

7/5 小波滤波器簇及其图像压缩性能研究

杨国安, 郑南宁, 刘跃虎, 刘在德, 兰旭光, 吴宗泽

(西安交通大学电子与信息工程学院, 710049, 西安)

摘要: 构造了包括 BT 7/5 滤波器(Brislawn-Treiber)在内的 7/5 小波滤波器簇, 依据欧几里得算法给出了 7/5 小波基提升格式的构造过程和提升实现算法。根据 7/5 小波基优化条件的要求, 证明了 7/5 小波基的提升系数 α 为 0.08 时的图像压缩性能最佳, 该小波基为 JPEG2000 标准第二部分推荐使用的 BT 7/5 小波滤波器组。BT7/5 小波的系数为有理数, 与无理系数的 CDF 9/7 小波滤波器相比, 具有计算复杂度低和便于 VLSI 硬件实现等优点。实验结果表明, 若压缩比在 100 : 1 以内, 采用 BT 7/5 小波滤波器的重构图像峰值信噪比只比 CDF 9/7 低 0.1 dB, 而比 LT 5/3(LeGall-Tabatabai)高 1.2 dB。因此, 在 JPEG2000 图像压缩系统中, BT 7/5 是 LT 5/3 和 CDF 9/7 的理想替代者。

关键词: 离散小波变换; 提升算法; 小波滤波器; 量化; JPEG2000

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253-987X(2005)06-0628-05

Research on Cluster of 7/5-Tap Wavelets Filters and Their Image Compression Performances

Yang Guoan, Zheng Nanning, Liu Yuehu, Liu Zaide, Lan Xuguang, Wu Zongze

(School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: A cluster of 7/5-tap wavelets filters which include BT 7/5 filters of Brislawn and Treiber was constructed. The construction process of the lifting scheme and the lifting implement algorithm of 7/5-tap wavelets basis were given by the Euclidean algorithm. The obtained performance of the image compression is the best when the coefficient α of the lifting scheme is equal to 0.08 according to the requirement of the optimization conditions of 7/5-tap wavelets basis which is a BT 7/5 filter bank recommended by JPEG2000 standard part II. The coefficients of BT 7/5 filters are rational numbers, compared to CDF 9/7 filters with irrational coefficients, and they not only have advantage of easy computation but also are very suitable for implementation of VLSI hardware. The experimental results show that the peak signal-to-noise ratio of the reconstructed image by using BT 7/5 filter bank is only 0.1 dB less than CDF 9/7 filters, but is higher 1.2 dB than LT 5/3(LeGall-Tabatabai) filters within 100 : 1 compression ratio. Therefore, the filters constructed are the ideal replacement of LT 5/3 and CDF 9/7 in JPEG2000 image compression systems.

Keywords: discrete wavelet transform; lifting scheme; wavelet filter; quantization; JPEG2000

JPEG2000 图像压缩系统^[1]最关键的两个因素是设计小波滤波器和压缩编码算法。Cohen、Daubechies 和 Feauveau 的 CDF 9/7 小波滤波器^[2](简称 CDF 9/7)具有良好的数学特性和理想的图像压

缩性能, 已成为图像压缩中应用最为广泛的小波滤波器, 但是它也有缺点, 即滤波器系数是无理数, 需要用浮点法来实现离散小波变换(DWT)。这不仅增加了计算复杂度, 也不利于 VLSI 硬件的实现, 而且

只能实现图像的有损压缩. 1996年, Sweldens等学者提出了一种不依赖于Fourier变换的小波构造方法——提升算法^[3-5], 该算法的主要优点包括快速的DWT、完全同址运算、正变换与反变换结构一致、描述不涉及Fourier变换、继承了传统小波变换的多分辨特性、图像重构质量与采用小波变换的边界延拓方式无关和DWT前后的系数为整数形式.

本文构造了7/5小波滤波器簇, 提出了7/5小波滤波器提升格式的构造过程和提升实现算法, 并根据优化条件得到了JPEG2000标准推荐使用的BT 7/5滤波器组, 同时创建了支持CDF 9/7、LT 5/3、BT 7/5a和BT 7/5b 4组滤波器的新型JPEG2000图像压缩系统.

1 欧几里得算法

欧几里得(Euclidean)算法^[5]是多项式因式分解算法, 有限长单位脉冲响应(FIR)滤波器是一个Laurent多项式. 若两个Laurent多项式为 $a(z) \neq 0, b(z) \neq 0$, 且 $|a(z)| \geq |b(z)|$, 则总存在Laurent多项式 $q(z)$ 和 $r(z)$, $|q(z)| = |a(z)| - |b(z)|$, $|r(z)| < |b(z)|$ 满足 $a(z) = b(z)q(z) + r(z)$. 这里, $q(z) = a(z)/b(z)$ 表示Euclidean算法的商, $r(z) = a(z) \% b(z)$ 表示Euclidean算法的余. Euclidean算法的第1步设为 $a_0(z) = a(z), b_0(z) = b(z)$, 并按

$$a_{i+1}(z) = b_i(z), \quad b_{i+1}(z) = a_i(z) \% b_i(z)$$

方式进行交替迭代. 对于最小整数 n , 使得 $b_n(z) = 0$, 则 $a_n(z)$ 就是所求的最大公约数(GCD). 由于 $|b_{i+1}(z)| < |b_i(z)|$, 故存在一个 m 使得 $|b_m(z)| = 0$. 为了求得7/5小波滤波器的多相矩阵 $P(z)$, 首先应该对低通分析滤波器 $h(z)$ 的多相表示 $h_e(z), h_o(z)$ 进行Euclidean分解, 即

$$\begin{bmatrix} h_e(z) \\ h_o(z) \end{bmatrix} = \prod_{i=1}^n \begin{bmatrix} q_i(z) & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: $q_i(z)$ 为 $h_e(z)$ 与 $h_o(z)$ 的商; K 为进行GCD的最后一步的常数 a_n . 满足完全重构(PR)条件的完全重构滤波器的多相矩阵为

$$P(z) = \prod_{i=1}^m \begin{bmatrix} 1 & s_i(z) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ t_i(z) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & 1/K \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: $s_i(z)$ 和 $t_i(z)$ 分别为提升和对偶提升项.

2 7/5小波滤波器的提升实现

7/5小波滤波器为对称的紧支撑双正交滤波器, 设其低通分析滤波器和综合滤波器分别为 $h(z)$

和 $g(z)$, 即

$$\left. \begin{aligned} h(z) &= h_0 + h_1(z + z^{-1}) + h_2(z^2 + z^{-2}) + \\ &\quad h_3(z^3 + z^{-3}) \\ g(z) &= g_0 + g_1(z + z^{-1}) + g_2(z^2 + z^{-2}) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$h(z), g(z)$ 的多相表示为

$$\left. \begin{aligned} h_e(z) &= h_0 + h_2(z + z^{-1}) \\ h_o(z) &= h_1(z + 1) + h_3(z^2 + z^{-1}) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} g_e(z) &= g_0 + g_2(z + z^{-1}) \\ g_o(z) &= g_1(z + 1) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

根据前述Euclidean算法, 通过7/5小波滤波器簇系数可求得Euclidean算法的参数, 即

$$\left. \begin{aligned} q_1(z) &= 0, \quad t_1 = 0, \quad s_1 = 0, \quad t_2 = \frac{h_3}{h_2} \\ s_2 &= h_1 - (h_0 + h_2) \frac{h_3}{h_2}, \quad t_3 = \frac{h_2^2}{h_1 h_2 - (h_0 + h_2) h_3} \\ s_3 &= h_0 - 2 \left[h_1 - (h_0 + h_2) \frac{h_3}{h_2} \right] \left[\frac{h_2^2}{h_1 h_2 - (h_0 + h_2) h_3} \right] \\ t_4 &= \frac{h_1 - (h_0 + h_2) h_3 / h_2}{h_0 - 2 \left[h_1 - (h_0 + h_2) h_3 / h_2 \right] \left[h_2^2 / (h_1 h_2 - (h_0 + h_2) h_3) \right]} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

若令7/5小波基的提升参数 $\alpha = t_2, \beta = t_3, \gamma = t_4$ 和 $K = s_3$, 则7/5小波滤波器簇的多相矩阵

$$\begin{aligned} P(z) &= \begin{bmatrix} h_0 + h_2(z + z^{-1}) & g_1(1 + z^{-1}) \\ h_1(z + 1) + h_3(z^2 + z^{-1}) & -g_0 - g_2(z + z^{-1}) \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ q_2(z) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & q_3(z) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ q_4(z) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & 1/K \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \alpha(1 + z) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \beta(1 + z^{-1}) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \\ & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \gamma(1 + z) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & 1/K \end{bmatrix} \quad (7) \end{aligned}$$

由式(7)和小波滤波器系数归一化条件, 可得

$$\left. \begin{aligned} h_0 &= (1 + 2\beta\gamma)K \\ h_1 &= [(2\alpha\beta + 1)\gamma + \alpha(1 + \beta\gamma)]K \\ h_2 &= \beta\gamma K \\ h_3 &= \alpha\beta\gamma K \\ g_0 &= (2\alpha\beta + 1)/(2K) \\ g_1 &= -\beta/(2K) \\ g_2 &= \alpha\beta/(2K) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

设图像数据的输入序列为 x_i , 则Lazy小波为

$$s_j^{(0)} = x_{2j}, \quad d_j^{(0)} = x_{2j+1}$$

则7/5小波滤波器簇的正向提升实现算法为

$$\left. \begin{aligned} s_j^{(1)} &= s_j^{(0)} + \alpha(d_j^{(0)} + d_{j-1}^{(0)}) & (\text{Step1}) \\ d_j^{(1)} &= d_j^{(0)} + \beta(s_j^{(1)} + s_{j+1}^{(1)}) & (\text{Step2}) \\ s_j^{(2)} &= s_j^{(1)} + \gamma(d_j^{(1)} + d_{j-1}^{(1)}) & (\text{Step3}) \\ s_j &= Ks_j^{(2)} & (\text{Step4}) \\ d_j &= d_j^{(1)}/K & (\text{Step5}) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

7/5小波滤波器簇的正向提升结构如图1所示。根据式(8)、PR条件和小波滤波器系数归一化条件,可得

$$\beta = -\frac{1}{4\alpha + 2}, \quad \gamma = \frac{1 - 4\alpha^2}{4}, \quad K = \frac{1}{2\alpha + 1} \quad (10)$$

通过7/5小波滤波器的优化设计^[6,7]和仿真实验可知,当 $\alpha=0.05$ 和 $\alpha=0.08$ 时,图像压缩的性能最佳,在JPEG2000标准中称该条件下滤波器为Brislawn-Treiber 7/5滤波器^[8-10],而我们将它们命名为BT 7/5a和BT 7/5b,其滤波器系数和提升参数如表1~表4所示。

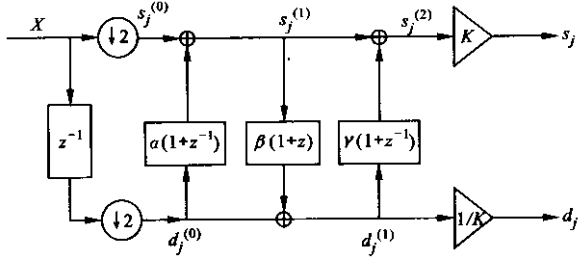


图1 7/5小波滤波器正向提升实现结构

表1 BT 7/5a的低通系数

k	h_k	g_k
0	31/44	21/40
±1	449/1 760	1/4
±2	-9/88	-1/80
±3	-9/1 760	-

表2 BT 7/5a的提升参数

提升参数	参数值
α	1/20
β	-5/11
γ	99/400
K	10/11

表3 BT 7/5b的低通系数

k	h_k	g_k
0	79/116	27/50
±1	373/1 450	1/4
±2	-21/232	-1/50
±3	21/2 900	-

表4 BT 7/5b的提升参数

提升参数	参数值
α	2/25
β	-175/406
γ	609/2 500
K	25/29

3 实验仿真及结果分析

为了验证7/5小波滤波器的图像压缩性能,在Visual C++6.0开发平台上,对JPEG2000标准提供

的最新评估软件Jasper 1.701.0进行了改进,对BT 7/5a和BT 7/5b进行了用户自定义^[10],创立了既支持CDF 9/7、LT 5/3,又支持BT 7/5a、BT 7/5b的新型JPEG2000图像压缩系统。同时,对标准测试图库中的大量彩色图和灰度位图进行了测试,测试时先进行5级小波分解,并用标量化算法^[11]量化小波系数,再采用EBCOT算法进行压缩编码^[12]。

由于篇幅所限,本文只给出较有代表性的2帧大小为 512×512 像素、位深度为8 b/像素的标准灰度位图woman和barbara的测试结果。表5~表6分别是2帧测试位图在不同压缩比下重构图像的峰值信噪比(PSNR) R 。从表中可以看出,CDF 9/7、LT 5/3、BT 7/5a和BT 7/5b的压缩比在100:1以内,CDF 9/7比BT 7/5a和BT 7/5b的 R 值高出0.1~0.6 dB,比LT 5/3的 R 值高出0.4~1.4 dB,显然CDF 9/7的图像压缩性能依然最好,但是BT 7/5a和BT 7/5b比LT 5/3的 R 值提高了0.1~1.2 dB。当压缩比高于100:1时,LT 5/3比BT 7/5的图像压缩性能略好。当测试图像包含的低频信息较多时,如表5的woman,随着压缩比的提高,重构图像的 R 值下降较慢,这是因为低频信息损失较少的缘故。当测试图像包含高频信息较多时,如表6的barbara,随着压缩比的提高,重构图像的 R 值下降较快,这是因为高频信息和纹理损失较多的缘故。

图2为woman灰度位图在采用CDF 9/7、BT 7/5b、LT 5/3和不同压缩比时,重构图像的 R 曲线图,其中压缩比为2的整数次幂。在压缩比较低时,BT 7/5b的压缩性能比CDF 9/7略差,但明显好于LT 5/3,随着压缩比的提高,这种差异逐渐缩小,特别是当压缩比在100:1附近时,BT 7/5b的压缩效果与LT 5/3几乎相同,但比CDF 9/7略差。

图3a~图3d给出了barbara(512×512 像素,8 b/像素)在压缩比为16:1时重构图像的直观比较。从中可以看出,BT 7/5a和BT 7/5b的压缩效果与CDF 9/7几乎没有差别。当压缩比高于100:1时,CDF 9/7的重构图像开始产生方块效应,但直观上略好于BT 7/5a、BT 7/5b和LT 5/3。

4 结论

本文以7/5小波滤波器的提升算法及其JPEG2000图像压缩系统的实现为研究对象,根据Euclidean算法提出了7/5小波滤波器簇的提升算法,并由小波滤波器的优化设计和实际压缩性能要求,确定了JPEG2000标准第二部分推荐使用的7/5小波滤波

表 5 7/5 小波滤波器的 woman 重构图像的 PSNR 值

dB

压缩比	R				Δ_{BdD}	Δ_{BbD}	Δ_{BbL}	Δ_{BbL}
	CDF 9/7	LT 5/3	BT 7/5a	BT 7/5b				
4 : 1	45.872 8	44.417 8	45.425 5	45.549 4	-0.447 3	-0.323 4	+1.007 7	+1.131 6
8 : 1	39.150 3	38.147 4	38.721 1	38.822 9	-0.429 2	-0.327 4	+0.573 7	+0.675 5
16 : 1	34.555 1	33.924 4	34.146 3	34.218 5	-0.408 8	-0.3366	+0.221 9	+0.294 1
32 : 1	31.4530	31.052 1	31.283 4	31.306 5	-0.169 6	-0.146 5	+0.231 3	+0.254 4
64 : 1	29.527 2	29.172 8	29.255 3	29.242 5	-0.271 9	-0.284 7	+0.082 5	+0.069 7
100 : 1	28.221 0	27.924 1	27.927 1	27.840 5	-0.293 9	-0.380 5	+0.003	-0.083 6
128 : 1	27.397 9	27.241 8	27.185 0	27.118 5	-0.212 9	-0.279 4	-0.739 1	-0.123 3

注:BT 7/5a、BT 7/5b 与 CDF 9/7 的 PSNR 差值分别用 Δ_{BbD} 、 Δ_{BbD} 表示;BT 7/5a、BT 7/5b 与 LT 5/3 的 PSNR 差值分别用 Δ_{BbL} 、 Δ_{BbL} 表示。

表 6 7/5 小波滤波器的 barbara 重构图像的 PSNR 值

dB

压缩比	R3				Δ_{BbD}	Δ_{BbD}	Δ_{BbL}	Δ_{BbL}
	CDF 9/7	LT 5/3	BT 7/5a	BT 7/5b				
4 : 1	37.316 0	36.092 3	36.726 6	36.894 1	-0.589 4	-0.421 9	+0.634 3	+0.801 8
8 : 1	32.293 4	31.753 5	31.753 5	31.835 2	-0.539 9	-0.458 2	+0.124 3	+0.206 0
16 : 1	29.906 8	29.095 9	29.038 8	29.108 1	-0.868 0	-0.798 7	-0.057 1	+0.012 2
32 : 1	27.318 5	26.514 8	26.650 2	26.637 9	-0.668 3	-0.680 6	+0.135 4	+0.123 1
64 : 1	24.914 4	24.358 5	24.452 3	24.518 5	-0.462 1	-0.395 9	+0.093 8	+0.160 0
100 : 1	23.637 6	23.186 6	23.337 5	23.375 8	-0.300 1	-0.261 8	+0.150 9	+0.189 2
128 : 1	23.196 9	22.969 9	23.019 0	22.969 9	-0.177 9	-0.227 0	+0.153 7	+0.104 6

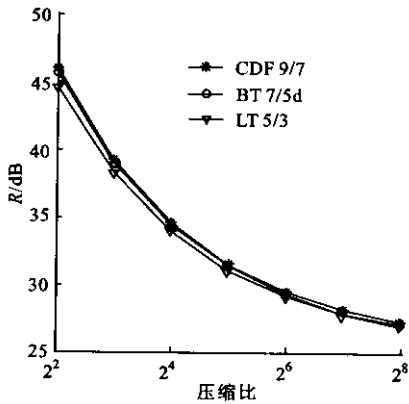


图 2 3 种滤波器 R 值的比较

器,即本文的 BT 7/5b,最后在保持原有的 CDF 9/7 和 LT 5/3 的压缩性能基础上,创建了同时支持 BT 7/5a 和 BT 7/5b 的 JPEG2000 图像压缩系统.该系统优化了量化算法和 EBCOT 编码算法,获得了良好的压缩性能.其中,BT 7/5a 和 BT 7/5b 与 CDF 9/7 的图像压缩性能只有细微差异.

在今后的研究工作中,我们将使这 4 组小波滤波器同时应用于 JPEG2000 芯片,并且对于不同性质的图像和不同的压缩要求,可以实现小波滤波器的自由选取和用户自定义,直至其成为一种智能 JPEG2000 图像压缩系统.



(a)CDF 9/7(16 : 1)

(b)LT 5/3(16 : 1)



(c)BT 7/5a(16 : 1)

(d)BT 7/5b(16 : 1)

图 3 barbara 在压缩比为 16 : 1 时重构图像的直观比较

参考文献:

[1] ISO/IEC 15444-1, ITU-T RT800, 2003 JPEG2000 image coding system, part I(core) [S].
 [2] Cohen A, Daubechies I, Feauveau J C. Biorthogonal bases of compactly supported wavelets [J]. Commun Pure Appl Math, 1992, 45 (5): 485-560.

- [3] Sweldens W. The lifting scheme: a custom-design construction of biorthogonal wavelets [J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 1996, 3(2):186-200.
- [4] Sweldens W. The lifting scheme: a construction of second generation wavelets [J]. SIAM Journal on Mathematical Analysis, 1997, 29(2):511-546.
- [5] Daubechies I, Sweldens W. Factoring wavelet transforms into lifting steps [J]. Fourier Analysis and Applications, 1998, 4 (3): 247-269.
- [6] Antonini M, Barlaud M, Mathieu P, et al. Image coding using wavelet transform [J]. IEEE Trans on Image Processing, 1992,1(2):205-220.
- [7] Unser M, Blu T. Mathematical properties of the JPEG2000 wavelet filters [J]. IEEE Trans on Image Processing, 2003,12(9):1 080-1 090.
- [8] ISO/IEC JTC1/SC29/WG1N1761, ITU-T SG8, 2000 JPEG2000 standard [S].
- [9] ISO/IEC JTC1/SC29/WG1N1843, ITU-T SG8, 2000 JPEG2000 standard [S].
- [10] ISO/IEC 15444-2, ITU-T Rec T800-2004, JPEG2000 image coding system, part II(extensions) [S].
- [11] Bilgin A, Sementilli P J, Sheng F, et al. Scalable image coding using reversible integer wavelet transforms [J]. IEEE Trans on Image Processing, 2000, 9(11): 1 972-1 977.
- [12] Taubman D. High performance scalable image compression with EBCOT [J]. IEEE Trans on Image Processing, 2000, 9(7):1 158-1 170.

(编辑 苗凌)

(上接第 577 页)

(α, β) 分布约简、 (α, β) 分配约简有所不同的是:它们均考虑了对象与决策类隶属度的关系,但前者是保持了每个对象相对于决策类的分布隶属不变的属性集,如 x 有 90%可能是“感冒”,有 10%可能是“非典”,而后者则是保持了每个对象可能具有的决策特征不变的属性集合,如“流感”、“非典”。图 1 给出了一个知识约简在模糊规则分类器中的应用模型,其中的属性约简起到了特征选择的作用。

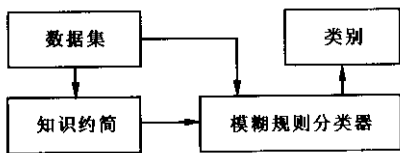


图 1 FISs 上知识约简在分类器模型中的作用

5 结 论

从分类的角度上, α 约简、 (α, β) 相对约简给出了模糊信息系统在某种水平下的最小约简集;从决策的隶属关系上, (α, β) 分布约简、 (α, β) 分配约简分别给出了保持对象分布、分配状态最小变化下的最小条件属性集。此外,在不可分辨矩阵中,称单个属性为核属性,必包含在约简属性核之中。矩阵中其他包含该属性的属性集合可以在逻辑公式中省略,从而通过核属性的逻辑与或运算可得到最短逻辑表达式^[9]。最后,为了使约简具有最小误差,可以通过优化 $d(\mathbf{R}^\#, \mathbf{R}) = \inf_{X \in X_q} d(X, \mathbf{R}^\#)$

R)模型得到最优模糊等价关系矩阵。

参考文献:

- [1] Pawlak Z. Rough sets: theoretical aspects of reasoning about data [M]. Norwell, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [2] Zhang Wenxiu, Mi Jusheng, Wu Weizhi. Approaches to knowledge reductions in inconsistent systems [J]. International Journal of Intelligent Systems, 2003, 18(9): 989-1 000.
- [3] Kryszkiewicz M. Comparative studies of alternative type of knowledge reduction inconsistent systems [J]. International Journal of Intelligent Systems, 2001, 16(1):105-120.
- [4] Beynon M. Reducts within the variable precision rough sets model: a further investigation [J]. European Journal of Operational Research, 2001, 134(3):592-605.
- [5] Mi Jusheng, Wu Weizhi, Zhang Wenxiu. Approaches to knowledge reduction based on variable precision rough set model [J]. Information Sciences, 2004, 159 (3-4):255-272.
- [6] Slezak D, Ziarko W. Attribute reduction in the Bayesian version of variable precision rough set model [J]. Electr Notes Theor Comput Sci, 2003, 82(4):1-11.
- [7] Kryszkiewicz M. Rough set approach to incomplete information systems [J]. Information Sciences, 1998, 112(1-4):39-49.
- [8] 张文修, 梁 怡, 吴伟志. 信息系统与知识发现 [M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [9] 王国胤. Rough 集理论与知识获取 [M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2001.

(编辑 苗凌)