

# 固固界面剪切分层的超声波耦合共振机理

郭峰<sup>1,2</sup>, 吴九汇<sup>1,2</sup>

(1. 西安交通大学机械工程学院, 710049, 西安;

2. 西安交通大学机械结构强度与振动国家重点实验室, 710049, 西安)

**摘要:** 针对结构表面吸积层去除问题,提出了两种分层模型,研究了超声波激励下固固界面的剪切分层问题,揭示了固固界面剪切分层的超声波耦合共振机理。利用傅里叶积分变换方法,通过严格推导,获得了超声波激励下吸积层结构中的位移场与应力场,进一步获得了固固界面剪切应力场。通过数值积分方法,计算了铝与石膏界面的剪切应力幅值,研究了激励频率与吸积层厚度对界面剪切应力幅值的影响。在固固界面剪切分层条件的基础上,提出了超声波分层频率的选择方法。依据两种分层模型,分别建立了超声波分层实验系统,完成了铝和石膏的分层实验。通过理论分析可知,激励幅值与界面剪切应力幅值存在线性正相关性,界面剪切应力幅值存在共振特性。对于水平剪切(SH)波分层模型,界面剪切应力幅值在第2模态的截止频率处发生了耦合共振。3.5 mm厚的石膏层粘附于3 mm厚的铝板的耦合共振频率是86 kHz。对于Love波分层模型,界面剪切应力幅值在第1模态群速度最小的频率处发生了耦合共振。3.5 mm厚的石膏层粘附于半无限大铝基体的耦合共振频率是88 kHz。吸积层厚度增大,界面剪切应力幅值的耦合共振频率向低频移动。相同激励下,在耦合共振厚度范围内,吸积层厚度越大,界面剪切应力幅值越大。在耦合共振频率附近产生超声波分层频带。通过改变超声波换能器的输出功率调节激励幅值,实验验证了越厚的石膏层分层所需的输出功率越小的结论。随着超声波换能器输出功率的增大,粘附于铝板上的4 mm厚的石膏层首先掉落,接着2.5 mm厚的石膏层掉落,但是1 mm厚的石膏层未掉落;粘附于铝块上的4 mm厚石膏层首先掉落,接着1.5 mm厚的石膏层掉落。研究结果对超声波分层技术在航空航天、风电及空调等领域的推广具有重要价值。

**关键词:** 超声波;固固界面剪切分层;耦合共振机理

**中图分类号:** TB559;O426.4 **文献标志码:** A

**DOI:** 10.7652/xjtuxb202006001 **文章编号:** 0253-987X(2020)06-0001-09



OSID 码

## Ultrasonic Coupling Resonance Mechanism of Solid-Solid Interface Shear Layering

GUO Feng<sup>1,2</sup>, WU Jiuhui<sup>1,2</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. State Key Laboratory for Strength and Vibration of Mechanical Structures, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract:** Aiming at the problem of removing accretion layers on the structure surface, two layering models are proposed. Combining theory with experiment, the shear layering of the solid-solid interface under ultrasonic excitation is investigated, and the ultrasonic coupling resonance mechanism of solid-solid interface shear delamination is revealed. The displacement and stress

收稿日期: 2019-12-10。 作者简介: 郭峰(1981—),男,博士生;吴九汇(通信作者),男,教授,博士生导师。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51675401)。

网络出版时间: 2020-02-17

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20200217.1936.006.html>

fields in the accretion layer structure under ultrasonic excitation are obtained with Fourier integral transform method, and the solid-solid interface shear stress field is further evaluated. Via numerical integration, the shear stress amplitude at the interface between aluminum and gypsum is calculated, and the influence of excitation frequency and accretion layer thickness on the shear stress amplitude at the interface is achieved. Under the shear layering conditions at the solid-solid interface, a method for selecting ultrasonic layering frequencies is presented. According to the two layering models, the ultrasonic layering experiment systems are established, and the layering experiments of aluminum and gypsum are completed. The theoretical analysis shows that there is a linear positive correlation between the excitation amplitude and the interface shear stress amplitude, and the interface shear stress amplitude has a resonance trend. For the shear horizontal (SH) wave layered model, a coupled resonance of interface shear stress amplitude occurs at the cut-off frequency of the second mode. The coupling resonance frequency of a 3.5 mm thick gypsum layer adhered to a 3 mm thick aluminum plate is 86 kHz. For the Love wave layered model, the coupling resonance of shear stress amplitude occurs at the frequency at which the group velocity of the first mode gets the smallest. The coupling resonance frequency of a 3.5 mm thick gypsum layer adhered to a semi-infinite aluminum substrate is 88 kHz. As the thickness of the accretion layer increases, the coupling resonance frequency of the interface shear stress amplitude shifts to low frequencies. Under the same excitation and within the range of the coupling resonance thickness, the larger the thickness of the accretion layer, the larger the interface shear stress amplitude. The ultrasonic stratified frequency band is generated near the coupled resonance frequency. By changing the output power of the ultrasonic transducer to adjust the excitation amplitude, it is verified experimentally that the thicker gypsum layer requires less output power when layered. With the increasing output power of the ultrasonic transducer, the 4 mm thick gypsum layer adhered to the aluminum plate firstly drops, then the 2.5 mm thick gypsum layer drops, but the 1 mm thick gypsum layer does not fall. The 4 mm thick gypsum layer on the aluminum block drops firstly, then the 1.5 mm thick gypsum layer follows. This approach has both theoretical value and application prospects for promoting ultrasonic layering technology in the fields of aerospace, wind power and air conditioning.

**Keywords:** ultrasonic; solid-solid interface shear layering; coupling resonance mechanism

实际中经常需要将吸积层从结构表面去除,例如结构除冰和除霜。在航空航天、风电以及空调等领域,超声波技术已经被证明可以有效地将两层介质分层,且具有能耗低、环境友好的特点<sup>[1-2]</sup>。

在航空航天领域,采用超声波分层技术去除机翼上的覆冰。Palacios等在覆冰的钢板上激发超声水平剪切导波,覆冰在超声波换能器启动瞬间脱落,在同样的超声波激励下,冰层厚度越大,越容易诱发分层,超声波激发的界面剪切应力是冰层分层的主要原因,而冰层内的剪切应力是冰裂的主要原因<sup>[3-5]</sup>。Venna等在覆冰的复合板与机翼结构中激发反对称模态的超声 lamb 波,启动超声波换能器一段时间后,冰层掉落<sup>[6-8]</sup>。在风电领域,采用超声波分层技术去除旋翼上的覆冰。Zeng等在具有不

同边界条件的覆冰板结构中激发超声 lamb 波,一段时间后覆冰分层掉落<sup>[9-11]</sup>。Habibi针对于风力机叶片开发了超声导波与低频振动相结合的双除冰系统<sup>[12-14]</sup>。在空调领域,采用超声波分层技术去除室外机翅片上的覆霜。Tan等将超声波换能器作用于空气源热泵的室外机,研究了覆霜翅片中的超声导波的传播规律,开发了超声波除霜系统,得到了超声波激发的界面应力具有除霜能力的结论<sup>[15-17]</sup>。Li等将超声波作用于有冻结水滴的铝板,水滴直径越小,除冰时间越短,认为超声波引发的机械效应是冰冻水滴脱落的主要原因<sup>[18]</sup>。

因为超声水平剪切波的质点位移平行于界面,所以超声水平剪切波在分层技术上具有独特优势<sup>[19-24]</sup>。超声波分层技术已经从实验室走向了实际

应用,但是目前对其分层机理的认识依然停留在界面剪切应力破坏界面剪切强度的浅层力学知识上,且激励源频率与覆层厚度对界面剪切应力的影响机制的研究还很缺乏,这限制了超声波分层技术进一步的推广应用。

本文推导超声波激励下固固界面剪切分层的强迫振动解,揭示固固界面剪切分层的深层机理,研究固固界面超声波剪切分层条件与频率选择方法,利用有限元方法与分层实验验证理论结果。

## 1 超声波耦合共振机理

### 1.1 剪切分层的强迫振动全解析解

水平剪切波在结构中传播时,由于质点位移方向平行于表面并垂直于波传播方向,在界面剪切分层方面有独特优势。根据覆层厚度与基体厚度的差异,剪切分层问题可分为如图1所示的两种分层模型。覆层厚度与基体厚度相差不大时,水平剪切波在结构中以导波形式存在,称为水平剪切(SH)波分层模型;覆层厚度远小于基体厚度时,基体的剪切波速大于覆层的剪切波速,水平剪切波在结构中以表面波形式存在,能量被捕获到覆层中,称为Love波分层模型。图1中 $\lambda, \mu, \rho, h$ 分别为第一拉梅常数、第二拉梅常数、密度和厚度,右上角标(1)(2)分别代表覆层和基板。

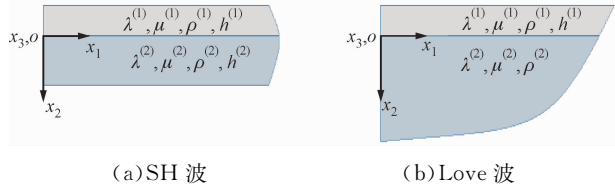


图1 两种分层模型示意图

波在覆层-基体结构中传播时,根据强度理论,只要在界面上产生的垂直于波传播方向的剪切应力大于界面剪切强度,界面就会发生剪切分层。界面剪切应力的强迫振动的全解析解是分析界面剪切分层的关键。

建立如图1所示的直角坐标系, $x_1$ 方向为波传播方向, $x_2$ 方向为基体厚度方向, $x_3$ 方向垂直纸面向里且为质点位移偏振方向,基体和覆层均视为各向同性材料。平面波激励源施加在左端面上,幅值为 $f_0$ ,利用狄拉克函数表示激励源

$$F = f_0 \delta(x_1) e^{-i\omega t} \quad (1)$$

$$\delta(x_1) = \begin{cases} 1, & x_1 = 0 \\ 0, & x_1 \neq 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\omega = 2\pi f \quad (3)$$

式中: $f$ 为激励源频率; $\omega$ 为角频率; $e^{-i\omega t}$ 为时谐因子。使用 $u$ 表示结构中的质点位移, $\ddot{u}$ 表示质点加速度,右下角标数字代表坐标轴。质点位移分量满足以下波动方程

$$\mu^{(n)} \nabla^2 u_3^{(n)} + F = \rho^{(n)} \ddot{u}_3^{(n)} \quad (4)$$

$$\nabla^2 = \partial^2 / \partial x_1^2 + \partial^2 / \partial x_2^2 \quad (5)$$

边界条件是表面上应力自由及界面上位移、应力连续。利用傅里叶积分变换推导出水平剪切波激励下质点位移的强迫振动解,利用位移与应力的关系,得到SH波与Love波分层模型的界面剪切应力的严格解析解。推导过程见附录A和B。

SH波分层模型的界面剪切应力的强迫振动解

$$\sigma_{23}^{(1)}(x_2 = 0) =$$

$$f_0 \mu^{(1)} e^{-i\omega t} \int_{-k_T}^{k_T} \frac{MN}{N+1} q^{(1)} \tan(q^{(1)} h^{(1)}) e^{isr_1} ds \quad (6)$$

$$\sigma_{23}^{(2)}(x_2 = 0) =$$

$$f_0 \mu^{(2)} e^{-i\omega t} \int_{-k_T}^{k_T} \frac{M}{N+1} q^{(2)} \tan(q^{(2)} h^{(2)}) e^{isr_1} ds \quad (7)$$

式中: $s$ 为积分因子;

$$M = \frac{1}{\mu^{(1)} \mu^{(2)}} \left( \frac{\mu^{(1)}}{k_T^{(1)2} - s^2} - \frac{\mu^{(2)}}{k_T^{(2)2} - s^2} \right) \quad (8)$$

$$N = \frac{\mu^{(2)} q_e^{(2)} \tan(q_e^{(2)} h^{(2)})}{\mu^{(1)} q_e^{(1)} \tan(q_e^{(1)} h^{(1)})} \quad (9)$$

$$k_T' = \min(k_T^{(1)}, k_T^{(2)}) \quad (10)$$

$$q_e^{(n)2} = k_T^{(n)2} - s^2 \quad (11)$$

Love波分层模型界面剪切应力的强迫振动解

$$\sigma_{23}^{(1)}(x_2 = 0) =$$

$$f_0 \mu^{(1)} e^{-i\omega t} \left[ \int_{-k_T^{(1)}}^{-k_T^{(2)}} MN q^{(1)} \tan(q^{(1)} h^{(1)}) e^{isr_1} ds + \int_{k_T^{(2)}}^{k_T^{(1)}} MN q^{(1)} \tan(q^{(1)} h^{(1)}) e^{isr_1} ds \right] \quad (12)$$

$$\sigma_{23}^{(2)}(x_2 = 0) =$$

$$f_0 \mu^{(2)} e^{-i\omega t} \left[ \int_{-k_T^{(1)}}^{-k_T^{(2)}} M(N+1) q^{(2)} e^{isr_1} ds + \int_{k_T^{(2)}}^{k_T^{(1)}} M(N+1) q^{(2)} e^{isr_1} ds \right] \quad (13)$$

$$M = \frac{1}{\mu^{(1)} (k_T^{(1)2} - s^2)} \quad (14)$$

$$N = \frac{\mu^{(2)} q^{(2)}}{\mu^{(1)} q^{(1)} \tan(q^{(1)} h^{(1)}) - \mu^{(2)} q^{(2)}} \quad (15)$$

$$q^{(1)2} = k_T^{(1)2} - s^2 \quad (16)$$

$$q^{(2)2} = s^2 - k_T^{(2)2} \quad (17)$$

$$k_T^{(n)} = \omega / c_T^{(n)} \quad (18)$$

$$c_T^{(n)} = \sqrt{\mu^{(n)} / \rho^{(n)}} \quad (19)$$

SH波分层模型和Love波分层模型的界面剪

切应力可以统一表达为

$$\sigma_{23}^{(n)}(x_2 = 0) = f_0 P^{(n)}(s) \quad (20)$$

式中： $f_0$  是激励源幅值； $P^{(n)}(s)$  是以  $s$  为积分因子的积分函数，与激励源频率、结构参数以及材料参数相关。激励源幅值与界面剪切应力呈线性正相关。激励源频率、结构参数、材料参数与界面剪切应力的关系比较复杂。由强度理论，得到界面剪切分层的必要条件为

$$|\sigma_{23}^{(n)}(x_2 = 0)| > \sigma_{jm} \quad (21)$$

式中： $\sigma_{jm}$  是界面剪切强度。式(21)表明，当界面剪切应力幅值大于界面剪切强度，界面发生剪切分层。

## 1.2 超声波耦合共振机理及有限元验证

基于上述理论推导结果，取  $f_0 = 1$ ，利用表 1 的材料参数，以 3.5 mm 厚的石膏层分别附着于 3 mm 厚的铝板和半无限大铝基体上为例，采用自适应 Gauss-Kronrod 算法与有限元方法，计算 SH 波分层模型和 Love 波分层模型的界面剪切应力，结果见图 2。

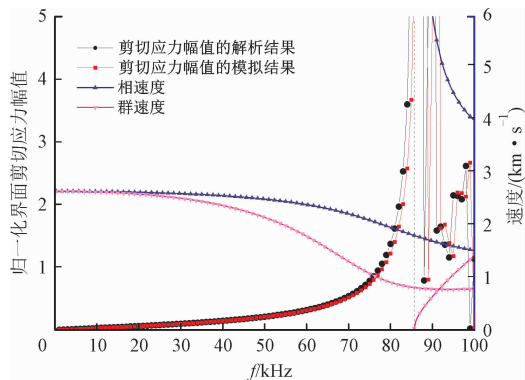
表 1 仿真计算材料的基本参数

材料	弹性模量/MPa	泊松比	密度/( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ )
铝	$694 \times 10^4$	0.337	2 700
石膏	$3 \times 10^3$	0.351	1 000

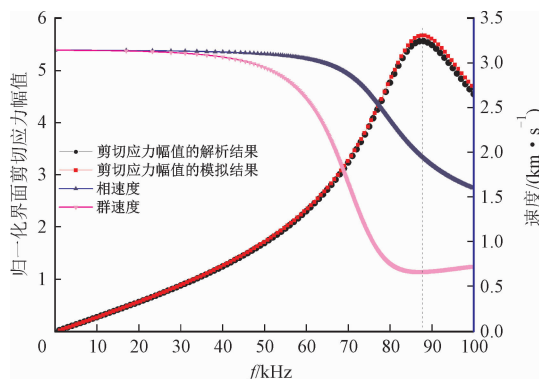
如图 2 所示，归一化界面剪切应力幅值随着激励频率的增长，在群速度的第 1 极小值处发生了耦合共振，第 1 次达到了极大值，随后逐渐下降。

如图 2a 所示，随着激励频率的增大，第 1 模式的群速度逐渐降低，波能的传播耗散速度降低，波能逐渐在结构中累积滞留，结构中的弹性应变能增多，界面剪切应力幅值逐渐增大。随着第 2 模式的产生，波能逐渐向第 2 模式转移，在第 2 模式的截止频率处，第 2 模式的群速度达到极小值，即 0 m/s。第 2 模式的波能几乎不能向前传播，波与结构发生了耦合共振，第 2 模式的波能全部累积滞留在结构中，结构中的弹性应变能达到了极大值，界面剪切应力幅值达到了极大值。随着频率的进一步增大，第 2 模式的群速度逐渐增大，波能传播耗散速度增大，结构中的弹性应变能逐渐释放，界面剪切应力幅值逐渐降低。

如图 2b 所示，随着激励频率的增大，第 1 模式的群速度逐渐降低，波的传播耗散速度降低，更多的波能被滞留在结构中，结构的弹性应变能增加，界面剪切应力幅值也逐渐增大。在第 1 模式群速度达到极小值处，波与结构发生了耦合共振，波的传播耗散



(a) 3 mm 厚的铝板



(b) 半无限大铝基体

图 2 归一化界面剪切应力幅值和频散曲线

速度最低，滞留在结构中的波能最多，结构的弹性应变能最多，界面剪切应力幅值达到极大值。随着第 1 模式群速度的增大，波的传播耗散速度增大，滞留在结构中的波能逐渐减少，更多的波能被向前传播耗散掉了，结构的弹性应变能减少，界面剪切应力幅值减小。

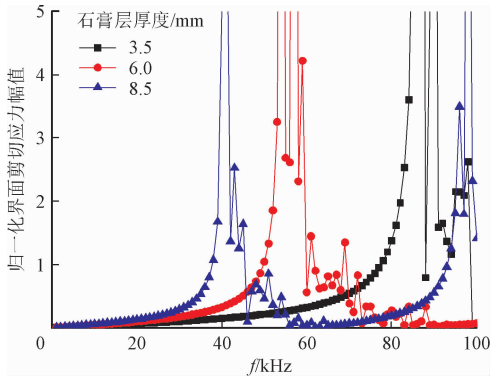
由图 2 分析可知，在耦合共振频率附近，相速度和波长差异很大，同时产生了低频波和高频波，两者叠加后得到了增强，越靠近耦合共振频率，叠加强度越高，波能累积得越多，波能的传播耗散速度越低。在耦合共振频率处群速度达到极小值，结构发生了耦合共振，滞留在结构中的波能达到极大值，弹性应变能达到极大值，界面剪切应力幅值达到极大值，表明耦合共振频率与结构的固有属性有关。如图 2 所示，归一化界面剪切应力幅值的解析结果与模拟结果的最大误差为 5%，误差可能由计算方法引起。

根据界面剪切应力的耦合共振机理，在第 1 耦合共振频率处获得最大的界面剪切应力幅值，从而可以取得最优的分层效果，如图 3 所示。由图 3 可知，第 1 耦合共振频率随着覆层厚度的增大而减小，第 1 耦合共振覆层厚度随着激励频率的增大而减

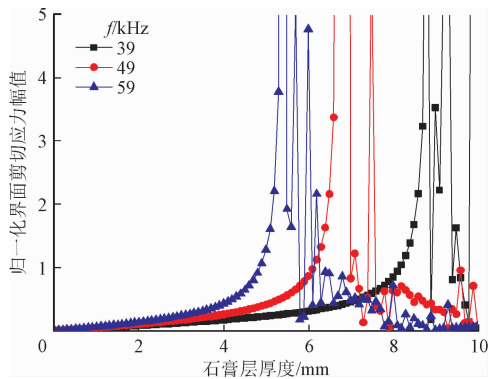
小。当覆层厚度一定,在小于第 1 耦合共振频率范围内,激励频率与归一化界面剪切应力呈正相关性。当激励频率一定,在小于第 1 耦合共振覆层厚度范围内,覆层厚度与归一化界面剪切应力呈正相关性。

### 1.3 超声波分层条件及频带选择方法

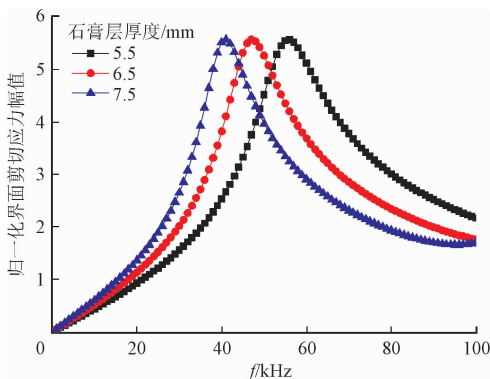
基于界面剪切应力幅值的耦合共振,在第 1 共振频率附近形成分层频带,在第 1 共振覆层厚度附近形成分层厚度区间。将式(20)代入式(21),得到



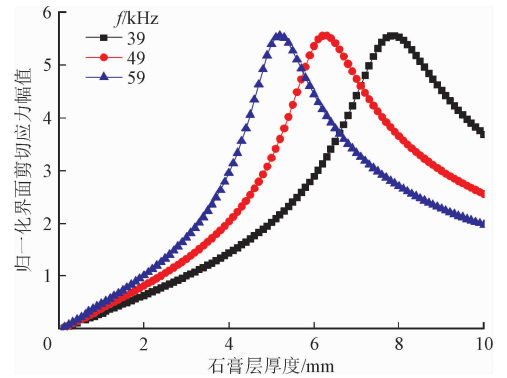
(a) 3 mm 铝板上的归一化界面剪切应力幅值与激励频率关系



(b) 剪切应力幅值与附着在 3 mm 铝板上的石膏层厚度关系



(c) 半无限大铝基体上的归一化界面剪切应力幅值与激励频率关系



(d) 剪切应力幅值与附着在半无限大铝基体上的石膏层厚度关系

图 3 激励频率与石膏层厚度对界面剪切应力的影响

界面剪切分层的必要条件

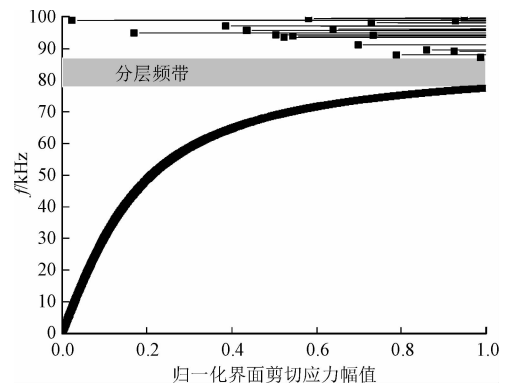
$$f_0 |P^{(n)}(s)| > \sigma_{jm} \quad (22)$$

若取  $f_0 = \sigma_{jm}$ , 则分层条件可表达为

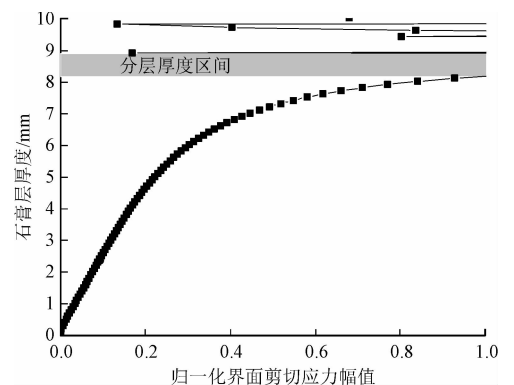
$$|P^{(n)}(s)| > 1 \quad (23)$$

式中:  $|P^{(n)}(s)|$  即为归一化界面剪切应力幅值。

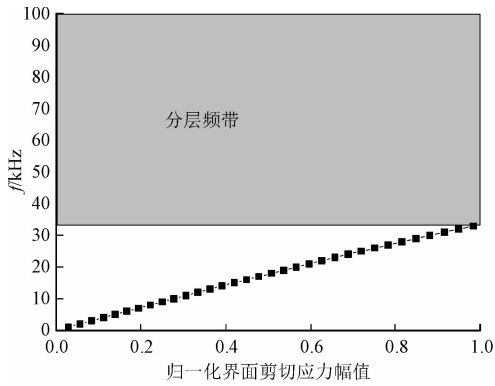
结合式(23),利用表 1 的材料参数,编写程序绘制 SH 波分层模型和 Love 波分层模型的分层频带图,如图 4 所示。在第 1 耦合共振频率附近产生了分层频带,在第 1 耦合共振覆层厚度附近产生了能



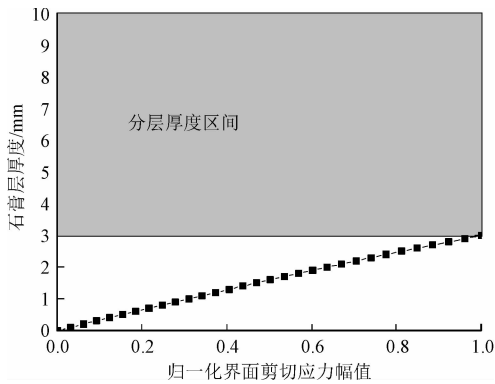
(a) 3.5 mm 厚附着层在铝板上的分层频带



(b) 39 kHz 处铝板上的分层石膏厚度区间



(c) 3.5 mm 厚附着层在半无限大铝基体上的分层频带



(d) 39 kHz 处半无限大铝基体上的分层石膏厚度区间

图4 理论计算的分层频带与分层石膏厚度区间

分层的吸积层厚度区间。当激励幅值等于界面剪切强度,即  $f_0 = \sigma_{jm}$ , 3.5 mm 厚的石膏层附着在 3 mm 厚的铝板上的 SH 波的分层频带为 78~86 kHz, 39 kHz 处 3 mm 厚的铝板上的 SH 波的分层石膏厚度范围为 8.2~8.8 mm。3.5 mm 厚的石膏层附着在半无限大铝基体上的 Love 波的分层频带为 33~100 kHz, 39 kHz 处半无限大铝基体上的 Love 波的分层石膏厚度范围为 3~10 mm。

对于吸积层去除问题,由以上方法可知,当吸积层厚度一定,可以确定分层频带;当激励频率一定,可以确定能分层的吸积层厚度区间。

## 2 超声波分层实验验证

如图 3b 所示,取  $f_0 = 1$  时,当激励频率为 39 kHz,石膏层厚度在 0~8.7 mm 内,SH 波激发的归一化界面剪切应力幅值与石膏层厚度呈正相关性。如图 3d 所示,取  $f_0 = 1$  时,当激励频率为 39 kHz,石膏层厚度在 0~7.8 mm 内,Love 波激发的归一化界面剪切应力幅值与石膏层厚度也呈正相关。理论分析结果表明,激励幅值与界面剪切应力幅值呈

线性正相关性。由此可知,石膏层厚度在上述允许范围内,在 39 kHz 激励源的作用下,当激励幅值逐渐增大,因为激发的界面剪切应力较大,厚度较大的石膏层会首先达到分层条件而分层;随着激励幅值进一步增大,厚度较小的石膏层也会达到分层条件而分层。所以,在允许范围内,石膏层厚度越大,剪切分层时的激励幅值越小;反之石膏层厚度越小,剪切分层时的激励幅值越大。

分别建立超声 SH 波与超声 Love 波分层实验系统,在铝板和铝块上分别粘附厚度小于允许值的石膏层,分别激发超声 SH 波与超声 Love 波,通过改变超声波换能器的输出功率调节激励幅值,验证了在允许范围内的石膏层厚度与分层时的激励幅值的负相关性。

### 2.1 超声波分层实验材料与方法

使用夹芯式超声波换能器作为激励源,其谐振频率为 40 kHz,额定功率为 100 W,尺寸为 55 mm × 47 mm。使用超声波发生器作为超声波信号源,额定功率为 2 100 W,额定电压为 220 V,输出频率为 20~40 kHz,可在超声波换能器谐振频率附近搜索最优谐振频率。通过超声波发生器调节实际输出功率,实际输出功率分为 8 档,每档相差超声波换能器额定功率的 12.5%。使用沙箱和塑料泡沫吸收铝板和铝块两端的反射波,模拟无限长边界条件。

使用铝作为基体材料,石膏作为覆层材料。将石膏粉与水以 3:1 质量比混合后充分搅拌,在凝固之前刮涂在铝板上,用美工刀修整后完全晾干。使用专用胶水粘结铝板、铝弯板及超声波换能器。

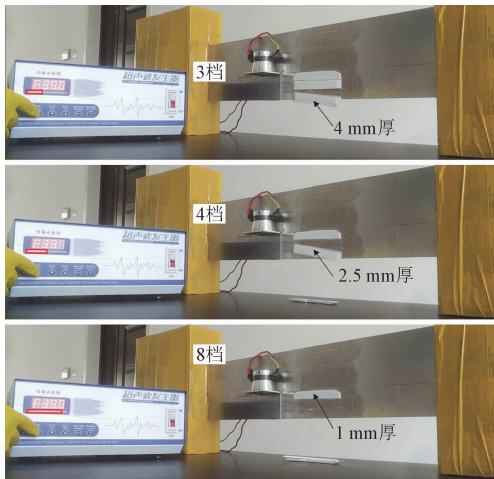
在超声 SH 波分层系统中,铝板尺寸为 800 mm × 150 mm × 3 mm,两端浸入沙箱的深度为 100 mm。通过铝合金弯板,将夹芯式超声波换能器的轴向振动转化为铝板的水平剪切振动。铝弯板尺寸为 60 mm × 60 mm × 60 mm,厚度为 3 mm。两个铝弯板对称于铝板粘贴于铝板下方,两个超声波换能器分别粘贴于两个铝弯板的上表面,3 块相互平行的不同厚度的石膏层粘贴于铝弯板的右侧,与铝弯板相距 30 mm,上端与铝弯板保持平齐。石膏层的尺寸为 105 mm × 15 mm,间隔为 3 mm,由上到下厚度分别为 1、2.5、4 mm,在石膏层厚度允许范围 0~8.7 mm 内。

在超声 Love 波分层实验系统中,铝块尺寸为 800 mm × 100 mm × 55 mm,两端支撑长度为 100 mm。为将振动能量集中于前表面附近,超声波换能器粘贴于铝块的前侧中央。超声波换能器的轴向

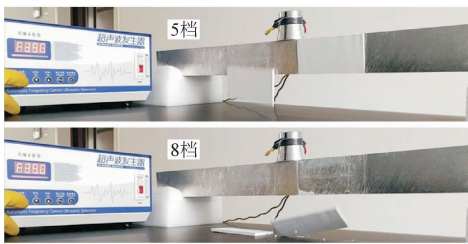
振动可以转化为铝块前表面附近的体波,体波遇到石膏层后转化为 Love 波。将两块不同厚度的石膏层相对于超声波换能器对称粘贴于铝块的前表面上。石膏层尺寸为  $120\text{ mm} \times 55\text{ mm}$ ,厚度由左至右分别为  $4\text{ mm}$ 、 $1.5\text{ mm}$ ,距离超声波换能器中心  $28\text{ mm}$ ,在石膏层厚度允许范围  $0\sim 7.8\text{ mm}$  内。

## 2.2 超声波分层实验结果

接通电源后,超声波发生器的输出功率为最低档,每次增加 1 档,直到第 8 档,实验结果如图 5 所示。



(a)SH 波



(b)Love 波

图 5 超声波分层实验结果

如图 5a 所示,实际输出频率为  $39\text{ kHz}$ 。当功率增加到 3 档时, $4\text{ mm}$  厚的石膏层首先分层掉落;当功率增加到 4 档时, $2.5\text{ mm}$  厚的石膏层也分层掉落;当功率增加到最高档 8 档时, $1\text{ mm}$  厚的石膏层仍然未掉落。如图 5b 所示,实际输出频率为  $39\text{ kHz}$ 。当功率增加到 5 档时, $4\text{ mm}$  厚的石膏层首先分层掉落;当功率增加到最高档 8 档时, $1.5\text{ mm}$  厚的石膏层也分层掉落。

由图 3b 与图 3d 的分析结果可知,当激励频率为  $39\text{ kHz}$ ,在第 1 共振覆层厚度内,石膏层厚度与归一化界面剪切应力幅值正相关。同等激励水平下,厚度较大的覆层界面处产生的界面剪切应力幅值比较大,并且超过了界面剪切强度,故而首先掉

落,实验结果与理论分析结果相同。

## 3 结 论

首先通过严格推导,得到超声波激励下固固界面剪切分层的强迫振动全解析解,揭示了固固界面剪切分层的超声波耦合共振机理,发现了界面剪切应力存在耦合共振现象。在小于第 1 共振频率范围内,激励频率与归一化界面剪切应力幅值呈正相关性,在小于第 1 共振覆层厚度范围内覆层厚度与归一化界面剪切应力幅值呈正相关性。接着,提出了固固界面剪切分层条件与频率选择方法,发现共振耦合频率与覆层厚度呈负相关性,覆层共振耦合厚度与激励频率呈负相关性。最后,利用有限元技术和超声波分层实验对上述理论结果进行了验证。

## 参考文献:

- [1] TAN Haihui, TAO Tangfei, XU Guanghui, et al. Experimental study on defrosting mechanism of intermittent ultrasonic resonance for a finned-tube evaporator [J]. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 2014, 52: 308-317.
- [2] PALACIOS J, SMITH E, ROSE J, et al. Instantaneous de-icing of freezer ice via ultrasonic actuation [J]. *AIAA Journal*, 2011, 49(6): 1158-1167.
- [3] PALACIOS J, SMITH E, ROSE J, et al. Ultrasonic de-icing of wind-tunnel impact icing [J]. *Journal of Aircraft*, 2011, 48(3): 1020-1027.
- [4] OVERMEYER A, PALACIOS J, SMITH E. Ultrasonic de-icing bondline design and rotor ice testing [J]. *AIAA Journal*, 2013, 51(12): 2965-2976.
- [5] KALKOWSKI M K, WATERS T P, RUSTIGHI E. Delamination of surface accretions with structural waves: piezo-actuation and power requirements [J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2017, 28(11): 1454-1471.
- [6] VENNA S V, LIN Y J. Mechatronic development of self-actuating in-flight deicing structures [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2006, 11(5): 585-592.
- [7] VENNA S, LIN Y J, BOTURA G. Piezoelectric transducer actuated leading edge de-icing with simultaneous shear and impulse forces [J]. *Journal of Aircraft*, 2007, 44(2): 509-515.
- [8] BUDINGER M, POMMIER-BUDINGER V, NAPIAS G, et al. Ultrasonic ice protection systems: analytical and numerical models for architecture tradeoff [J]. *Journal of Aircraft*, 2016, 53(3): 680-690.

- [9] ZENG Jing, SONG Binglian. Research on experiment and numerical simulation of ultrasonic de-icing for wind turbine blades [J]. *Renewable Energy*, 2017, 113: 706-712.
- [10] WANG Zhenjun, XU Yuanming, SU Fei, et al. A light lithium niobate transducer for the ultrasonic de-icing of wind turbine blades [J]. *Renewable Energy*, 2016, 99: 1299-1305.
- [11] WANG Yibing, XU Yuanming, LEI Yuyong. An effect assessment and prediction method of ultrasonic de-icing for composite wind turbine blades [J]. *Renewable Energy*, 2018, 118: 1015-1023.
- [12] HABIBI H, CHENG L, ZHENG H, et al. A dual de-icing system for wind turbine blades combining high-power ultrasonic guided waves and low-frequency forced vibrations [J]. *Renewable Energy*, 2015, 83: 859-870.
- [13] WANG Zhenjun. Recent progress on ultrasonic de-icing technique used for wind power generation, high-voltage transmission line and aircraft [J]. *Energy and Buildings*, 2017, 140: 42-49.
- [14] WANG Yibing, XU Yuanming, HUANG Qi. Progress on ultrasonic guided waves de-icing techniques in improving aviation energy efficiency [J]. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2017, 79: 638-645.
- [15] TAN Haihui, XU Guanghua, TAO Tangfei, et al. Experimental investigation on the defrosting performance of a finned-tube evaporator using intermittent ultrasonic vibration [J]. *Applied Energy*, 2015, 158: 220-232.
- [16] TAN Haihui, XU Guanghua, TAO Tangfei, et al. Investigation on the ultrasonic propagation mechanism and its application on air-source heat pump defrosting [J]. *Applied Thermal Engineering*, 2016, 107: 479-492.
- [17] TAN Haihui, ZHANG Xiaofeng, ZHANG Li, et al. Ultrasonic influence mechanism of a cold surface frosting process and an optimised defrosting technique [J]. *Applied Thermal Engineering*, 2019, 153: 113-127.
- [18] LI Dong, CHEN Zhenqian. Experimental study on instantaneously shedding frozen water droplets from cold vertical surface by ultrasonic vibration [J]. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 2014, 53: 17-25.
- [19] LI Yongdong, LEE K Y. Size-dependent behavior of love wave propagation in a nanocoating [J]. *Modern Physics Letters: B*, 2010, 24(31): 3015-3023.
- [20] DENG Mingxi. Experimental verification of cumulative second-harmonic generation by shear horizontal mode

propagation in an elastic plate [J]. *Modern Physics Letters: B*, 2009, 23(12): 1567-1575.

- [21] ZASLAVSKII Y M. Love waves excited by a moving source [J]. *Acoustical Physics*, 2016, 62(1): 89-96.
- [22] FAN Hui, XU Limei. Love wave in a classical linear elastic half-space covered by a surface layer described by the couple stress theory [J]. *Acta Mechanica*, 2018, 229(12): 5121-5132.
- [23] YANG Jie, QI Hui. Analysis of dynamic stress intensity factors for interfacial crack near shallow circular inclusion in bi-material half-space to SH wave [J]. *Acta Mechanica*, 2016, 227(12): 3703-3714.
- [24] QIAN Z, JIN F, WANG Z, et al. Love waves propagation in a piezoelectric layered structure with initial stresses [J]. *Acta Mechanica*, 2004, 171(1/2): 41-57.

(编辑 杜秀杰)

## 附录 A SH 波激励下界面剪切应力的全解析解

激励源  $F$  可表达为

$$F = f_0 \delta(x_1) e^{-i\omega t} \quad (\text{A1})$$

$$\delta(x_1) = \begin{cases} 1, & x_1 = 0 \\ 0, & x_1 \neq 0 \end{cases} \quad (\text{A2})$$

$$\omega = 2\pi f \quad (\text{A3})$$

介质中的质点位移满足波动方程

$$\mu^{(n)} \nabla^2 u_3^{(n)} + F = \rho^{(n)} \ddot{u}_3^{(n)} \quad (\text{A4})$$

$$u_3^{(n)} = U_3^{(n)} e^{-i\omega t} \quad (\text{A5})$$

表面上应力自由、界面上位移和应力连续的边界条件可表达为

$$\sigma_{23}^{(1)}(x_2 = -h^{(1)}) = 0 \quad (\text{A6})$$

$$\sigma_{23}^{(2)}(x_2 = h^{(2)}) = 0 \quad (\text{A7})$$

$$\sigma_{23}^{(1)}(x_2 = 0) = \sigma_{23}^{(2)}(x_2 = 0) \quad (\text{A8})$$

$$u_3^{(1)}(x_2 = 0) = u_3^{(2)}(x_2 = 0) \quad (\text{A9})$$

对式(A4)两边的  $x_1$  做傅里叶积分变换, 得到

$$d^2 \tilde{U}_3^{(n)} / dx_2^2 + (k_T^{(n)2} - s^2) \tilde{U}_3^{(n)} = -f_0 / \mu^{(n)} \quad (\text{A10})$$

式中:  $s$  是积分因子;

$$k_T^{(n)} = \omega / c_T^{(n)} \quad (\text{A11})$$

$$c_T^{(n)} = \sqrt{\mu^{(n)} / \rho^{(n)}} \quad (\text{A12})$$

设解为

$$\tilde{U}_3^{(n)} = A^{(n)} \cos(q_e^{(n)} x_2) + B^{(n)} \sin(q_e^{(n)} x_2) - f_0 C^{(n)} \quad (\text{A13})$$

式中:  $A^{(n)}$ 、 $B^{(n)}$ 、 $C^{(n)}$  为与积分因子  $s$  有关的任意



常数;

$$q_e^{(n)2} = k_T^{(n)2} - s^2 \quad (\text{A14})$$

积分因子  $s$  需要满足以下条件

$$-k_T^{(n)} < s < k_T^{(n)} \quad (\text{A15})$$

$$C^{(n)} = \frac{1}{\mu^{(n)}(k_T^{(n)2} - s^2)} \quad (\text{A16})$$

边界条件两边对  $x_1$  做傅里叶积分变换,得到

$$\hat{\sigma}_{23}^{(1)}(x_2 = -h^{(1)}) = 0 \quad (\text{A17})$$

$$\hat{\sigma}_{23}^{(2)}(x_2 = h^{(2)}) = 0 \quad (\text{A18})$$

$$\hat{\sigma}_{23}^{(1)}(x_2 = 0) = \hat{\sigma}_{23}^{(2)}(x_2 = 0) \quad (\text{A19})$$

$$\hat{U}_3^{(1)}(x_2 = 0) = \hat{U}_3^{(2)}(x_2 = 0) \quad (\text{A20})$$

将式(A13)代入式(A17)~(A20),解得

$$A^{(1)} = \frac{-MN}{N+1} \quad (\text{A21})$$

$$B^{(1)} = \frac{MN}{N+1} \tan(q_e^{(1)} h^{(1)}) \quad (\text{A22})$$

$$A^{(2)} = M \left( \frac{-N}{N+1} + 1 \right) \quad (\text{A23})$$

$$B^{(2)} = M \left( \frac{-N}{N+1} + 1 \right) \tan(q_e^{(2)} h^{(2)}) \quad (\text{A24})$$

$$M = f_0(C^{(2)} - C^{(1)}) \quad (\text{A25})$$

$$N = \frac{\mu^{(2)} q_e^{(2)} \tan(q_e^{(2)} h^{(2)})}{\mu^{(1)} q_e^{(1)} \tan(q_e^{(1)} h^{(1)})} \quad (\text{A26})$$

对式(A13)两边做反傅里叶积分变换后代入式(A5)中,得到

$$u_3^{(n)}(x_1, x_2, t) = e^{-i\omega t} \int_{-k_T'}^{k_T'} \hat{U}_3^{(n)} e^{isx_1} ds \quad (\text{A27})$$

$$k_T' = \min(k_T^{(1)}, k_T^{(2)}) \quad (\text{A28})$$

最后,利用位移与应力的关系,得到剪切应力的严格解析解

$$\sigma_{23}^{(n)} = \mu^{(n)} e^{-i\omega t} \int_{-k_T'}^{k_T'} \frac{\partial \hat{U}_3^{(n)}}{\partial x_2} e^{isx_1} ds \quad (\text{A29})$$

## 附录 B Love 波激励下界面剪切应力的全解析解

激励源  $F$  可表达为

$$F = f_0 \delta(x_1) e^{-i\omega t} \quad (\text{B1})$$

$$\delta(x_1) = \begin{cases} 1, & x_1 = 0 \\ 0, & x_1 \neq 0 \end{cases} \quad (\text{B2})$$

$$\omega = 2\pi f \quad (\text{B3})$$

覆层与基体介质中的质点位移分别满足波动方程

$$\mu^{(1)} \nabla^2 u_3^{(1)} + F = \rho^{(1)} \ddot{u}_3^{(1)} \quad (\text{B4})$$

$$\mu^{(2)} \nabla^2 u_3^{(2)} = \rho^{(2)} \ddot{u}_3^{(2)} \quad (\text{B5})$$

$$u_3^{(n)} = U_3^{(n)} e^{-i\omega t} \quad (\text{B6})$$

表面上应力自由、界面上位移和应力连续的边界条件可表达为

$$\sigma_{23}^{(1)}(x_2 = -h^{(1)}) = 0 \quad (\text{B7})$$

$$\sigma_{23}^{(1)}(x_2 = 0) = \sigma_{23}^{(2)}(x_2 = 0) \quad (\text{B8})$$

$$u_3^{(1)}(x_2 = 0) = u_3^{(2)}(x_2 = 0) \quad (\text{B9})$$

将式(B4)(B5)对  $x_1$  做傅里叶积分变换,得

$$d^2 \hat{U}_3^{(1)} / dx_2^2 + (k_T^{(1)2} - s^2) \hat{U}_3^{(1)} = -f_0 / \mu \quad (\text{B10})$$

$$d^2 \hat{U}_3^{(2)} / dx_2^2 + (k_T^{(2)2} - s^2) \hat{U}_3^{(2)} = 0 \quad (\text{B11})$$

$$k_T^{(n)} = \omega / c_T^{(n)} \quad (\text{B12})$$

$$c_T^{(n)} = \sqrt{\mu^{(n)} / \rho^{(n)}} \quad (\text{B13})$$

假设解为

$$\hat{U}_3^{(1)} = A^{(1)} \cos(q^{(1)} x_2) + B^{(1)} \sin(q^{(1)} x_2) - f_0 C^{(1)} \quad (\text{B14})$$

$$\hat{U}_3^{(2)} = A^{(2)} e^{-q^{(2)} x_2} \quad (\text{B15})$$

式中: $A^{(1)}$ 、 $A^{(2)}$ 、 $B^{(1)}$ 为与积分因子  $s$  有关的任意常数。式(B15)保留了随着  $x_2$  的增加而呈指数衰减的部分

$$q^{(1)2} = k_T^{(1)2} - s^2 \quad (\text{B16})$$

$$q^{(2)2} = s^2 - k_T^{(2)2} \quad (\text{B17})$$

积分因子  $s$  需同时满足条件

$$-k_T^{(1)} < s < k_T^{(1)}; s > k_T^{(2)} \text{ 与 } s < -k_T^{(2)} \quad (\text{B18})$$

$$C^{(1)} = \frac{1}{\mu^{(1)}(k_T^{(1)2} - s^2)} \quad (\text{B19})$$

边界条件两边对  $x_1$  做傅里叶积分变换,得到

$$\hat{\sigma}_{23}^{(1)}(x_2 = -h^{(1)}) = 0 \quad (\text{B20})$$

$$\hat{\sigma}_{23}^{(1)}(x_2 = 0) = \hat{\sigma}_{23}^{(2)}(x_2 = 0) \quad (\text{B21})$$

$$\hat{U}_3^{(1)}(x_2 = 0) = \hat{U}_3^{(2)}(x_2 = 0) \quad (\text{B22})$$

将式(B14)(B15)代入边界条件中,解得

$$A^{(1)} = MN \quad (\text{B23})$$

$$B^{(1)} = -MN \tan(q^{(1)} h^{(1)}) \quad (\text{B24})$$

$$A^{(2)} = M(N+1) \quad (\text{B25})$$

$$M = -f_0 C^{(1)} \quad (\text{B26})$$

$$N = \frac{\mu^{(2)} q^{(2)}}{\mu^{(1)} q^{(1)} \tan(q^{(1)} h^{(1)}) - \mu^{(2)} q^{(2)}} \quad (\text{B27})$$

对式(B14)(B15)两边做反傅里叶积分变换后代入式(B6)中,得到

$$u_3^{(n)} = \int_{-k_T^{(1)}}^{-k_T^{(2)}} \hat{U}_3^{(n)} e^{isx_1} ds + \int_{k_T^{(2)}}^{k_T^{(1)}} \hat{U}_3^{(n)} e^{isx_1} ds \quad (\text{B28})$$

最后,利用位移与应力的关系,得到剪切应力的严格解析解

$$\sigma_{23}^{(n)} = \mu^{(n)} e^{-i\omega t} \left[ \int_{-k_T^{(1)}}^{-k_T^{(2)}} \frac{\partial \hat{U}_3^{(n)}}{\partial x_2} e^{isx_1} ds + \int_{k_T^{(2)}}^{k_T^{(1)}} \frac{\partial \hat{U}_3^{(n)}}{\partial x_2} e^{isx_1} ds \right] \quad (\text{B29})$$