

# 第二章 传输线理论

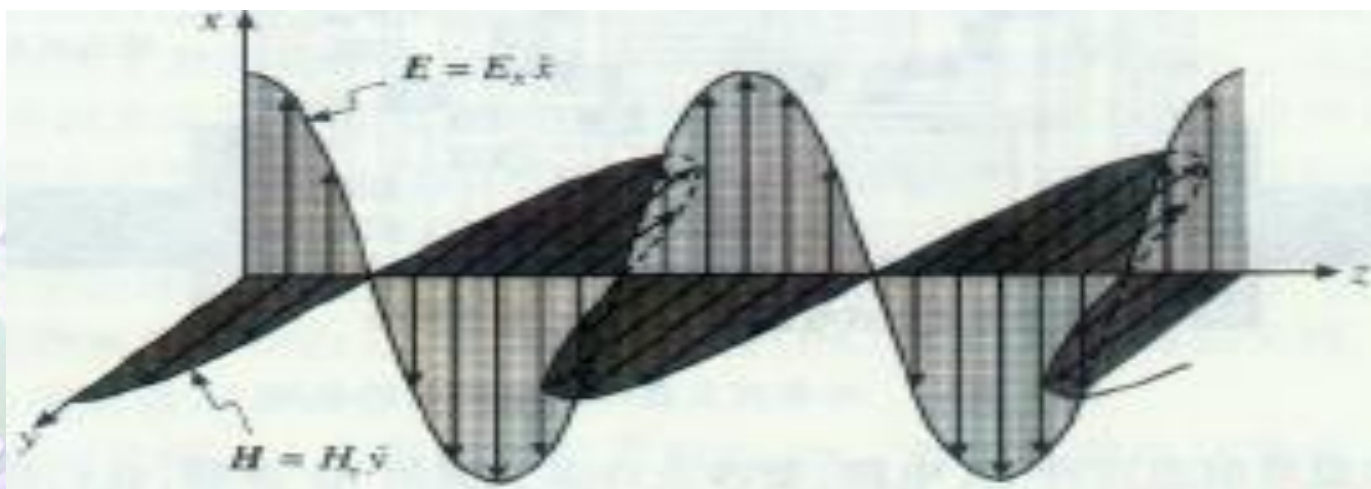
- ① 2.1 传输线理论的实质
  - ① 2.2 传输线实例
  - ① 2.3 等效电路模型
  - ① 2.7 传输线方程
  - ① 2.9 终端加载的无损传输线
  - ① 2.10 典型的终端条件
  - ① 2.11 信号源和有载传输线
-

## 2.1 传输线理论的实质

在自由空间，向正  $z$  方向传播的平面电磁波为：

$$E_x = E_{0x} \cos(\omega t - \beta z) \quad \text{V/m} \quad \text{x方向的电场矢量}$$

$$H_y = H_{0y} \cos(\omega t - \beta z) \quad \text{A/m} \quad \text{y方向的磁场矢量}$$



极化?

平面电磁波的主要性质：

电场和磁场相互正交，并且都垂直于传播方向，亦即TEM波。

( Transverse ElectroMagnetic Wave)

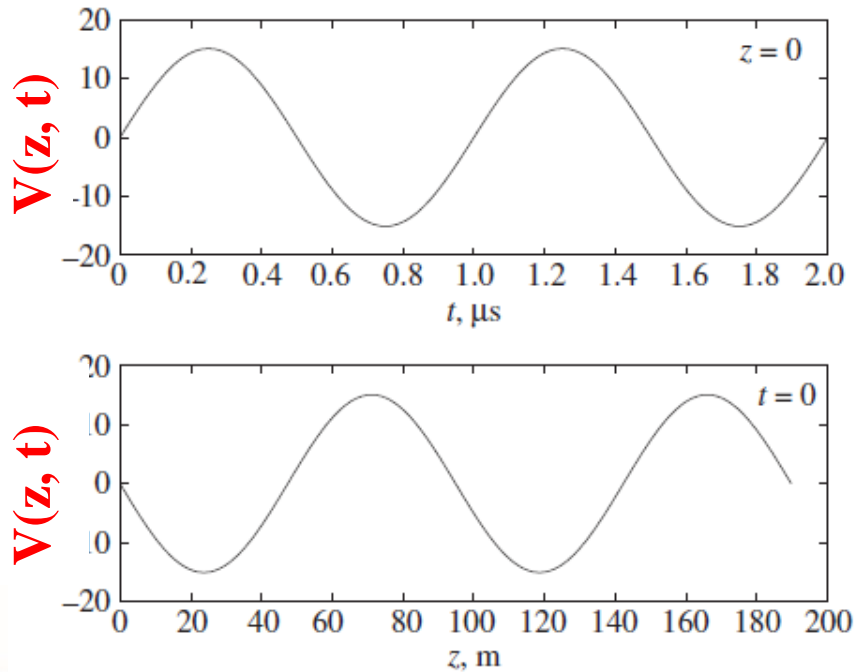
## 2.1 传输线理论的实质

频率的提高意味着波长的减小，当波长可与分立元件的几何尺寸相比拟时，电压和电流不再保持空间不变，必须把它们看做是**传输的波**。

$$E_x = E_{0x} \cos(\omega t - \beta z)$$

角度变量是把空间和时间结合

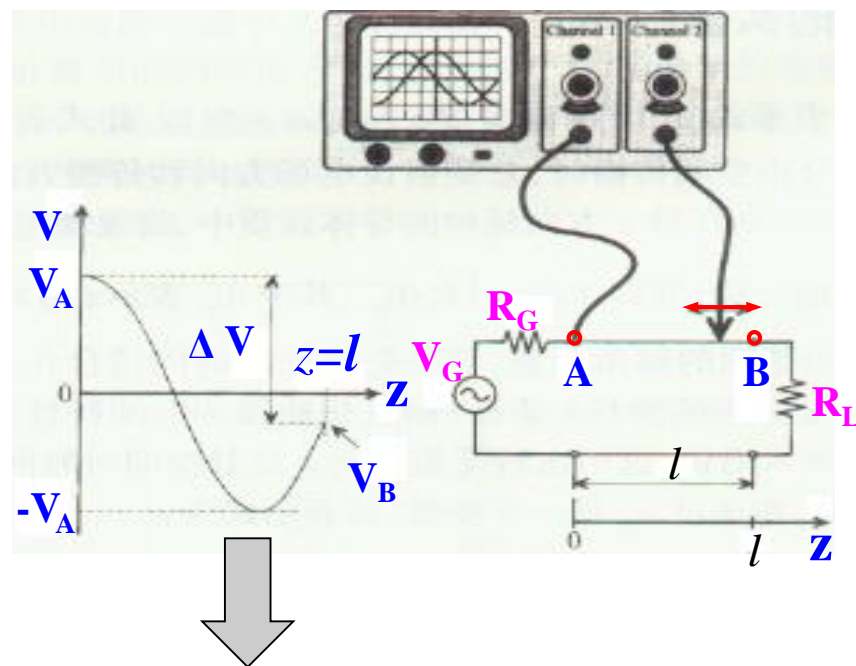
- 空间特性用沿  $z$  方向的波长  $\lambda=2\pi/\beta$  表征
- 时间特性用沿着时间轴的时间周期  $T=1/f$  表征



电压波随时间和空间变化

## 2.1 传输线理论的实质

设导线方向与  $z$  轴方向一致。长度为  $1.5\text{cm}$ ，忽略其电阻，在  $f=1\text{MHz}$  时电压空间变化不明显；当  $f=10\text{GHz}$  时， $\lambda=0.949\text{cm}$ ，与导线长度相似。



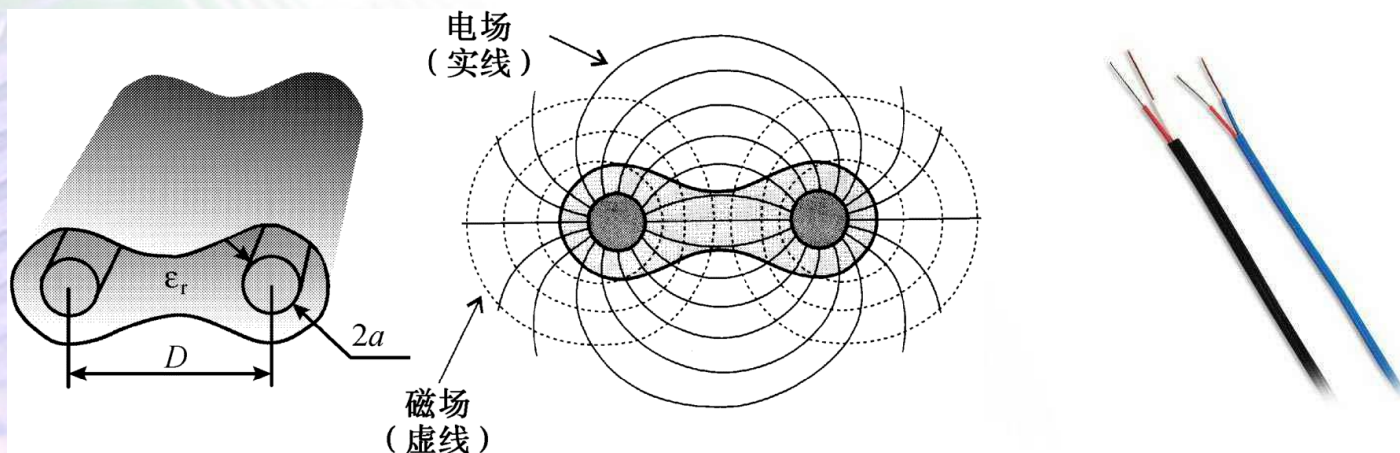
- 当频率高到必须考虑电压和电流的空间特性时，**基尔霍夫定律不能直接应用**，而要用分布参量  $R$ 、 $L$ 、 $C$  和  $G$  表示。
- 根据经验，当分立元件平均尺寸大于波长  $1/10$  时应该应用传输线理论



## 2.2 传输线实例

### 2.2.1 双线传输线

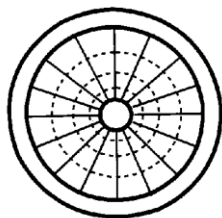
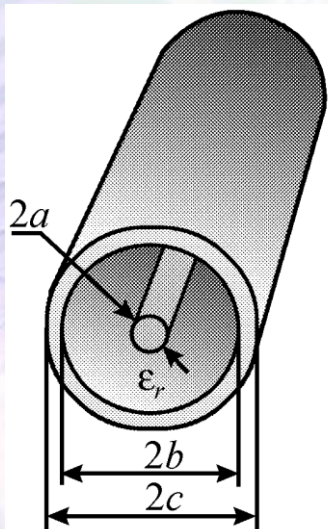
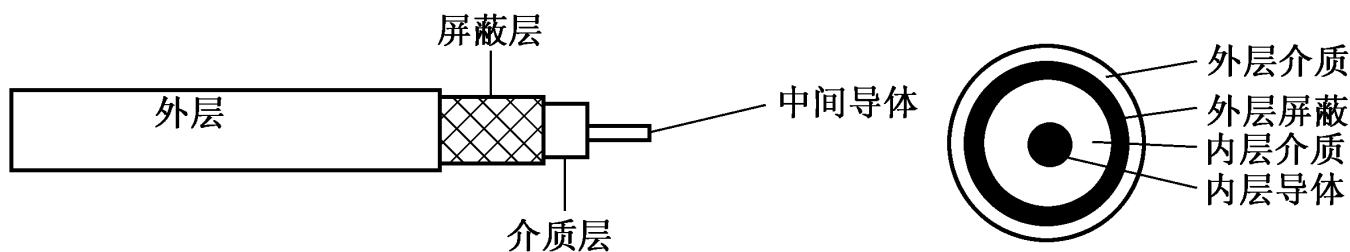
- 相隔固定距离的双导线由导体发射的**电和磁力线延伸到无限远**，并影响附近的电子设备。
- 作用**像一个大天线，辐射损耗很高**，只能有限应用在射频领域。
- 用于在电源和电话低频连线时，当长度与波长比拟时也必须考虑**分布电路参数**。



## 2.2 传输线实例

### 2.2.2 同轴线

当频率高到10GHz时，几乎所有射频系统或测试设备的外线都是同轴线。通常外导体接地，所以辐射损耗和磁干扰都很小。



## 2.2 传输线实例

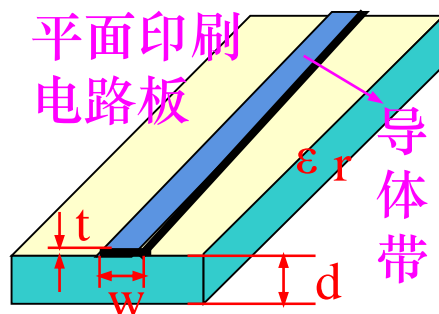
### 2.2.3 微带线

蚀刻在PCB上的导体带，载流导带下面接地平面可阻挡额外的场泄漏，降低辐射损耗。

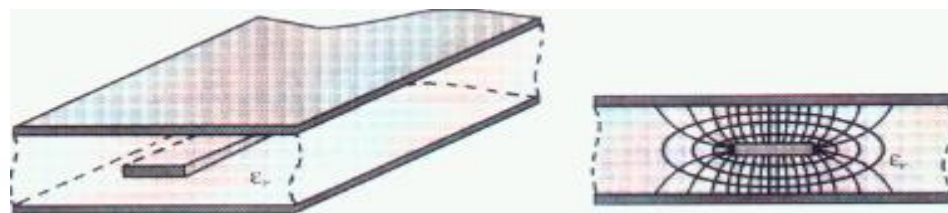
单层PCB有较高的辐射损耗和邻近导带之间容易出现串扰，为达到元件高密度布局，应采用高介电常数基片。

降低辐射损耗和干扰的另一种方法是采用多层结构。

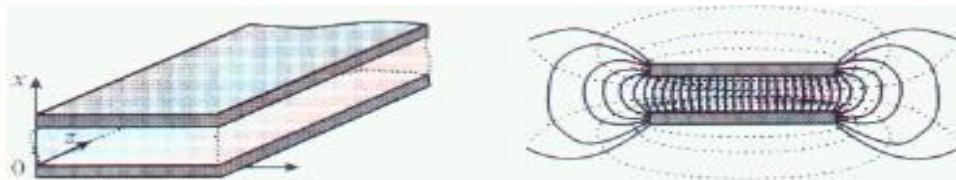
微带结构主要用作低阻抗传输线，高功率传输线应用平行板线。



聚四氟乙烯环氧树脂 ( $\epsilon_r=2.55$ ) 氧化铝 ( $\epsilon_r=10.0$ )



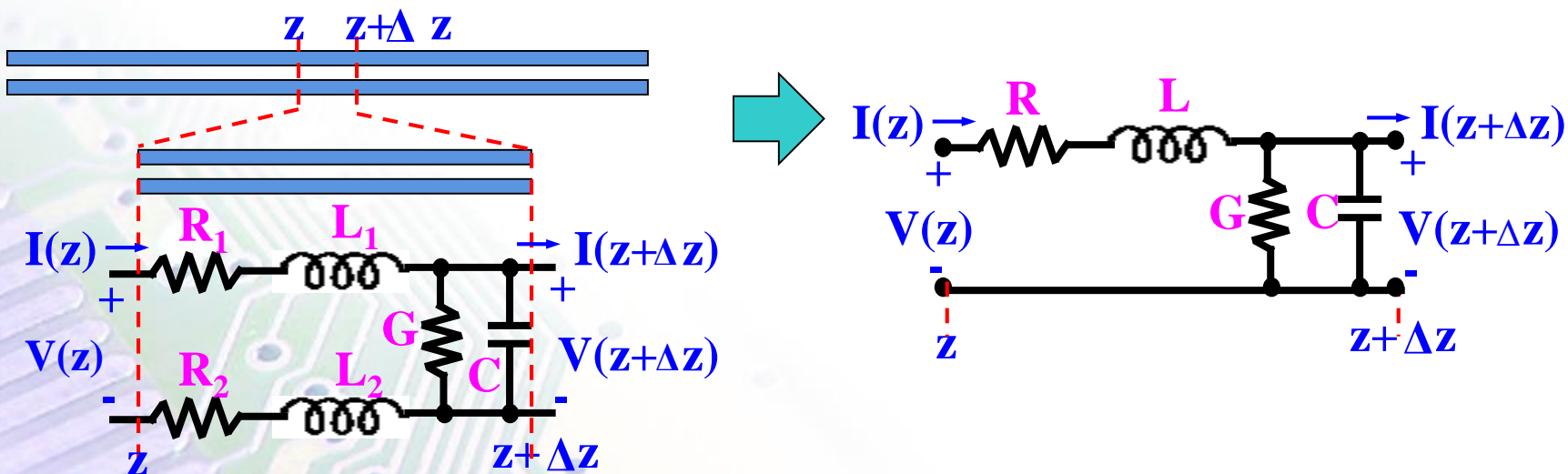
三层传输线结构



平行板传输线

## 2.3 传输线的等效电路模型

- 基尔霍夫电压和电流定律不能应用在整个宏观的线长度上。
- 当传输线被切割成小线段，且这些线段大得足以包含所有相关的电特性，如损耗、电感和电容效应。



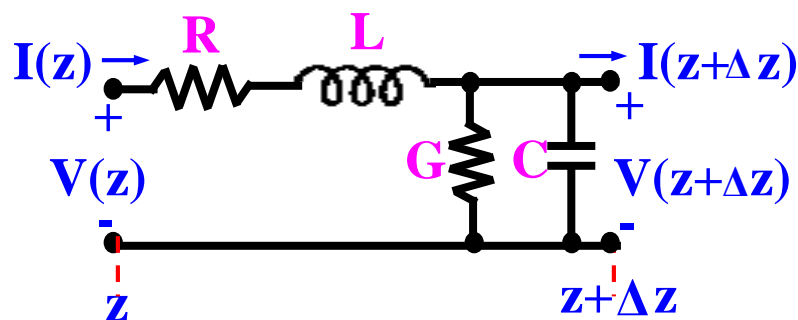
传输线的等效电路



## 2.3 传输线的等效电路模型

### 优点:

- 提供了一个清楚的、直观的物理图像
- 有助于标准化两端网络表示法
- 可用基尔霍夫电压和电流定律分析
- 提供从微观向宏观形式扩展的建立过程

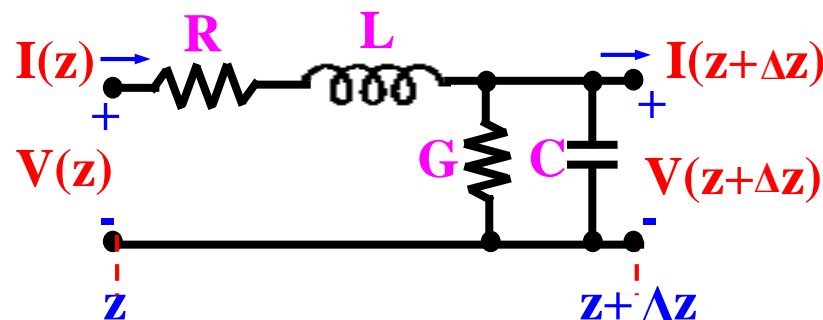


### 缺点:

- 基本上是一维分析，没有考虑场在垂直于传播方向的平板上的边缘效应，所以不能预言和其他电路元件的干扰；
- 由于磁滞效应引起的与材料相关的非线性被忽略。

## 2.7 传输线方程

基尔霍夫电压和电流定律表示式



$$\text{KVL: } (R + j\omega L)I(z)\Delta z + V(z + \Delta z) = V(z)$$

$$\text{微分方程: } \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \left( -\frac{V(z + \Delta z) - V(z)}{\Delta z} \right) = -\frac{dV(z)}{dz} = (R + j\omega L)I(z)$$

$$\text{KCL: } I(z) - V(z + \Delta z)(G + j\omega C)\Delta z = I(z + \Delta z)$$

$$\text{微分方程: } \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{I(z + \Delta z) - I(z)}{\Delta z} = \frac{dI(z)}{dz} = -(G + j\omega C)V(z)$$

## 2.7 传输线方程

### 行进的电压和电流波

对  $-\frac{dV(z)}{dz} = (R + j\omega L)I(z)$  和  $\frac{dI(z)}{dz} = -(G + j\omega C)V(z)$  两边求导再联立

$$\text{得: } \frac{d^2V(z)}{dz^2} - k^2V(z) = 0 \text{ 和 } \frac{d^2I(z)}{dz^2} - k^2I(z) = 0$$

其中  $k = k_r + jk_i = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$  称为复传播常数。

通解  $V(z) = V^+ e^{-kz} + V^- e^{kz}, \quad I(z) = I^+ e^{-kz} + I^- e^{kz}$

+表示沿+z方向传播  
-表示沿-z方向传播

## 2.7 传输线方程

### 特性阻抗

将  $V(z) = V^+ e^{-kz} + V^- e^{kz}$  代入到  $-\frac{dV(z)}{dz} = (R + j\omega L)I(z)$

得:  $I(z) = k(V^+ e^{-kz} - V^- e^{kz}) / (R + j\omega L)$

定义特性阻抗:  $Z_0 = \frac{R + j\omega L}{k} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$

$I(z) = \frac{k}{R + j\omega L} (V^+ e^{-kz} - V^- e^{kz}) = I^+ e^{-kz} + I^- e^{kz}$  则:  $Z_0 = \frac{V^+}{I^+} = -\frac{V^-}{I^-}$

### 无耗传输线模型

无耗时:  $R = G = 0$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

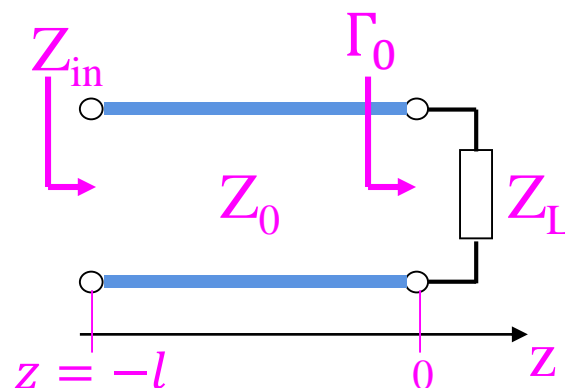


## 2.9 终端加载的无损传输线

### 2.9.1 电压反射系数

假定负载在 $z = 0$ 处，电压波从 $-l$ 进入，则沿着线路在任何处： $V(z) = V^+ e^{-kz} + V^- e^{kz}$

定义反射系数： $\Gamma_0 = \frac{V^-}{V^+}$  负载反射的电压波  
入射电压波



在 $z = 0$ 处： $V(z) = V^+ (e^{-kz} + \Gamma_0 e^{kz})$        $I(z) = \frac{V^+}{Z_0} (e^{-kz} - \Gamma_0 e^{kz})$

则： $Z(0) = Z_L = \frac{V(0)}{I(0)} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_0}{1 - \Gamma_0}$       故： $\Gamma_0 = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$

- 当 $Z_L \rightarrow \infty$ 时（开路） $\Gamma_0 = 1$ ，表示反射波与入射电压极性相同；
- 当 $Z_L = 0$ 时（短路） $\Gamma_0 = -1$ ，表示反射波与入射电压极性相反；
- 当 $Z_L = Z_0$ 时（匹配） $\Gamma_0 = 0$ ，表示没有反射，入射电压被负载完全吸收。

## 2.9 终端加载的无损耗传输线

### 2.9.2 传播常数和相速

复传播常数：
$$k = k_r + jk_i = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$$

对无耗线路：
$$k = j\omega\sqrt{LC}$$

用工程符号表示： $\alpha \equiv k_r = 0$       称为衰减系数

$$\beta \equiv k_i = \omega\sqrt{LC} \quad \text{称为传播常数 (波数)}$$

所以：
$$V(z) = V^+ (e^{-j\beta z} + \Gamma_0 e^{j\beta z}) \quad I(z) = \frac{V^+}{Z_0} (e^{-j\beta z} - \Gamma_0 e^{j\beta z})$$

由1.3式：
$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$
 与频率无关。

这种现象称为**无色散传输**。实际上必须要考虑一定程度的频率相关性（相速色散），它将引起信号的畸变。

## 2.9 终端加载的无损传输线

### 2.9.3 驻波

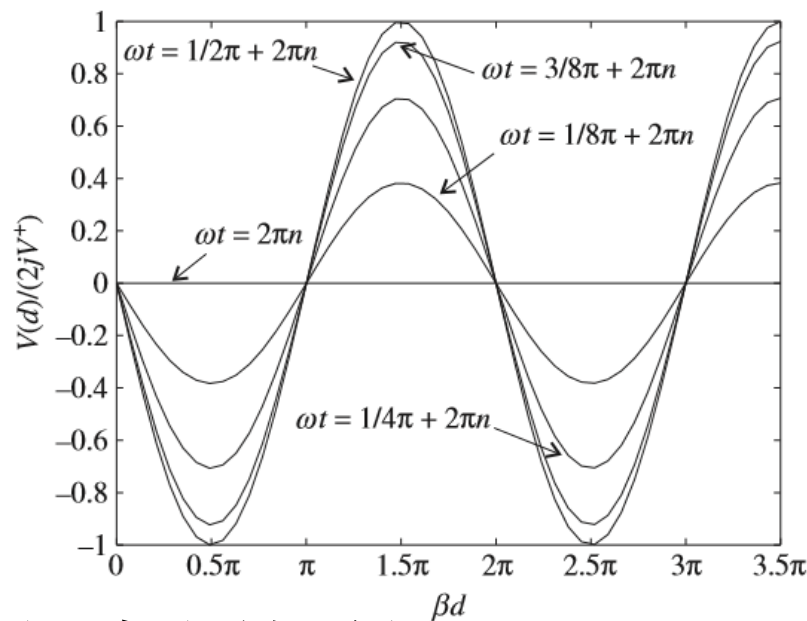
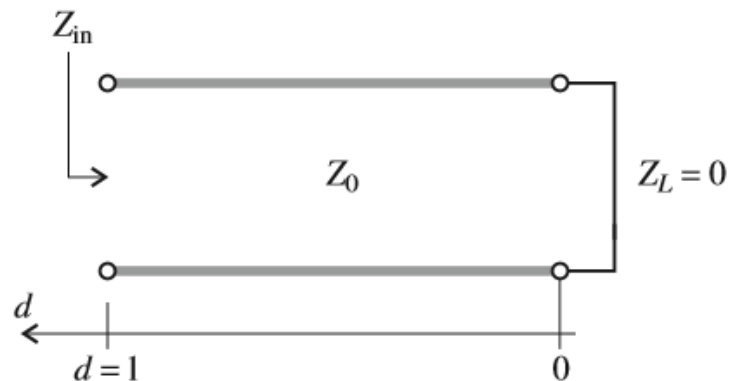
将短路线的反射系数代入到2.56式，  
并改用一个新的坐标 $d$ 来描述：

$$V(d) = V^+ (e^{j\beta d} - e^{-j\beta d})$$

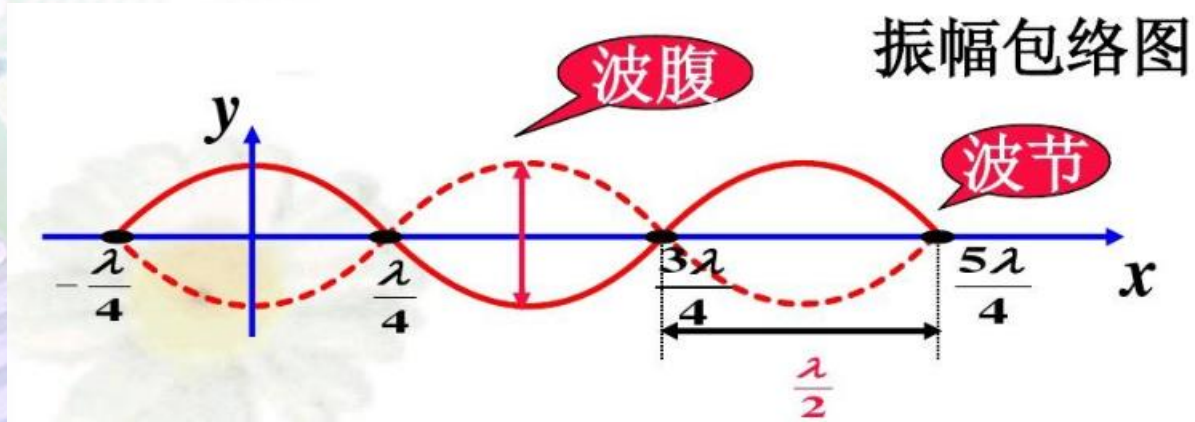
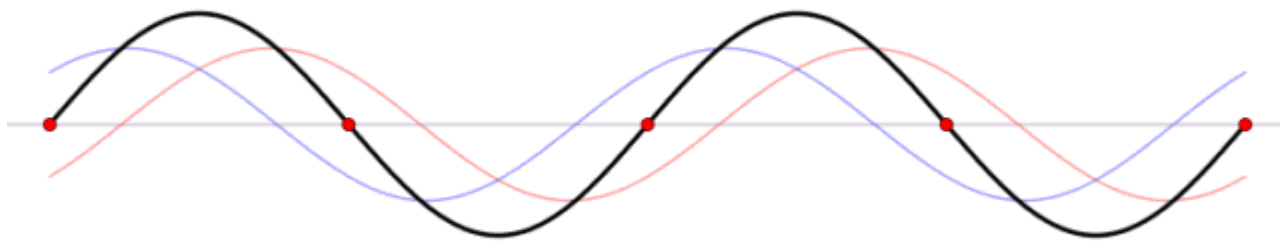
根据  $e^{j\beta d} - e^{-j\beta d} = 2j \sin(\beta d)$  及相位与时域的变换关系：

$$\begin{aligned} v(d, t) &= \text{Re} \{ V e^{j\omega t} \} \\ &= \text{Re} \{ 2jV^+ \sin(\beta d) e^{j\omega t} \} \\ &= -2V^+ \sin(\beta d) \sin(\omega t) \end{aligned}$$

$\sin(\beta d)$  是在  $d = 0$  处电压保持短路  
条件下所有瞬时 $t$ 的结果。其物理解  
释为输入波和反射波相位相差 $180^\circ$ ，  
在空间位置为 $0, \lambda/2, \lambda, 3\lambda/2, \dots$ 处产生波的固定的叠加零点。



## 2.9 终端加载的无损传输线





## 2.9 终端加载的无损耗传输线

空间电压:  $V(d) = V^+ e^{j\beta d} (1 + \Gamma_0 e^{-j2\beta d}) = A(d) [1 + \Gamma(d)]$

空间电流:  $I(d) = \frac{V^+}{Z_0} e^{j\beta d} (1 - \Gamma_0 e^{-j2\beta d}) = \frac{A(d)}{Z_0} [1 - \Gamma(d)]$

定义反射系数:  $\Gamma(d) = \Gamma_0 e^{-j2\beta d}$

在匹配条件下,  $\Gamma_0 = 0$ ,  $\Gamma(d) = 0$ , 只保持一个正向传输波。

为了量化失配度, 引入驻波比:  $SWR = \frac{|V_{\max}|}{|V_{\min}|} = \frac{|I_{\max}|}{|I_{\min}|} = \frac{1 + |\Gamma_0|}{1 - |\Gamma_0|}$

在匹配情况下 $SWR=1$ , 在开路或短路情况下 $SWR \rightarrow \infty$ 。严格地说,  $SWR$ 只能应用于无耗线路, 因为电压和电流波的幅度由于损耗随距离的增加而不断地减小。由于RF系统损耗很低, 因此能可靠地应用。

## 2.10 典型的终端条件

### 2.10.1 端接负载无耗传输线的输入阻抗

在距离负载 $d$ 处，输入阻抗：

$$\begin{aligned}V(d) &= A(d)[1 + \Gamma(d)] \\ I(d) &= \frac{A(d)}{Z_0}[1 - \Gamma(d)] \\ \Gamma(d) &= \Gamma_0 e^{-j2\beta d} \\ \Gamma_0 &= \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}\end{aligned}$$

可以推算 $Z_L$ 沿着特性阻抗为 $Z_0$ ，长度为 $d$ 的传输线是如何变换的

$$Z_{in}(d) = \frac{V(d)}{I(d)} = Z_0 \frac{1 + \Gamma(d)}{1 - \Gamma(d)} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan(\beta d)}{Z_0 + jZ_L \tan(\beta d)}$$

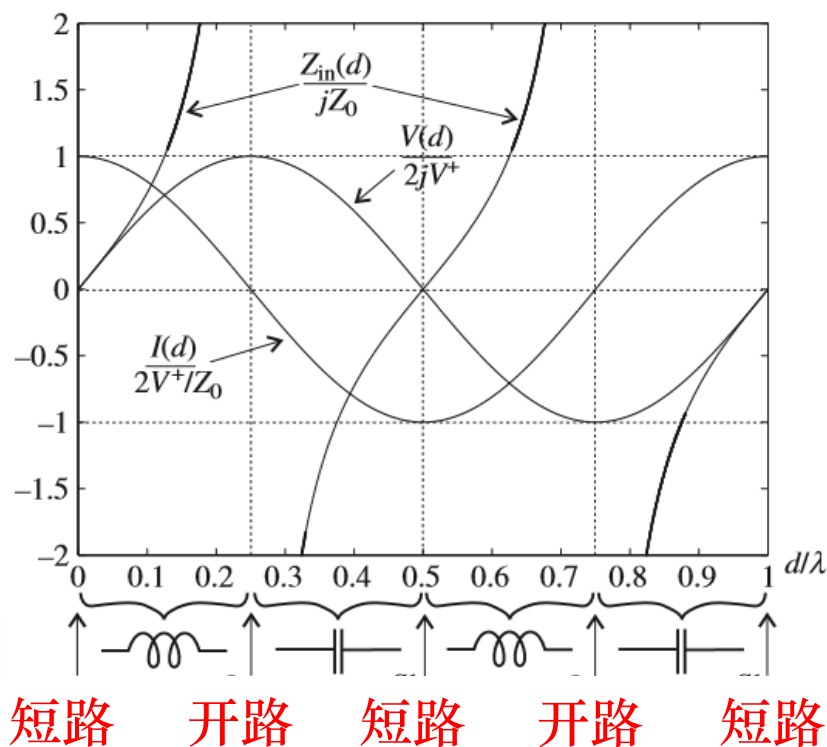
## 2.10 典型的终端条件

### 2.10.2 短路传输线

$$Z_{in}(d) = \frac{V(d)}{I(d)} = Z_0 \frac{1 + \Gamma(d)}{1 - \Gamma(d)} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan(\beta d)}{Z_0 + jZ_L \tan(\beta d)}$$

当 $Z_L = 0$ 时： $Z_{in}(d) = jZ_0 \tan(\beta d)$

- $d = 0$ 时， $Z_{in}(d) = Z_L = 0$ ；随着距离 $d$ 的增加，数值随着增加，且呈感性。
- $d = \lambda/4$ 时， $Z_{in}(d) = \infty$ ，表示开路；再增加距离，呈现负虚阻抗，呈容性。
- $d = \lambda/2$ 时， $Z_{in}(d) = 0$ ，并重复一个新的过程。



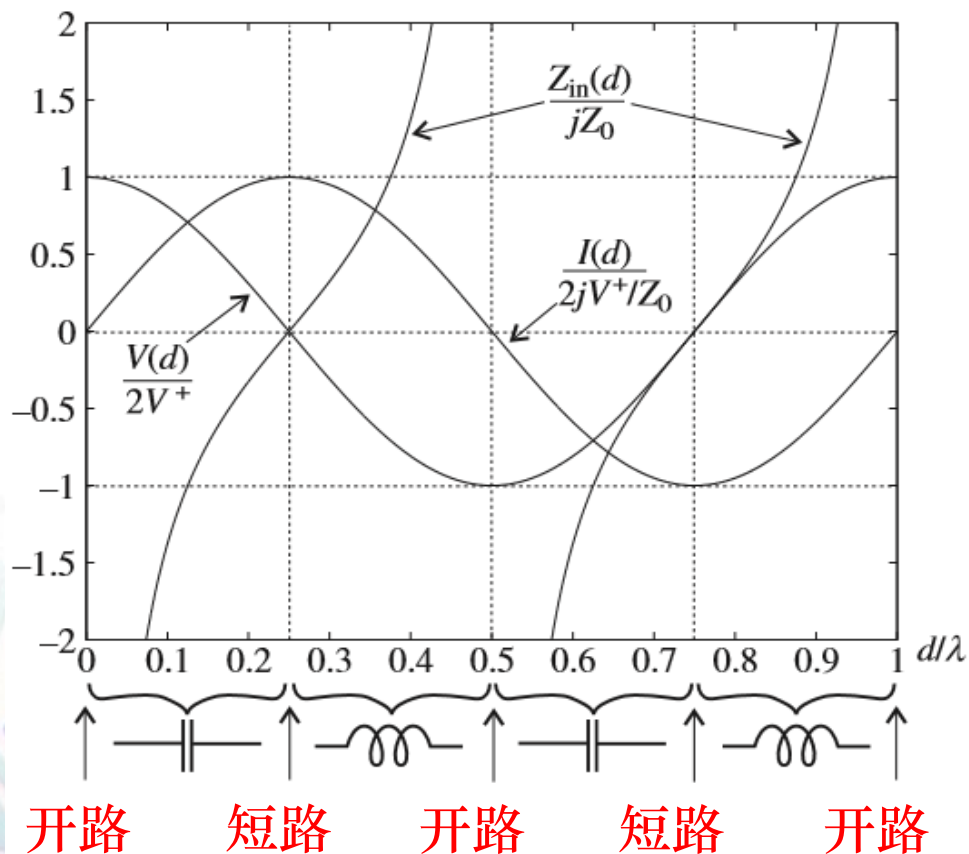
## 2.10 典型的终端条件

### 2.10.3 开路传输线

$$Z_{in}(d) = \frac{V(d)}{I(d)} = Z_0 \frac{1 + \Gamma(d)}{1 - \Gamma(d)} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan(\beta d)}{Z_0 + jZ_L \tan(\beta d)}$$

当  $Z_L \rightarrow \infty$  时:

$$Z_{in}(d) = \frac{-jZ_0}{\tan(\beta d)}$$





## 2.10 典型的终端条件

### 2.10.4 1/4 波长传输线

$$Z_{in}(d) = \frac{V(d)}{I(d)} = Z_0 \frac{1 + \Gamma(d)}{1 - \Gamma(d)} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan(\beta d)}{Z_0 + jZ_L \tan(\beta d)}$$

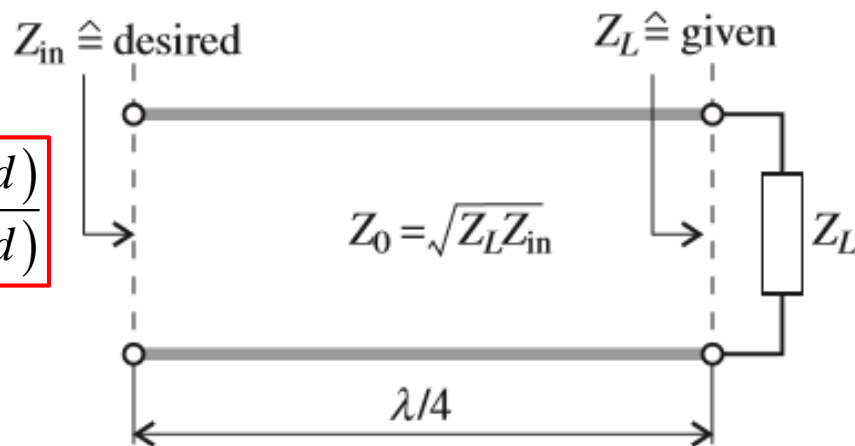
**阻抗匹配** ( $Z_L = Z_0$ ) 时:

$Z_{in}(d) = Z_0$ , 与线长无关。

**一般情况:** 当  $d = \lambda/2$  时:  $Z_{in}(d) = Z_L$  而与  $Z_0$  无关。

同理:  $Z_{in}(d = \lambda/4) = Z_0^2 / Z_L$

利用  $\lambda/4$  变换器, 通过选择线段, 使一个实数负载阻抗与一个所希望的实数输入阻抗匹配, 则:  $Z_0 = \sqrt{Z_L Z_{in}}$



## 2.10 典型的终端条件

例：假设晶体管的输入阻抗为 $25\Omega$ ，在工作频率 $500\text{MHz}$ 时与 $50\Omega$ 微带线相匹配。已知介质厚度为 $1\text{mm}$ ， $\epsilon_r=4$ ，忽略其损耗，求出匹配时 $\lambda/4$ 平行板线变换器的长度、宽度和特性阻抗。

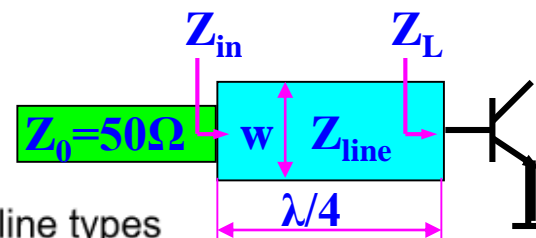
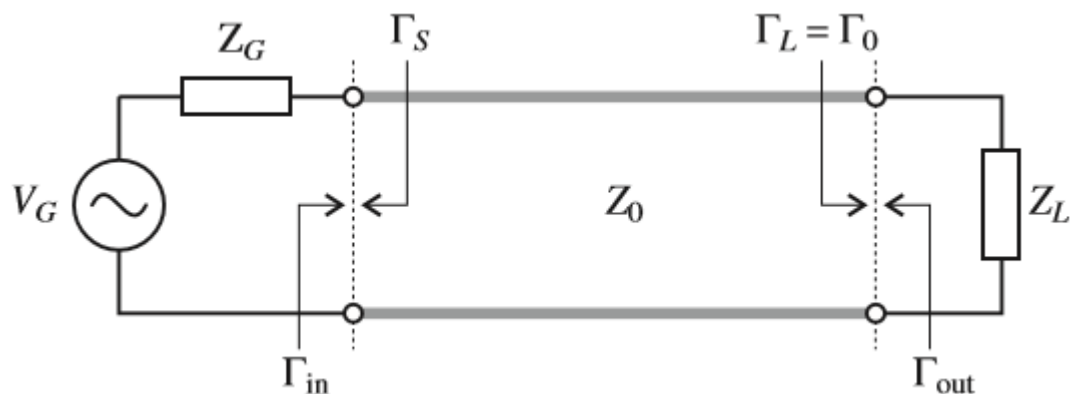


Table 2-1 Transmission line parameters for three line types

Parameter	Two-Wire Line	Coaxial Line	Parallel-Plate Line
$R$ $\Omega/\text{m}$	$\frac{1}{\pi a \sigma_{\text{cond}} \delta}$	$\frac{1}{2\pi \sigma_{\text{cond}} \delta} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$	$\frac{2}{w \sigma_{\text{cond}} \delta}$
$L$ $\text{H}/\text{m}$	$\frac{\mu}{\pi} \cosh^{-1} \left( \frac{D}{2a} \right)$	$\frac{\mu}{2\pi} \ln \left( \frac{b}{a} \right)$	$\mu \frac{d}{w}$
$G$ $\text{S}/\text{m}$	$\frac{\pi \sigma_{\text{diel}}}{\cosh^{-1} (D/(2a))}$	$\frac{2\pi \sigma_{\text{diel}}}{\ln(b/a)}$	$\sigma_{\text{diel}} \frac{w}{d}$
$C$ $\text{F}/\text{m}$	$\frac{\pi \epsilon}{\cosh^{-1} (D/(2a))}$	$\frac{2\pi \epsilon}{\ln(b/a)}$	$\epsilon \frac{w}{d}$

## 2.11 信号源和有载传输线

### 2.11.1 信号源的复数表示法



传输线输入端电压:  $V_{in} = V_{in}^+ + V_{in}^- = V_{in}^+ (1 + \Gamma_{in}) = V_G \frac{Z_{in}}{Z_{in} + Z_G}$

输入反射系数:  $\Gamma_{in} = \Gamma(d=l) = \Gamma_0 e^{-j2\beta l} = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0}$

信号源的反射系数:  $\Gamma_S = \frac{Z_G - Z_0}{Z_G + Z_0}$  同理:  $\Gamma_{out} = \Gamma_S e^{-j2\beta l}$

## 2.11 信号源和有载传输线

### 2.11.2 传输线的功率问题

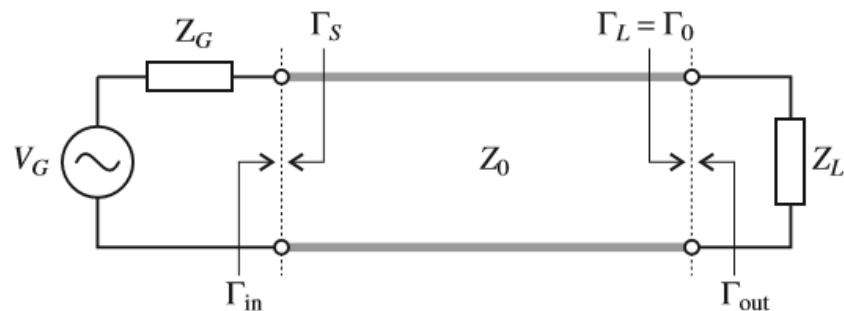
传输线的输入电压:  $V_{in} = V_{in}^+ (1 + \Gamma_{in})$

输入电流:  $I_{in} = V_{in}^+ (1 - \Gamma_{in}) / Z_0$

平均输入功率:  $P_{in} = P_{in}^+ + P_{in}^- = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ V_{in} I_{in}^* \} = \frac{1}{2} \frac{|V_{in}^+|^2}{Z_0} (1 - |\Gamma_{in}|^2)$

根据  $Z_{in} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_{in}}{1 - \Gamma_{in}}$ ,  $Z_G = Z_0 \frac{1 + \Gamma_s}{1 - \Gamma_s}$

则:  $V_{in}^+ = \frac{V_{in}}{1 + \Gamma_{in}} = \frac{V_G}{1 + \Gamma_{in}} \frac{Z_{in}}{Z_{in} + Z_G} = \frac{V_G}{2} \frac{1 - \Gamma_s}{1 - \Gamma_s \Gamma_{in}}$





## 2.11 信号源和有载传输线

$$P_{in} = \frac{1}{8} \frac{|V_G|^2}{Z_0} \frac{|1 - \Gamma_s|^2}{|1 - \Gamma_s \Gamma_0 e^{-j2\beta l}|^2} \left(1 - |\Gamma_0 e^{-j2\beta l}|^2\right)$$

对无耗线路：若源和负载均与 $Z_0$ 匹配，则 $\Gamma_s = \Gamma_0 = 0$

$$P_L = P_{in} = \frac{1}{8} \frac{|V_G|^2}{Z_0}$$

对有耗线路：

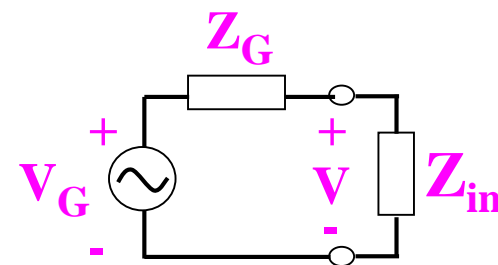
$$P_L = \frac{|V_L^+|^2}{2Z_0} (1 - |\Gamma_L|^2) = \frac{1}{8} \frac{|V_G|^2}{Z_0} \frac{|1 - \Gamma_s|^2}{|1 - \Gamma_s \Gamma_{in}|^2} (1 - |\Gamma_L|^2) e^{-2\alpha l}$$

$\alpha$ 为衰减因子

## 2.11 信号源和有载传输线

### 2.11.3 输入阻抗匹配

$$P_{in} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ V_{in} \frac{V_{in}^*}{Z_{in}^*} \right\} = \frac{1}{2} \frac{|V_G|^2}{\operatorname{Re} \{ Z_{in}^* \}} \left| \frac{Z_{in}}{Z_G + Z_{in}} \right|^2$$



最大输出功率条件： $\frac{\partial P_{in}}{\partial R_{in}} = \frac{\partial P_{in}}{\partial X_{in}} = 0$

↓

$$Z_{in} = Z_G^*$$

$$Z_{out} = Z_L^*$$

## 2.11 信号源和有载传输线

### 2.11.4 回波损耗和插入损耗

实际电路总是存在一定程度的**功率失配**，即  $\Gamma_{in}$  不为零。

**回波损耗:** 
$$RL = -10 \log \frac{P_r \left( = P_{in}^- \right) \text{反射功率}}{P_i \left( = P_{in}^+ \right) \text{输入功率}} = -10 \log |\Gamma_{in}|^2 = -20 \log |\Gamma_{in}| = -\ln |\Gamma_{in}|$$
  
单位: 分贝      奈贝

反射功率除了引起回波损耗外，还会引起**插入损耗**。

**插入损耗:** 
$$IL = -10 \log \frac{P_t \text{传输功率}}{P_i \text{输入功率}} = -10 \log \frac{P_i - P_r}{P_i} = -10 \log \left( 1 - |\Gamma_{in}|^2 \right)$$

# 本章小结

- 掌握单位长度传输线的**等效模型**；
- 掌握传输线上的**电压、电流表示**及**特性阻抗**的计算；
- 掌握无损耗传输线的**反射系数**及**输入阻抗**计算；
- 理解1/4波长阻抗变换，插入损耗的定义；
- 理解传输线理论实质；
- 了解传输线接信号源和负载的工作状态。

**作业：**

**1-1、1-2、1-3**

**2-21、2-25、2-26、2.31、2.36**

# 课堂测试

1. 解释 $Z_{in}$ 及 $Z_0$ 的物理意义。
2. 传输线的工作状态取决于\_\_\_\_，可分为：\_\_\_\_、\_\_\_\_、\_\_\_\_。
3. 特性阻抗为 $50\Omega$ 的同轴电缆，假定无耗，且负载是短路线，求电缆长度为2波长、0.75波长和0.5波长时的输入阻抗。
4. 将长度为 $(3/4)\lambda$ ， $Z_0 = 85\Omega$ 的短路微带线作为一集总电路元件，假如该线是无耗的，求输入阻抗。
5. 画出均匀传输线的分布参数等效电路。
6. 开路、短路传输线的输入阻抗及其关系。
7. 任意位置输入阻抗的计算公式。
8. 证明： $\lambda/4$ 阻抗变换器的特征阻抗为 $Z_c = \sqrt{Z_{c1} \cdot Z_{c2}}$

