{e1} + \frac{T_{e2}}{G_{P1}} + \frac{T_{e3}}{G_{P1}G_{P2}} + \dots$$

结论:

1. 多级放大器的噪声系数主要由第一级决定
2. 增大第一级的增益可以减少后级对系统噪声系数的影响

例题

例2.5: 某接收机由高放、混频、中放三级电路组成。已知混频器的额定功率增益 $G_{PA2} = 0.2$ ，噪声系数 $NF_2 = 10(\text{dB})$ ，中放噪声系数 $NF_3 = 6(\text{dB})$ ，高放噪声系数 $NF_1 = 3(\text{dB})$ 。如要求加入高放后使整个接收机总噪声系数降为加入前的 $1/10$ ，则高放的额定功率增益 G_{PA1} 应为多少？

2.6 非线性器件的描述方法

- 什么是非线性器件？
 - 输入输出关系不是线性的
 - 不满足线性叠加定理
- 为什么要研究非线性器件？
 - 二极管、三极管、FET等都是非线性器件
 - 通信电子线路中的信号产生、调制解调、高效率放大等模块，需要器件工作在非线性状态

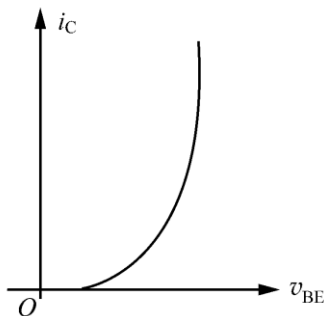
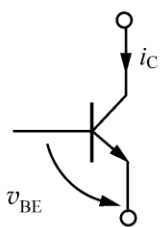
非线性器件 → 大信号时会引起失真
非线性器件 → 能完成频谱搬移各种功能

2.6 非线性器件的描述方法

三种逼近方法描述器件的伏安特性

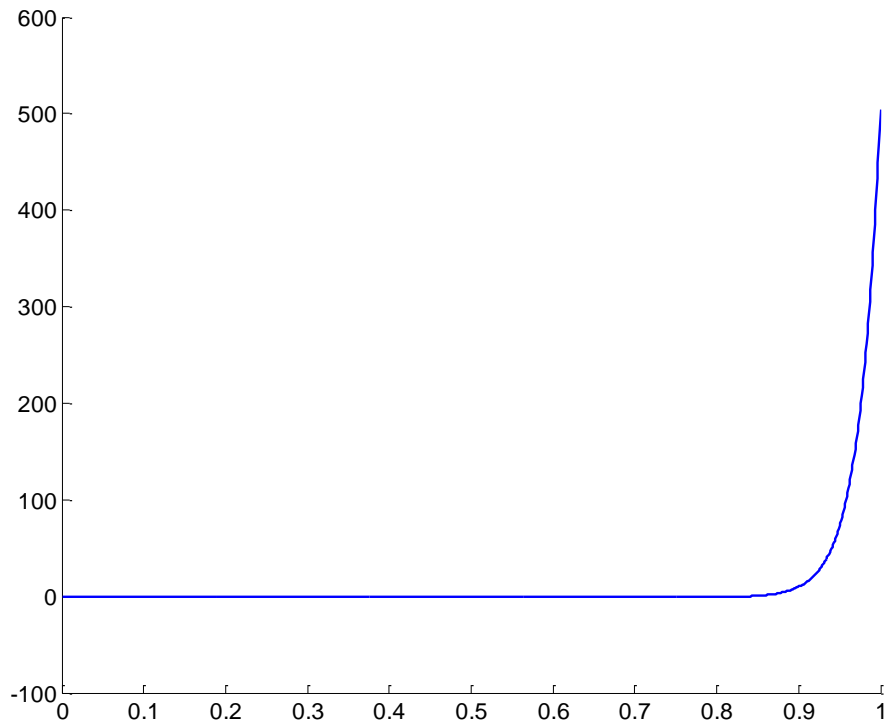
1. 用解析函数描述

双极型晶体管



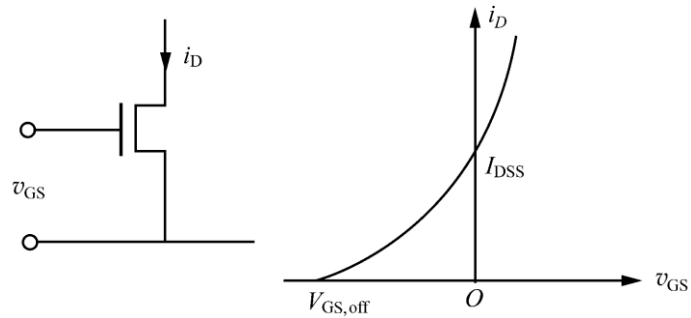
$$i_C \approx I_S e^{\frac{q}{kT} v_{BE}}$$

指数函数



2.6 非线性器件的描述方法

场效应管

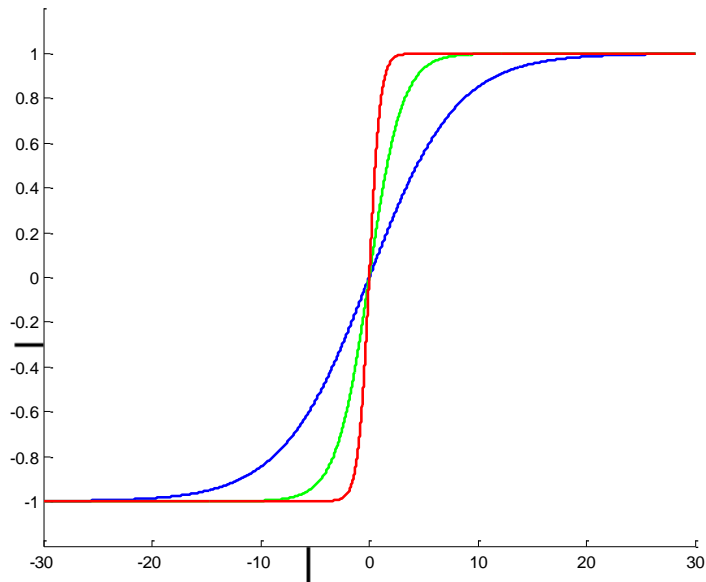
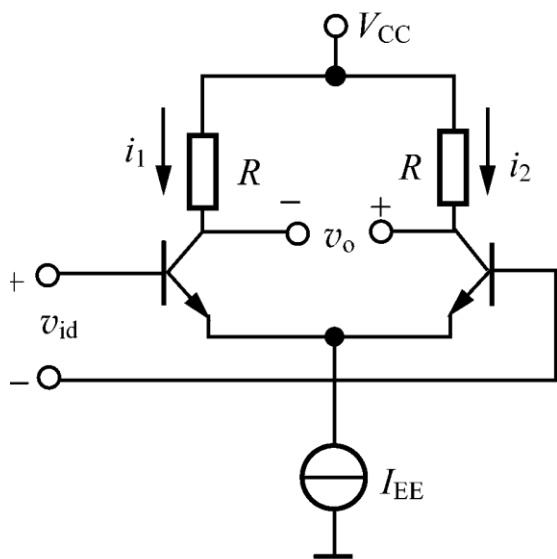


$$i_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{v_{GS}}{V_{GS,off}} \right)^2$$

饱和区 - 平方律

2.6 非线性器件的描述方法

差分放大器



$$i = i_1 - i_2 = I_{EE} \tanh \frac{q}{2kT} v_{id}$$

双曲正切函数

2.6 非线性器件的描述方法

2. 幂级数描述

偏置 V_{BEQ} \longrightarrow 决定工作点 \longrightarrow

在工作点处将伏安特性 $i_c \approx I_S e^{\frac{q}{kT}(V_{BEQ} + v_i)}$

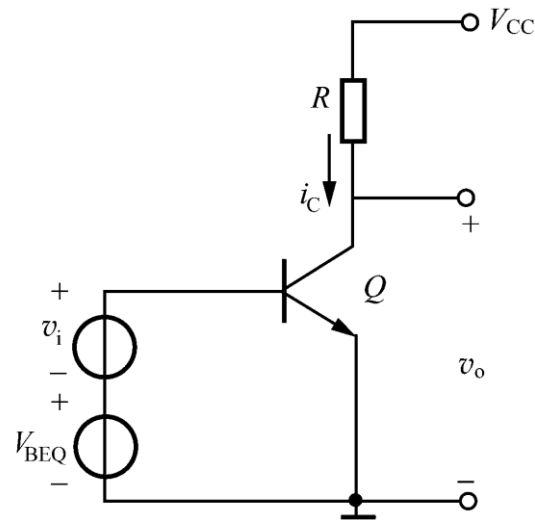
展开为幂级数 

$$i_c = a_0 + a_1 (v_{BE} - V_{BEQ}) + a_2 (v_{BE} - V_{BEQ})^2 + a_3 (v_{BE} - V_{BEQ})^3 + \dots$$

$$a_N = \frac{1}{N!} \times \left. \frac{\partial^{(n)} i_c}{\partial v_{BE}^{(n)}} \right|_{v_{BE} = V_{BEQ}}$$

其中 $v_{BE} = v_i + V_{BEQ}$

$$i_c = a_0 + a_1 v_i + a_2 v_i^2 + a_3 v_i^3 + \dots + a_N v_i^N + \dots$$



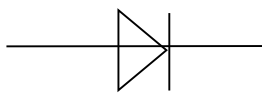
特点：① $i_c \sim v_i$ 呈非线性

② 系数与工作点有关

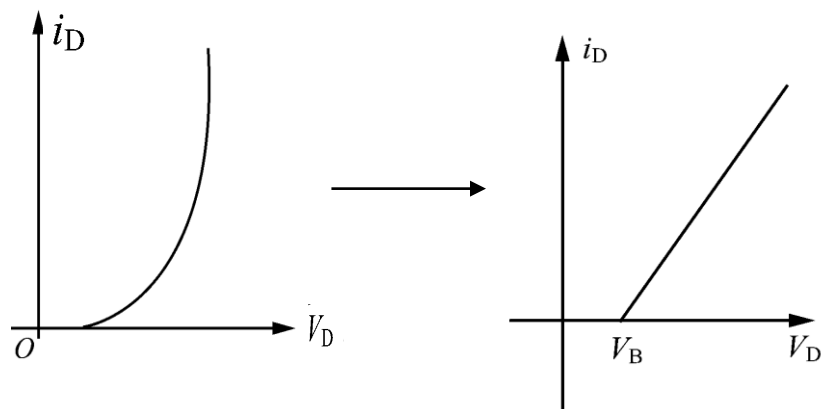
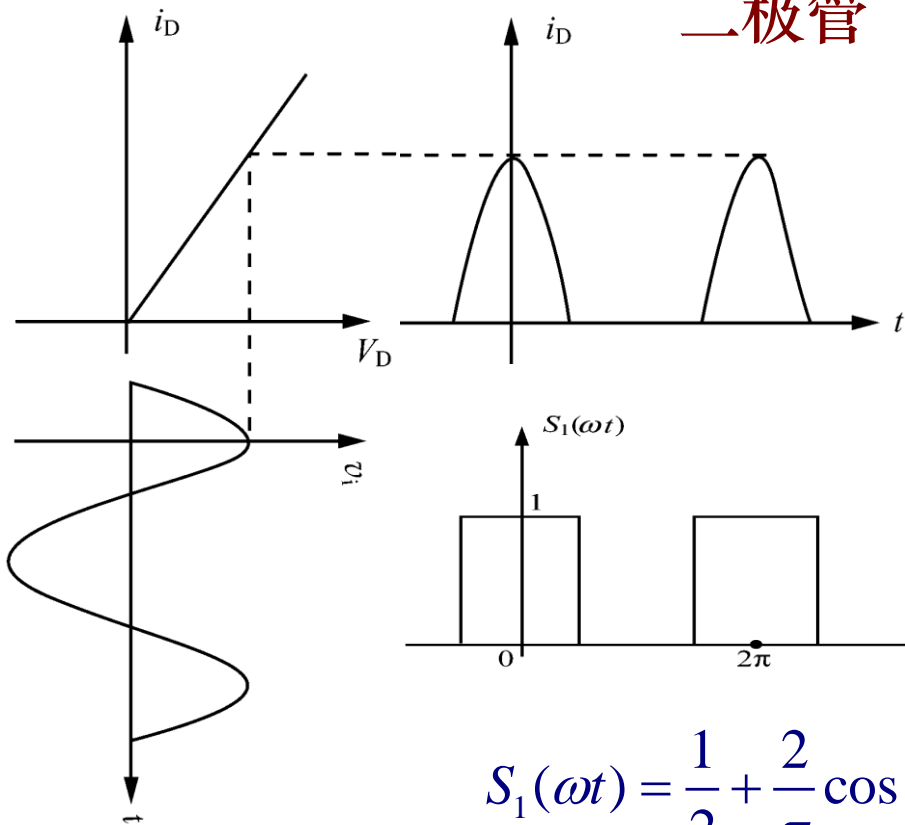
2.6 非线性器件的描述方法

3. 分段折线描述

适用条件：大信号输入



二极管



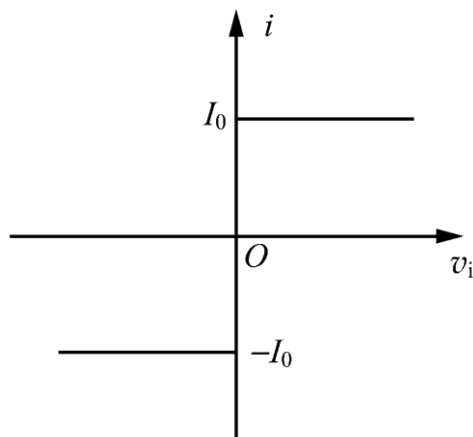
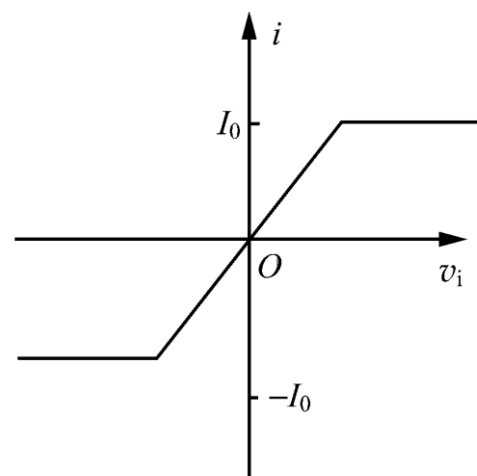
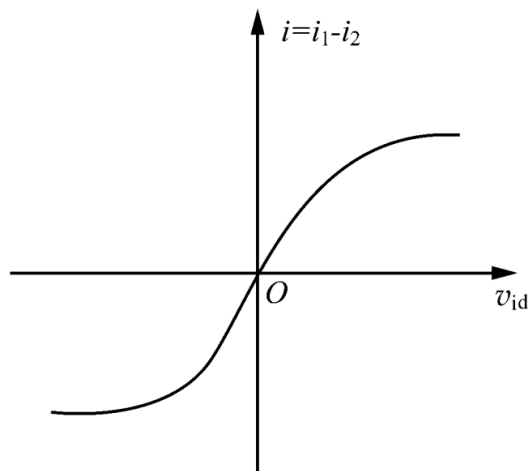
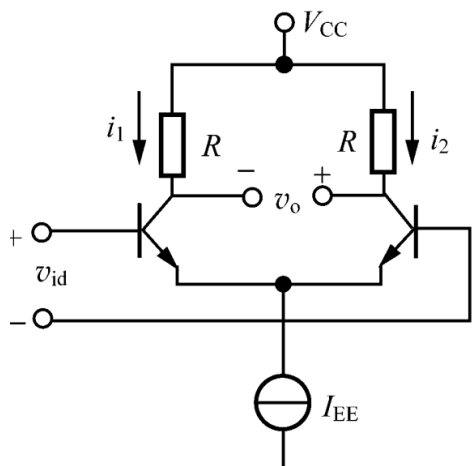
$$i_D = \begin{cases} g_D v_D & (v_D > V_B) \\ 0 & (v_D \leq V_B) \end{cases}$$

$$i_D = g_D S_1(\omega t) v_D$$

$$S_1(\omega t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \cos \omega t - \frac{2}{3\pi} \cos 3\omega t + \frac{2}{5\pi} \cos 5\omega t \dots$$

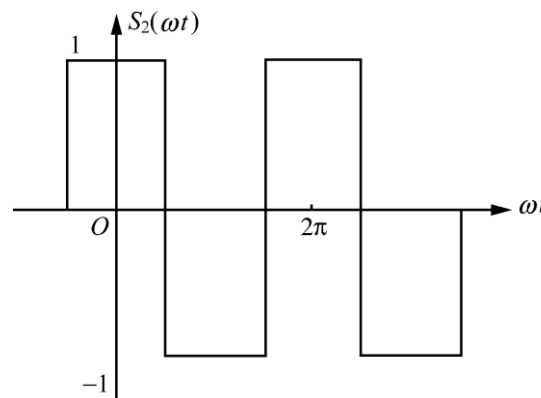
2.6 非线性器件的描述方法

差分放大器



$$i = \begin{cases} I_0 & (v_i > 0) \\ -I_0 & (v_i \leq 0) \end{cases}$$

$$i = I_0 S_2(\omega t)$$



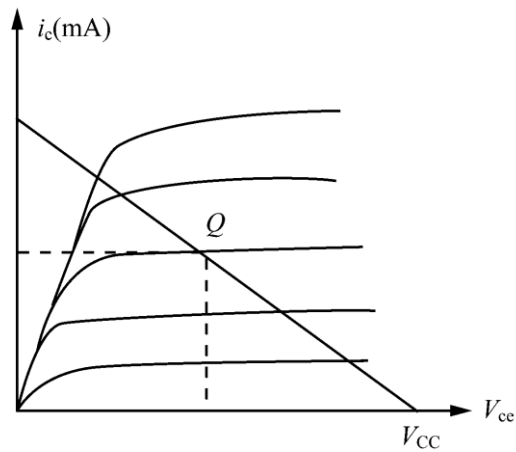
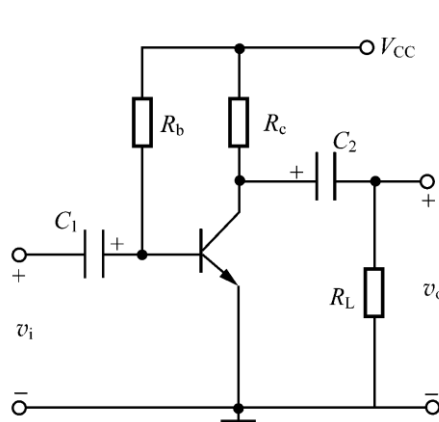
$$S_2(\omega t) = S_1(\omega t) - S_1(\omega t + \pi) = \frac{4}{\pi} \cos \omega t - \frac{4}{3\pi} \cos 3\omega t + \frac{4}{5\pi} \cos 5\omega t \dots$$

2.6.2 线性化参数

适用条件: 输入为小信号

输入: $v_i(t) = V_{im} \cos \omega_i t$

输出:



$$i_C = a_0 + a_1(v_{be} - V_{BEQ}) = a_0 + a_1 v_i = I_{CQ} + i_s$$

静态电流 $I_{CQ} = a_0 = I_S e^{\frac{q}{kT} V_{BEQ}}$

信号电流 $i_s = a_1 v_i = a_1 V_{im} \cos \omega_i t$ \longrightarrow 线性电路不产生新的频率

线性化参数——跨导 $g_m = \left. \frac{di_c}{dv_{be}} \right|_{v_{be}=V_{BEQ}} = a_1$ \longrightarrow 仅与工作点有关

放大器增益

$$A_v = \frac{V_{om}}{V_{im}} = \frac{g_m V_{be} R_L}{V_{be}} = g_m R_L \longrightarrow \text{与信号大小无关}$$

2.7 器件非线性的影响

研究有源器件的非线性对线性放大器的影响

分两种情况讨论

- 只有一个有用信号输入
- 有两个以上输入

研究内容——出现的现象、名称定义；
衡量性能的指标。

2.7.1 输入端仅有一个有用信号

1. 谐波 (harmonics)

放大器输入 $v_i(t) = V_{im} \cos \omega_i t$

$$v_{be} = V_{BEQ} + v_i$$

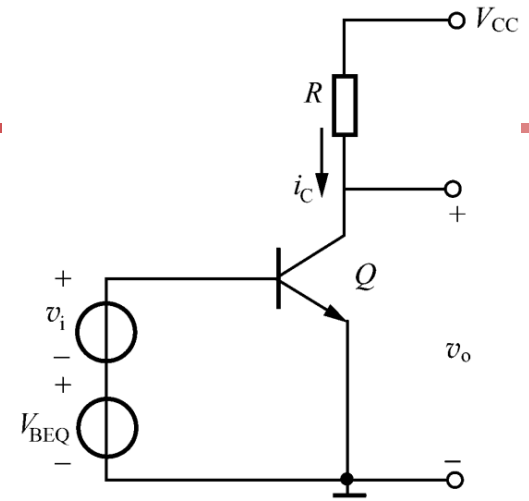
输出电流

$$i_c = a_0 + a_1 v_i + a_2 v_i^2 + a_3 v_i^3 + \dots + a_N v_i^N + \dots$$

$$\begin{aligned} i_s(t) &= a_1 V_{im} \cos \omega_i t + a_2 V_{im}^2 \cos^2 \omega_i t + a_3 V_{im}^3 \cos^3 \omega_i t + \dots \\ &= \frac{a_2 V_{im}^2}{2} + (a_1 V_{im} + \frac{3}{4} a_3 V_{im}^3) \cos \omega_i t + \frac{a_2}{2} V_{im}^2 \cos 2\omega_i t + \frac{a_3}{4} V_{im}^3 \cos 3\omega_i t + \dots \end{aligned}$$

现象：出现了谐波

- 产生的原因——器件非线性、信号幅度大
- 大小——与系数有关，亦即与工作点有关
- 影响——高次谐波被选频回路滤除



2.7.1 输入端仅有一个有用信号

2. 增益压缩 (Gain Compression)

特点：考虑对基波分量的影响（只考虑到三次方）

输出电流： $i_c = a_0 + a_1 v_i + a_2 v_i^2 + a_3 v_i^3 + \dots + a_N v_i^N + \dots$

基波信号电流：

$$i_{S1} = \left(a_1 V_{im} + \frac{3}{4} a_3 V_{im}^3 \right) \cos \omega_i t = \left(a_1 + \frac{3}{4} a_3 V_{im}^2 \right) v_i(t)$$

基波信号电流幅度： $I_{S1} = a_1 V_{im} + \frac{3}{4} a_3 V_{im}^3$

平均跨导： $\bar{g}_m = \frac{I_{S1}}{V_{im}} = a_1 + \frac{3}{4} a_3 V_{im}^2$

基波信号电流： $i_{S1} = \bar{g}_m V_{im} \cos \omega_i t$

基波增益：

$$A_v = \frac{V_{om}}{V_{im}} = \frac{I_{S1} R_L}{V_{im}} = \bar{g}_m R_L$$

2.7.1 输入端仅有一个有用信号

线性

非线性

基波电流

$$i_{S1} = a_1 V_{im} \cos \omega_i t$$

$$i_{S1} = (a_1 + \frac{3}{4} a_3 V_{im}^2) V_{im} \cos \omega_i t$$

失真项

跨导

$$a_1 = \left. \frac{di_c}{dv_{be}} \right|_{v_{be}=V_{BEQ}} = g_m$$

$$\bar{g}_m = \frac{I_{S1}}{V_{1m}} = a_1 + \frac{3}{4} a_3 V_{im}^2$$

仅与放大器
工作点有关

不仅与工作点有关
而且与输入信号幅度有关

增益

$$A_v = g_m R_L$$

$$A_v = \bar{g}_m R_L = (a_1 + \frac{3}{4} a_3 V_{im}^2) R_L$$

常数

与信号幅度有关

2.7.1 输入端仅有一个有用信号

线性增益输出

$$V_{\text{out}} (\text{dBmV}) = V_{\text{in}} (\text{dBmV}) + A_V (\text{dB})$$

➤ 增益压缩指标

1dB压缩点: 使增益比线性放大器增益下降1dB所对应的输入信号幅度值

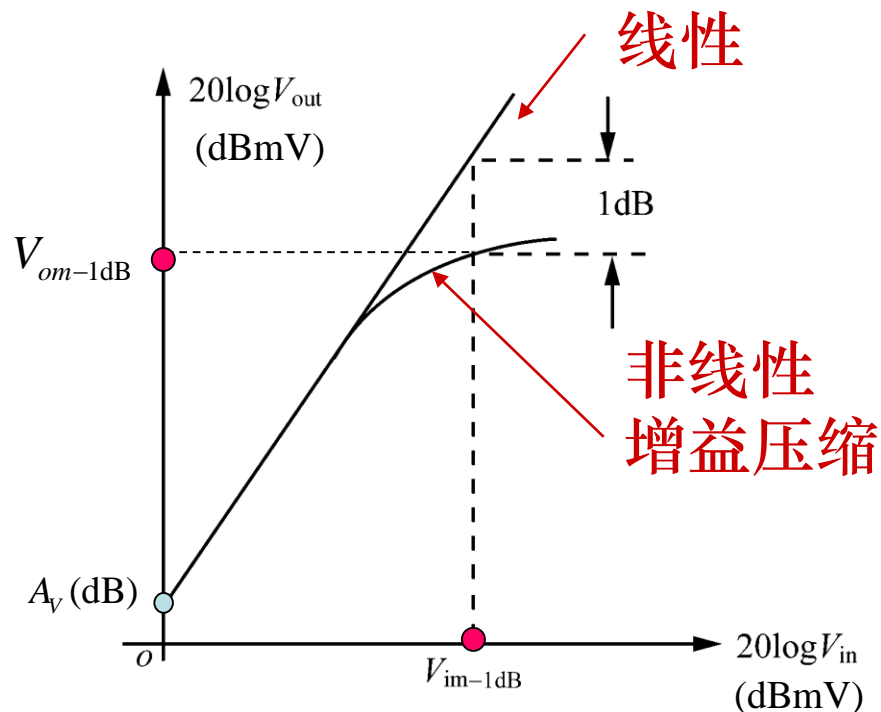
• 1dB压缩点对应输出

$$V_{\text{out}-1\text{dB}} (\text{dBmV}) = V_{\text{in}-1\text{dB}} (\text{dBmV}) + A_V (\text{dB}) - 1$$

• 1dB压缩点的计算

$$20\log \left| a_1 + \frac{3}{4} a_3 V_{\text{in}-1\text{dB}}^2 \right| = 20\log |a_1| - 1 \quad \Rightarrow$$

$$V_{\text{in}-1\text{dB}} = \sqrt{0.145 \left| \frac{a_1}{a_3} \right|}$$



2.7.2 输入端有两个以上信号

◆ 输入信号 $v_i(t) = V_{1m} \cos \omega_1 t + V_{2m} \cos \omega_2 t$ $\omega_2 = \omega_1 + \Delta$

非线性特性 $i_c = a_0 + a_1 v_i + a_2 v_i^2 + a_3 v_i^3 + \dots + a_N v_i^N + \dots$

◆ 输出信号包含：

基波 ω_1 ω_1 是有用信号频率， ω_2 是干扰信号频率

谐波 $p\omega_1$ 、 $q\omega_2$ ——被选频回路滤除

组合频率 $|p\omega_1 \pm q\omega_2|$ ——在基频附近的无法滤除
($p + q \leq N$)

问题：对基波输出有什么影响？

2.7.2 输入端有两个以上信号

- 仅考虑到三次方项

基波

$$(a_1 V_{1m} + \frac{3}{4} a_3 V_{1m}^3 + \frac{3}{2} a_3 V_{1m} V_{2m}^2) \cos \omega_1 t$$

$$(a_1 V_{2m} + \frac{3}{4} a_3 V_{2m}^3 + \frac{3}{2} a_3 V_{2m} V_{1m}^2) \cos \omega_2 t$$

组合频率

平方项产生

$$a_2 V_{1m} V_{2m} \cos(\omega_1 + \omega_2)t + a_2 V_{1m} V_{2m} \cos(\omega_1 - \omega_2)t$$

三次方项产生

$$\frac{3a_3 V_{1m}^2 V_{2m}}{4} \cos(2\omega_1 - \omega_2)t + \frac{3a_3 V_{1m}^2 V_{2m}}{4} \cos(2\omega_1 + \omega_2)t$$

$$\frac{3a_3 V_{1m} V_{2m}^2}{4} \cos(2\omega_2 - \omega_1)t + \frac{3a_3 V_{1m} V_{2m}^2}{4} \cos(2\omega_2 + \omega_1)t$$

对于放大，基频项有用；对于混频和调制，差频和频项有用

2.7.2 输入端有两个以上信号

1. 堵塞 (Blocking)

输入：有用信号 ω_1 弱，干扰信号 ω_2 强 $\rightarrow V_{1m} \ll V_{2m}$

有用信号基波 $i = (a_1 V_{1m} + \frac{3}{4} a_3 V_{1m}^3 + \frac{3}{2} a_3 V_{1m} V_{2m}^2) \cos \omega_1 t$

简化 (V_{1m} 很小) $\rightarrow i = \left(a_1 + \frac{3}{2} a_3 V_{2m}^2 \right) V_{1m} \cos \omega_1 t$

有用信号幅度

一般有 $a_3 < 0$ \rightarrow 有用信号的幅度随干扰增大而减小

\rightarrow 增益随干扰信号增大而减小

严重 \rightarrow 基波电流为零——信号被堵塞

2.7.2 输入端有两个以上信号

2. 交叉调制 (Cross Modulation)

输入：两个输入都是调幅波

$$v_1 = V_{1m}(1 + m \cos \Omega_1 t) \cos \omega_1 t \quad v_2 = V_{2m}(1 + m \cos \Omega_2 t) \cos \omega_2 t$$

输出有用信号基波

$$i(t) \approx \left[a_1 V_{1m} (1 + m \cos \Omega_1 t) + \frac{3}{2} a_3 V_{1m} V_{2m}^2 (1 + m \cos \Omega_2 t)^2 \right] \cos \omega_1 t$$

有用信号幅度

干扰信号幅度

交叉调制现象：干扰信号幅度转移到有用信号幅度上

结果：解调后会听到干扰台的串话音

2.7.2 输入端有两个以上信号

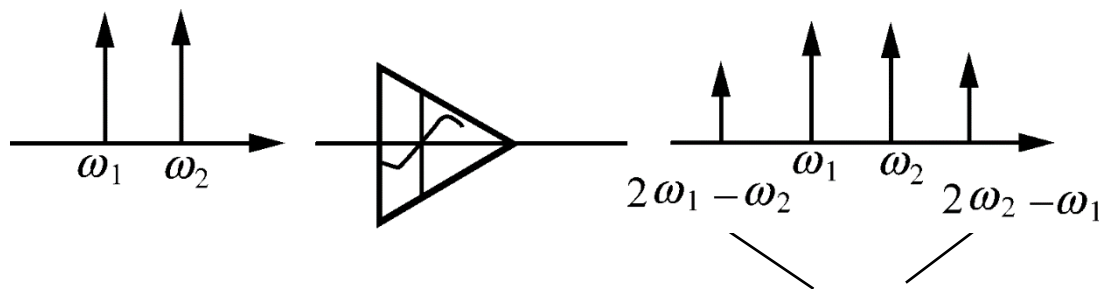
3. 互相调制 (Intermodulation)

输入状况：两个输入信号的频率 ω_1 、 ω_2 比较接近 非线性 →

$$\frac{3a_3V_{1m}^2V_{2m}}{4} \cos(2\omega_1 - \omega_2)t + \frac{3a_3V_{1m}^2V_{2m}}{4} \cos(2\omega_1 + \omega_2)t$$
$$\frac{3a_3V_{1m}V_{2m}^2}{4} \cos(2\omega_2 - \omega_1)t + \frac{3a_3V_{1m}V_{2m}^2}{4} \cos(2\omega_2 + \omega_1)t$$

特点：

组合频率 $2\omega_2 - \omega_1$ 、 $2\omega_1 - \omega_2$ 很接近基波，滤波器无法滤除



三阶互调

2.7.2 输入端有两个以上信号

互调失真衡量指标

1. 互调失真比IMR——输出互调与输出基波幅度之比

设：两信号输入幅度均为 V_m

输出基波： $(a_1 + \frac{9}{4}a_3V_m^2)V_m \cos \omega_1 t$ 输出互调： $\frac{3a_3V_m^3}{4} \cos(2\omega_1 - \omega_2)t$

设 $a_1 \gg \frac{9}{4}a_3V_m^2$ (即输入信号较小, 可忽略增益压缩)

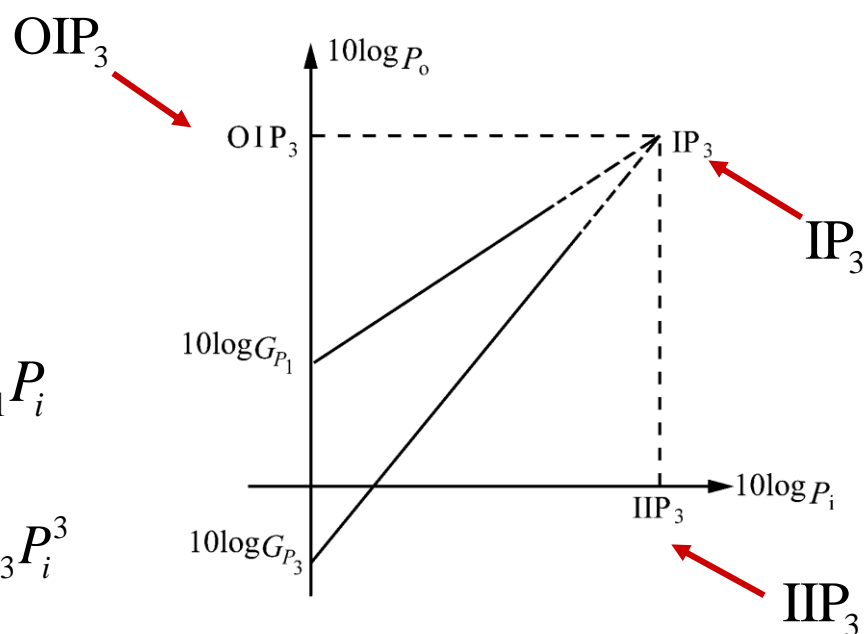
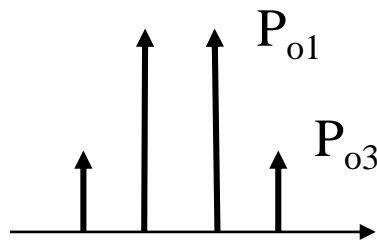
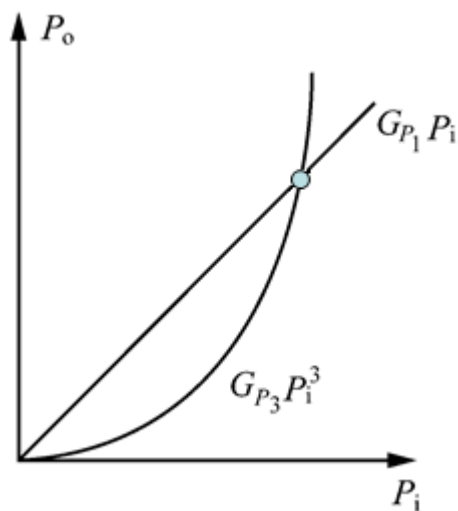
互调失真电压幅度比： $IMR = \frac{\frac{3}{4}a_3V_m^3}{a_1V_m} = \frac{3}{4} \frac{a_3}{a_1} V_m^2$

互调失真功率比： $P_{IMR} = \frac{\frac{1}{2}(\frac{3}{4}a_3V_m^3)^2}{\frac{1}{2}(a_1V_m)^2} = (IMR)^2$

2.7.2 输入端有两个以上信号

2. 三阶互调截点IP₃ (third-order intercept point)

IP₃定义：三阶互调功率和基波功率相等的点



$$P_{o1} = \frac{1}{2} (a_1 V_{im})^2 = G_{p1} P_i$$

$$P_{o3} = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{4} a_3 V_{im}^3 \right)^2 = G_{p3} P_i^3$$

由IP₃定义

$$P_{o1} = P_{o3}$$

$$V_{imIP_3} \approx \sqrt{\frac{4}{3} \left| \frac{a_1}{a_3} \right|}$$

$$P_{o1} (\text{dB}) = 10 \log G_{p1} + 10 \log P_i$$

$$P_{o3} (\text{dB}) = 10 \log G_{p3} + 30 \log P_i$$

例题

例2.6 一放大器的三阶互调截点 $IIP_3 = 20(\text{dBm})$ ，当输入功率 $P_i = 0(\text{dBm})$ 时，求：在此输入功率下的互调失真比 P_{IMR}

解：在三阶互调截点处

$P_{o1} = P_{o3}$

$P_i = IIP_3$

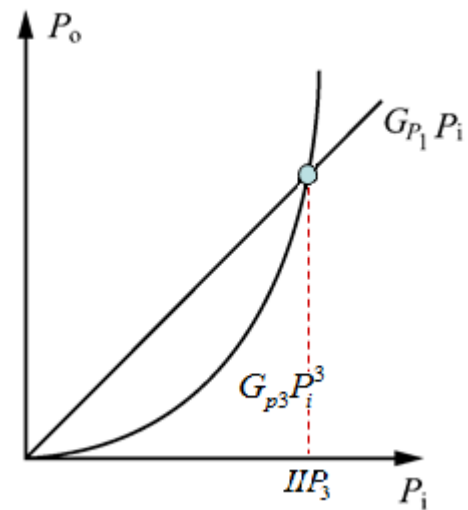
由

$$\begin{aligned} P_{o1} &= G_{p1} (IIP_3) \\ P_{o3} &= G_{p3} (IIP_3)^3 \end{aligned} \Rightarrow \frac{G_{p1}}{G_{p3}} = (IIP_3)^2$$

则互调失真比 $P_{\text{IMR}} = \frac{P_{o3}}{P_{o1}} = \frac{G_{p3} P_i^3}{G_{p1} P_i} = \frac{P_i^2}{(IIP_3)^2}$

用dB表示 $P_{\text{IMR}} (\text{dB}) = 2P_i (\text{dBm}) - 2(IIP_3) (\text{dBm})$

当 $P_i = 0 (\text{dBm})$ 时， $P_{\text{IMR}} (\text{dB}) = 0 - 2 \times 20 = -40 (\text{dB})$



2.7.2 输入端有两个以上信号

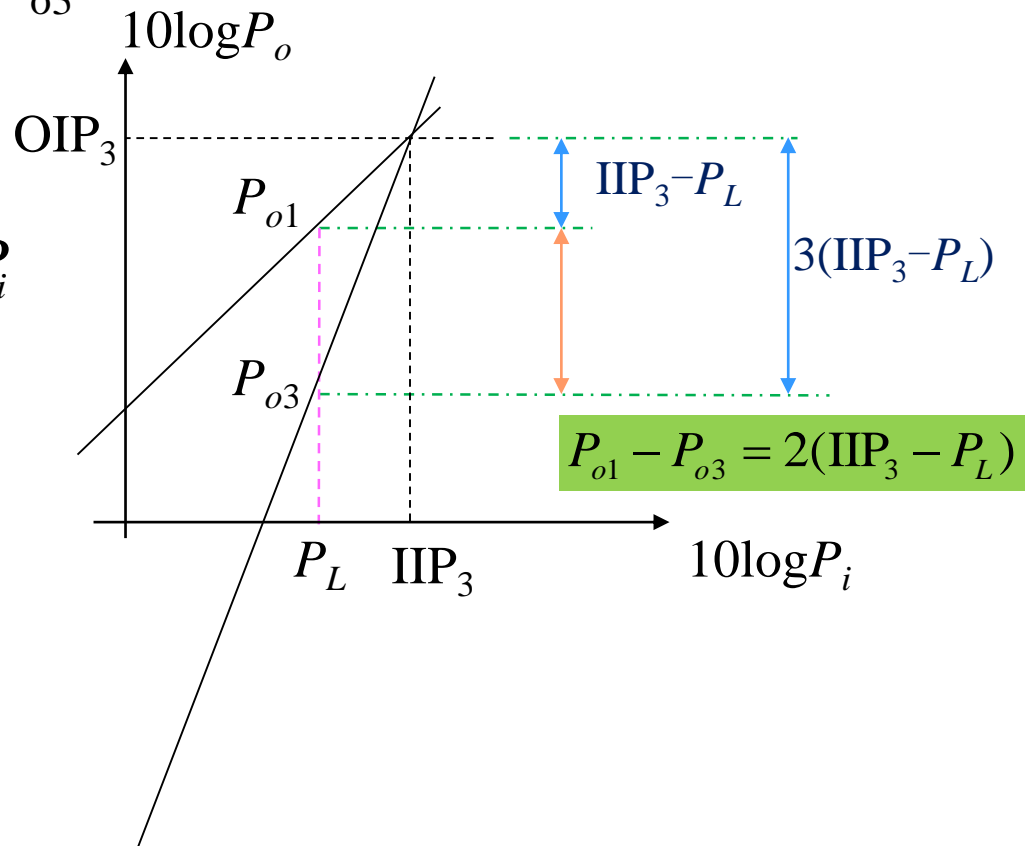
3阶截点 IP_3 测量： P_L 为输入功率，相应的输出基波功率和3次谐波功率分别为 P_{o1} 和 P_{o3}

$$P_{o1}(\text{dB}) = 10\log G_{p1} + 10\log P_i$$

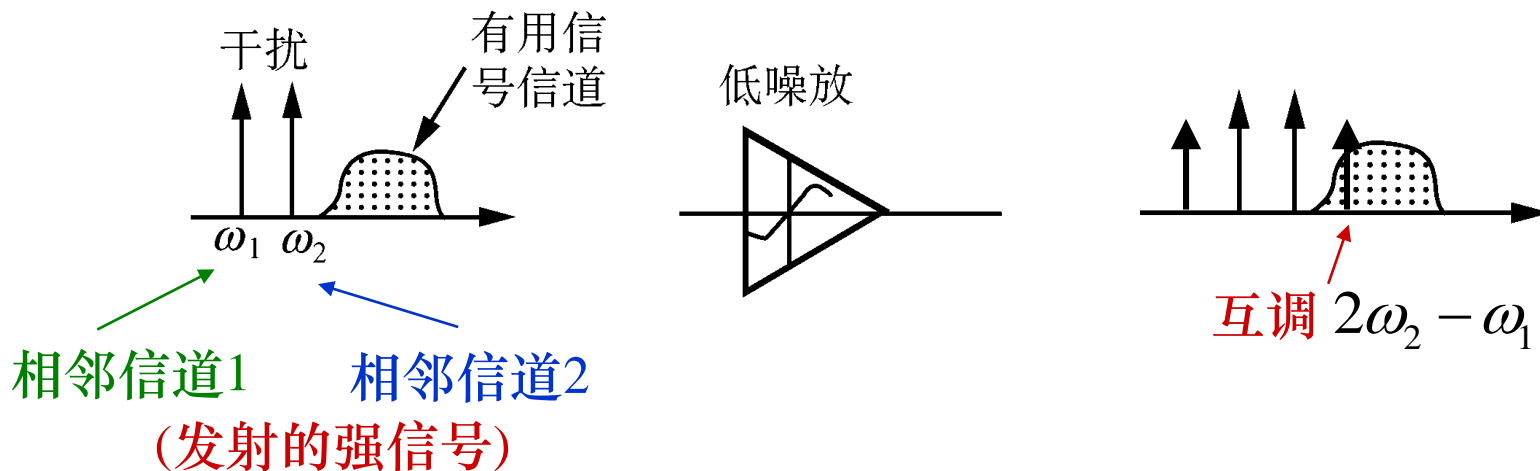
$$P_{o3}(\text{dB}) = 10\log G_{p3} + 30\log P_i$$

$$\frac{G_{p1}}{G_{p3}} = (IIP_3)^2$$

$$IIP_3 = P_L + \frac{P_{o1} - P_{o3}}{2} \quad (\text{dB})$$



☆互调干扰



1dB压缩点与三阶截点的关系

→ 均由器件的三次方引起

$$V_{im-1dB} = \sqrt{0.145 \left| \frac{a_1}{a_3} \right|}$$

$$V_{imIP_3} = \sqrt{\frac{4}{3} \left| \frac{a_1}{a_3} \right|}$$

$$\frac{V_{im-1dB}}{V_{imIP_3}} = \sqrt{\frac{0.145}{4/3}} \approx -9.6 \text{ (dB)}$$

增益压缩点的输入（或输出）电平
要比三阶截点电平低约10dB

2.7.3 多级非线性级联特性

讨论：系统总的非线性与每一级的非线性关系

$$\text{两级公式: } \frac{1}{\text{IIP}_3} \approx \frac{1}{(\text{IIP}_3)_1} + \frac{A_1^2}{(\text{IIP}_3)_2}$$

理解：

1. 当系统的每一级均有增益时，
系统的总的三阶互调截点输入功率总是小于每一级的 IIP_3
2. 前级的增益越高，总系统的三阶互调输入功率越小

2.8 非线性器件在频谱搬移中的应用

➤ 频谱搬移——概念及实现方法

(将在第三章中讲)

➤ 具体电路——用非线性器件可以实现频谱搬移（平方项）

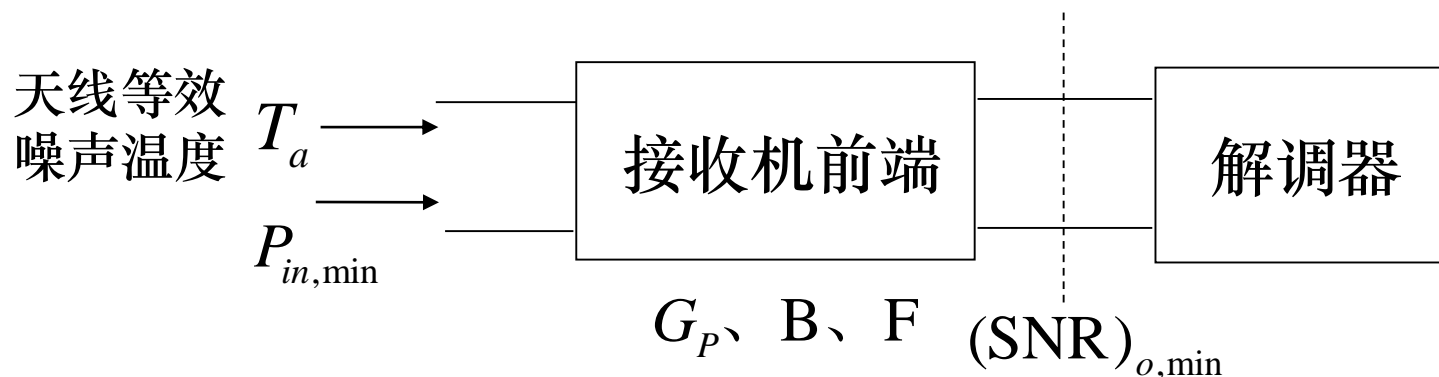
- ✓ 输入为两个信号
- ✓ 时变参量法

(将在第六章中讲)

2.9 灵敏度与动态范围

2.9.1 接收机的灵敏度

定义：在给定接收机的解调器前端所要求的最低信噪比条件下，同时给定从天线输入的噪声，接收机所能检测的最低输入电平（功率）



灵敏度与什么有关？

2.9 灵敏度与动态范围

灵敏度计算

设接收机的最低可检测输入功率为： $P_{in,min}$

对应的最低输出功率为： $P_{o,min} = P_{in,min} \cdot G_P$

$$P_{in,min} = \frac{P_{o,min}}{G_P} = \left(\frac{N_o}{G_P} \right) \cdot \left(\frac{P_{o,min}}{N_o} \right) = \left(\frac{N_o}{G_P} \right) (\text{SNR})_{o,min}$$

因为

$$\begin{aligned} N_o &= kT_a B G_P + N_{\text{内}} = kT_a B G_P + kT_e B G_P \\ &= k(T_a + T_e) B G_P = k[T_a + (F - 1)T_o] B G_P \end{aligned}$$

所以有

$$P_{in,min} = k[T_a + (F - 1)T_o] B \cdot (\text{SNR})_{o,min}$$

2.9 灵敏度与动态范围

以dB表示

$$P_{in,min} = k[T_a + (F - 1)T_o]B \cdot (\text{SNR})_{o,min}$$

$$\begin{aligned} P_{in,min} (\text{dBm}) &= 10 \log [P_{in,min} / 1 (\text{mW})] \\ &= \underbrace{k[T_a + (F - 1)T_o]}_{\text{dBm/Hz}} + 10 \log B + (\text{SNR})_{o,min} (\text{dB}) \end{aligned}$$

基底噪声 F_t ——描述了折算到输入端的系统的总噪声

当 $T_a = T_o = 290 (\text{K})$ 时

$$P_{in,min} = kT_oBF \cdot (\text{SNR})_{o,min}$$

$$P_{in,min} (\text{dBm}) = -174 (\text{dBm/Hz}) + NF (\text{dB}) + 10 \log B + (\text{SNR})_{o,min} (\text{dB})$$

$$10 \log kT_o = 10 \log \frac{1.38 \times 10^{-23} \times 290 \times 10^3}{1 (\text{mW})} = -174 (\text{dBm / Hz})$$

2.9 灵敏度与动态范围

结论：灵敏度为

$$P_{in,min}(\text{dBm}) = F_t(\text{dBm}) + (\text{SNR})_{o,min}(\text{dB})$$

- 系统的**基底噪声越大**，要求**输出的信噪比越高**（输出信号质量好），为保证此输出质量，所要求的**输入的信号最低电平就越高**，即**灵敏度越差**。
- 根据定义可知，如果要在尽可能小的输入信号下得到一定的输出信噪比，需要采取两项措施：
 - ✓ 减小系统的噪声系数 F
 - ✓ 减小输入端的温度 T

2.9.2 动态范围

接收机（或放大器）**动态范围** = $\frac{\text{允许的最大输入电平 } P_{in,max}}{\text{允许的最小输入电平 } P_{in,min}}$

影响最小输入电平的因素——基底噪声

影响最大输入电平的因素——非线性失真

定义方法

1. **线性动态范围** DR_l $\begin{cases} P_{in,max} & \text{1dB压缩点对应的输入电平} \\ P_{in,min} & \text{灵敏度（或基底噪声）} \end{cases}$

2. **无杂散动态范围** DR_f $\begin{cases} P_{in,min} & \text{灵敏度（或基底噪声）} \\ P_{in,max} & \longrightarrow F_t = \frac{P_{o3}}{G_p} \end{cases}$

在输出端产生的**三阶互调输出**折合到**输入端**等于噪声基底

2.9.2 动态范围

- 线性动态范围

最大信号——增益产生1dB压缩对应的输入功率 P_{in-1dB}

最小信号——基底噪声 F_t 或接收机灵敏度 $P_{in,min}$

$$DR_l = \frac{P_{in,1dB}}{F_t} \quad \text{或} \quad DR_l = \frac{P_{in,1dB}}{P_{in,min}}$$

说明:

讨论**放大器**的线性动态范围时，最小信号一般用**基底噪声**；

讨论**接收机**的线性动态范围时，最小信号一般用**灵敏度**。

2.9.2 动态范围

- 无杂散动态范围

最大信号——此输入信号产生的三阶互调分量折合到输入端等于基底噪声 F_t ;

最小信号——基底噪声（或灵敏度 $P_{in,min}$ ）

(1) 系统的三阶互调增益

在三阶互调截点($P_{in}=IIP_3$)处二者相等 $P_{o1}=P_{o3}$

$$\begin{array}{l} \text{由于} \\ P_{o1} = G_P P_{in} \\ P_{o3} = G_{P3} P_{in}^3 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{当 } P_{in} = IIP_3 \text{ 时} \\ \xrightarrow{P_{o1} = P_{o3}} \end{array} \quad G_{P3} = \frac{G_P}{(IIP_3)^2}$$

2.9.2 动态范围

(2) 最大输入信号 $P_{in,max}$

系统的三阶互调失真 $P_{o3} = G_{p3} P_{in,max}^3 = \frac{G_p}{(\text{IIP}_3)^2} P_{in,max}^3$

由无杂散动态范围定义 $P_{o3} = G_p F_t$

$$\frac{G_p}{(\text{IIP}_3)^2} P_{in,max}^3 = G_p F_t \quad \Rightarrow \quad P_{in,max} = \sqrt[3]{(\text{IIP}_3)^2 F_t}$$

(3) 无杂散动态范围

$$DR_f = \frac{P_{in,max}}{P_{in,min}}$$

$$DR_f (\text{dB}) = \frac{1}{3} [2\text{IIP}_3 (\text{dBm}) + F_t (\text{dBm})] - P_{in,min} (\text{dBm})$$

例题

例2.7 已知某接收机解调器前的射频子系统的噪声系数是 $NF = 9(\text{dB})$ ，三阶截点是 $IIP_3 = -15(\text{dBm})$ ，子系统带宽是 $B = 200(\text{kHz})$ ，天线等效噪声温度 T_0 ，解调器要求输入的信噪比是 $(\text{SNR})_{o,\min} = 12(\text{dB})$ 。求：此子系统的无杂散动态范围。

解：基底噪声为

$$\begin{aligned} F_t &= -174 (\text{dBm/Hz}) + NF(\text{dB}) + 10 \log B \\ &= -174 (\text{dBm/Hz}) + 9 (\text{dB}) + 10 \log 200 \times 10^3 = -112 (\text{dBm}) \end{aligned}$$

代入公式

$$\begin{aligned} DR_f (\text{dB}) &= \frac{1}{3} [2IIP_3 (\text{dBm}) + F_t (\text{dBm})] - [F_t (\text{dBm}) + (\text{SNR})_{o,\min} (\text{dB})] \\ DR_f (\text{dB}) &\approx 53 (\text{dB}) \end{aligned}$$

第二章要点

- 掌握电阻热噪声的计算方法及等效电路
- 掌握噪声系数和等效噪声温度的计算方法
- 掌握1dB压缩点、 IIP_3 的定义和计算方法
- 掌握灵敏和动态范围的定义和计算方法
- 理解幂级数分析法和折线分析法
- 理解非线性器件的特性及影响（增益压缩、阻塞、交调、互调）

作业： 2-2、 2-3、 2-4

2-7、 2-8、 2-9、 2-12、 2-13