

文章编号: 0258-0926(2006)01(S1)-0086-06

# 有限深度液体中气泡破碎的参数影响

徐城杰<sup>1</sup>, 白博峰<sup>1</sup>, 王先元<sup>2</sup>, 刘鸿运<sup>2</sup>

(1. 西安交通大学动力工程多相流国家重点实验室, 710049; 2. 核动力运行研究所, 武汉, 430074)

**摘要:** 在改进气泡破碎数理模型的基础上, 研究了流体粘性力、气泡壁初始速度、有限液面高度、液面压力、液体密度等因素对气泡破碎的影响规律。数值计算结果表明, 气泡临界破碎条件与这些因素密切相关。随着液体深度的增大, 气泡更容易破碎, 当液体深度大于气泡半径的100倍时, 液体深度对气泡破碎临界条件几乎无影响, 此时可以近似认为气泡位于无穷深液体中; 当气泡壁初始速度为0m/s时, 气泡不容易破碎; 气泡具有初始收缩的速度时, 气泡最容易破碎; 随着气泡壁初始速度的绝对值、液体表面压强和液体密度的增大, 气泡也更容易破碎。

**关键词:** 气泡; 破碎; 气泡动能; 物理模型

**中图分类号:** TK123 **文献标识码:** A

## 1 引言

气泡破碎及其热动力学、物理化学是声致发光、声致聚变、声化学等当前国际学术研究热点的基本科学问题之一。对气泡破碎条件的研究以理论方法为主。1917年L. Rayleigh 爵士用分析方法解决了非粘性流体中的气泡动力学问题, 提出了著名的Rayleigh方程<sup>[1]</sup>。之后, Plesset发展了这个方程, 提出了描述粘性流体中球形气泡微分形式的R-P方程<sup>[2]</sup>。这个方程联系着不可压缩液体中空泡内、外压强与表面张力、气泡壁运动与粘性间的关系。在质量不变和绝热的假定下, 忽略表面张力和粘性力的影响, R-P方程可转化为Rayleigh方程。R-P方程被广泛用于各种复杂问题, 如固体边界的气穴现象, 不对称气泡的破碎和声致发光现象等。RP方程的主要缺点是: 在气泡破碎时气泡壁的运动速度趋向无穷大, 用计算机模拟气泡运动需要很长的时间, 并且可能在数值解中导致明显的错误, 尤其是气泡达到超音速时误差更大。

V. A. Bogoyavlenskiy<sup>[3]</sup> 在无穷大牛顿粘性流体的假设的前提下, 从流体力学基本方程出发, 建立了粘性流体中由于气泡壁初始运动所引起气

泡破碎的条件, 并提出了气泡破碎和粘性衰减两种行为。该模型忽略了气泡周围静压以及表面张力的影响, 认为气泡的破碎是由于初始条件所引起的。

本文对有限深度的牛顿粘性流体中的气泡, 提出了一种改进的气泡破碎模型, 该模型理论构建了液面深度、气泡壁初始速度、环境压力、液体密度等因素对气泡破碎的影响。通过数值模拟研究, 分析了这些因素对有限液体深度中气泡破碎的影响规律。研究结果对深入理解气泡破碎的动力学规律有一定的学术价值。

## 2 有限深度液体中气泡运动模型

### 2.1 基本假设

(1)研究对象为液体中自由上升的气泡, 液体看作是不可压缩牛顿粘性流体, 且物性不变。

(2)假设气泡无平移运动, 匀速上升, 不考虑惯性力。

(3)忽略气泡运动过程中的内部传热传质的影响。

(4)假设气泡是球形的。

收稿日期: 2006-11-01; 修回日期: 2006-01-24

基金项目: 本文得到了国家自然科学基金(No.50476049), 教育部博士点基金(NO.20030698036)和武器装备部预研基金(No.51482080103JW0803)的资助。

## 2.2 气泡运动基本方程

流体在球坐标系上的运动方程为

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{2\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta} - \sigma_{\varphi\varphi}}{r} = \rho \left( \frac{\partial v_r}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial v_r^2}{\partial r} \right) \quad (1)$$

球坐标系下不可压缩流体的连续方程简化为

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + 2 \frac{v_r}{r} = 0 \quad (2)$$

由本构方程可得

$$\sigma_{rr} = -p + 2\mu \frac{\partial v_r}{\partial r} \quad (3-1)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\varphi\varphi} = -p + 2\mu \frac{v_r}{r} \quad (3-2)$$

边界条件为

$$\sigma_{rr} = 0, r = R(t) \quad (4-1)$$

$$\sigma_{rr} = -p_0, r = h_0 \quad (4-2)$$

在该模型中假设气壁的径向初速为  $V_0$ ，初始条件为

$$R_{t=0} = R_0 \quad (5-1)$$

$$\left. \frac{dR}{dt} \right|_{t=0} = V_0 \quad (5-2)$$

## 2.3 气泡破碎模型推导

由不可压缩流体的连续方程(2)可得

$$v_r = \frac{R^2}{r^2} \frac{dR}{dt} \quad (6)$$

把方程(3)代入方程(1)可得

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \left( 4\mu \frac{\partial v_r}{\partial r} - 4\mu \frac{v_r}{r} \right) = \rho \left( \frac{\partial v_r}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial v_r^2}{\partial r} \right) \quad (7)$$

由方程(6)得式(8)~式(12)

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} = -\frac{2R^2}{r^3} \frac{dR}{dt} \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} = \frac{6R^2}{r^4} \frac{dR}{dt} \quad (9)$$

$$\frac{v_r}{r} = \frac{R^2}{r^3} \frac{dR}{dt} \quad (10)$$

$$\frac{\partial v_r^2}{\partial r} = -\frac{4R^2}{r^5} \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 \quad (11)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} = \frac{R^2}{r^2} \frac{d^2 R}{dt^2} + 2 \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 \frac{R}{r^2} \quad (12)$$

将式(8)~(12)代入(7)，方程(7)可以化简为

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} - \frac{12\mu R^2}{r^4} \frac{dR}{dt} = \rho \left\{ \frac{R^2}{r^2} \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{2R}{r^2} \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 - \frac{2R^4}{r^5} \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 \right\} \quad (13)$$

将式(13)在  $R$  到液面深度  $h_0$  之间积分，并代入边界条件可得

$$-\frac{p_0}{\rho} = \left( R - \frac{R^2}{h_0} \right) \frac{d^2 R}{dt^2} + \left( \frac{3}{2} - \frac{2R}{h_0} + \frac{R^4}{2h_0^4} \right) \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 - \left( \frac{4\mu R^2}{\rho h_0^3} - \frac{4\mu}{\rho R} \right) \frac{dR}{dt} \quad (14)$$

令：

$$R' \equiv \frac{R}{R_0}, h'_0 \equiv \frac{h_0}{R_0}, t' \equiv \frac{t}{R_0 \sqrt{\rho/p_0}}, \mu' \equiv \frac{\mu}{R_0 \sqrt{\rho p_0}} \quad (15)$$

为了书写方便，忽略无量纲参数的上标。方程(14)可以变为

$$\left( R - \frac{R^2}{h_0} \right) \frac{d^2 R}{dt^2} + \left( \frac{3}{2} - \frac{2R}{h_0} + \frac{R^4}{2h_0^4} \right) \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 + \left( \frac{4\mu}{R} - \frac{4\mu R^2}{h_0^3} \right) \frac{dR}{dt} - \frac{2\sigma}{R} = -1 \quad (16)$$

式(15)可以写成

$$R\{t=0\} = 1, \frac{dR}{dt}\{t=0\} = V_0 \sqrt{\frac{\rho}{p_0}} \quad (17)$$

微分方程(16)、(17)即为改进的无量纲气泡运动方程。它考虑了有限液面高度  $h_0$ 、液体粘度  $\rho$ 、液面上环境压力  $p_0$ 、气泡初始膨胀速度  $V_0$  等因素。在本文中采用数学软件 Maple 编程求取其近似解。为了计算分析方便， $V_0 \sqrt{\rho/p_0}$  边界条件中分别取 -1、0、1，其物理意义分别代表气泡壁收缩、静止与膨胀 3 种初始状态。

## 3 计算结果与分析

当气泡壁剧烈变化时，气泡处于不稳定的状态，气泡壁所聚集的动能很大。气泡动能定义为，气泡壁附近液体由于气泡壁的运动所聚集的动能。无量纲化了的气泡动能表达式为

$$E = R^2 \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 \quad (18)$$

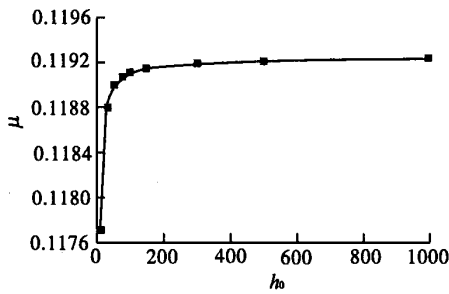


图1 液面高度对气泡破碎的影响  
(初始气泡壁无量纲速度为0)

Fig. 1 Effect of Height of Bulk Liquid on Bubble Collapse (The Original Non-Dimensional Velocity of Bubble Wall Is Zero)

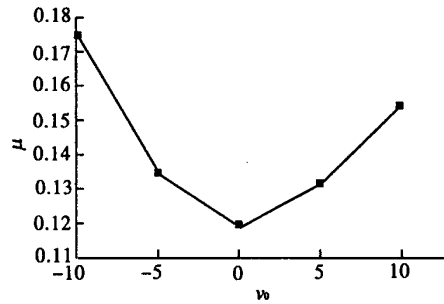
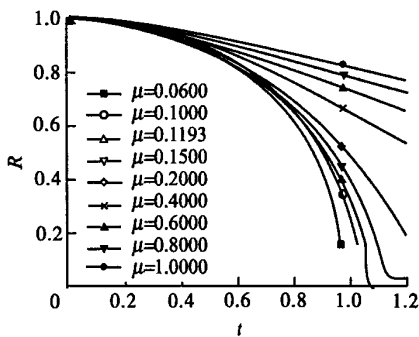
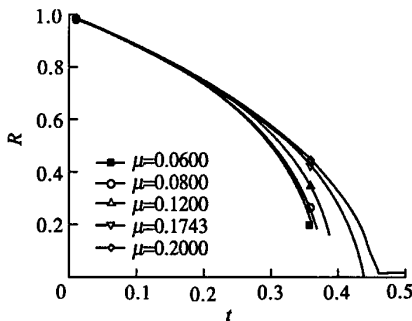
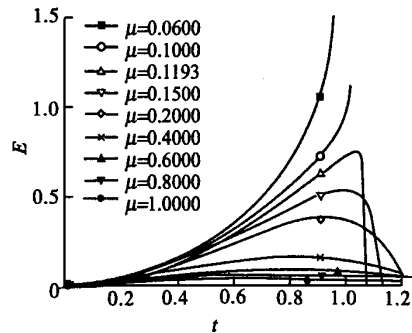


图2 气泡壁初始速度对气泡破碎的影响  
(h0=1000)

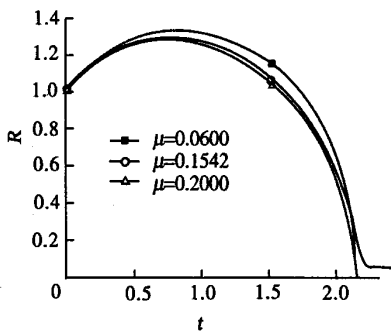
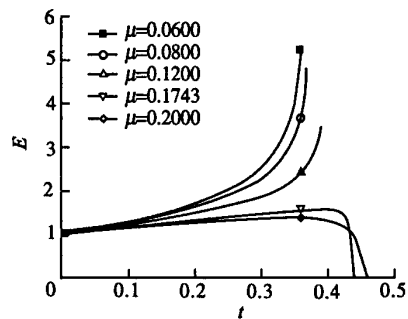
Fig. 2 Effect of Original Velocity of Bubble Wall on Bubble Collapse (h0=1000)



a 初始无量纲气泡壁速度为0



b 初始无量纲气泡壁速度为-1



c 初始无量纲气泡壁速度为1

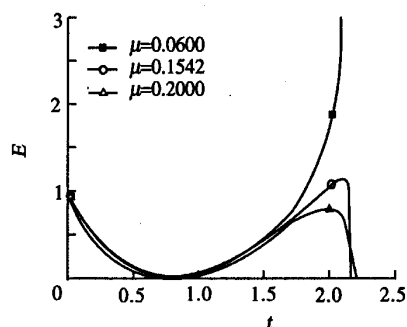


图3 气泡壁初始速度方向对气泡破碎的影响(h0=1000)

Fig. 3 Effect of Original Velocity Direction of Bubble Wall on Bubble Collapse

当气泡壁动能无穷大时,意味着气泡将发生破碎,因此气泡破碎条件是  $E \rightarrow \infty$ 。

### 3.1 液面高度的影响

以水下气泡破碎为例。图 1 为在气泡半径、气泡壁初始速度、液体密度、液面压力完全相同的条件下,无量纲液面高度  $h_0$  与气泡破碎的无量纲临界  $\mu$  值的计算结果。由图 1 可见,曲线存在一个拐点。在  $h_0$  较小时液面高度对气泡破碎有显著影响,随着  $h_0$  的增大,临界  $\mu$  增加,气泡更容易破碎;在  $h_0$  较大的时候,对气泡破碎的影响不显著,可以认为液体是无穷深。从图 1 可见,在水深大于气泡半径的 100 倍时,液体可以看作是无穷深,液体深度变化对气泡破碎的影响很小。

### 3.2 气泡壁初始速度的影响

气泡壁初始速度的大小和方向对气泡破碎都有较大的影响。从图 2 可知,随着气泡壁初始速度绝对值的增大,气泡更容易破碎。其物理解释为,随着气泡壁初始速度的增大,气泡壁所聚集的动能也就越大,气泡更容易破碎。

图 3 给出了在  $h_0=1000$ , 气泡壁无量纲初始速度分别为 0、1、-1 值时的  $R$ 、 $E$  随时间的变化关系。气泡壁初始速度为 0 时气泡破碎临界  $\mu$  值为 0.1192, 气泡壁初始速度为负时的气泡破碎临界  $\mu$  值为 0.1743, 气泡壁初始速度为正时气泡破碎临界  $\mu$  值为 0.1542。气泡壁初始速度为 0 时,气泡处于比较稳定的状态,气泡不容易破碎,气泡破碎的无量纲时间在 1.0 左右;气泡壁初始速度为负时,即气泡具有初始收缩的速度时,气泡最容易破碎,气泡破碎的无量纲时间在 0.4 附近;当气泡壁初始速度为正时气泡破碎最缓慢,气泡破碎的无量纲时间在 2.1 左右。

### 3.3 环境压强的影响

液体表面的压强对气泡破碎有着显著的影响(图 4)。由图 4 可见,随着液体表面压力的增加,气泡破碎的临界  $\mu$  值越来越大,气泡越来越容易破碎。因为随着液面上环境压强的增大,气泡所受的压力变大,气泡更容易变形,气泡半径的变化更剧烈,气泡处于不稳定的状态,气泡也就更容易破碎。

### 3.4 液体密度的影响

从图 5 可以看出,随着液体密度的增加,气泡更容易破碎,气泡破碎的临界无量纲粘性系数与液体密度基本呈线性关系。在液体深度一定的情况

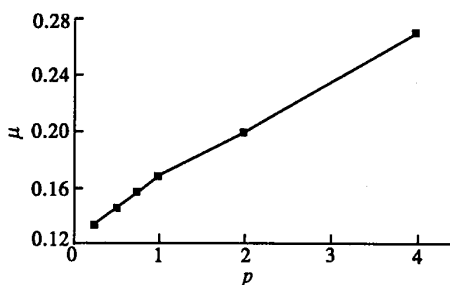


图 4 液面压力对气泡破碎的影响

Fig. 4 Effect of Pressure at Liquid Interface on Bubble Collapse

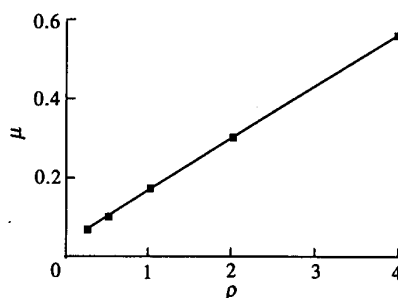


图 5 液体密度对气泡破碎的影响

Fig. 5 Effect of Liquid Density on Bubble Collapse

况下,液体的密度越大,气泡所受的压力也越大,气泡就更容易破碎。液面上环境压力和液体密度对气泡破碎的影响本质是相同的,都是改变了气泡壁表面的压力,使气泡处于不稳定的状态,促使气泡破碎。

## 4 比较与分析

Bogoyavlenskiy<sup>[3]</sup>忽略压力和表面张力后,建立了无穷深粘性流体中由于气泡壁初始运动而引起气泡破碎的模型,气泡破碎准则如下

$$\mu' \leq \frac{1}{8}, \mu' \equiv \frac{\mu}{\rho R_0 V_0} \quad (19)$$

上式中等于号表示气泡处于临界破碎状态,小于号表示气泡未破碎,不等式(20)、(21)类同。针对无穷深粘性流体中的瑞利问题,在忽略气泡表面张力、假设气泡壁初始速度为 0 的条件下,环境压力为  $p_0$  时得出气泡破碎准则为

$$\mu' \leq 0.119 \quad (20-1)$$

$$\mu' \equiv \frac{\mu}{R_0 \sqrt{\rho p_0}} \quad (20-2)$$

本文综合考虑了液体粘度、气泡初始膨胀速度、液面高度、气泡初始半径等影响因素,得到了气泡破碎临界条件。在近似无限水深( $h_0 > 100$ )、

初始气泡直径 0.0004m(球形气泡尺寸<sup>[4]</sup>)、气泡初始膨胀速度 0 等条件下, 气泡破碎的临界条件为

$$\mu' \leq 0.1192, \mu' = \frac{\mu}{R_0 \sqrt{\rho p_0}} \quad (21)$$

同公式(20)相比, 可以看出, 本文研究结果与文献[3]基本相同。

## 5 结论

本文在构建综合考虑液体粘度、气泡初始膨胀速度、有限液面高度、液面压强、液体密度等影响因素的气泡破碎模型基础上, 详细分析了这些因素对气泡破碎临界条件的影响规律, 得到以下结论:

(1)随着液体高度的增加, 气泡更容易破碎, 当液体高度大于气泡半径的 100 倍以上时, 可认为气泡位于无穷深液体中。

(2)随着气泡壁初始速度的增加, 气泡更容易破碎; 气泡壁初始速度的方向对气泡破碎有显著影响。当气泡壁初始速度为 0 时, 气泡处于比较稳定的状态, 气泡不容易破碎。气泡具有初始收缩的速度时最容易破碎。

(3)当气泡壁有初始的收缩速度时, 气泡破碎的最为迅速; 而当气泡有初始的膨胀速度时, 气泡破碎的时间较长。

(4)随着液体表面压强或液体密度的增加, 气

泡越来越容易破碎。

符号表:

$r$ : 气泡半径, m

$R$ : 气泡无量纲半径

$v_r$ : 流体速度, m/s

$\mu$ : 流体粘性系数, Pa·s

$t$ : 时间, s

$E$ : 无量纲相对动能

$p$ : 压强, Pa

$\rho$ : 流体密度, kg/m<sup>3</sup>

$\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{\varphi\varphi}$ : 分别为流体侧沿不同坐标方向( $r, \theta, \varphi$ )的主应力, Pa

$h_0$ : 液面高度, m

$R_0$ : 气泡初始半径, m

$p_0$ : 液面上环境压强, Pa

$V_0$ : 气泡壁初始运动速度, m/s

参考文献:

- [1] Rayleigh L. On the Pressure Developed in a Liquid during the Collapse of a Spherical Cavity[J]. Phil. Mag, 1917, 34: 94 ~ 98.
- [2] Plesset M S. The Dynamics of Cavitation Bubbles[J]. J Appl Mech, 1949, 16: 228 ~ 231.
- [3] Bogoyavlenskii V A. Differential Criterion of a Bubble Collapse in Viscous Liquids[J]. Physical Review E, 1999, 60(1): 504 ~ 508.
- [4] Wang X F, Xiong A K. Advanced Fluid Mechanics[M]. Wu Han: Huazhong Science and Technology University Press, 2003, 211.

# Parametric Study on Bubble Collapse in the Finite Depth Liquid

XU Cheng-jie<sup>1</sup>, BAI Bo-feng<sup>1</sup>, WANG Xian-yuan<sup>2</sup>, LIU Hong-yun<sup>2</sup>

(1. State Key Lab of Multiphase Flow in Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, 710049, China;

2. Research Institute of Nuclear Power Operation, Wuhan, 430074, China)

**Abstract:** Based on an improved mathematical physical model of bubble collapse in the finite depth of liquid caused by an initial bubble wall motion, the effect of fluid viscosity, initial bubble wall motion, height of bulk liquid, ambient hydrostatic pressure and the liquid density on the bubble collapse are investigated. The numerically calculated solutions show that the bubble collapse criterion has close relationships with these factors. With the increase of the liquid depth, the bubble is apt to collapse in advance. In addition, the height of liquid affects hardly the criteria of bubble collapse if it is 100 times more than the initial radius of the bubble, which can be considered as the bubble staying in the infinite depth of liquid. It is difficult for the bubble to collapse if the initial bubble wall velocity is of 0m/s. On the contrary, it is easy for the bubble to collapse easily if the bubble wall has the initial shrinkage velocity. With the increase of absolutely velocity of the bubble wall, ambient hydrostatic pressure, or density of liquid, the bubble is also apt to collapse in advance.

**Key words:** Bubble, Collapse, Kinetic energy of bubble, Physical model

(下转第98页)

# Nonlinear Characteristics of Two-Phase Natural Circulation and Its Experimental Investigation

LIU Xiao-jing<sup>1</sup>, KUANG Bo<sup>1</sup>, CHEN Hong<sup>2</sup>, XU Ji-jun<sup>1</sup>,  
WANG Tao<sup>3</sup>, SUN De-xiang<sup>3</sup>, JIANG Xu-lun<sup>3</sup>

(1. Department of Nuclear Science and System Engineering, Shanghai Jiaotong University, 200030, China; 2. Shandong Nuclear Power Co. Ltd, Yantai, Shandong, 264000, China; 3. National Key Laboratory of Bubble Physics & Natural Circulation, Nuclear Power Institute of China, Chengdu, 610041, China)

**Abstract:** Based on experimental investigation and bifurcation analysis on two-phase natural circulation system, certain nonlinear mechanisms of the system, especially static bifurcation features and hysteresis effect, are verified and discussed in this paper. Study of time series of the dynamic parameters is carried out in both time and frequency domains, with boiling eruption induced relaxation instability mechanism under certain conditions being suggested and investigated. Further, through the phase space reconstruction of relating time series and fractal analysis, discussion to nonlinear evolution of the system with varying heating power is delivered.

**Key words:** Two-phase natural circulation, Static bifurcation, Boiling eruption, Relaxation instability

## 作者简介:

刘晓晶(1981—) 男, 硕士研究生, 上海交通大学核科学与系统工程系。主要从事反应堆热工水力与安全等研究。

匡波(1968—) 男, 副教授, 1996年毕业于华中理工大学动力工程系。主要从事反应堆热工水力与安全等研究。

陈宏(1976—) 男, 助理工程师, 2004年毕业于上海交通大学核科学与系统工程系。主要从事反应堆热工水力与安全的研究。  
(责任编辑: 查刚菊)

## (上接第 85 页)

distribution and surface evaporation effect, an evaporation drag model for one high temperature particle moving inside coolant is proposed based on the analysis of acting forces on the particle. It is theoretically indicated that the thickness of the vapor film has great effects on the drag force. In the beginning of vapor film growing, the evaporation drag is always much larger than that in general conditions except the relative velocity is very high. The calculation results prove that unless the initial film thickness or the relative velocity is very large, the inner evaporation drag should be taken into account at high temperature conditions.

**Key words:** High-temperature particles, Evaporation drag, Model

## 作者简介:

胡志华(1972—), 男, 讲师。2003年毕业于西安交通大学热能工程系。主要从事多相流动与传热、反应堆热工水力、核电站严重事故的研究。

匡波(1968—), 男, 副教授。1996年毕业于华中理工大学动力工程系。主要从事反应堆热工水力与安全等研究。

杨燕华(1962—), 女, 教授。1996年毕业于日本东京大学核工程专业, 获博士学位。主要从事多相流动与传热、反应堆热工水力、核电厂数值仿真、核电站严重事故等研究。  
(责任编辑: 查刚菊)

## (上接第 90 页)

## 作者简介:

徐城杰(1983—), 男, 硕士研究生, 2005年毕业于西安交通大学热能工程专业, 学士。现从事多孔介质气液两相流传热传质方向的学习与研究。

白博峰(1971—), 男, 副教授, 1999年毕业于西安交通大学动力工程于工程热物理专业, 博士。现从事相变传热传质和非线性沸腾两相流方向的研究工作。

王先元(1963—), 男, 高级工程师, 1985年毕业于西安交通大学应用力学专业, 学士。现从事蒸汽发生器的研究与设计。  
(责任编辑: 张明军)

# 有限深度液体中气泡破碎的参数影响

作者: [徐城杰](#), [白博峰](#), [王先元](#), [刘鸿运](#), [XU Cheng-jie](#), [BAI Bo-feng](#), [WANG Xian-yuan](#), [LIU Hong-yun](#)

作者单位: [徐城杰,白博峰,XU Cheng-jie,BAI Bo-feng\(西安交通大学动力工程多相流国家重点实验室,710049\)](#), [王先元,刘鸿运,WANG Xian-yuan,LIU Hong-yun\(核动力运行研究所,武汉,430074\)](#)

刊名: [核动力工程](#)   

英文刊名: [NUCLEAR POWER ENGINEERING](#)

年,卷(期): 2006, 27(z1)

## 参考文献(4条)

1. [Rayleigh L](#) [On the Pressure Developed in a Liquid during the Collapse of a Spherical Cavity](#) 1917
2. [Plesset M S](#) [The Dynamics of Cavitation Bubbles](#) 1949
3. [Bogoyavlenskiy V A](#) [Differential Criterion of a Bubble Collapse in Viscous Liquids](#)[外文期刊] 1999(01)
4. [Wang X F](#);[Xiong A K](#) [Advanced Fluid Mechanics](#) 2003

## 本文读者也读过(10条)

1. [胡德旺](#). [王志伟](#) [利用凸球形液膜表面张力系数验证拉普拉斯公式](#)[期刊论文]-[青海大学学报\(自然科学版\)](#) 2004, 22(6)
2. [胡德旺](#). [李惠山](#) [球冠形液膜的动态特性研究](#)[期刊论文]-[青海大学学报\(自然科学版\)](#) 2005, 23(5)
3. [李咏梅](#) [两个连通球形液膜有平衡状态](#)[期刊论文]-[物理教师](#)2010, 31(5)
4. [方立铭](#). [FANG Li-ming](#) [血管中弯曲液面Laplace方程的应用](#)[期刊论文]-[皖南医学院学报](#)2005, 24(3)
5. [董伟](#). [郁鸿凌](#). [李瑞阳](#). [DONG Wei](#). [YU Hong-Ling](#). [LI Rui-Yang](#) [汽泡在电场作用下的变形](#)[期刊论文]-[工程热物理学报](#)2006, 27(2)
6. [白博峰](#). [徐城杰](#). [姜茂](#). [刘鸿运](#). [王先元](#) [自由上升气泡破碎的参数影响研究](#)[会议论文]-2005
7. [张华](#). [王经](#). [ZHANG Hua](#). [WANG Jing](#) [管内低温垂直向上两相流弹状汽泡上升速度的实验研究](#)[期刊论文]-[工程热物理学报](#)2007, 28(z1)
8. [白博峰](#). [徐城杰](#). [姜茂](#). [刘鸿运](#). [王先元](#). [Bai Bofeng](#). [Xu Chengjie](#). [Jiang Mao](#). [Liu Hongyun](#). [Wang Xianyuan](#) [有限深度液体中气泡的破碎条件](#)[期刊论文]-[西安交通大学学报](#)2006, 40(5)
9. [柯道友](#). [彭楠](#). [孟勳](#). [李思](#). [David M CHRISTOPHER](#). [PENG Nan](#). [MENG Meng](#). [LI Si](#) [固定汽泡周围的温度场分布](#)[期刊论文]-[清华大学学报\(自然科学版\)](#) 2006, 46(2)
10. [武利媛](#). [胡学功](#). [唐大伟](#). [WU Li-Yuan](#). [HU Xue-Gong](#). [TANG Da-Wei](#) [毛细微槽中汽泡动力学行为可视化研究](#)[期刊论文]-[工程热物理学报](#)2009, 30(7)

本文链接: [http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical\\_hdlgc2006z1020.aspx](http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical_hdlgc2006z1020.aspx)